

Угловые ширины синхронизма в двухосных нелинейных кристаллах преобразователей частоты

С.Г.Гречин

Показано, что в общем случае в двухосных нелинейных кристаллах угловые ширины синхронизма должны вычисляться в системе координат, в которой согласованно определяются угловые расстройки кристалла и расходимость лазерного излучения. Угловые ширины синхронизма в этой системе координат могут значительно отличаться от определяемых традиционно. Найдена оптимальная ориентация системы координат, в которой необходимо определять угловые ширины синхронизма. Установлено, что в общем случае в двухосных кристаллах, как и в одноосных, всегда реализуются не критичный по углу синхронизм по одной координате и критичный по другой, а также возможна реализация не критичного по углу синхронизма четвертого порядка.

Ключевые слова: двухосные кристаллы, преобразование частоты, фазовый синхронизм, угловые ширины синхронизма, не критичный синхронизм.

1. Введение

Для задач нелинейно-оптического преобразования частоты в кристаллах существенными являются нелинейные и фазосинхронные параметры [1]. Если нелинейные параметры (коэффициент эффективной нелинейности) определяют нелинейный отклик в каждой точке по длине среды, то фазосинхронные определяют как условие реализации фазового синхронизма (когерентного накопления), так и ограничения эффективности процесса преобразования. В частности, частотная и пространственная дисперсии, а также температурная зависимость показателей преломления определяют спектральную, угловые и температурную ширины синхронизма. Методика определения угловых ширин синхронизма, первоначально введенная и используемая для одноосных кристаллов, была полностью перенесена на двухосные. Ряд особенностей двухосных кристаллов показывает, что эта методика неточно описывает свойства кристаллов для нелинейно-оптического преобразования частоты. В настоящей работе выбрана система координат, в которой согласованно определяются угловые ширины синхронизма, расходимость лазерного излучения и разъюстировка кристалла по углам. Показано значительное отличие угловых ширин синхронизма в этой системе координат от определяемых традиционно. Также показано, что в наиболее общем случае в двухосном кристалле синхронизм всегда по одной угловой координате является критичным, а по другой – не критичным (как второго, так и более высокого порядка).

2. Рабочие системы координат для описания свойств кристаллов и излучения

Направление фазового синхронизма во всех типах кристаллов определяется в полярной системе координат (кристаллооптической) двумя углами – φ и θ (рис.1). Угол φ определяет поворот плоскости II относительно исходного положения – базовой плоскости I (плоскости xz), а угол θ – направление волновых векторов k_i взаимодействующих волн в плоскости II, для которых выполняется условие фазового синхронизма $\Delta k = k_3 - k_2 - k_1 = 0$. Здесь и далее мы ограничимся рассмотрением скалярного синхронизма.

Для одноосных кристаллов угол θ , определяющий направление фазового синхронизма, – это угол раскрытия конуса направлений фазового синхронизма, осью которого является ось z . Для двухосных кристаллов направления фазового синхронизма представляют собой коничес-

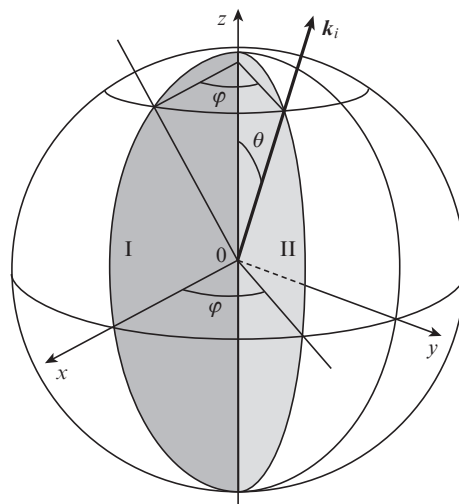


Рис.1. Система координат кристалла.

С.Г.Гречин. НИИ радиоэлектронной техники Московского государственного технического университета им. Н.Э.Баумана, Россия, 105005 Москва, 2-я Бауманская ул., 5; e-mail: gera@bmtu.ru

Поступила в редакцию 11 марта 2010 г., после доработки – 7 июня 2010 г.

кие поверхности четвертого порядка [2–5], осью которых является одна из осей кристалла.

Угловые ширины синхронизма $2\Delta\theta$ и $2\Delta\varphi$ определяются на единичной длине кристалла (традиционно $L = 10$ мм) как допустимое отклонение от направления фазового синхронизма, при котором эффективность преобразования частоты уменьшается в заданное число раз. При существующем методе описания свойств кристалла одним из углов, определяющих угловые ширины синхронизма, является угол θ , по которому допустимое отклонение определяется в плоскости II, где лежит ось пучка излучения. По углу φ (при неизменном угле θ) допустимое отклонение определяется на поверхности конуса, осью вращения которого является ось z (рис.1).

Расходимость лазерного излучения в общем случае определяется в двух взаимно ортогональных плоскостях, линия пересечения которых совпадает с направлением осей взаимодействующих пучков излучения. Назовем эту систему координат системой координат лазерного излучения. В этом случае только отстройка $\Delta\theta$ по углу θ в плоскости II (угловая ширина синхронизма $2\Delta\theta$) (рис.2) может сопоставляться с расходимостью излучения. Отстройка $\Delta\varphi$ по углу φ не соответствует определению расходимости по другой координате. Это не было актуально для одноосных кристаллов (за исключением случая фокусировки излучения в кристалл цилиндрической линзой), в которых синхронизм по углу φ является некритичным и имеет угловую ширину, значительно большую угловой ширины критичного синхронизма $2\Delta\theta$. В двухосных кристаллах ситуация иная и, как будет показано ниже, имеется существенное различие угловых ширины синхронизма, что может приводить к значительным ошибкам последующих вычислений.

Для согласованного описания изменения свойств кристалла и расходимости лазерного излучения необходимо рассматривать расстройку в плоскости, ортогональной плоскости II (плоскость III на рис.2). Линия пересечения плоскостей II и III совпадает с осью пучка лазерного излучения. В плоскости III угловую отстройку от направления фазового синхронизма будем обозначать $\Delta\psi$, т.е. перейдем к описанию свойств в эйлеровой системе координат. Если при изменении θ угол φ не изменяется, то при изменении угла ψ одновременно изменяются θ и φ .

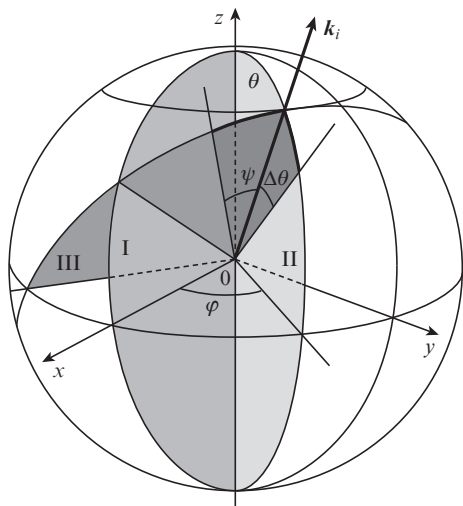


Рис.2. Система координат лазерного излучения.

Нет смысла делать переход к описанию свойств кристалла и направлений фазового синхронизма в системе координат лазерного излучения. Достаточно установить связь между ψ и углами θ , φ и сохранить описание свойств кристалла в кристаллооптической системе координат. Выражения, описывающие эту связь, имеют следующий вид:

$$\cos \theta = \cos \theta_0 \cos \psi, \tag{1}$$

$$\cos \varphi = \frac{\cos \varphi_0 \sin \theta_0 \cos \psi - \sin \varphi_0 \sin \psi}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta_0 \cos^2 \psi}}. \tag{2}$$

Здесь φ_0 и θ_0 – начальные значения углов φ и θ , характеризующие направление фазового синхронизма.

При $\theta_0 = 90^\circ$ из (2) следует очевидное соотношение $\varphi = \varphi_0 + \psi$, а при $\theta_0 = 0$ в общем случае ($\psi \neq 0$) имеем $\varphi = \varphi_0 \pm 90^\circ$.

Различие угловых ширины синхронизма $2\Delta\varphi$ и $2\Delta\psi$ обусловлено нелинейной зависимостью φ от ψ . Углы θ и φ имеют нелинейную зависимость от ψ , характер которой определяется углом θ_0 . На рис.3 приведены зависимости углов θ и φ от ψ при различных углах θ_0 . В области малых значений ψ (соответствующих типичным угловым ширинам синхронизма кристаллов) величина $d\varphi/d\psi$ изменяется от 1.0 (при $\theta_0 = 90^\circ$) до бесконечности (при $\theta_0 = 0$). В частном случае $\theta_0 = 90^\circ$ связь между φ и ψ линейная, что дает $2\Delta\varphi = 2\Delta\psi$. Можно считать, что такое соотношение выполняется и при $\theta_0 \geq 70^\circ$. Угловая ширина синхрониз-

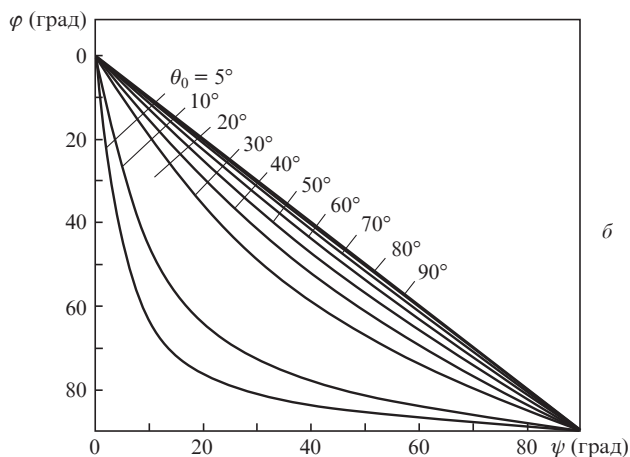
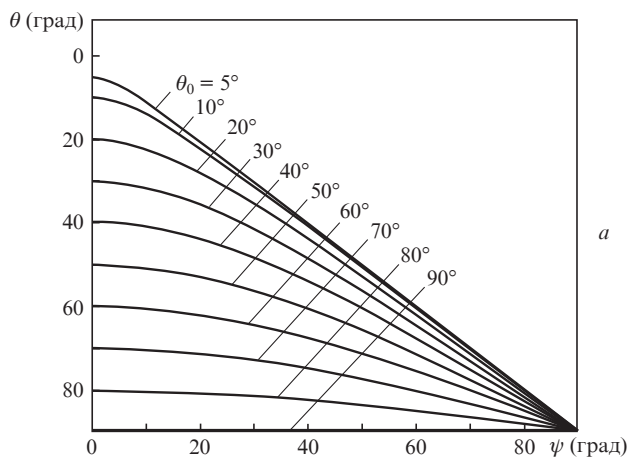


Рис.3. Зависимости углов θ (а) и φ (б) от ψ при различных значениях θ_0 .

ма $2\Delta\psi$ определяется характером углового распределения конуса направлений фазового синхронизма, описываемого для двухосных кристаллов уравнением четвертого порядка, и величиной двулучепреломления.

Все изложенное в этом разделе справедливо для двухосных кристаллов всех точечных групп симметрии.

3. Фазосинхронные свойства кристалла LBO

Рассмотрим все сказанное выше на примере генерации третьей гармоники (ГТГ) излучения с длиной волны $\lambda = 1.0642$ мкм в кристалле LBO (процесс $\omega + 2\omega$), позволяющем продемонстрировать все основные закономерности и особенности определения угловых ширин синхронизма в разных системах координат. Диаграмма направлений фазового синхронизма для этого случая приведена на рис.4 (кривые АВ и CD). В этом режиме преобразования частоты реализуются два типа взаимодействия – ssf (slow–slow–fast) и fsf (fast–slow–fast). Точками А, В, С и D отмечены направления фазового синхронизма в главных плоскостях кристалла.

На рис.4 также приведены проекции систем координат на направления фазового синхронизма в плоскости xz (точка А), в которых определяются угол φ (на дуге АМ в плоскости, параллельной плоскости xy) и угол ψ (на дуге АР в плоскости, перпендикулярной плоскости xz при $\varphi = 0$).

В точке $\varphi_0 = 0, \theta_0 = 17^\circ 37' 12''$ (точка А) плоскость в системе координат лазерного излучения, в которой отсчитывается угол ψ (плоскость III на рис.2), является касательной к конусу направлений фазового синхронизма, что позволяет ожидать и большего значения угловой ширины синхронизма в этой плоскости. Однако большая величина $d\varphi/d\psi = 3.3$ приводит к тому, что малое отклонение от направления фазового синхронизма по углу ψ дает значительное изменение угла φ и, как следствие, большую расстройку от направления фазового синхронизма. Некоторые значения углов ψ , отсчитываемые от исходного направления $\varphi_0 = 0, \theta_0 = 17^\circ 37' 12''$ в системе координат лазерного излучения, приведены на рис.4 на дуге АР.

На рис.5 показаны зависимости от φ угловых ширин синхронизма $2\Delta\varphi$ (определяемых традиционно и приводимых в справочной литературе) и $2\Delta\psi$ вдоль направления

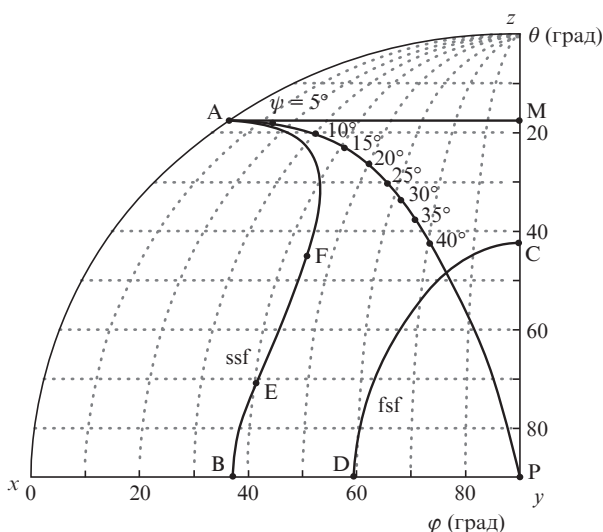


Рис.4. Направления фазового синхронизма и рабочая система координат отсчета угловых расстройк.

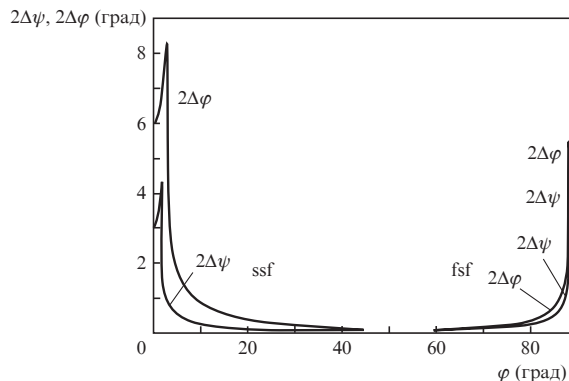


Рис.5. Зависимости угловых ширин синхронизма для фазового синхронизма ssf- и fsf-типов.

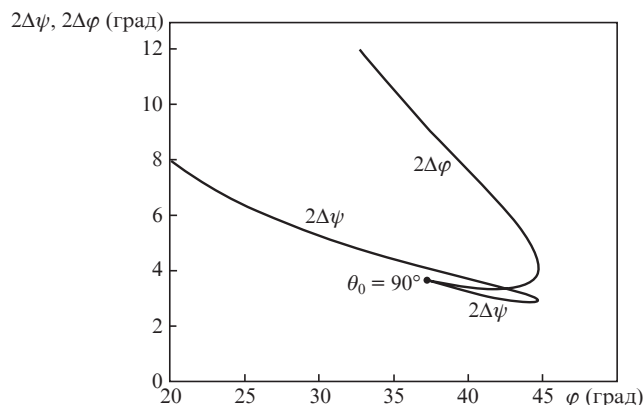


Рис.6. Зависимости угловых ширин синхронизма для фазового синхронизма ssf-типа в области $\theta_0 = 90^\circ$.

фазового синхронизма для взаимодействий ssf- и fsf-типов в кристалле LBO при ГТГ излучения с $\lambda = 1.0642$ мкм. Здесь и далее все угловые ширины синхронизма приведены внутри кристалла длиной 10 мм и определяются по уровню половины интенсивности. При $\varphi_0 = 0$ для взаимодействия ssf-типа $2\Delta\varphi$ и $2\Delta\psi$ различаются в два раза ($2\Delta\varphi = 5^\circ 56' 24''$ и $2\Delta\psi = 2^\circ 57' 7''$), а их разность монотонно убывает при увеличении угла θ . Аналогичные приведенные на рис.5 зависимости в окрестности $\theta_0 = 90^\circ$ показаны на рис.6 для взаимодействия ssf-типа. Петлевой характер зависимостей соответствует двум ветвям кривой синхронизма (на рис.4 дуги АР и ВР). Здесь также имеется значительное различие ширин $2\Delta\varphi$ и $2\Delta\psi$. При $\theta_0 = 90^\circ$ (в плоскости xy) имеем $2\Delta\varphi = 2\Delta\psi$. Аналогичное соотношение выполняется и для взаимодействия fsf-типа (рис.5). Однако большее значение θ_0 в плоскости xz ($\theta_0 = 42^\circ 11' 19''$), по сравнению с его значением в плоскости yz , обуславливает меньшее различие ширин $2\Delta\varphi$ и $2\Delta\psi$. В плоскости yz угловые ширины $2\Delta\varphi = 3^\circ 53' 47''$ и $2\Delta\psi = 2^\circ 55' 12''$.

В одноосных кристаллах нельзя реализовать синхронизм при $\theta_0 = 0$ (фазовый синхронизм вдоль оси z), который был бы возможен только при нулевой дисперсии среды. В двухосных кристаллах аналогом этого является невозможность реализации фазового синхронизма вдоль оптических осей, а синхронизм при $\theta_0 = 0$ реализуется как в общем случае генерации суммарной частоты, так и при генерации второй гармоники, что хорошо видно из обобщенных диаграмм направлений фазового синхронизма [3–5]. Нетрудно видеть, что в том случае, когда угол фазового синхронизма $\theta_0 = 0$, традиционно определяемая

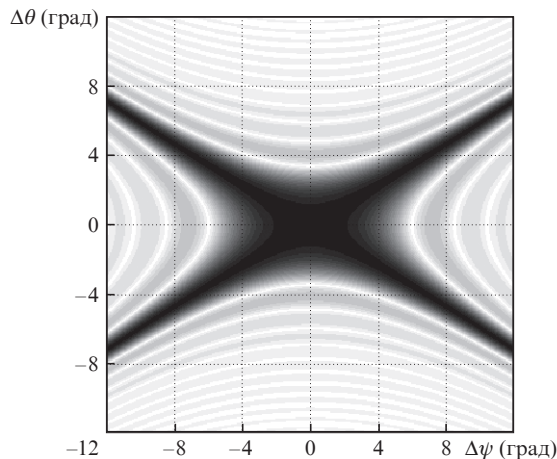


Рис.7. Распределение относительной эффективности преобразования ssf-типа в кристалле LBO при ГТГ излучения с $\lambda = 0.9731$ мкм ($\varphi = 0, \theta = 0$). Здесь и на рис.8, 11 области белого цвета соответствуют нулевым значениям, а черного – максимальным.

угловая ширина синхронизма $2\Delta\varphi = 360^\circ$, а $2\Delta\theta$ зависит от угла φ . На рис.7 приведено распределение относительной эффективности преобразования (в приближении заданного поля) для взаимодействия ssf-типа при ГТГ излучения с $\lambda = 0.9731$ мкм (направление фазового синхронизма совпадает с направлением оси z). Для этого случая в главных плоскостях угловые ширины синхронизма $2\Delta\psi = 3^\circ 28' 54''$ и $2\Delta\theta = 2^\circ 5' 41''$. В этих плоскостях синхронизм является не критичным синхронизмом второго порядка ($d\Delta k/d\theta = 0$ и $d^2\Delta k/d\theta^2 \neq 0$).

4. Предельные угловые ширины синхронизма

При выборе длины кристалла угловые ширины синхронизма сопоставляются с расходимостью излучения. Для осесимметричного пучка излучения из двух угловых ширин синхронизма выбирается минимальная, которая и сопоставляется с расходимостью излучения. Определяемые для двухосных кристаллов ширины $2\Delta\theta$ и $2\Delta\psi$ (или $2\Delta\varphi$) показывают, что в общем случае (обычно называемым критичным синхронизмом) конус фазового синхронизма в рассматриваемом направлении (φ_0, θ_0) ориентирован под некоторым углом γ к системе координат $\theta\varphi$. На рис.8 в качестве примера приведено распределение относительной эффективности преобразования частоты для взаимодействия sff-типа в системе координат лазерного излучения $(\psi\theta)$ в направлении $\varphi_0 = 40.1^\circ, \theta_0 = 71.52^\circ$ (точка E на рис.4) при ГТГ излучения с $\lambda = 1.0642$ мкм. Видно, что угловые ширины синхронизма необходимо определять в системе координат лазерного излучения, повернутой на угол γ ($\tan \gamma = (d\Delta k/d\psi)/(d\Delta k/d\theta)$) вокруг оси, совпадающей с направлением фазового синхронизма. Тогда угловая расстройка ψ будет определяться в плоскости, касательной к конусу фазового синхронизма. Переход от исходной системы координат лазерного излучения $(\psi\theta)$ к системе координат $\psi'\theta'$ проводится с помощью стандартной процедуры поворота системы координат. В этом случае будут определены минимальная и максимальная угловые ширины синхронизма. Именно с минимальной найденной угловой шириной синхронизма и необходимо сравнивать расходимость излучения. Для взаимодействий sff- и fsf-типов на рис.9 приведены зависимости от φ оптимального угла поворота γ вдоль кривой фазо-

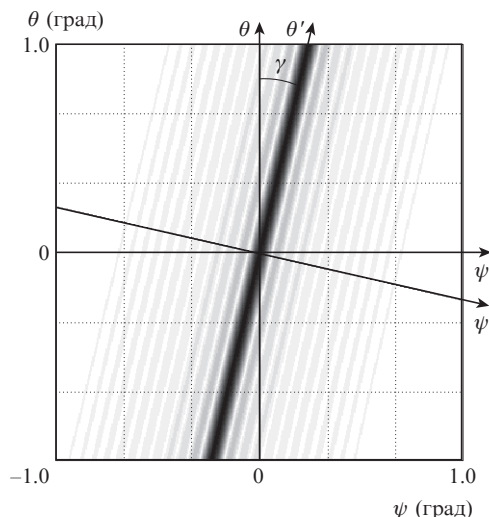


Рис.8. Распределение относительной эффективности преобразования ssf-типа при $\varphi_0 = 40.1^\circ, \theta_0 = 71.52^\circ$.

вого синхронизма. Нулевому значению угла γ отвечает ориентация, параллельная оси z . За положительное направление принят поворот по часовой стрелке (для наблюдателя, находящегося в центре системы координат). На рис.9 отмечены точки, соответствующие фазовому синхронизму в плоскости xu ($\theta_0 = 90^\circ$). В соответствии с характером изменения кривой фазового синхронизма изменяется и угол γ . В рассматриваемом случае для взаимодействия sff-типа он принимает как положительные, так и отрицательные значения, а для fsf-типа – только отрицательные. На рис.9 показаны также зависимости от φ угла ориентации собственных поляризаций δ вдоль кривой фазового синхронизма (эти зависимости приведены для длины волны второй гармоники). Видно, что углы γ и δ не совпадают и изменяются в разных пределах. Так, для взаимодействия fsf-типа угол δ не превышает 10° , а угол γ изменяется от 0 до -90° .

На рис.10 приведены зависимости от φ угловых ширин синхронизма для обоих типов взаимодействия – минимальные и максимальные ширины синхронизма ($2\Delta\theta'$ и $2\Delta\psi'$) для каждого направления фазового синхронизма. Петлевой характер зависимостей для взаимодействия ssf-типа соответствует двум ветвям кривой фазового синхронизма (дуги AF и FB на рис.4). Вдоль кривой синхронизма угловая ширина критичного по углу синхронизма $2\Delta\psi'$

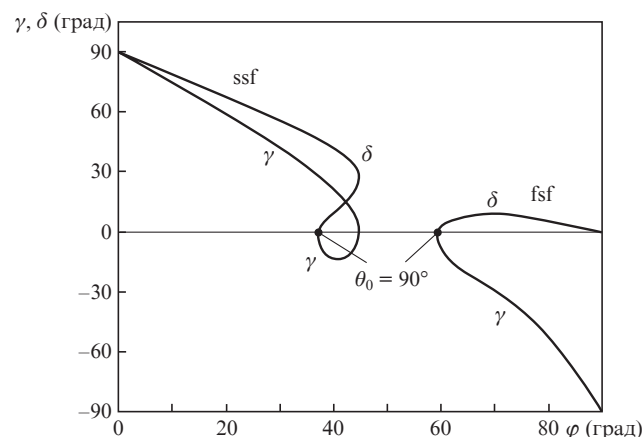


Рис.9. Углы ориентации собственных поляризаций δ и оптимальные углы поворота γ вдоль кривой фазового синхронизма.

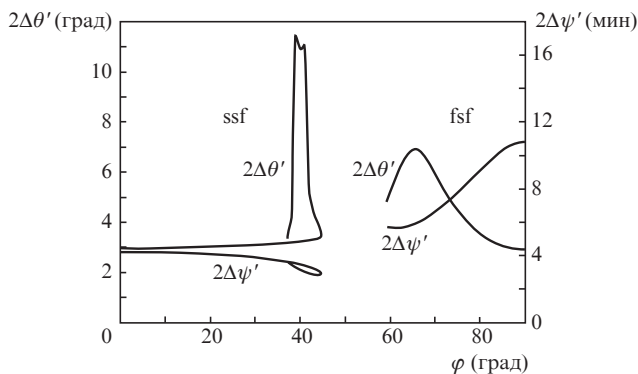


Рис.10. Предельные значения угловых ширин синхронизма.

для взаимодействия ssf-типа лежит в диапазоне 2.9'–4.2', а для fsf-типа – в диапазоне 5.7'–10.8'. Угловая ширина не критичного по углу синхронизма $2\Delta\theta'$ для взаимодействия ssf-типа лежит в диапазоне 3°–11.5°, а для fsf-типа – в диапазоне 3°–7°. Для обоих типов взаимодействия максимальные значения угловой ширины синхронизма $2\Delta\theta'$ достигаются не в главных плоскостях кристалла.

Из этих результатов следует, что в двухосных кристаллах в наиболее общем случае всегда имеют место критичный синхронизм по одной угловой координате и не критичный по другой. Это необходимо подчеркнуть, т.к. традиционно в большом числе публикаций синхронизм только в главных плоскостях определяется как не критичный.

5. Критичные и не критичные по углу синхронизмы разного порядка

В одноосных кристаллах нормальные поверхности для показателей преломления взаимодействующих волн описываются уравнением второго порядка, и в общем случае синхронизм является критичным по углу ($d\Delta k/d\theta \neq 0$) и не критичным при $\theta_0 = 90^\circ$ ($d\Delta k/d\theta = 0$ и $d^2\Delta k/d\theta^2 \neq 0$). Некритичный по углу синхронизм характеризуется зависимостью ширины синхронизма от длины кристалла вида $2\Delta\theta(2\Delta\psi) \propto 1/\sqrt{L}$. Эта ширина больше, чем для критичного синхронизма.

В двухосных кристаллах в общем случае нормальные поверхности для компонент показателей преломления взаимодействующих волн n_s и n_f описываются уравнениями четвертого порядка [1]. Поэтому, как будет показано ниже, принципиально возможна реализация не критичного по углу синхронизма до четвертого порядка включительно, т.е. когда $d^n\Delta k/d\alpha^n = 0$ ($n = 1-3$), $d^4\Delta k/d\alpha^4 \neq 0$, где $\alpha = \theta'$ или $\alpha = \psi'$. В главных плоскостях двухосного кристалла компоненты n_s и n_f описываются уравнениями второго порядка. Поэтому при небольших угловых отклонениях от главных плоскостей не критичный по углу синхронизм будет синхронизмом второго порядка ($d\Delta k/d\alpha = d^3\Delta k/d\alpha^3 = d^4\Delta k/d\alpha^4 = 0$, $d^2\Delta k/d\alpha^2 \neq 0$).

В соответствии с общепринятым определением при не критичном по углу синхронизме производная первого порядка равна нулю, и основной вклад дает производная второго порядка. В двухосных кристаллах в общем случае производные второго и более высокого порядков могут давать соизмеримый вклад.

Так, в случае реализации фазового синхронизма вдоль главных осей кристалла (например вдоль оси z , рис.7), он

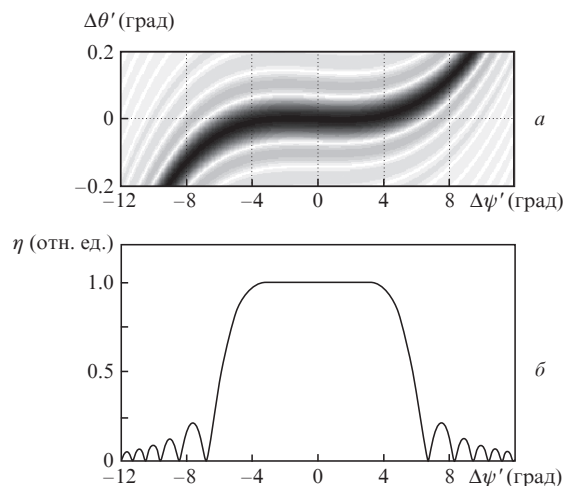


Рис.11. Проекция трехмерного распределения относительной эффективности η преобразования ssf-типа (а) и сечение этого распределения при $\Delta\theta' = 0$ (б).

является не критичным по углу синхронизмом второго порядка в главных плоскостях кристалла и четвертого порядка вдоль кривых фазового синхронизма. Для приведенного на рис.7 примера направления распределений фазового синхронизма составляют углы $\pm 60^\circ$ с плоскостью xz . Вдоль этих направлений угловые ширины синхронизма $2\Delta\psi' = 25^\circ 18' 26''$.

Также не критичный по углу синхронизм четвертого порядка реализуется и для наиболее общих срезов кристалла. Так, например, при $\varphi_0 = 40.1^\circ$, $\theta_0 = 71.48^\circ$ и $\gamma = 76.7^\circ$ для ГТГ излучения с $\lambda = 1.0642$ мкм (точка Е на рис.4) распределение относительной эффективности преобразования представлено на рис.11. На рис.12 сплошной кривой показана зависимость угловой ширины синхронизма от длины кристалла для этого случая. Там же для сравнения штриховыми кривыми представлены зависимости $2\Delta\theta' \propto 1/\sqrt[n]{L}$ ($n = 1-5$), соответствующие критичному и не критичному синхронизмам разного порядка. Такой характер изменения угловой ширины соответствует соизмеримому вкладу всех производных при определяющем вкладе производной четвертого порядка. На рис.13 приведены распределения относительной эффективности преобразования при различных начальных волновых расстройках, показывающие изменение вклада производных разного порядка.

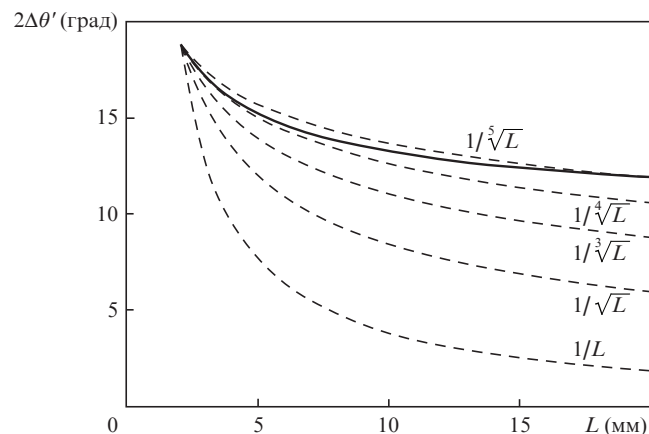


Рис.12. Зависимости угловой ширины синхронизма $2\Delta\theta'$ от длины кристалла.

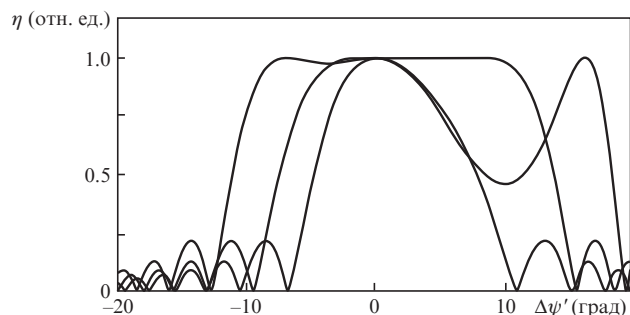


Рис.13. Распределения относительной эффективности η преобразования при различных волновых расстройках.

6. Заключение

Подводя итог, необходимо отметить, что угловые ширины синхронизма для двухосных кристаллов необходимо вычислять в системе координат, в которой определяются расходимость лазерного излучения и угловые расстройки кристалла. Определяемые в традиционно используемой системе координат кристалла угловые ширины синхронизма имеют в общем случае завышенные значения при некритичном по углу синхронизме, а также не позволяют определить ширины синхронизма вдоль оси z кристалла при небольших углах синхронизма θ_0 . В двухосных кристаллах фазовый синхронизм всегда является некритичным по одной угловой координате и критичным по другой. В отличие от одноосных, в двухосных кристаллах может быть реализован некритичный по углу синхронизм высокого порядка (вплоть до четвертого), при котором его угловая ширина, например, для кристалла LBO при ГТГ излучения с $\lambda = 1.0642$ мкм превышает 25° внутри кристалла длиной 10 мм.

Все изложенное выше относится не только к определению угловых ширин синхронизма. Задачу преобразова-

ния частоты лазерного излучения в нелинейных кристаллах целесообразно решать в системе координат собственных поляризаций излучения с целью минимизации числа уравнений и обеспечения устойчивости решения. В общем случае направлений фазового синхронизма при существующем способе определения ширин синхронизма в системах координат кристалла и лазерного излучения будет иметь место критичный по обоим углам синхронизм. Учет только линейной зависимости показателей преломления от угла приведет к потере данных о конечной ширине синхронизма в направлениях, не лежащих в рабочих плоскостях. Наиболее актуально это при решении задачи преобразования частоты излучения в случае его фокусировки в кристалл цилиндрической линзой. Необходимо определить угловую ширину синхронизма и оптимальную ориентацию плоскости фокусировки, которая не совпадает с рабочими плоскостями кристалла. Все это также важно при решении задачи формирования пучков излучения импульсов фемтосекундной длительности (при высокой интенсивности которых часто снимается вопрос о конечной угловой ширине синхронизма) и при реализации параметрической генерации (с точки зрения ширины спектра формируемого излучения).

Все расчеты проводились с использованием справочно-расчетного программного комплекса LID-FC (Laser Investigation and Design – Frequency Conversion) [6].

1. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. *Прикладная нелинейная оптика* (М.: Физматлит, 2004).
2. Dmitriev V.G., Gurzadian G.G., Nikogosian D.N. *Handbook of Nonlinear Optical Crystals* (Berlin–Heidelberg–New York: Springer, 1999).
3. Hobden M.V. *J. Appl. Phys.*, **38**, 4365 (1967).
4. Степанов Д.Ю., Шигорин В.Д., Шипуло Г.П. *Квантовая электроника*, **11**, 1957 (1984).
5. Гречин С.Г., Гречин С.С., Дмитриев В.Г. *Квантовая электроника*, **30**, 377 (2000).
6. <http://lid.bmstu.ru>.