

Модифицированная формула Франца – Нодвика для расчета коэффициента усиления расходящихся лазерных пучков

А.А.Малютин

Приведена модифицированная формула Франца–Нодвика, предназначенная для расчетов усиления расходящихся лазерных пучков с учетом насыщения. Представлены результаты расчетов по предлагаемой формуле и оценивается их точность при сравнении с численными расчетами по программе «Френель».

Ключевые слова: расходящиеся лазерные пучки, насыщение усиления, формула Франца–Нодвика.

1. Введение

В работе [1] выполнен теоретический анализ системы уравнений Франца–Нодвика, учитывающий специфику усиления лазерных пучков со сферическим волновым фронтом. При постановке задачи об условиях применения укороченных уравнений для описания распространения сферических волн авторы [1] рассматривают возможность использования для усиления импульсов фемтосекундной длительности активных газовых сред. Подобная задача решалась ранее и для твердотельных усилителей (см. ссылки в [1]).

Однако, хотя в [1] описаны особенности процесса насыщения усиления для пучков с углами расходимости $0 \leq 2\theta_0 \leq 60^\circ$ для уровней ненасыщенного усиления вплоть до $\exp 5$, при практической реализации усиления расходящихся лазерных пучков, несомненно, могут быть полезны простые оценки в различных экспериментальных условиях. Результаты же работы [1] предоставляют такую возможность лишь в пределе очень слабого или очень сильного насыщения усиления (см. формулы (34) и (35) в [1]).

2. Формула Франца – Нодвика для расходящихся лазерных пучков

Хорошо известна формула Франца–Нодвика, записанная в виде [2]

$$Q_{\text{out}} = Q_s \ln\{1 + \exp(N_0\sigma L)[\exp(Q_{\text{in}}/Q_s) - 1]\}, \quad (1)$$

где Q_{in} и Q_{out} – плотности энергии лазерного излучения на входе в усилитель и на выходе из него; Q_s – плотность энергии насыщения; $N_0\sigma L$ – показатель ненасыщенного усиления; N_0 – концентрация активных частиц; σ – сечение вынужденного испускания; L – длина усилителя. Покажем, что формула (1), используемая для расчетов усиления коллимированных лазерных пучков, может быть модифицирована и для случая пучков со сферическим волновым фронтом.

Для свободно распространяющегося лазерного пучка со сферическим волновым фронтом, имеющего угол расходимости $2\theta_0$ и начальный радиус r_0 , можно привести соотношение, описывающее уменьшение плотности энергии в пучке в зависимости от координаты z :

$$Q(z) = \frac{Q_{\text{in}}}{[1 + (z/r_0) \tan \theta_0]^2}. \quad (2)$$

В усиливающей среде плотность энергии в пучке удобно представить в единицах плотности энергии насыщения Q_s :

$$\frac{Q(z)}{Q_s} = \frac{Q_{\text{in}}}{Q_s[1 + (z/r_0) \tan \theta_0]^2}. \quad (3)$$

Формально плотность насыщения в левой части равенства (3) можно считать зависящей от z , т. е. принять $Q_s(z) = Q_s[1 + (z/r_0) \tan \theta_0]^2$ и рассматривать (3) как соотношение, соответствующее распространению коллимированного пучка в среде с переменной плотностью энергии насыщения. В этом случае за среднее значение плотности энергии насыщения можно принять величину

$$\overline{Q_s(z)} = \frac{Q_s(0) + Q_s(L)}{2} = \frac{Q_s\{1 + [1 + (L/r_0) \tan \theta_0]^2\}}{2}. \quad (4)$$

После подстановки (4) в (1) получим

$$Q'_{\text{out}} = \overline{Q_s(z)} \ln\{1 + \exp(N_0\sigma L)[\exp(Q_{\text{in}}/\overline{Q_s(z)}) - 1]\}. \quad (5)$$

Поскольку площадь расходящегося пучка на выходе усилителя в $[1 + (L/r_0) \tan \theta_0]^2$ раз больше, чем на входе, то плотность энергии на выходе усилителя

$$Q_{\text{out}} = \frac{Q_s\{1 + [1 + (L/r_0) \tan \theta_0]^2\}}{2[1 + (L/r_0) \tan \theta_0]^2} \times \ln\{1 + \exp(N_0\sigma L)[\exp(Q_{\text{in}}/\overline{Q_s(z)}) - 1]\}. \quad (6)$$

Соответственно для коэффициента усиления пучка по энергии получим выражение

$$K = \frac{1 + [1 + (L/r_0) \tan \theta_0]^2}{2Y_0} \ln \left\{ 1 + \exp(N_0 \sigma L) \right. \\ \left. \times \left[\exp \left(\frac{2Y_0}{1 + [1 + (L/r_0) \tan \theta_0]^2} \right) - 1 \right] \right\}, \quad (7)$$

где, как и в [1], $Y_0 = Q_{in}/Q_s$ – плотность энергии излучения на входе в усилитель в единицах энергии насыщения. Аналогично можно рассмотреть усиление лазерного пучка с различной расходимостью по осям x и y .

Оценку точности вычислений по формуле (7) проведем путем сравнения с численными расчетами для расходящихся пучков, выполненными с помощью программы «Френель» [3]. Согласно [3] численные расчеты усиления лазерных пучков осуществляются на пространственной сетке из N^2 ячеек при разбиении усилителя длиной L на m независимых секций и последовательном вычислении в пределах каждой секции:

- изменения пространственной структуры пучка из-за расходимости и дифракции на длине $L/(2m)$;
- изменения энергии пучка в пределах каждой секции усилителя длиной L/m ;
- изменения пространственной структуры пучка из-за расходимости и дифракции на длине $L/(2m)$ после усиления.

В настоящей работе расчеты выполнялись для $Y_0 = 0.04, 0.1, 0.25$, радиуса пучка $r_0 = 1$ см, $N_0 \sigma = 0.05$ см⁻¹ и длины усилителя $L \leq 100$ см. Для адекватного сравнения вычислений по формуле (6) с результатами работы [1] и численными расчетами по программе «Френель» ($N = 512$, $L/m = 2$ см) дифракционные эффекты в последнем случае из рассмотрения были исключены*.

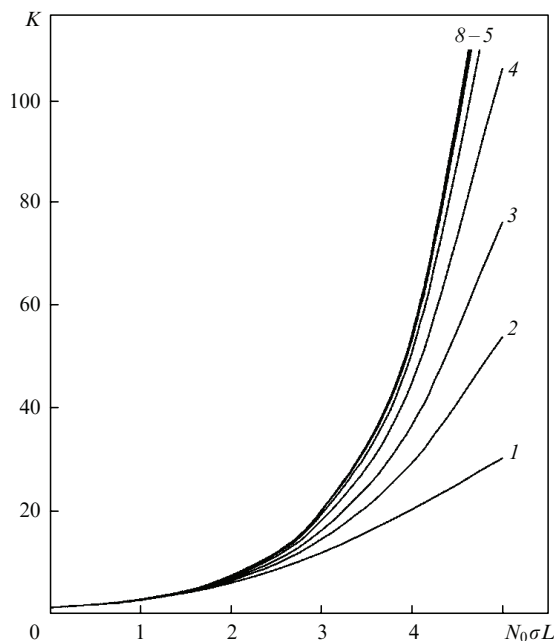


Рис.1. Зависимости коэффициента усиления лазерного пучка по энергии от безразмерного параметра $N_0 \sigma L$ при углах расходимости $2\theta_0 = 0$ (1), 1.25° (2), 2.5° (3), 5° (4), 10° (5), 20° (6), 30° (7) и 60° (8). Плотность энергии пучка на входе в усилитель $Y_0 = 0.1$.

*Длина волны излучения выбиралась настолько малой, что это позволяло в использованной геометрии усилителя пренебречь дифракционными эффектами.

Результаты расчета по формуле (7) для $Y_0 = 0.1$ и набора углов $0 \leq 2\theta_0 \leq 60^\circ$ приведены на рис.1. Диапазон отклонений коэффициентов усиления K (рис.1) от коэффициентов K_F , рассчитанных по программе «Френель»,

$$dK = \frac{K_F - K}{K_F}, \quad (8)$$

составляет $-0.016 \dots 0.08$. Этот диапазон, однако, может быть уменьшен при использовании поправочного коэффициента p , учитывающего нелинейность насыщения усиления. Если принять, что

$$\overline{Q_s(z)} = \frac{Q_s \{1 + [1 + (L/r_0) \tan \theta_0]^2\}}{2p}, \quad (9)$$

то оптимизированное значение $p = 0.893$ приводит к уменьшению диапазона вариации (7) для всех использованных значений Y_0 до $dK = \pm 0.025$. Зависимости $dK(N_0 \sigma L)$ при $Y_0 = 0.1$ и $1.25^\circ \leq 2\theta_0 \leq 60^\circ$ показаны на рис.2.

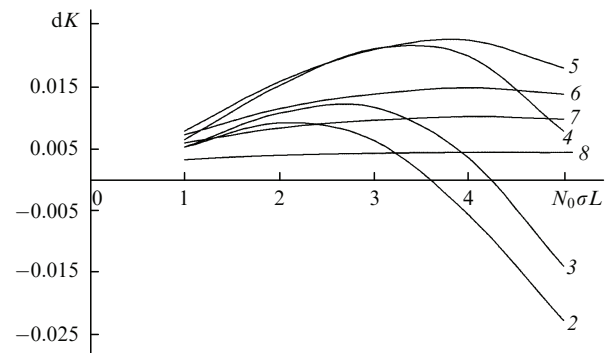


Рис.2. Относительная ошибка вычислений коэффициента усиления расходящегося лазерного пучка с начальной плотностью энергии $Y_0 = 0.1$ в зависимости от параметра усиления $N_0 \sigma L$ и угла расходимости. Номера кривых соответствуют рис.1.

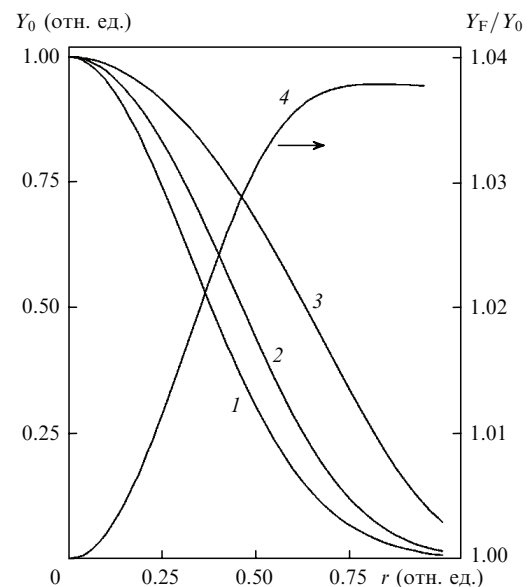


Рис.3. Деформация лазерного пучка с исходным гауссовым распределением плотности энергии при $Y_0 = 0.25$, $w_0 = 1.3$ см, $N_0 \sigma L = 5$, $2\theta_0 = 5^\circ$ (2) и 0 (3). Кривая 1 – исходное распределение плотности энергии в пучке, кривая 4 – отношение рассчитанного по программе «Френель» профиля плотности энергии пучка к расчетным значениям при $2\theta_0 = 5^\circ$.

Формула (7) может быть также использована для вычисления пространственной деформации расходящегося лазерного пучка при насыщении усиления. Для этого во входной плоскости усилителя следует заменить Y_0 зависимостью $Y_0(r)$. Результаты расчета для гауссова пучка вида $Y_0(r) = Y_0 \exp[-2(r/w_0)^2]$ с $Y_0 = 0.25$, $w_0 = 1.3$ см, $2\theta_0 = 5^\circ$, $N_0\sigma L = 5$ и их сравнение с численными расчетами приведены на рис.3.

3. Заключение

Таким образом, основные параметры усиления расходящегося лазерного пучка с достаточно высокой точностью могут быть определены по модифицированной известной формуле Франца – Нодвика, в которой используется усредненное значение энергии насыщения активной среды. Приведенная нами формула легко обоб-

щается на случай пучка с различной расходимостью по осям. При этом следует отметить, что выигрыш от использования расходящихся пучков будет иметь место только в том случае, когда иной способ заполнения апертуры усилителя невозможен. Такая ситуация реализуется, в частности, при заполнении апертуры усилителей с конической геометрией [4] и в некоторых схемах многопроходных усилителей [5].

1. Кузнецова Т.И., Михеев Л.Д. *Квантовая электроника*, **38**, 969 (2008).
2. Simmons W.W., Hunt J.T., Warren W.E. *IEEE J. Quantum Electron.*, **17** (9), 1727 (1981).
3. www.wavesimsoft.com (Fresnel 4.1, User's Guide).
4. Баранова Н.Б., Сенатский Ю.В., Тюрин Ю.Л., Щеглов В.А. *Квантовая электроника*, № 5, 57 (1973).
5. Кильпио А.В., Лариков А.В., Малютин А.А., Пашинин П.П. *Квантовая электроника*, **8**, 1962 (1981).