

Передаточные характеристики металлических круглых волноводов в терагерцевом диапазоне

А.В.Володенко, О.В.Гурин, А.В.Дегтярев, В.А.Маслов, В.А.Свич,
В.С.Сенюта, А.Н.Топков

Теоретически и экспериментально исследованы передаточные характеристики широких металлических круглых волноводов при их возбуждении линейно поляризованными гауссовыми пучками лазерного излучения терагерцевого диапазона (4–28 ТГц). Определены условия применимости при их расчетах метода собственных колебаний в приближении реального металла идеальным металлом или диэлектриком в зависимости от частоты передаваемого излучения. Установлено наличие переходной области в поведении электродинамических свойств металлических волноводов в диапазоне частот 7.5–15 ТГц.

Ключевые слова: металлический волновод, терагерцевый диапазон, гауссов пучок, модовый подход, геометрический подход, коэффициент передачи, поляризация.

1. Введение

При освоении терагерцевого диапазона частот перед учеными и разработчиками возник ряд научно-технических задач, в том числе задача создания эффективных линий передачи [1–3]. Для ее решения в последнее время предложены фотонно-кристаллические волноводы [4], однопроводные [5] и двухпроводные [6] линии поверхностной волны, полые металлические [7] и диэлектрические [8] волноводы. При изучении полых волноводов основные усилия в большинстве случаев направлены на создание различного рода покрытий, наносимых на внутреннюю поверхность волноводов для уменьшения затухания передаваемого по ним излучения [9, 10]. Однако вопросы электродинамики этих волноводов, особенно металлических, остаются малоизученными. Приводятся количественные оценки для поглощения терагерцевого излучения в металлических волноводах, основанные на теории микроволновых волноводов в приближении идеального металла [11–13], хотя в высокочастотной части этого диапазона металлы нельзя считать идеально проводящими.

Целью настоящей работы являются теоретические и экспериментальные исследования передаточных характеристик гауссовых лазерных пучков в полых круглых металлических волноводах в терагерцевом диапазоне, определение условий применимости при их расчетах метода собственных колебаний в приближении реального металла как идеальным металлом, так и диэлектриком в зависимости от частоты передаваемого излучения и выработка рекомендаций по использованию данного метода при изучении передаточных характеристик металлических волноводов в терагерцевых линиях передачи.

А.В.Володенко, О.В.Гурин, А.В.Дегтярев, В.А.Маслов, В.А.Свич, В.С.Сенюта, А.Н.Топков. Харьковский национальный университет им. В.Н.Каразина, Украина, 61077 Харьков, пл. Свободы, 4; e-mail: Vyacheslav.A.Maslov@univer.kharkov.ua

Поступила в редакцию 21 апреля 2011 г., после доработки – 14 июля 2011 г.

2. Теоретические соотношения

2.1. Модовый подход в приближении идеального металла

Пусть на входной торце круглого металлического волновода радиусом a , расположенного вдоль оси z , падает линейно поляризованный осесимметричный гауссов пучок излучения, вектор поляризации которого направлен вдоль оси y , а перетяжка находится на входе волновода; тогда электрическое поле $\mathbf{E}_0 = y_0 E_{0y}(x, y, 0)$ в плоскости источника ($z = 0$) имеет следующий вид:

$$E_{0y}(x, y, 0) = A_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2w^2}\right), \quad (1)$$

где y_0 – орт декартовых координат в y -направлении; w – радиус пучка по интенсивности на уровне e^{-1} от ее максимального значения в перетяжке; A_0 – амплитуда поля пучка.

Учтем влияние входной апертуры волновода на падающее излучение и рассмотрим «слабую» дифракцию гауссового пучка. Гауссов пучок, слабо дифрагирующий на круговой апертуре ($w \leq 0.7a$), может быть аппроксимирован в дальней зоне другим гауссовым пучком со слабо отличающимися характеристиками [14]. Связь между параметрами падающего пучка и пучка, прошедшего через входную апертуру волновода, определяется следующими выражениями:

$$A_{0d} = A_0 \frac{1 - \exp(-a^2/w^2)}{1 - \exp(-a^2/2w^2)}, \quad (2)$$

$$w_d = w \frac{1 - \exp(-a^2/2w^2)}{[1 - \exp(-a^2/w^2)]^{1/2}},$$

где A_{0d} и w_d – амплитуда поля и радиус дифрагировавшего пучка.

Как известно [11], поперечные составляющие электрического поля в металлическом волноводе могут быть пред-

ставлены в виде разложения в ряд по ортогональным волноводным ТЕ и ТМ модам. Перейдем к полярным координатам (r, φ) и введем безразмерные параметры $\rho = r/a$, $w_0 = w/a$. С учетом задания поляризации входного пучка излучения в виде (1) в волноводе будут возбуждаться только волны TE_{1m} и TM_{1m} типов, где первый индекс $n = 1$ – азимутальный, а второй индекс m – радиальный. Поперечные компоненты электрического поля для этих волн [15]

$$V_{1m}^{TE}(\rho, \varphi) = x_0 A_{1m} J_2(\chi_{1m} \rho) \sin 2\varphi + y_0 A_{1m} [J_0(\chi_{1m} \rho) - J_2(\chi_{1m} \rho) \cos 2\varphi],$$

$$V_{1m}^{TM}(\rho, \varphi) = -x_0 B_{1m} J_2(\eta_{1m} \rho) \sin 2\varphi + y_0 B_{1m} [J_0(\eta_{1m} \rho) + J_2(\eta_{1m} \rho) \cos 2\varphi],$$

где $A_{1m} = \{J_2(\chi_{1m})[2\pi(\chi_{1m}^2 - 1)]^{1/2}\}^{-1}$, $B_{1m} = [J_2(\eta_{1m})(2\pi)^{1/2}]^{-1}$ – нормирующие множители; J_j – функция Бесселя 1-го рода j -го порядка; χ_{1m} – m -й корень уравнения $J_1'(\chi) = 0$; η_{1m} – m -й корень уравнения $J_1(\eta) = 0$.

Тогда распределение поля в поперечном сечении волновода на расстоянии L от его входного торца имеет вид

$$E(\rho, \varphi, L) = \sum_{m=1}^M B_m V_{1m}^{TE}(\rho, \varphi) \exp(i\gamma_{1m}^{TE} L) + \sum_{m=1}^M C_m V_{1m}^{TM}(\rho, \varphi) \exp(i\gamma_{1m}^{TM} L), \quad (3)$$

где амплитуды B_m и C_m мод, возбужденных на входе волновода, определяются соотношениями

$$B_m = \iint E_0 V_{1m}^{TE} dS; \quad C_m = \iint E_0 V_{1m}^{TM} dS.$$

В случае возбуждения волновода гауссовым пучком излучения с относительным радиусом $w_0 \leq 0.7$ коэффициенты B_m и C_m можно представить в виде [16]

$$B_m = \frac{w_0}{J_2(\chi_{1m})(\chi_{1m}^2 - 1)^{1/2}} \exp\left(-\frac{\chi_{1m}^2 w_0^2}{4}\right),$$

$$C_m = \frac{w_0}{J_2(\eta_{1m})} \exp\left(-\frac{\eta_{1m}^2 w_0^2}{4}\right).$$

Погрешность расчетов с помощью данных выражений не превышает 10^{-4} . Вычисление B_m и C_m путем численного интегрирования и все дальнейшие расчеты проведены с погрешностью такого же порядка. Фигурирующие в (3) $\gamma_{1m} = \beta_{1m} + i\alpha_{1m}$ – постоянные распространения для TE_{1m} и TM_{1m} мод:

$$\beta_{1m}^{TE, TM} = 2\pi[\lambda^{-2} - (\lambda_k^{TE, TM})^{-2}]^{1/2};$$

$$\alpha_{1m}^{TM} = \frac{R_s}{R_0 a} \left[1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_k^{TM}}\right)^2\right]^{-1/2};$$

$$\alpha_{1m}^{TE} = \frac{R_s}{R_0 a} \left[\frac{1}{\chi_{1m}^2 - 1} + \left(\frac{\lambda}{\lambda_k^{TE}}\right)^2 \right] \left[1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_k^{TE}}\right)^2\right]^{-1/2};$$

$\lambda_k^{TE} = 2\pi a/\chi_{1m}$ – критическая длина волны для TE_{1m} мод; $\lambda_k^{TM} = 2\pi a/\eta_{1m}$ – критическая длина волны для TM_{1m} мод; $R_0 = 376.73$ Ом – волновое сопротивление свободного пространства; R_s – поверхностное сопротивление материала волновода. Число M членов разложения в формуле (3), определяемое необходимой точностью расчета, выбрано равным 20.

Рассчитав интенсивность излучения в точке наблюдения, $I(\rho, \varphi, L) = |E(\rho, \varphi, L)|^2$, найдем поток энергии через сечение волновода на расстоянии L от его торца:

$$W_{out}(L) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 I(\rho, \varphi, L) \rho d\rho. \quad (4)$$

Полученные соотношения позволяют определить коэффициент передачи излучения в волноводе $T(L)$ и степень поляризации выходного излучения $\Pi(L)$:

$$T(L) = \frac{W_{out}(L)}{W_{in}}, \quad \Pi(L) = \frac{I_y(L) - I_x(L)}{I_y(L) + I_x(L)}, \quad (5)$$

где $W_{in} = \pi A_0^2 w^2$ – мощность излучения входного пучка;

$$I_{x,y}(L) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^1 \rho d\rho |E_{x,y}(\rho, \varphi, L)|^2.$$

2.2. Модовый подход в приближении реального металла диэлектриком

Распространяющиеся типы колебаний сверхразмерного полого металлического волновода в приближении реального металла диэлектриком представляют собой три набора «быстрых» мод [17]: гибридных – EH_{nm} , круговых электрических – TE_{0m} и круговых магнитных – TM_{0m} , где первый индекс также является азимутальным, а второй – радиальным. Аналогично (1) будем считать, что исходный пучок поляризован вдоль оси y , $E_0(\rho, 0) = y_0 E_0(\rho, 0)$, и, используя (2), учтем влияние входной апертуры волновода на падающее излучение. Вследствие заданной в таком виде поляризации пучка в волноводе будут возбуждаться только EH_{1m} моды. Они характеризуются осевой симметрией и линейной поляризацией поля, а также описываются при $ka \gg |v| |u_{nm}|$ функциями, входящими в полную ортогональную систему, где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; v – показатель преломления материала стенки волновода, u_{nm} – m -й корень уравнения $J_{n-1}(u_{nm}) = 0$. В ортонормированном виде эти функции имеют следующий вид:

$$V_m(\rho) = \frac{\sqrt{2} J_0(U_{0m} \rho)}{J_1(U_{0m})}. \quad (6)$$

Положим далее, что $M < \sqrt{a/\lambda}$ [18], т.е. все $V_m(\rho)$, $m \in [1, M]$ достаточно точно описывают распространяющиеся EH_{1m} моды. Тогда комплексную амплитуду поля в сечении $z = L$ можно представить в виде

$$E(\rho, L) = \sum_{m=1}^M D_m V_m(\rho) \exp(i\gamma_{1m} L), \quad (7)$$

где $D_m = \int_0^1 E_{0y}(\rho) V_m(\rho) \rho d\rho$;

$$\gamma_{1m} = \frac{2\pi}{\lambda} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{U_{0m} \lambda}{2\pi a}\right)^2 \left(1 - \frac{iv_{EH}}{\pi a}\right)\right]$$

– постоянные распространения EH_{1m} мод [17];

$$v_{EH} = \frac{0.5(v^2 + 1)}{\sqrt{v^2 - 1}}.$$

При этом коэффициенты D_m при $w_0 \leq 0.7$ можно представить в следующем виде [16]:

$$D_m = \frac{\sqrt{2} w^2}{a^2 J_1(U_{0m})} \exp\left(-\frac{U_{0m} w^2}{2a^2}\right).$$

Приведенные выражения позволяют определить передачные характеристики отрезка волновода. Из (7) находится распределение амплитуды и фазы поля на выходе волновода. Коэффициент передачи излучения в волноводе $T(L)$ и степень поляризации выходного излучения $\Pi(L)$ в этом случае найдем аналогично (4), (5).

2.3. Геометрооптический подход

Используя геометрооптическое представление, будем считать, что пучок состоит из находящихся в пределах элементарного телесного угла лучевых трубок или лучей, лежащих в меридиональных плоскостях волновода и имеющих общее начало – центр пучка. При этом лучи распространяются под малыми углами к оптической оси (параксиальное приближение) в диапазоне углов $\theta(r_0) = r_0/(kw_d^2) \ll 1$, где r_0 – радиальная координата в плоскости перетяжки пучка, и с учетом материала волновода предполагаем, что $|v| \gg 1$. Так как расстояние между двумя последовательными отражениями луча от стенок волновода равно $2a/\theta$, то общее число отражений луча в волноводе $N = L\theta/(2a) = Lr_0/(2akw_d^2)$. С учетом сделанных приближений и в соответствии с формулами Френеля [19] для коэффициентов отражения по мощности от стенки волновода распространяющегося луча, поляризованного параллельно и нормально к плоскости падения на стенку волновода, имеем

$$|r_{\parallel}|^2 = 1 - \frac{2\sqrt{2}\theta|v|}{1 + \sqrt{2}\theta|v| + \theta^2|v|^2}, \quad |r_{\perp}|^2 = 1 - \frac{2\sqrt{2}\theta}{|v|}. \quad (8)$$

Тогда, используя (2) и (8), найдем поток энергии через сечение волновода на расстоянии L от его входного торца [20]:

$$W_{\text{out}}(L) = 2\pi A_{\text{od}}^2 \int_0^{r_{\text{max}}} \left(\frac{r_{\parallel}^{2N} + r_{\perp}^{2N}}{2} \right) \exp\left(-\frac{r_0^2}{w_d^2}\right) r_0 dr_0,$$

где r_{max} – радиальная координата, соответствующая максимальному значению $\theta(r_0)$;

$$r_{\perp}^{2N} = \exp\left(-\frac{\sqrt{2} L}{|v|} \frac{r_0^2}{a k^2 w_d^4}\right);$$

$$r_{\parallel}^{2N} = \begin{cases} \exp\left(-\frac{1 + \sqrt{2}|v|}{2} \frac{L}{a} \frac{r_0^2}{k^2 w_d^4}\right), & 0 \leq r_0 < \frac{k w_d^2}{|v|}, \\ \exp\left(-\frac{1 + \sqrt{2}}{2|v|} \frac{L}{a}\right), & r_0 \geq \frac{k w_d^2}{|v|}. \end{cases}$$

Аналогично (5) определим коэффициент передачи излучения в волноводе:

$$T(L) = \frac{1 - \exp(-a^2/w^2)}{2} \times \left[\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} + \left(1 - \frac{1}{F_2}\right) \exp\left(-F_2 \frac{k^2 w_d^2}{|v|^2}\right) \right], \quad (9)$$

где

$$F_1 = 1 + \frac{\sqrt{2} L}{|v|} \frac{1}{a k^2 w_d^2}; \quad F_2 = 1 + \frac{1 + \sqrt{2}|v|}{2} \frac{L}{a k^2 w_d^2}.$$

3. Сравнение экспериментальных и численных результатов

С использованием описанных выше методик проведены расчеты коэффициента передачи и степени поляризации поля в круглых металлических медных волноводах при их возбуждении линейно поляризованными гауссовыми пучками терагерцевого излучения с полем вида (1). Частота излучения изменялась от 4 до 28 ТГц. Исследования проводились при изменении относительного радиуса исходного пучка w_0 в диапазоне 0.1–0.7 (в области его «слабой» дифракции [14]). Для меди поверхностное сопротивление $R_s = 2.625 \times 10^{-7} \sqrt{c/\lambda}$ с учетом удельной проводимости металла на постоянном токе $\sigma_0 = 5.73 \times 10^7$ Сим/м [21]. Показатель преломления меди для соответствующей частоты излучения выбирался согласно данным [22].

На рис.1 приведены результаты расчетов передачных характеристик медного волновода с диаметром $2a = 3$ мм и длиной $L = 370$ мм с использованием геометрооптического и модовых подходов в приближениях реального металла как идеальным металлом, так и диэлектриком. В качестве эталонного графика коэффициента передачи излучения в диапазоне частот 4–28 ТГц выбрана кривая, рассчитанная при помощи геометрооптической теории, поскольку ее расчет не связан с существованием в волноводе определенного набора мод, а зависит только от показателя преломления материала волновода на заданной частоте.

Можно выделить три области терагерцевого диапазона, в которых результаты применения модового подхода при расчете передачных характеристик металлических волноводов различаются. Это область частот выше 15 ТГц ($\lambda < 20$ мкм), где более достоверные результаты дает применение модового подхода в приближении реального металла диэлектриком (рис.1,а). Область частот ниже 7.5 ТГц ($\lambda \geq 40$ мкм), в которой наблюдается лучшее совпадение результатов расчетов по геометрооптической и модовой методике в приближении идеального металла (рис.1,з, д, е), и частотный диапазон 7.5–15 ТГц ($20 \text{ мкм} \leq \lambda < 40 \text{ мкм}$), в котором выбор методики расчета определяется относительным радиусом возбуждающего пучка w_0 (рис.1,б, в). При $w_0 < 0.3$ лучшие результаты дает применение модовой методики в приближении идеального металла, а при $w_0 > 0.3$ – в приближении металла диэлектриком. Это можно объяснить увеличением показателя преломления меди с уменьшением частоты передаваемого излучения. При частоте излучения менее 7.5 ТГц медь по своим электродинамическим свойствам приближается к идеальному металлу.

Для измерения коэффициента передачи и степени поляризации излучения медный волновод с диаметром 3 мм и длиной 370 мм возбуждался линейно поляризованными пучками гауссового профиля интенсивности поля вида (1)

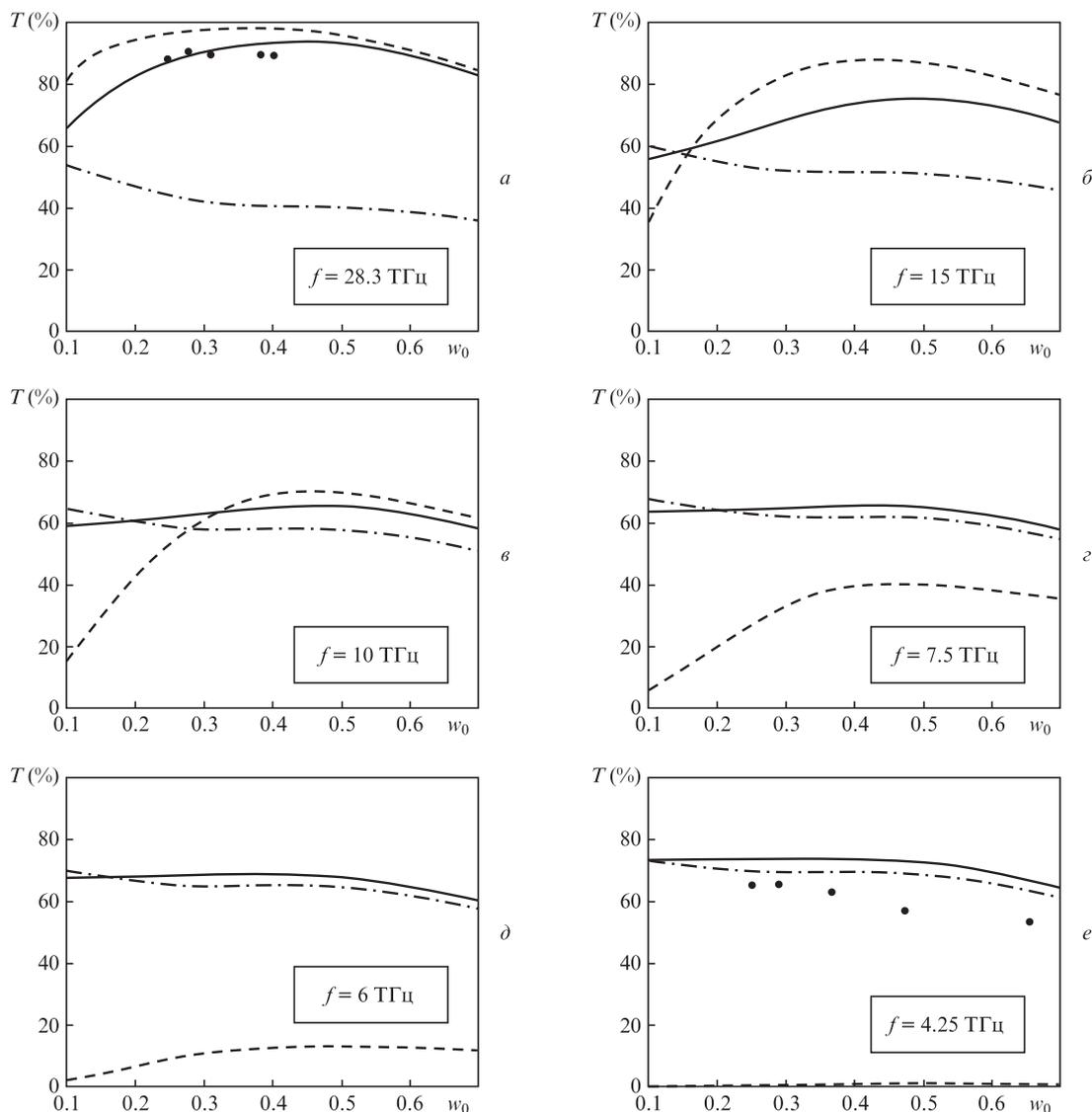


Рис. 1. Расчетные (кривые) и экспериментальные (точки) зависимости коэффициента передачи излучения T от относительного радиуса w_0 возбуждающего пучка в медном волноводе с диаметром $2a = 3$ мм и длиной $L = 370$ мм при различных частотах излучения f . Сплошные кривые – расчет по геометрикооптической методике, штриховые – по модовой методике в приближении идеального металла, штрихпунктирные – по модовой методике в приближении металла диэлектриком.

оптически накачиваемого CH_3OH -лазера ($f = 4.25$ ТГц, $\lambda = 70.5$ мкм) и CO_2 -лазера ($f = 28.3$ ТГц, $\lambda = 10.6$ мкм). Схема экспериментальной установки аналогична описанной в [23].

Формирование гауссовых пучков излучения различного радиуса с плоским фазовым фронтом на частоте $f = 4.25$ ТГц осуществлялось аналогичной [23] зеркальной системой. При расчете коэффициента передачи волновода учитывалось затухание излучения в атмосфере внутри волновода. В различные дни при проведении экспериментальных исследований оно изменялось в пределах 3–3.4 дБ/м в зависимости от влажности воздуха в лаборатории. Экспериментальные точки зависимости коэффициента передачи от относительного радиуса возбуждающего пучка w_0 для данной частоты приведены на рис. 1, е. Наблюдается хорошее соответствие экспериментальных и расчетных данных, полученных с использованием модового подхода в приближении идеального металла. При прохождении лазерного излучения через волновод происходит его деполаризация. Измеренная степень поляризации при раз-

личных w_0 изменялась от 10% до 50%. Это указывает на то, что в металлическом волноводе при его возбуждении линейно поляризованным гауссовым пучком на данной частоте возбуждаются волны TE_{1n} и TM_{1n} типов, имеющие поляризацию поля, отличную от линейной.

При измерении передаточных характеристик на частоте $f = 28.3$ ТГц ($\lambda = 10.6$ мкм) в качестве источника излучения использовался стабилизированный CO_2 -лазер ЛГ-74. Формирование гауссовых пучков с плоским фазовым фронтом осуществлялось с помощью линз из NaCl с различными фокусными расстояниями. Результаты эксперимента, приведенные на рис. 1, а, хорошо согласуются с расчетами по модовой методике с использованием приближения идеального металла диэлектриком на данной частоте. Известно, что гибридные моды EH_{1m} имеют линейную поляризацию. Измеренная степень поляризации излучения, прошедшего через исследуемый волновод, при его возбуждении линейно поляризованным пучком с относительным радиусом $w_0 = 0.5$ равнялась 97.3%. Для аналогичного отрезка диэлектрического волновода измеренная степень

поляризации выходного излучения составляет 97.8% при тех же параметрах возбуждающего пучка. При измерении степени поляризации использовалась решетка-поляризатор из ВаF₂ с поляризующей способностью 98%. Данный эксперимент позволяет с уверенностью утверждать, что в исследуемом медном волноводе на данной частоте возбуждаются гибридные EH_{1m} моды.

Различие расчетных и экспериментальных данных связано с нерегулярностью поперечного сечения, шероховатостью поверхности и возможным различием расчетных материальных констант для использовавшихся волноводов.

Для количественной оценки правомерности использования модовых подходов в терагерцевом диапазоне проведен расчет зависимости от относительного радиуса пучка w₀ нормированной абсолютной средней меры различия Δ коэффициентов передачи, найденных с использованием геометрикооптического (G) и модовых (R) подходов [24]:

$$\Delta(w_0) = |G(w_0) - R(w_0)|.$$

Приведенные на рис.2 результаты подтверждают наличие изменения электродинамических свойств металлических волноводов в диапазоне частот 7.5–15 ТГц. В данном диапазоне частот определяющим параметром оценки применимости модовых подходов является величина относительного радиуса пучка излучения.

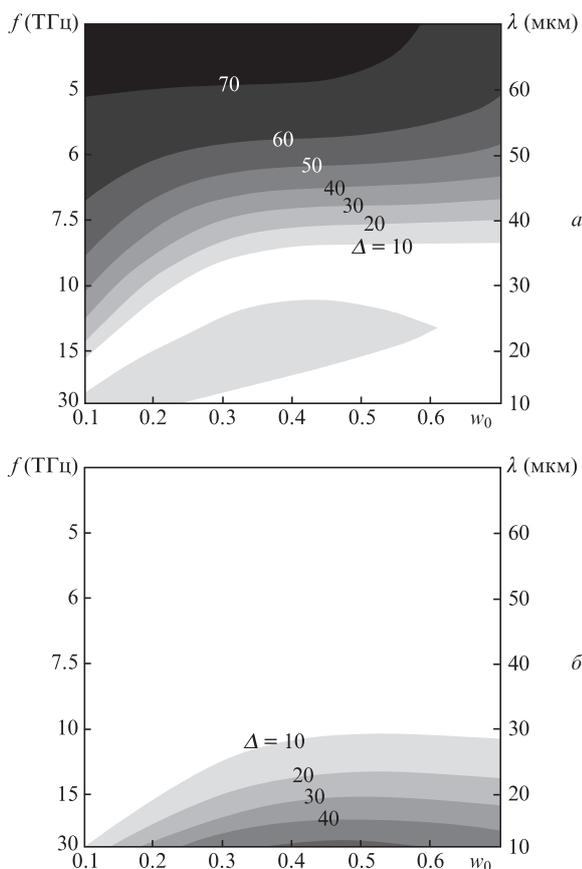


Рис.2. Расчетные зависимости меры различия Δ коэффициента передачи от частоты излучения f (длины волны λ) и относительного радиуса w₀ возбуждающего пучка в медном волноводе с диаметром 2a = 3 мм и длиной L = 370 мм. Расчет по геометрикооптической и модовой методикам в приближении металла диэлектриком (a), а также по геометрикооптической и модовой методикам в приближении идеального металла (б).

4. Заключение

Теоретически и экспериментально изучены передачные характеристики линейно поляризованных гауссовых пучков лазерного излучения в полых круглых металлических волноводах в терагерцевом диапазоне (4–28 ТГц). Впервые показано, что в низкочастотной области этого диапазона (менее 7.5 ТГц), в которой проводимость металла высокая, при проведении расчетов передачных характеристик металлических волноводов необходимо использовать модовый подход в приближении идеального металла. В высокочастотной области терагерцевого диапазона (свыше 15 ТГц), где проводимость металла существенно уменьшается, в расчетах следует применять модовый подход в приближении реального металла диэлектриком.

Установлено наличие переходной области в поведении электродинамических свойств металлических волноводов в диапазоне частот 7.5–15 ТГц. В данном диапазоне определяющим параметром оценки применимости модовых подходов является отношение радиуса возбуждающего пучка к радиусу волновода. В случае узких возбуждающих пучков (w₀ < 0.3) в расчетах передачных характеристик правомерно использовать приближение идеального металла. В случае же передачи по металлическим волноводам широких пучков излучения более точные результаты достигаются с использованием приближения реального металла диэлектриком.

1. Dragoman D., Dragoman M. *Prog. Quantum Electron.*, **28**, 1 (2004).
2. *Измерения на миллиметровых и субмиллиметровых волнах: Методы и техника.* Под ред. Р.А.Валитова, Б.И.Макаренко (М.: Радио и связь, 1984).
3. Мериакри В.В. *Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники*, №12, 1 (2002).
4. Han H., Park H., Cho M., Kim J. *Appl. Phys. Lett.*, **80**, 2634 (2002).
5. Wang K., Mittleman D.M. *Nature*, **432**, 376 (2004).
6. Mbyone M., Mendis R., Mittleman D.M. *Appl. Phys. Lett.*, **95**, 233506 (2009).
7. Gallot G., Jamison S.P., McGowan R.W., Grischkowsky D. *J. Opt. Soc. Am. B*, **17**, 851 (2000).
8. Hidaka T., Minamide H., Ito H., et al. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **5135**, 70 (2003).
9. Harrington J.A., George R., Pedersen P., Mueller E. *Opt. Express*, **12**, 5263 (2004).
10. Bowden B., Harrington J.A., Mitrofanov O. *Appl. Phys. Lett.*, **93**, 181104 (2008).
11. *Справочник по волноводам.* Под ред. Я.Н.Фельда (М.: Сов. радио, 1952).
12. Ito T., Matsuura Y., Miyagi M., et al. *Opt. Soc. Am. B*, **24**, 1230 (2007).
13. Vitiello M.S., Xu Ji-Hua, Kumar M. *Opt. Express*, **19**, 1122 (2011).
14. Belland P., Crenn J.P. *Appl. Opt.*, **21**, 522 (1982).
15. Гурин О.В., Дегтярев А.В., Маслов В.А. и др. *Квантовая электроника*, **31**, 346 (2001).
16. *Справочник по специальным функциям.* Под ред. М.Абрамовица, И.Стиган (М.: Наука, 1979).
17. Marcantily E.A.J., Schmeltzer R.A. *Bell Syst. Tech. J.*, **43**, 1783 (1964).
18. Епишин В.А., Маслов В.А., Рябых В.Н. и др. *Радиотехника и электроника*, **33**, 700 (1988).
19. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1973).
20. Crenn J.P. *Appl. Opt.*, **24**, 3648 (1985).
21. Tisher F.J. *Proc. VIII Eur. Microwave Conf.* (Paris: Sevenoaks, 1978, p. 524).
22. Ordal M.A., Bell R.J., Alexander R.W., et al. *Appl. Opt.*, **24**, 4493 (1985).
23. Гурин О.В., Дегтярев А.В., Маслов В.А. и др. *Квантовая электроника*, **35**, 175 (2005).
24. Хермен Г. *Восстановление изображений по проекциям* (М.: Мир, 1983).