ЛАЗЕРНЫЕ ПУЧКИ

Применение частично когерентных мод для исследования генерации гауссова частично когерентного лазерного пучка

А.А.Суворов

В рамках метода разложения функции когерентности излучения по частично когерентным модам рассмотрена задача стационарной генерации гауссова частично когерентного пучка в лазере с устойчивым резонатором. Проведено обсуждение условий, при выполнении которых можно пренебречь межмодовыми биениями поля излучения и влиянием дисперсии коэффициента усиления на стационарную генерацию многомодового частично когерентного излучения. На основе упрощенной модели решена самосогласованная задача генерации гауссова частично когерентного пучка для заданных условий накачки лазера и параметров резонатора. Получена зависимость характеристик пучка (мощность, радиус и т. д.) от свойств активной среды и параметров резонатора.

Ключевые слова: устойчивый резонатор, поперечная мода, частичная когерентность, гауссов частично когерентный пучок.

1. Введение

В статистической оптике важное место занимает гауссов частично когерентный пучок. Пространственная функция когерентности второго порядка такого пучка имеет вид

$$\Gamma_{2}(\boldsymbol{\rho}_{1},\boldsymbol{\rho}_{2}) = \langle U(\boldsymbol{\rho}_{1})U^{*}(\boldsymbol{\rho}_{2})\rangle$$

= exp[-(\rho_{1}^{2} + \rho_{2}^{2})/(2a_{0}^{2}) - |\rho_{1} - \rho_{2}|^{2}/\rho_{c0}^{2}], (1)

где $U(\rho_{1,2})$ – комплексные амплитуды; $\rho_{1,2} = \{x_{1,2}, y_{1,2}\}$ – радиусы-векторы в плоскости, перпендикулярной направлению распространению пучка; a_0 – характерный масштаб изменения интенсивности по сечению пучка – его эффективный радиус; ρ_{c0} – характерный масштаб корреляции комплексной амплитуды – радиус когерентности пучка.

Описание источников частично когерентного излучения с помощью выражения (1) впервые, по-видимому, было выполнено в работах [1,2] применительно к задачам линейной и нелинейной оптики. В [1] с использованием функции Γ_2 вида (1) было рассмотрено распространение маломощного частично когерентного лазерного пучка в турбулентной атмосфере. В [2] при исследовании пространственной когерентности шумового излучения в усиливающих средах выражение (1) было применено для изучения нелинейно-оптических явлений.

Использование выражения (1) позволило получить основные закономерности распространения частично когерентного лазерного излучения в детерминированных и случайных средах применительно к задачам нелинейной оптики [3,4], теплового самовоздействия [5], просветления облачных сред [6], прохождения через турбулентную атмосферу [7].

Отметим две причины, обуславливающие широкое применение функции когерентности (1) для решения различных задач лазерной физики и статистической оптики. Во-первых, математическая структура выражения (1) такова, что оно является чуть ли не единственным выражением, позволяющим провести аналитическое решение достаточно сложных задач, из которого можно получить в явном виде его зависимость от многочисленных параметров. Использованию выражения (1) в теоретических работах по лазерной физике предшествовало большое количество экспериментальных исследований статистических свойств лазерного излучения (см., напр., [8-10] и приведенные там ссылки), а также изучение статистических явлений в нелинейной оптике [11]. Второй причиной является возможность реализации в экспериментальных условиях лазерных пучков, характеризуемых функцией когерентности вида (1). Выражение (1) описывает пространственную когерентность излучения при самовоздействии [12] и удвоении частоты многомодового лазерного пучка [13], а также излучения, образуемого в суперлюминесцентных лазерах [14], и лазерного излучения, дифрагировавшего на случайном фазовом экране (см., напр., [3, 15] и приведенные там ссылки). В работе [16] показано, что в резонаторе, заполненном случайно-неоднородной средой, пространственная когерентность создаваемого пучка может иметь вид (1).

Таким образом, гауссов частично когерентный пучок – весьма важный объект исследований в лазерной физике. В работе [17] нами предложен новый подход, позволяющий установить связь параметров частично когерентного лазерного пучка с условиями формирования и генерации излучения в лазере с устойчивым резонатором. Суть этого подхода состоит в том, что функция когерентности генерируемого излучения раскладывается по базису функций, названных частично когерентными модами, которые являются нефакторизуемыми по переменным ρ_1

А.А.Суворов. ГНЦ РФ – Физико-энергетический институт им. А.И. Лейпунского, Россия, Калужская обл., 249033 Обнинск, пл. Бондаренко, 1; e-mail: suvorov@ippe.ru

Поступила в редакцию 4 декабря 2009 г., после доработки – 12 мая 2010 г.

и ρ_2 решениями задачи об отыскании функции когерентности устойчивого резонатора. В [17], в частности, показано, что простейшая частично когерентная мода совпадает с функцией когерентности (1) гауссова частично когерентного пучка.

Настоящая работа посвящена обсуждению двух вопросов. Во-первых, в ней проведено обоснование метода разложения поля излучения по частично когерентным модам для описания стационарной генерации частично когерентного излучения в лазере с устойчивым резонатором. Во-вторых, с целью демонстрации возможностей предлагаемого метода, в упрощенной постановке рассмотрена задача генерации гауссова частично когерентного лазерного пучка.

2. Постановка задачи стационарной генерации частично когерентного излучения

Замкнутая теория генерации частично когерентного лазерного излучения включает в себя систему уравнений для функций когерентности встречных пучков и статистических моментов произведения комплексных амплитуд поляризации и волн, а также уравнения для населенностей рабочих уровней атомов лазерной смеси. Универсального решения такая задача не имеет. В зависимости от соотношения между характерными временами системы возможны различные сценарии установления и протекания процесса лазерной генерации, описание каждого из которых проводится в рамках определенных упрощающих предположений (см., напр., [18]).

Рассмотрим случай, когда, с одной стороны, межмодовый частотный интервал резонатора $\Delta \Omega$ значительно превышает скорость релаксации $\gamma_{||}$ разности населенностей, а с другой стороны, он значительно меньше скорости релаксации γ_{\perp} поляризации активных атомов: $\gamma_{||} \ll \Delta \Omega \ll \gamma_{\perp}$.

При выполнении первого неравенства разность населенностей не успевает отслеживать осцилляции межмодовых биений поля излучения [18]. Поэтому вклад вынужденных переходов в изменение разности населенностей может быть учтен в приближении заданного поля, в рамках которого скорость вынужденных переходов пропорциональна средней удельной работе, совершаемой в единицу времени полем излучения над зарядами активных атомов.

Выполнение второго неравенства означает, что в контур линии усиления попадает большое количество частот мод резонатора, вследствие чего условие самовозбуждения может выполняться для значительного числа поперечных мод и частотная дисперсия коэффициента усиления не будет являться определяющим механизмом их селекции.

Совместное выполнение обоих неравенств позволяет использовать для исследования стационарной генерации частично когерентного лазерного излучения следующую систему уравнений для функций когерентности $\Gamma_2^{(\pm)}(\rho_1, \rho_2; z)$ встречных пучков:

$$2ik\frac{\partial}{\partial z}\Gamma_{2}^{(+)} + (\Delta_{\perp 1} - \Delta_{\perp 2})\Gamma_{2}^{(+)}$$

$$-ik[\alpha(\rho_{1}, z) + \alpha(\rho_{2}, z)]\Gamma_{2}^{(+)} = 0,$$

$$-2ik\frac{\partial}{\partial z}\Gamma_{2}^{(-)} + (\Delta_{\perp 1} - \Delta_{\perp 2})\Gamma_{2}^{(-)}$$

$$-ik[\alpha(\rho_{1}, z) + \alpha(\rho_{2}, z)]\Gamma_{2}^{(-)} = 0,$$

$$(2)$$

дополненную соответствующими условиями на поверхностях оптических элементов резонатора – зеркалах, окнах, линзах и т. д. Здесь $\Gamma_2^{(\pm)}(\rho_1, \rho_2; z) = \langle U_{\pm}(\rho_1, z)U_{\pm}^*(\rho_2, z) \rangle;$ $U_{\pm}(\rho, z)$ – комплексные амплитуды волновых пучков, распространяющихся в положительном (знак «+») и отрицательном (знак «-») направлениях оси резонатора z; $\rho = \{x, y\}$ – радиус-вектор в плоскости $z = \text{const}; \Delta_{\perp 1, \perp 2} = \partial^2/\partial x_{1,2}^2 + \partial^2/\partial y_{1,2}^2; k = \omega/c$ – волновое число; ω – частота лазерного перехода; c – скорость света.

В рассматриваемом приближении (в пренебрежении межмодовыми биениями и частотной дисперсией) коэффициент усиления $\alpha(\rho, z)$ зависит от средней суммарной интенсивности встречных пучков

$$I(\boldsymbol{\rho}, z) = \frac{c}{8\pi} \left[\Gamma_2^{(+)}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}; z) + \Gamma_2^{(-)}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}; z) \right]$$

Он определяется из решения системы уравнений лазерной кинетики для населенностей рабочих уровней атомов смеси с вероятностями вынужденных переходов, пропорциональными *I*.

Для решения системы уравнений (2) в случае лазеров с устойчивым резонатором в работе [17] был найден новый класс функций – частично когерентные моды, которые определяются следующим выражением:

$$\Gamma_{NMN'M'}(\rho_1, \rho_2; z) \equiv \Psi_{NM}(s_1, z) \Psi_{N'M'}(s_2, z)$$

= $\Psi_{NM}(s_1(\rho_1, \rho_2), z) \Psi_{N'M'}^*(s_2(\rho_1, \rho_2), z),$ (3)

где $\Psi_{NM}(s_1, z)$ и $\Psi_{N'M'}(s_2, z)$ – обычные поперечные моды устойчивого резонатора соответственно порядка *NM* и *N'M'* (см., напр., [19]); числа *N*, *M*, *N'*, *M'* = 0, 1, 2, ... – поперечные индексы мод; вспомогательные векторы s_1 и s_2 связаны с векторами ρ_1 и ρ_2 линейным преобразованием

$$s_1 = B_1 \rho_1 - B_2 \rho_2, \quad s_2 = B_1 \rho_2 - B_2 \rho_1$$
 (4)

с коэффициентами

$$B_1 = \sqrt{\frac{(1+4\gamma^4)^{1/2}+1}{2}}, \ B_2 = \sqrt{\frac{(1+4\gamma^4)^{1/2}-1}{2}},$$
 (5)

которые зависят от параметра $\gamma = b_0/\rho_{c0}$ – отношения эффективного радиуса b_0 основной поперечной моды устойчивого резонатора (TEM₀₀-моды Ψ_{00}) к радиусу когерентности пучка ρ_{c0} [17].

Частично когерентные моды образуют полный ортонормированный набор функций в пространстве четырехмерного вектора { ρ_1, ρ_2 }. Поэтому функции когерентности встречных пучков могут быть разложены по этому набору базисных функций:

$$\Gamma_{2}^{(+)}(\boldsymbol{\rho}_{1},\boldsymbol{\rho}_{2};z) = \sum_{NM} \sum_{N'M'} C_{NMN'M'}^{(+)}(z) \Gamma_{NMN'M'}(\boldsymbol{\rho}_{1},\boldsymbol{\rho}_{2};z),$$

$$\Gamma_{2}^{(-)}(\boldsymbol{\rho}_{1},\boldsymbol{\rho}_{2};z) = \sum_{NM} \sum_{N'M'} C_{NMN'M'}^{(-)}(z) \Gamma_{NMN'M'}^{*}(\boldsymbol{\rho}_{1},\boldsymbol{\rho}_{2};z),$$
(6)

где $C_{NMN'M'}^{(\pm)}(z)$ – амплитуды частично когерентных мод.

В рамках рассматриваемого приближения стационарная генерация частично когерентного лазерного излучения описывается системой уравнений (2) для функций когерентности встречных пучков, дополненной соответствующими условиями на поверхностях оптических элементов, и балансными кинетическими уравнениями для нахождения коэффициента усиления среды. Решение данной задачи методом разложения поля излучения по частично когерентным модам осуществляется посредством представления искомых функций когерентности в виде рядов (6) и получения системы обыкновенных дифференциальных уравнений для амплитуд $C_{NMN'M'}^{(\pm)}(z)$ частично когерентных мод.

Математически строгая последовательная формулировка задачи отыскания амплитуд мод $C_{NMN'M'}^{(\pm)}(z)$ должна проводиться с использованием всего набора частично когерентных мод. К ней следует обратиться только после подробного обсуждения основных свойств частично когерентных мод произвольного порядка, чему будет посвящена последующая публикация. Для раскрытия потенциала метода частично когерентных мод представляется целесообразным предварительно провести рассмотрение генерации частично когерентного лазерного пучка в упрощенной постановке.

В работе [17] показано, что простейшая частично когерентная мода соответствует функции когерентности (1) гауссова частично когерентного пучка. Она получается из общего выражения (3) при выборе в качестве функции Ψ основной TEM₀₀-моды устойчивого резонатора. В [17] она названа основной частично когерентной модой. Выражение для этой моды имеет следующий вид:

$$\Gamma_{00\,00}(\boldsymbol{\rho}_{1},\boldsymbol{\rho}_{2};z) = \frac{1}{\pi b^{2}(z)} \exp\left[-\frac{s_{1}^{2}+s_{2}^{2}}{2b^{2}(z)} + ik\frac{s_{1}^{2}-s_{2}^{2}}{2r(z)}\right]$$
$$= \frac{1}{\pi b^{2}(z)} \exp\left[-\frac{\boldsymbol{\rho}_{1}^{2}+\boldsymbol{\rho}_{2}^{2}}{2a^{2}(z)} - \frac{|\boldsymbol{\rho}_{1}-\boldsymbol{\rho}_{2}|^{2}}{\boldsymbol{\rho}_{c}^{2}(z)} + ik\frac{\boldsymbol{\rho}_{1}^{2}-\boldsymbol{\rho}_{2}^{2}}{2r(z)}\right], \quad (7)$$

где

$$a(z) = A(\gamma)b(z) = a_0 \sqrt{\left(1 - \frac{z}{r_0}\right)^2 + \frac{A^4(\gamma)z^2}{k^2 a_0^4}},$$
(8)

$$\rho_{\rm c}(z) = b(z)/\gamma = \rho_{\rm c0}b(z)/b_0 \tag{9}$$

– соответственно эффективный радиус и радиус когерентности моды, а a_0 и ρ_{c0} – их значения при z = 0;

$$r(z) = \frac{b^2(z)}{b_0^2} \left/ \left(\frac{z}{k^2 b_0^4} - \frac{1 - z/r_0}{r_0} \right) \right.$$
(10)

– радиус кривизны волнового фронта моды;

$$A(\gamma) = \sqrt{(1+4\gamma^4)^{1/2}+2\gamma^2};$$
(11)

$$b(z) = b_0 \sqrt{\left(1 - \frac{z}{r_0}\right)^2 + \frac{z^2}{k^2 b_0^4}}$$
(12)

 – эффективный радиус основной поперечной моды устойчивого резонатора, а

$$b_0 = \sqrt{\frac{L}{k} \left[\frac{1 - L/r_L}{1 - L/r_0} \frac{1}{L/r_0 + L/r_L - L^2/(r_L r_0)} \right]^{1/2}}$$
(13)

– его значение при z = 0; L – длина резонатора; r_0 и r_L – радиусы кривизны зеркал резонатора, расположенных соответственно в плоскостях z = 0 и z = L.

Проведенный в [17] анализ свойств основной частично когерентной моды (7) показал, что для получения однозначной связи a_0 и ρ_{c0} с параметрами резонатора необходимо включить в рассмотрение помимо процесса формирования моды зеркалами резонатора также и процесс взаимодействия излучения с активной средой.

3. Качественная теория генерации частично когерентного пучка

Проиллюстрируем возможности развиваемой теории генерации частично когерентного лазерного излучения на примере решения упрощенной задачи, что позволит выявить на качественном уровне зависимость основных характеристик лазерного пучка (мощность, ширина, радиус когерентности, угол расходимости) от параметров резонатора и свойств лазерной среды.

Рассмотрим лазер, состоящий из устойчивого резонатора, зеркала которого имеют радиусы кривизны r₀, r_L и коэффициенты отражения R₀, R_L, и цилиндрической лазерной кюветы с активной средой радиусом at и длиной Lt. Примем, что превышение линейным усилением за полный обход резонатора всех потерь излучения реализуется только для одной основной частично когерентной моды и в лазере формируется гауссов частично когерентный пучок с функцией когерентности вида (7). Также примем, что распределенные потери излучения, вызванные нерезонансным поглощением, пренебрежимо малы по сравнению с ослаблением излучения, обусловленным частичной прозрачностью зеркал и дифракционными потерями. Остановимся на случае, когда зеркала резонатора являются внешними и их радиус много больше радиуса выходных окон лазерной кюветы. Тогда основной причиной дифракционных потерь будет виньетирование пучка апертурой окон. Этот случай соответствует, например, условиям большинства экспериментов на реакторно-лазерной установке «Стенд Б» ГНЦ РФ – ФЭИ [20].

Запишем далее получающиеся из системы (2) приближенные уравнения для мощностей P_+ и P_- пучков, распространяющихся в лазерной кювете во встречных направлениях:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}P_{\pm}(z) = \pm \iint_{S_1} I_{\pm}(\boldsymbol{\rho}, z) \alpha(I) \mathrm{d}S, \tag{14}$$

где $\alpha(I)$ – коэффициент усиления; $I_{\pm}(\rho, z)$ – средние интенсивности встречных пучков, а $I = I_+ + I_-$ – их суммарная интенсивность. Интегрирование в (14) проводится по поперечному сечению лазерной кюветы, площадь которого $S_t = \pi a_t^2$.

Пусть лазер работает при незначительном превышении порога генерации и его резонатор имеет зеркала, обладающие малым пропусканием $(1 - R_{0,L} \ll 1)$ и создающие близкий к параллельному пучок. В таком случае можно считать, что интенсивности и радиусы встречных пучков равны и постоянны по длине резонатора. Кроме того, пренебрежем дифракционными искажениями гауссова частично когерентного пучка на окнах лазерной кюветы и для его интенсивности запишем следующее (являющееся следствием (7)) выражение:

$$I_{0}(\boldsymbol{\rho}) = I_{\pm}(\boldsymbol{\rho}) = \Gamma_{00}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}; 0) = \frac{P_{0}}{\pi a_{0}^{2}} \exp\left(-\frac{\rho^{2}}{a_{0}^{2}}\right),$$
(15)

где *P*₀ – искомая мощность генерируемого пучка.

Сделанные предположения позволяют найти мощность P_0 не посредством решения системы уравнений (14) с соответствующими граничными условиями на зеркалах резонатора, что является достаточно сложной задачей, а путем решения алгебраического уравнения. Это уравнение получается приравниванием среднего по сечению лазерного пучка коэффициента усиления к полным потерям излучения и имеет вид

$$\frac{1}{\pi a_0^2} \iint_{S_t} \alpha(2I_0(\boldsymbol{\rho})) \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\rho}^2}{a_0^2}\right) \mathrm{d}S = \alpha_{\mathrm{ext}}, \tag{16}$$

где α_{ext} – коэффициент ослабления, учитывающий сосредоточенные потери энергии излучения на зеркалах резонатора и дифракционные потери на окнах лазерной кюветы.

Рассмотрев полный обход резонатора лазерным пучком и использовав метод расчета дифракционных потерь [21], для коэффициента ослабления α_{ext} получим

$$\alpha_{\text{ext}} = -\frac{1}{2L_{\text{t}}} \ln(R_0 R_L) + \frac{4}{L_{\text{t}}} \exp\left(-\frac{a_{\text{t}}^2}{a_0^2}\right).$$
(17)

В выражении (17) первое слагаемое – коэффициент полезных потерь – отвечает за ослабление излучения, обусловленное частичной прозрачностью зеркал резонатора, а второе слагаемое – коэффициент дифракционных потерь – определяет ослабление излучения, вызванное ограниченностью апертуры выходных окон лазерной кюветы (оно получено на основании формулы из работы [21] с учетом того, что при полном обходе резонатора пучок четырежды виньетируется окнами лазерной кюветы). Несмотря на абсолютную малость дифракционных потерь, их совместное с потерями первого типа (также малыми) влияние на процесс генерации при заданном усилении определяет радиус генерируемого лазерного пучка.

Подстановка выражения (17) в (16) приводит к трансцендентному уравнению для мощности генерируемого пучка, соответствующей заданным значениям коэффициентов отражения зеркал, коэффициента усиления среды, длины и радиуса лазерной кюветы, а также радиуса генерируемого лазерного пучка.

Получим решение уравнения (16) относительно мощности P_0 в случае незначительного превышения порога генерации и зависимости коэффициента усиления от интенсивности вида

$$\alpha_0(I_0) = \frac{\alpha_0}{1 + I_0/I_s},\tag{18}$$

где α_0 – ненасыщенный коэффициент усиления; $I_{\rm s}$ – интенсивность насыщения.

После подстановки в подынтегральное выражение (16) формулы (18) и выражения (15) для интенсивности I_0 , линеаризации подынтегрального выражения по интенсивности и использования выражения (17) получим следующее выражение для мощности:

$$P_{0}(a_{0}) = \frac{P_{s}}{\delta S} \frac{\alpha_{ext}/\alpha_{0}}{1 - \exp(-2\delta S)} \left\{ \frac{\alpha_{0}}{\alpha_{ext}} [1 - \exp(-\delta S)] - 1 \right\}$$
$$\approx \frac{P_{s}}{\delta S} \left[\frac{\delta \alpha}{1 + \delta \alpha_{dif}(\delta S)} - 1 \right], \tag{19}$$

где $P_s = \pi a_t^2 I_s$ – характерная мощность насыщения; $\delta S = \delta S(a_0) = a_t^2 / a_0^2$ – отношение площади поперечного сечения лазерной кюветы к эффективной площади лазерного пучка;

$$\delta \alpha = -2\alpha_0 L_{\rm t} / \ln R \tag{20}$$

 превышение порога генерации (отношение ненасыщенного коэффициента усиления к коэффициенту полезных потерь, определяющих порог возникновения генерации);

$$\delta \alpha_{\rm dif}(\delta S) = -8 \exp(-\delta S) / \ln R \tag{21}$$

– относительные дифракционные потери (отношение коэффициента дифракционных потерь к коэффициенту полезных потерь); $R = R_0 R_L < 1$ – результирующий коэффициент отражения.

При записи выражения (19) учтено, что в рассматриваемом случае отношение $\alpha_{\rm ext}/\alpha_0$ незначительно отличается от единицы, а также принято, что эффективность усиления генерируемого пучка близка к единице, поэтому $1 - \exp(-\delta S) \approx 1$.

Обсудим зависимость (19) мощности лазерного пучка от его радиуса a_0 в случае выполнения условия самовозбуждения генератора ($\delta \alpha > 1$). С одной стороны, поскольку относительные дифракционные потери $\delta \alpha_{dif}$ (21) экспоненциально зависят от δS , то при некоторых относительно малых радиусах a_0 этими потерями можно пренебречь. Тогда вместо (19) мощность излучения будет иметь следующую зависимость от радиуса:

$$P_0(a_0) = P_s(\delta \alpha - 1) / \delta S = \pi a_0^2 I_s(\delta \alpha - 1).$$
(22)

Таким образом, при достаточно малых радиусах пучка, при которых дифракционные потери пренебрежимо малы, получается обычная зависимость мощности генерации лазерного излучения от характеристик пучка (a_0), среды (a_0 , I_s) и резонатора ($R = R_0 R_L$). В этом случае мощность с увеличением радиуса пучка возрастает. С другой стороны, из (19) видно, что при некотором радиусе пучка вследствие проявления дифракционных потерь условие самовозбуждения генератора нарушится и мощность обратится в нуль. Прекращению генерации соответствует радиус, который определяется условием $\delta \alpha_{dif}(\delta S) = \delta \alpha - 1$. Поскольку мощность всегда положительна, из проведенного анализа следует, что при некотором радиусе пучка она становится максимальной.

Отмеченные закономерности демонстрирует рис.1, на котором представлены зависимости относительной мощности $\tilde{P} = P_0/P_s$ от радиуса пучка a_0 , полученные для разных превышений порога генерации $\delta \alpha$ и результирующих коэффициентов отражения R. Видно, что при каждом уровне превышения порога генерации и каждом значении R мощность с ростом a_0 сначала возрастает, затем достигает максимума и далее уменьшается.

Таким образом, мощность пучка является немонотонной функцией его радиуса. Каждой паре значений $\delta \alpha$ и *R* соответствуют и максимальный радиус пучка, при котором действие дифракционных потерь приводит к прекращению генерации, и радиус пучка, при котором мощность принимает максимальное значение $P_{\rm max}$.

В настоящей работе для установления однозначной зависимости характеристик пучка от условий накачки лазера и параметров резонатора примем, что в процессе



Рис.1. Относительная мощность P излучения в зависимости от радиуса лазерного пучка a_0 ($a_t = 2.4$ см, $L_t = 2$ м) при R = 0.99 (сплошные кривые) и 0.97 (штриховые кривые) и различных $\delta \alpha$.

генерации при заданных условиях создается частично когерентный пучок такого радиуса, при котором мощность излучения максимальна. Строгий критерий определения радиуса генерируемого пучка будет сформулирован в последующих работах и там же будет сделана оценка точности принятого предположения.

4. Характеристики генерируемого частично когерентного пучка

Используем далее сделанное предположение для нахождения при заданных условиях накачки лазера и параметрах резонатора основных характеристик частично когерентного гауссова пучка, каковыми являются: мощность, радиус, радиус когерентности и угол расходимости. Поставленная задача решается в несколько этапов.

Во-первых, по заданным радиусам кривизны зеркал и положению зеркал относительно лазерной трубки в соответствии с (13) находится радиус b_0 основной поперечной моды. Во-вторых, из совместного решения уравнения (19) и уравнения, получаемого из условия максимума мощности (19) для генерируемого пучка, при заданных превышениях порога генерации и коэффициентах отражения зеркал определяются мощность $P_{\rm max}$ и радиус a_0 лазерного пучка. В-третьих, найденные значения a_0 и b_0 используются для расчета параметра γ по формуле, получаемой из выражения (8):

$$\gamma = \frac{a(z)}{2b(z)}\sqrt{1 - \frac{b^4(z)}{a^4(z)}} = \frac{a_0}{2b_0}\sqrt{1 - \frac{b_0^4}{a_0^4}}.$$
 (23)

Зная параметр γ , можно определить радиус когерентности ρ_{c0} (9) и угол расходимости

$$\theta_{\rm pc} = A^2(\gamma)\theta_{\rm c} \tag{24}$$

генерируемого гауссова частично когерентного пучка. Здесь $\theta_c = \lambda/(\sqrt{2}\pi a_m)$ – угол расходимости когерентного гауссова пучка, который в перетяжке имеет эффективный радиус a_m .

Рассмотрим случай, когда резонатор формирует практически постоянные по длине основную поперечную моду радиусом $b_0 = 2$ мм и частично когерентный лазерный пучок. В расчетах примем, что лазерная кювета имеет длину $L_t = 2$ м и радиус $a_t = 2.4$ см. После дифференциро-



Рис.2. Относительная максимальная мощность \vec{P}_{max} лазерного излучения в зависимости от ненасыщенного коэффициента усиления α_0 с учетом (сплошные линии) и без учета (штриховые линии) дифракционных потерь при различных R.

вания мощности (19) по радиусу пучка a_0 и приравнивания результата нулю получим следующее уравнение относительно δS :

$$\delta \alpha [1 - (\delta S + 1)\delta \alpha_{\rm dif} (\delta S)] = 1.$$
⁽²⁵⁾

Система уравнений (19), (25) имеет единственное решение и позволяет однозначно определить мощность P_{\max} (максимальное значение мощности (19)) и радиус a_0 лазерного пучка. Некоторые результаты решения этой системы представлены на рис.2–4.

На рис.2 приведены зависимости относительной мощности $P_{\text{max}} = P_{\text{max}}/P_{\text{s}}$ от ненасыщенного коэффициента усиления для двух значений результирующего коэффициента отражения *R*. Для сравнения на этом рисунке также представлены аналогичные зависимости, полученные без учета дифракционных потерь посредством решения системы (22), (25). Из рис.2 видно, что мощность частично когерентного пучка внутри лазерной кюветы практически линейно растет с увеличением коэффициента усиления лазерной среды и возрастает с уменьшением пропускания зеркал. Это известный в лазерной физике результат. Развитая в данной работе теория позволяет оценить степень влияния дифракционных потерь на протекание процесса лазерной генерации. Сравнение сплошных и штриховых линий на рис.2 показывает, что по мере роста коэффициента усиления среды зависимость мощности излучения от дифракционных потерь становится все более заметной. Это связано с тем, что увеличение коэффициента усиления приводит к возрастанию не только мощности излучения, но и радиуса лазерного пучка, вследствие чего растут дифракционные потери.

Изменения радиуса частично когерентного пучка и угла его расходимости в зависимости от превышения порога генерации и мощности излучения демонстрирует рис.3. Видно, что вблизи порога генерации происходит резкое возрастание радиуса пучка. При незначительных превышениях порога самовозбуждения лазера он достаточно быстро достигает значений, бо́льших радиуса основной поперечной моды b_0 . При этом, вследствие вовлечения в процесс генерации все большего числа поперечных мод, происходит достаточно быстрое увеличение угла расходимости генерируемого пучка по сравнению с расходимостью когерентного гауссова пучка и, следовательно, уменьшение радиуса когерентности. Далее, при превышении порога генерации на десятки и более процентов, на-



Рис.3. Радиус a_0 и относительная расходимость $\hat{\theta} = \theta_{\rm pc}/\theta_{\rm c}$ лазерного пучка в зависимости от превышения порога генерации $\delta \alpha$ и относительной максимальной мощности пучка $\tilde{P}_{\rm max}$ при различных R.



Рис.4. Относительные дифракционные потери $\delta \alpha_{dif}$ в зависимости от превышения порога генерации $\delta \alpha$ при различных *R*.

блюдается плавный рост и радиуса, и угла расходимости лазерного пучка.

Отношение дифракционных потерь к потерям, вызванным выводом излучения из резонатора, а также практически линейную скорость нарастания дифракционных потерь с увеличением $\delta \alpha$ демонстрирует рис.4. Видно, что при превышении порога генерации лазера на десятки процентов дифракционные потери составляют единицы процентов от потерь, обусловленных выводом излучения из лазера. Несмотря на относительную малость дифракционных потерь, именно их баланс с усилением и полезными потерями «стабилизирует» диаметр частично когерентного пучка.

5. Заключение

В настоящей работе метод разложения функции когерентности излучения по частично когерентным модам применяется для описания стационарной генерации гауссова частично когерентного пучка в лазере с устойчивым резонатором. Рассмотрен случай, когда на генерацию многомодового частично когерентного пучка не оказывают влияние ни межмодовые биения поля излучения, ни частотная дисперсия коэффициента усиления. В этом случае изменение в резонаторе функций когерентности встречных лазерных пучков описывается уравнениями, в которых взаимодействие излучения со средой определяется коэффициентом усиления, зависящим от средней интенсивности генерируемого пучка. Задача генерации гауссова частично когерентного пучка для заданных условий накачки лазера и параметров резонатора решена на основе упрощенной качественной модели. В предположении, что при стационарной генерации лазера формируется пучок, радиус которого соответствует максимальной мощности излучения, получена система уравнений для мощности генерируемого пучка и его радиуса. Решение этой системы позволяет определить зависимость характеристик пучка (интенсивность, радиус, радиус когерентности, угол расходимости) от характеристик активной среды (коэффициент усиления, интенсивность насыщения) и резонатора (радиусы кривизны зеркал, длина резонатора, радиус кюветы). Обсуждается также роль дифракционных потерь в установлении стационарных характеристик генерируемого излучения.

В заключение хотелось бы поблагодарить Р.Х.Алмаева за плодотворное обсуждение данной работы, полезные замечания, а также за то, что познакомил около двадцати лет назад автора с теорией гауссова частично когерентного лазерного пучка.

Исследования выполнены при финансовой поддержке РФФИ и правительства Калужской области (грант № 09-02-97531).

- Кон А.И., Татарский В.И. Изв. вузов. Сер. Радиофизика, 15, 1547 (1972).
- 2. Беспалов В.И., Пасманик Г.А. ДАН СССР, 210, 309 (1973).
- Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику (М.: Наука, 1981).
- Алешкевич В.А., Кожоридзе Г.Д., Матвеев А.Н. УФН, 161 (9), 81 (1991).
- Воробьёв В.В. Тепловое самовоздействие лазерного излучения в атмосфере. Теория и модельный эксперимент (М.: Наука, 1987).
- Алмаев Р.Х. Труды Института экспериментальной метеорологии, 18 (71), 58 (1978).
- Зуев В.Е., Банах В.А., Покасов В.В. Современные проблемы атмосферной оптики. Т. 5. Оптика турбулентной атмосферы (Л.: Гидрометеоиздат, 1988).
- Арутюнян А.Г., Ахманов С.А., Голяев Ю.Д. и др. ЖЭТФ, 64 (5), 1511 (1973).
- Тункин В.Г., Чиркин А.С. Статистические свойства лазерного излучения. Дополнение к кн. Я.Перина «Когерентность света» (М.: Мир, 1974, с. 324–340).
- 10. Young M., Drewes P.L. Opt. Commun., 2, 253 (1970).
- Ахманов С.А., Чиркин А.С. Статистические явления в нелинейной оптике (М.: изд-во МГУ, 1971).
- 12. Пасманик Г.А. ЖЭТФ, 66 (2), 490 (1974).
- Ахманов С.А., Голяев Ю.Д., Тункин В.Г., Чиркин А.С. Квантовая электроника, 2, 1171 (1975).
- Абдуллин У.А., Горшков В.А., Клюкач И.Л. и др. Квантовая электроника, 2, 967 (1975).
- Кросиньяни Б., Ди Порто П., Бертолотти М. Статистические свойства рассеянного света (М.: Наука, 1980).
- Дерюгин И.А., Погибельский А.П., Устинов Н.Д., Федулов И.А. Квантовая электроника, 7, 888 (1980).
- 17. Суворов А.А. Квантовая электроника, 40, 210 (2010).
- 18. Ханин Я.И. Основы динамики лазеров (М.: Физматлит, 1999).
- Быков В.П., Силичев О.О. Лазерные резонаторы (М.: Физматлит, 2004).
- 20. Дюжов Ю.А., Кухарчук О.Ф., Полетаев Е.Д. и др. Квантовая электроника, **40**, 11 (2010).
- 21. Кубарев В.В. Квантовая электроника, 30, 824 (2000).