

Сингулярности поляризации электрического поля в волне на суммарной частоте, возникающей при коллинеарном взаимодействии эллиптически поляризованных гауссовых пучков в объеме нелинейной гиротропной среды

В.А.Макаров, И.А.Пережогин, Н.Н.Потравкин

Предсказано появление сингулярностей поляризации электрического поля в волне на суммарной частоте, возникающей в объеме изотропной гиротропной среды с квадратичной нелинейностью при коллинеарном взаимодействии двух однородно эллиптически поляризованных гауссовых пучков. Найдены параметры волн основного излучения, для которых в поперечном сечении пучка на суммарной частоте формируются линии с циркулярной и линейной поляризациями (С- и L-линии), а также области, внутри которых состояние поляризации плавно меняется от круговой по часовой стрелке до круговой против часовой стрелки. При этом степень эллиптичности эллипса поляризации принимает все возможные значения, а его ориентация остается неизменной.

Ключевые слова: генерация суммарной частоты, эллиптическая поляризация, гауссов пучок, гиротропия, сингулярности поляризации С- и L-типа.

Сингулярности поляризации светового поля – точки или линии в поперечном сечении распространяющегося пучка, в которых интенсивность одной из его ортогонально поляризованных компонент становится равной нулю, – являются предметом многочисленных теоретических и экспериментальных исследований в линейной оптике (см., напр., [1–12]). В одной из первых работ [1] была определена активно используемая в настоящее время терминология, согласно которой геометрическое место точек пространства, где распространяющееся излучение имеет циркулярную (линейную) поляризацию, стали называть С-линиями (L-поверхностями). Последние в плоскости поперечного сечения светового пучка становятся С-точками и L-линиями. В отличие от обычных оптических вихрей, или винтовых фазовых дислокаций, где интенсивность «скалярного» поля равна нулю, изучаемых, как правило, в приближении неизменности поляризации распространяющегося излучения, С-точки, в которых не определена ориентация эллипса поляризации напряженности электрического поля волны, можно назвать «компонентными» оптическими вихрями. В их окрестностях возможны три типа морфологических распределений эллипсов поляризации светового поля, получивших в литературе названия «star», «lemon» и «monstar» (см. [1–6]).

Позднее были исследованы условия образования и динамика развития сингулярностей поляризации в различных задачах линейной оптики. Среди них эволюция случайных векторных полей в изотропных средах [2], рас-

пространение лазерного излучения в двулучепреломляющих хиральных кристаллах [3], рассеяние света атмосферой земли [4], распространение оптических вихрей в двулучепреломляющих кристаллах [10, 11], когерентное взаимодействие ортогонально поляризованных бесселевых пучков [12]. Была установлена фундаментальная связь анизотропии параметров Стокса вблизи С-точек с их морфологией [5]. Интенсивно исследовались физические механизмы, приводящие к появлению сингулярностей в процессе распространения пучков, обладающих регулярным начальным распределением интенсивности и поляризации, в неоднородных средах, световодах и лазерных резонаторах. Отдельно следует отметить разработанные высокоэффективные экспериментальные методы детектирования световых пучков с точками сингулярности фазы и поляризации [7–10]. Подробный обзор этих и других работ приведен в [6].

Несмотря на известность и широкий спектр рассмотренных задач линейной сингулярной поляризационной оптики, исследования возникновения и динамики развития сингулярностей поляризации в нелинейно-оптических процессах практически отсутствуют. Между тем, проведенные в [13–17] исследования поперечного пространственного распределения электрического поля сигнальной волны, генерируемой в различных нелинейных оптических процессах в средах с пространственной дисперсией, свидетельствуют о возможности появления в ней сингулярностей поляризации электрического поля. В частности в [18] была обоснована принципиальная возможность генерации суммарной частоты (ГСЧ) в объеме изотропной гиротропной среды при коллинеарной геометрии взаимодействия пучков излучения на основных частотах, а в [13] получены формулы, полностью описывающие формируемое в сигнальном пучке неоднородное поперечное пространственное распределение поляризации света. В пространстве параметров падающего излучения были построены области, соответствующие фор-

В.А.Макаров. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет; Международный учебно-научный лазерный центр МГУ им. М.В.Ломоносова, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: vamaكارov@phys.msu.ru
И.А.Пережогин, Н.Н.Потравкин. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: iap1@mail.ru

Поступила в редакцию 12 ноября 2010 г.

мированию двух различных типов распределения поляризации в пучке на суммарной частоте. В первом случае направление вращения вектора напряженности электрического поля одинаково во всех точках поперечного сечения сигнального пучка. Во втором случае направление вращения вектора напряженности электрического поля меняется на противоположное при пересечении границ между четырьмя секторами, образованными двумя проходящими через его центр прямыми. В пределах каждого сектора направление вращения вектора напряженности электрического поля не меняется. Уравнения этих прямых, фактически являющихся L-линиями, и условия их возникновения приведены в [13].

В настоящей работе основное внимание уделено исследованию формирования сингулярностей поляризации С-типа в плоскости поперечного сечения пучка на суммарной частоте, генерируемого в объеме изотропной гиротропной среды коллинеарными однородно эллиптически поляризованными гауссовыми пучками основного излучения. Поляризация излучения в поперечном сечении сигнального пучка в этом случае [13] определяется лишь полярным углом и одинакова вдоль любого произвольно выбранного радиального направления, определяемого вектором, началом которого является центр пучка, где интенсивность излучения равна нулю. Цилиндрическая симметрия рассматриваемой задачи запрещает появление С-точек в плоскости поперечного сечения пучка на суммарной частоте, но оставляет возможность возникновения С-линий. Исследование условий их появления составляет предмет данной работы.

В [13, 18] подробно описываются сделанные приближения и методика нахождения решения параболического уравнения для вихревой составляющей сигнальной волны на суммарной частоте в изотропной гиротропной среде, в правой части которого присутствует вихревая составляющая вектора поляризации вещества, появляющаяся в результате коллинеарного распространения двух однородно эллиптически поляризованных падающих гауссовых пучков основного излучения с частотами $\omega_{1,2}$.

Если оси симметрии этих пучков совпадают с осью Z, а плоскость перетяжки $z = l_0$ у них общая и находится на расстоянии l_0 от плоской границы среды, то в цилиндрической системе координат (r, φ, z) циркулярно поляризованные компоненты электрического поля на суммарной частоте $E_{\pm}^{\text{SF}}(r, \varphi, z, t)$ выражаются следующими формулами [13, 18]:

$$E_{\pm}^{\text{SF}}(r, \varphi, z, t) = F_0(r, z)E_{\pm}(\varphi) \times \exp[-i(\omega_1 + \omega_2)t + ik_{\text{SF}}(z - l_0)], \quad (1)$$

где $k_{\text{SF}} = n_{\text{SF}}(\omega_1 + \omega_2)/c$ – волновое число волны на суммарной частоте в гиротропной среде; $n_{\text{SF}} = \sqrt{\varepsilon_{\text{SF}}}$ – показатель преломления; ε_{SF} – диэлектрическая проницаемость вещества на частоте $\omega_1 + \omega_2$. Функция $F_0(r, z)$, явный вид которой приведен в [13, 18], обращается в ноль при $r = 0$ и не влияет на степень эллиптичности

$$M(\varphi) = \frac{|E_+^{\text{SF}}|^2 - |E_-^{\text{SF}}|^2}{|E_+^{\text{SF}}|^2 + |E_-^{\text{SF}}|^2} = \frac{|E_+(\varphi)|^2 - |E_-(\varphi)|^2}{|E_+(\varphi)|^2 + |E_-(\varphi)|^2} \quad (2)$$

волны на суммарной частоте. В формуле (2)

$$E_+(\varphi) = 0.5 \{ [\sqrt{(1 + M_{01})(1 - M_{02})} + (1 - k) \times$$

$$\begin{aligned} & \times \sqrt{(1 + M_{02})(1 - M_{01})} \exp(2i\Psi)] \exp(i\varphi) \\ & + \sqrt{(1 + M_{01})(1 + M_{02})} \exp[2i\Psi - i\varphi] \} \\ & \equiv A_+ \exp[i(\alpha_+ + \varphi)] + B_+ \exp[i(\beta_+ - \varphi)], \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} E_-(\varphi) &= -0.5 \{ \sqrt{(1 - M_{01})(1 - M_{02})} \exp(i\varphi) \\ & + [(1 - k) \sqrt{(1 + M_{01})(1 - M_{02})} + k \exp(2i\Psi) \\ & \times \sqrt{(1 + M_{02})(1 - M_{01})}] \exp(-i\varphi) \} \\ & \equiv A_- \exp[i(\alpha_- + \varphi)] + B_- \exp[i(\beta_- - \varphi)]. \end{aligned}$$

Здесь Ψ – угол между главными осями эллипсов поляризаций волн основного излучения на входе в среду; M_{01} и M_{02} – степени эллиптичности этих эллипсов; $k = 1/(1 + k_2/k_1)$; $k_{1,2}$ – волновые векторы волн основного излучения; A_{\pm} , B_{\pm} , α_{\pm} и β_{\pm} – действительные функции k , $M_{01,02}$ и Ψ . Главная ось эллипса поляризации волны с частотой ω_1 ориентирована вдоль прямой $\varphi = 0$.

Из (2), (3) видно, что степень эллиптичности волны на суммарной частоте определяется только полярным углом φ и имеет период π . Поэтому корни уравнения $M(\varphi) = 0$ задают углы, которые определяют в плоскости поперечного сечения пучка направления прямых, являющихся линиями L-типа. При тех параметрах волн основного излучения, когда это уравнение имеет два корня [13], в плоскости поперечного сечения пучка появляются две пересекающиеся в его центре L-линии, являющиеся границами четырех секторов. Направления вращения векторов напряженности электрического поля в двух соседних секторах противоположны.

Сингулярность поляризации С-типа возникает в тех точках поперечного сечения пучка на суммарной частоте, в которых одна из его циркулярно поляризованных компонент обращается в ноль. Из равенств (3) видно, что $E_+^{\text{SF}} = 0$ при $A_+ = B_+$ и $\varphi = (\beta_+ - \alpha_+)/2 + \pi/2 + \pi n$, а $E_-^{\text{SF}} = 0$ при $A_- = B_-$ и $\varphi = (\beta_- - \alpha_-)/2 + \pi/2 + \pi n$, где $n = 0, 1$. Иными словами, С-линия

$$\begin{aligned} \varphi = \varphi_+ &= -0.5 \arg [k \sqrt{(1 + M_{01})(1 - M_{02})} + (1 - k) \\ & \times \exp(2i\Psi) \sqrt{(1 - M_{01})(1 + M_{02})}] + \Psi + \pi/2, \end{aligned} \quad (4)$$

в точках которой вектор напряженности электрического поля вращается по часовой стрелке, возникает при выполнении условия

$$\begin{aligned} & k^2(1 + M_{01})(1 - M_{02}) + (1 - k)^2(1 - M_{01})(1 + M_{02}) \\ & + 2k(1 - k) \sqrt{(1 - M_{01}^2)(1 - M_{02}^2)} \cos 2\Psi \\ & - (1 + M_{01})(1 + M_{02}) = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

а С-линия

$$\begin{aligned} \varphi = \varphi_- &= 0.5 \arg [k \exp(2i\Psi) \sqrt{(1 - M_{01})(1 + M_{02})} \\ & + (1 - k) \sqrt{(1 + M_{01})(1 - M_{02})}] + \pi/2, \end{aligned} \quad (6)$$

на которой вектор электрического поля вращается против часовой стрелки, – если

$$\begin{aligned}
 &k^2(1 - M_{01})(1 + M_{02}) + (1 - k)^2(1 + M_{01})(1 - M_{02}) \\
 &+ 2k(1 - k)\sqrt{(1 - M_{01}^2)(1 - M_{02}^2)} \cos 2\Psi \\
 &-(1 - M_{01})(1 - M_{02}) = 0.
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

На рис.1 серым цветом показаны области значений степеней эллиптичности волн основного излучения, при которых в поперечном сечении пучка на суммарной частоте не образуются сингулярности поляризации L-типа. При других значениях M_{01} и M_{02} существуют две пересекающиеся на оси симметрии пучка L-линии. В точках сплошных кривых, ограничивающих серые области (их уравнения приведены в [13]), две L-линии сливаются в одну. Штриховые кривые на рис.1 связывают значения M_{01} и M_{02} , при которых в поперечном сечении пучка на суммарной частоте возникают линии С-типа. Рядом с ними поставлен знак «плюс», если при фиксированных k и Ψ зависимость M_{02} от M_{01} следует из равенства (5), и знак «минус», если кривая построена на основе равенства (7).

На рис.2 изображены типичные картины распределений эллипсов поляризации в плоскости поперечного сечения пучка на суммарной частоте. Сумма квадратов длин полуосей каждого эллипса на этом рисунке пропорциональна интенсивности в точке пучка, совпадающей с его центром, отношение длин полуосей однозначно

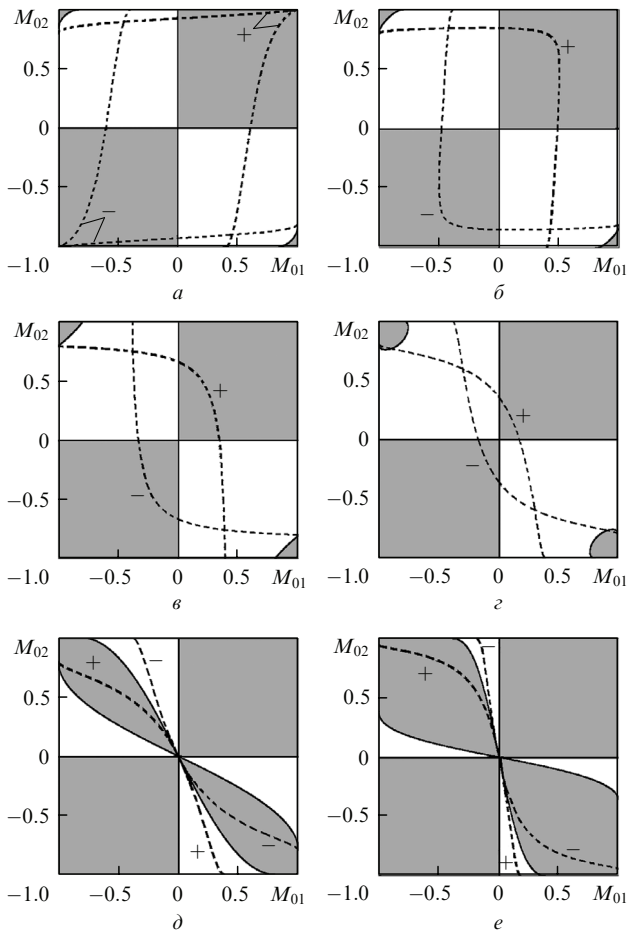


Рис.1. Области значений степеней эллиптичности волн основного излучения, соответствующих генерации сингулярностей поляризации С- и L-типа в поперечном сечении пучка на суммарной частоте при $k_2/k_1 = 2$ и $\Psi_2 = \pi/2$ (а) $\pi/3$ (б), $\pi/4$ (в) и $\pi/6$ (з), а также при $\Psi_2 = 0$ и $k_2/k_1 = 2$ (д) и 5(е).

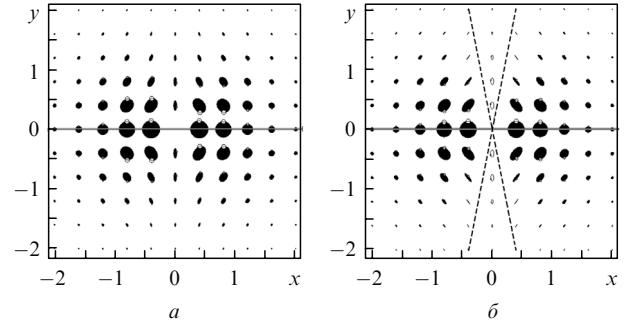


Рис.2. Поперечное пространственное распределение поляризации света в пучке на суммарной частоте при $M_{01} = -0.25, k_2/k_1 = 2, \Psi_2 = \pi/2$ и $M_{02} = -0.938$ (а) и 0.903 (б). Сплошные прямые – С-линии, штриховые – L-линии.

выражается через степень эллиптичности волны в той же точке пространства, а угол наклона его главной оси совпадает с $\Phi(\varphi) = \arg(E_+^{SF} E_-^{SF})$ в центре эллипса. Если значения M_{01} и M_{02} соответствуют тем точкам штриховой кривой на рис.1, которые находятся внутри серой области, то в поперечном сечении пучка на суммарной частоте возникает только одна С-линия (рис.2,а), если точкам внутри белой области – две L-линии и одна С-линия (рис.2,б).

Наши исследования показали, что $M(\varphi_{\pm}) = \mp 1$, а $|\Phi(\varphi_{\pm} + 0) - \Phi(\varphi_{\pm} - 0)| = \pi/2$, т.е. угол поворота главной оси эллипса поляризации в точках φ_{\pm} испытывает скачок на $\pi/2$. Это хорошо видно из рис.3,а, где приведены зависимости степени эллиптичности и угла поворота главной оси эллипса поляризации от полярного угла φ в верхней части плоскости ($0 \leq \varphi \leq \pi$) поперечного сечения пучка на суммарной частоте. Для выбранных

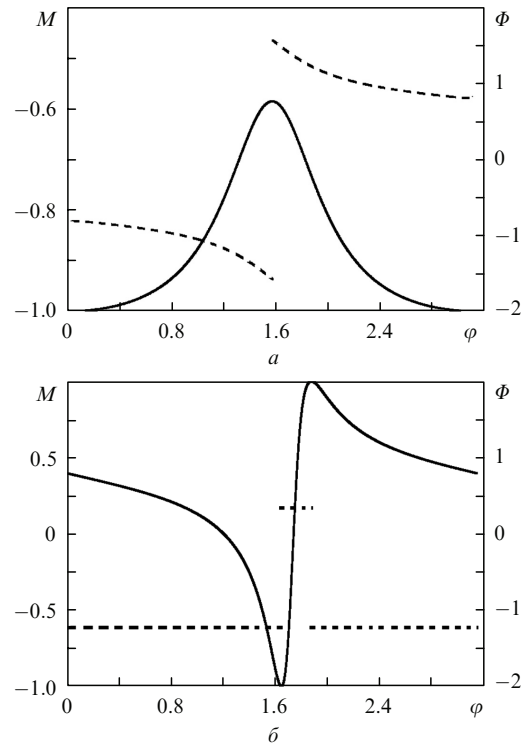


Рис.3. Зависимости степени эллиптичности (сплошные кривые) и угла поворота главной оси эллипса поляризации (штриховые кривые) от полярного угла в плоскости поперечного сечения пучка на суммарной частоте при $k_2/k_1 = 2$ и $M_{01} = -0.25, M_{02} = -0.938, \Psi_2 = \pi/2$ (а), $M_{01} = -0.3, M_{02} = 0.6, \Psi_2 = \pi/6$ (б).

значений k , $M_{01,02}$ и Ψ уравнение С-линии имеет вид $\varphi = 0$, т.к. $\varphi_- = 0$. При других значениях параметров пучков основного излучения скачок $\Phi(\varphi)$ на π в точке $\varphi = \pi/2$ может отсутствовать.

Если $\Psi \neq 0$, то при значениях $M_{01,02}$, соответствующих на рис.1 точке пересечения штриховых кривых, построенных из равенств (5) и (7) соответственно, в поперечном сечении пучка на суммарной частоте возможно появление двух L-линий и двух С-линий. Поперечное сечение пучка делится в этом случае двумя С-линиями на четыре сектора, в пределах каждого из которых степень эллиптичности меняется от -1 до 1 , а угол поворота главной оси эллипса поляризации остается неизменным. При этом он терпит разрыв на величину $\pi/2$ при пересечении каждой из С-линий. На рис.3,б виден один из таких секторов и части двух соседних с ним, расположенных справа и слева. С уменьшением Ψ точки пересечения штриховых кривых, обозначенных знаками «плюс» и «минус», движутся на рис.1 к точке $M_{01,02} = 0$. При этом размеры двух из четырех вышеупомянутых секторов уменьшаются, а интенсивность излучения в секторах меньшего размера существенно падает. В предельном случае $M_{01,02} = 0$ «маленькие» сектора схлопываются в линию, на которой интенсивность излучения равна нулю. Если $\Psi = 0$, то появление двух С-линий невозможно.

Завершая статью, подчеркнем, что в ней впервые предсказано появление сингулярностей поляризаций С- и L-типов в поперечном сечении пучка на суммарной частоте, генерируемого в объеме изотропной гиротропной среды двумя соосными коллинеарно распространяющимися эллиптически поляризованными гауссовыми пучками. Были найдены значения параметров волн основного излучения, для которых в плоскости поперечного сечения пучка на суммарной частоте происходит формирование одной или двух С-линий и двух L-линий, а также проанализированы возможные характерные осо-

бенности возникающих поперечных неоднородных распределений поляризации.

Подобные сингулярности поляризации, по-видимому, могут возникать при генерации второй гармоники и суммарной частоты в случае отражения от поверхности нелинейной оптически активной среды, при самофокусировке в среде с нелокальностью оптического отклика, а также в некоторых других задачах нелинейной оптики.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 10-02-00796-а).

1. Nye J.F. *Proc. Royal. Soc. Lond. A*, **389**, 279 (1983).
2. Berry M.V., Dennis M.R. *Proc. Royal. Soc. Lond. A*, **457**, 141 (2001).
3. Berry M.V., Dennis M.R. *Proc. Royal. Soc. Lond. A*, **459**, 1261 (2003).
4. Berry M.V., Dennis M.R., Dennis M.R., Lee R.L. *New J. Phys.*, **6**, 162 (2004).
5. Dennis M.R. *Opt. Lett.*, **33**, 2572 (2008).
6. Dennis M.R. *Opt. Commun.*, **213**, 201 (2002).
7. Angelsky O.V., Mokhun I.I., Mokhun A.I., Soskin M.S. *Phys. Rev. E*, **65**, 036602 (2002).
8. Chen Y.F., Lu T.H., Huang K.F. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 033901 (2006).
9. O'Holleran K., Flossmann F., Dennis M.R., Padgett M.J. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **11**, 094020 (2009).
10. Egorov Yu.A., Fadeyeva T.A., Volyar A.V. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **6**, 217 (2004).
11. Flossmann F., Ulrich T., Schwarz U.T., Maier M., Dennis M.R. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 253901 (2005).
12. Богатырева Г.В., Фельде К.В., Полянский П.В., Соскин М.С. *Оптика и спектроскопия*, **97**, 833 (2004).
13. Волков С.Н., Макаров В.А., Пережогин И.А. *Квантовая электроника*, **36**, 860 (2006).
14. Макаров В.А., Пережогин И.А. *Opt. Commun.*, **281**, 3906 (2008).
15. Макаров В.А., Пережогин И.А. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **11**, 074008 (2009).
16. Голубков А.А., Макаров В.А., Пережогин И.А. *Вестник Моск. ун-та. Сер. Физика, астрономия*, № 1, 52 (2009).
17. Макаров В.А., Пережогин И.А. *Квантовая электроника*, **39**, 627 (2009).
18. Koroteev N.I., Makarov V.A., Volkov S.N. *Laser Phys.*, **9**, 655 (1999).