

УПРАВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРАМИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

PACS 42.55.Rz; 42.55.Xi; 42.60.Da; 42.60.Gd

Управление частотой следования и уменьшение джиттера импульсов миниатюрных твердотельных лазеров с пассивной модуляцией добротности с помощью периодической модуляции диодной накачки

А.С.Дементьев, Э.Мураускас, Н.Славинскис, Р.Навакас, В.Сточкус

На основе расширенной точечной модели лазера проведен численный анализ генерации Nd:YAG-минилазеров с пассивной модуляцией добротности и показана возможность управления частотой следования импульсов и значительного уменьшения их временного джиттера при использовании периодической модуляции диодной накачки. При модуляции накачки прямоугольными импульсами переключение после генерации очередного лазерного импульса с высокого на низкий уровень накачки увеличивает устойчивость частоты следования к изменению среднего уровня накачки и расширяет диапазон частот следования, в котором возможна их привязка к частоте модуляции накачки. Возможность уменьшения временного джиттера и синхронизации частоты следования импульсов с частотой модуляции накачки подтверждена экспериментами. Показано, что для частот следования ~ 1 кГц относительное стандартное отклонение периода следования уменьшается от нескольких процентов при непрерывной накачке до 0.06% при «усечении» импульсов модуляции. Экспериментальные результаты хорошо согласуются с модельными.

Ключевые слова: твердотельные лазеры, диодная накачка, пассивная модуляция добротности, джиттер импульсов.

1. Введение

Для многих применений требуются лазеры с высокой частотой следования коротких импульсов. Микролазеры с модуляцией добротности (МД) позволяют получать импульсы субнаносекундной длительности [1]. Однако энергия таких импульсов (обычно менее 100 мкДж) часто недостаточна для их эффективного применения. Поэтому все большее внимание уделяется миниатюрным твердотельным лазерам с МД и диодной накачкой [2], которые могут генерировать импульсы со значительно большей энергией, но и с большей длительностью. В связи с этим по-прежнему актуальна проблема эффективного сжатия коротких импульсов с использованием нелинейно-оптических методов [3]. Особой простотой отличаются твердотельные лазеры с пассивной МД, которые находят в настоящее время самые разнообразные применения [1–3]. Однако существенным недостатком лазеров с непрерывной диодной накачкой является нестабильность частоты следования импульсов. Неконтролируемые флуктуации мощности накачки являются основной причиной временного джиттера (ВД) периода следования T_g генерируемых импульсов, при этом стандартное отклонение периода ΔT_g составляет обычно несколько процентов от T_g [1, 2].

Как правило, лазеры с активной МД резонатора, особенно с отрицательной обратной связью [4], имеют меньший ВД по сравнению с лазерами, в которых используют-

ся пассивные методы модуляции. Поэтому для получения одномодовой генерации с малым ВД часто применяется комбинированная активно-пассивная МД резонаторов [5–8]. В этом случае активным элементам (АЭ) модулятора добротности отводится вспомогательная роль, и поэтому требования к их техническим характеристикам не очень высоки. Подсветка пассивного лазерного затвора (ПЛЗ) дополнительным стабилизированным оптическим источником позволяет не только уменьшить ВД [9, 10], но и, например, реализовать синхронизацию импульсов микролазера с пассивной МД с фемтосекундными импульсами внешнего источника [11].

Однако лазеры с внешней подсветкой, комбинированной активно-пассивной МД или с управляемой обратной связью все же существенно более сложные устройства, чем обычные лазеры с пассивной МД. В связи с этим актуален поиск новых более простых способов уменьшения ВД импульсов, генерируемых в лазерах с пассивной МД. Так, в работе [12] утверждается, что использование определенных кольцевых конфигураций резонатора может привести к уменьшению относительного ВД $\delta_g = \Delta T_g / T_g$ от 8% до 3%. Следует отметить, что и улучшенный таким способом ВД импульсов слишком велик и практически совпадает с обычно наблюдаемыми ВД в лазерах с пассивной МД. Поэтому значительный интерес вызвали работы [13, 14], в которых сообщалось о большом уменьшении ВД за счет дополнительной модуляции тока накачки лазерного диода прямоугольными импульсами. Этот способ уменьшения ВД особенно привлекателен простотой реализации. В первой из упомянутых работ, [13], было установлено, что периодическая модуляция тока накачки прямоугольными импульсами со скважностью 0.5 приводила к тому, что в определенном интервале периодов модуляции T_p^m при заданном среднем уровне накачки реализуется синхронизация периодов модуляции накачки и генерации импульсов ($T_g \approx T_p^m$). При этом указывалось, что таким способом была экспериментально достигнута стабилизация

A.S.Dement'ev, E.Murauskas, N.Slavinskis. Center for Physical Sciences and Technology, Savanoriu av. 231, Vilnius LT-02300, Lithuania; e-mail: aldement@ktl.mii.lt

R.Navakas. Lithuanian Energy Institute, Breslaujos str. 3, Kaunas LT-44403, Lithuania

V.Stockus. Altechna R&D, Konstitucijos ave. 23, Vilnius LT-08105, Lithuania

Поступила в редакцию 7 февраля 2012 г.

частоты следования импульсов $\sim 10^{-6}$ и что это находится в согласии с численными расчетами, проведенными на основе балансных уравнений точечной модели лазера (ТМЛ). Достигнутая степень стабилизации вызывала, конечно, определенные сомнения, тем более что отсутствовали детали проведенных расчетов и параметры уравнений ТМЛ. В работе [14] лишь качественно рассматривалось изменение времени достижения пороговой инверсии при накачке одиночными прямоугольными импульсами и составными импульсами, когда при окончании первого импульса к нему добавляется короткий интенсивный импульс. При этом разброс моментов начала генерации импульсов (назовем его локальным временным джиттером – ЛВД) уменьшался от 6 до 0.5 мкс, т. е. примерно на порядок.

В работе [15] и последовавших за нею работах [16, 17] также был проведен лишь качественный анализ системы двух уравнений (для плотности фотонов в резонаторе и инверсной населенности в АЭ) стандартной ТМЛ при некоторых предположениях, обоснованность которых будет обсуждена ниже. Отметим только, что экспериментально измерялся разброс моментов начала генерации импульсов относительно переднего фронта импульса накачки, который и считался искомым джиттером периода следования импульсов генерации. По-видимому, эта величина соответствует определенному выше ЛВД. Минимальное зарегистрированное абсолютное значение ЛВД при частоте следования импульсов генерации $\nu_g = 192$ Гц было довольно значительным – 3 мкс, в то время как формально рассчитанный относительный джиттер кажется довольно малым – $\Delta T_g/T_g \approx 0.06\%$. Как определялся джиттер при постоянном токе накачки, не указано, но при частоте следования $\nu_g = 3.9$ кГц он был весьма большим – 8.6%.

Поэтому, на наш взгляд, представляет интерес прямое численное моделирование ВД импульсов минилазеров с диодной накачкой и пассивной МД на основе расширенной ТМЛ, в которой учитывается расщепление рабочих лазерных уровней на штарковские подуровни, конечность времени жизни нижнего рабочего уровня, уменьшение населенности основного уровня при диодной накачке через вышележащие возбужденные уровни и при прямой накачке на верхний лазерный уровень, поглощение с возбужденного уровня ПЛЗ, флуктуации числа затравочных фотонов в генерируемой моде, медленный дрейф и модуляция мощности излучения диодной накачки, а также другие факторы, влияющие на динамику генерации. Полученные в результате моделирования результаты, указывающие на возможность дополнительной стабилизации периода следования импульсов путем прерывания прямоугольных импульсов накачки после генерации очередного импульса, подтверждены прямыми экспериментами.

2. Модель

В безразмерных величинах система уравнений расширенной ТМЛ с учетом как указанных выше, так и других свойств АЭ и ПЛЗ имеет вид

$$\chi \frac{d\phi}{dt} = \left[n_u - n_l - \sum_i (\bar{\sigma}_0 n_{a1}^{(i)} + \bar{\sigma}_e n_{a2}^{(i)}) f_i(\theta) \right] \phi - \bar{\alpha}_\Sigma(t) \phi + \tilde{\epsilon}(t) \frac{n_3}{\tau_{32}^*}, \quad (1)$$

$$\frac{dn_3}{dt} = R_p^*(t) \left(1 - \frac{n_2}{n_{Nd}} - \frac{n_3^*}{n_{Nd}} \right) - \phi (n_u - n_l) - \frac{n_3}{\tau_{32}^*}, \quad (2)$$

$$\frac{dn_2}{dt} = \phi (n_u - n_l) - \frac{n_2}{\tau_{21}} - \frac{n_3}{\tau_{32}^*}, \quad (3)$$

$$\frac{dn_{a1}^{(i)}}{dt} = -\beta_0 \bar{\sigma}_0 n_{a1}^{(i)} f_i(\theta) (\phi + \phi_a) + \frac{n_{Cr}^{(i)} - n_{a1}^{(i)}}{\tau_{a21}}. \quad (4)$$

Система обозначений в уравнениях (1)–(4) в основном соответствует принятой в работах [5, 6]. В них же приведены детали перехода от модели бегущих волн к ТМЛ. Поэтому здесь только кратко поясним физический смысл используемых в ТМЛ параметров. Итак, $\chi = \{l/v + l_a/v_a + l_{eff}/v_{eff} + [L - (l + l_a + l_{eff})/c]/(lv) - \text{коэффициент, характеризующий степень заполнения резонатора АЭ}; L - \text{длина резонатора}; l \text{ и } l_a - \text{длины АЭ и ПЛЗ}; v \text{ и } v_a - \text{групповые скорости света в АЭ и ПЛЗ}; l_{eff} \text{ и } v_{eff} - \text{эффективные длина и скорость света в остальных оптических элементах, помещенных в резонатор}; \phi = \langle I_+ \rangle / I_0 - \text{усредненная интенсивность суммарного излучения в резонаторе, нормированная на } I_0 = \hbar \omega_0 / (\sigma t_0); \hbar - \text{постоянная Планка}; \omega_0 - \text{циклическая частота основного перехода в Nd:YAG с длиной волны } \lambda = 1064 \text{ нм}; \sigma = 8.8 \times 10^{-19} \text{ см}^2 - \text{эффективное спектроскопическое сечение стимулированного излучения [18]; } t_0 = lv - \text{длительность, на которую нормированы текущее время и времена релаксации}; n_u - n_l = f_u n_3 - f_l n_2 - \text{эффективная разность населенностей с учетом того, что суммарный контур генерации образуется перекрытием двух переходов [18]; } f_u \text{ и } f_l - \text{обобщенные факторы заполнения Больцмана [5, 6]; } n_j (j = 1, 2, 3) \text{ и } n_{ai}^{(m)} (i, m = 1, 2) - \text{плотности населенностей уровней в АЭ и ПЛЗ, нормированные на } N_0 = 1/(\sigma l); \bar{\sigma}_{0,e} = \sigma_{0,e} l_a / (\sigma l) \text{ и } \bar{\sigma}_{0,e} = \sigma_{0,e} / \sigma - \text{эффективные и относительные сечения поглощения с основного и возбужденного уровней}; f_1(\theta) = \cos^2 \theta \text{ и } f_2(\theta) = \sin^2 \theta - \text{зависящие от угла поворота } \theta \text{ относительно оптической оси коэффициенты пропускания для ПЛЗ, вырезанного вдоль кристаллографических осей Cr}^{4+}:\text{YAG}; \bar{\alpha}_\Sigma(t) = \bar{\alpha} + \bar{\alpha}_a(t) + \bar{\alpha}_Q(t) + \bar{\alpha}_R(t) - \text{суммарные безразмерные нерезонансные потери, включающие в себя распределенные потери в АЭ } (\bar{\alpha}), \text{ ПЛЗ } (\bar{\alpha}_a), \text{ а также потери из-за активной модуляции добротности } \bar{\alpha}_Q(t) \text{ и полезные потери для выводимого через зеркала излучения, которые, на наш взгляд, надо задавать в виде } \alpha_R = (1 - R_1)/(1 + R_1) + (1 - R_2)/(1 + R_2) [5, 6]. \text{ Отметим, что с помощью зависящих от времени коэффициентов отражения зеркал } R_1 \text{ и } R_2 \text{ можно описать режим разгрузки резонатора. Коэффициент } \tilde{\epsilon}(t) \text{ ответствен за учет спонтанного излучения, его величина зависит от конкретной экспериментальной ситуации и может быть подобрана из сравнения результатов моделирования с экспериментальными результатами (конкретные его реализации обсудим детальнее ниже); } \tau_{32}^* - \text{время излучательной релаксации с верхнего лазерного уровня с учетом возможного воздействия на него [15] усиленного спонтанного излучения (УСИ). Для размерных и безразмерных (нормированных на } t_0) \text{ текущего времени и времен релаксации используются одни и те же обозначения.}$

Как будет видно из представленных ниже результатов, при непрерывной накачке ВД генерируемых импульсов определяется в реальных условиях не флуктуациями спонтанного излучения в АЭ, а в основном технической временной нестабильностью диодной накачки – ее медленным дрейфом во времени. Модулированная накачка, учитывающая ее временной дрейф и тип модуляции, модели-

руется функцией $R_p^*(t)$, которая пропорциональна мощности накачки, концентрации активных ионов и сечению поглощения на заданной частоте. Эти сечения различаются для накачки через верхние возбужденные уровни АЭ ($n_3^* = n_3$) и прямой накачки на верхний рабочий уровень, когда его эффективная населенность определяется выражением $n_3^* = n_3(1 + f_3^{(13)}/f_1^{(13)})$, зависящим от Больцмановских факторов заполнения нижнего ($f_1^{(13)}$) и верхнего ($f_3^{(13)}$) штарковских подуровней. В модели принято, что релаксация между подуровнями и с верхнего возбужденного уровня очень быстрая, в связи с чем населенность возбужденного уровня n_4 полагается равной нулю и, следовательно, выполняется закон сохранения $n_1 + n_2 + n_3 = n_{Nd}$. Обычно считается, что $n_2, n_3 \ll n_{Nd}$, и насыщение поглощения излучения накачки не учитывается. Однако авторы работы [19] полагают, что именно учет истощения населенности основного уровня в скоростной модели лазера уже может приводить к динамическому хаосу.

Остальные члены в уравнениях (2), (3) являются общепринятыми и описывают вынужденное излучение между заданными подуровнями, вклад УСИ в изменение населенностей и уменьшение населенности нижнего уровня за счет безызлучательной релаксации на основной уровень. Отметим, что до сих пор разные авторы придерживаются различных мнений по поводу значения времени релаксации τ_{21} , хотя наши уже достаточно давние измерения [20] показали, что оно находится в субнаносекундном диапазоне и что поэтому его надо учитывать в явном виде для минилазеров, генерирующих в режиме МД короткие (менее 1 нс) импульсы. Последнее уравнение описывает изменение населенности основного уровня примесного центра Cr^{4+} в кристалле YAG с дипольным моментом, направленным вдоль кристаллографической оси X ($m = 1$) или Y ($m = 2$) [21]. Предполагается, что релаксация возбуждений с промежуточного и верхнего возбужденного уровней очень быстрая. Поэтому достаточно рассмотреть изменение населенности только основного уровня ПЛЗ, т. е. населенность верхнего метастабильного уровня с довольно большим временем релаксации τ_{a21} находится из закона сохранения $n_{a1}^{(i)} + n_{a2}^{(i)} = n_{Cr}^{(i)}$. Коэффициент β равен отношению площадей поперечных сечений пучка в АЭ и ПЛЗ. Подсветку ПЛЗ дополнительным внешним источником можно учесть с помощью выражения, аналогичного первому слагаемому в уравнении (2), или просто введением заданной функции времени ϕ_a .

Для численного решения системы уравнений (1)–(4) с учетом законов сохранения количества ионов Nd^{3+} и Cr^{4+} применялся метод Дормана и Принса с переменным адаптивным временным шагом [5, 6], позволяющий непосредственно рассчитывать процесс генерации большого числа последовательно излучаемых импульсов, что представляет собой непростую задачу при использовании метода Рунге–Кутты [13, 22]. Для статистической обработки результатов расчетов применялась оригинальная программа, позволяющая исследовать изменение и статистику таких параметров генерируемых импульсов, как максимальная интенсивность, энергия, длительность и период следования импульсов в зависимости как от параметров АЭ и ПЛЗ, так и от параметров резонатора и накачки. Для уменьшения размера обрабатываемых файлов данные сохранялись только в те моменты времени, когда нормированная интенсивность ϕ превышала некоторое малое, наперед заданное значение. В представленных ниже результатах расчетов обычно полагалось, что начальные населенности

верхних уровней АЭ и ПЛЗ равны нулю. Отметим, что даже весьма большая внутризрезонаторная интенсивность (начальная $\phi_0 = \phi(t=0)$ или оставшаяся после генерации очередного импульса) недостаточна для генерации гигантских импульсов, т. к. она сильно уменьшается из-за потерь в резонаторе и к очередному моменту достижения пороговой интенсивности может быть столь малой, что развитие гигантского импульса становится невозможным. Поэтому принципиально необходимо, чтобы в (1) коэффициент $\tilde{\epsilon}$ спонтанного излучения был отличен от нуля. Результаты работ [6, 21] показывают, что оптимальными углами поворота θ для генерации импульсов с большей энергией и меньшей длительностью являются углы $\theta = 0$ и 90° , при которых линейная поляризация импульсов совпадает с направлением кристаллографических осей ПЛЗ. В связи с этим в расчетах использовалось $\theta = 0$.

3. Результаты расчетов и их обсуждение

Как уже отмечалось выше, для генерации гигантских импульсов необходимо наличие в уравнении (1) члена $\tilde{\epsilon}(t)$, описывающего спонтанное излучение. Такой член в уравнении для внутризрезонаторной интенсивности есть в работе [13], однако флуктуации его во времени не учитывались. В работах [14–17] в аналогичном уравнении такой член отсутствовал, т. к. фактически в них рассчитывалось время достижения порога генерации, когда нет не только спонтанного, но и вынужденного излучения. Флуктуации $\tilde{\epsilon}(t)$ отвечают за предельно малую достижимую величину ВД при строго постоянных накачке и всех других параметрах лазера. При численном моделировании предполагалось, что $\tilde{\epsilon}$ включает в себя постоянную часть ϵ и флуктуирующую часть $\Delta\tilde{\epsilon}(t)$, которая меняется по случайному закону на каждом шаге по времени: $\tilde{\epsilon}(t_j) = \epsilon + \Delta\tilde{\epsilon}(t_j)$. В расчетах предполагалось также, что плотность вероятности $\tilde{\epsilon}(t)$ задается нормальным гауссовым распределением

$$p(\tilde{\epsilon}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\tilde{\epsilon} - \epsilon)^2}{2\sigma_\epsilon^2}\right] \quad (5)$$

с дисперсией σ_ϵ . Использовалось также и равномерное распределение плотности вероятности в некотором интервале значений $\tilde{\epsilon}(t)$. Особых различий в результатах замечено не было. Достаточно очевидно, что постоянная часть ϵ и отношение σ_ϵ/ϵ при постоянной накачке могут влиять практически только на период следования T_g^{cw} и относительный ВД $\delta_g^{\text{cw}} = \Delta T_g^{\text{cw}}/T_g^{\text{cw}}$.

Применение метода с переменным шагом значительно ускорило расчеты, но все же расчет стандартного варианта генерации с числом импульсов генерации $N \geq 100$ при частоте следования $\nu_g \sim 1$ кГц занимает на персональном компьютере более одного часа. Такой частоте следования соответствует накачка с нормированной постоянной мощностью $R_p^{\text{cw}} \sim 10^{-6}$. В целом использованные в расчетах параметры соответствовали параметрам лазера с пассивной модуляцией и импульсной накачкой, генерировавшего импульсы длительностью менее 1 нс [3]. Реально такой лазер из-за наведенной тепловой линзы мог работать с максимальной частотой следования ~ 200 Гц. Однако стандартные скоростные ТМЛ, в том числе и применяемая в данной статье, не учитывают тепловые эффекты. Поэтому для уменьшения времени расчетов мы увеличивали мощность накачки $R_p^{\text{cw}}(t)$ до значения 2×10^{-6} , при котором период следования $T_g^{\text{cw}} = 0.442$ мс и частота

та следования $\nu_g = 2.262$ кГц для АЭ с длиной $l = 1$ см и $t_0 = lv \approx 60.67$ пс. Эта средняя частота следования при указанном R_p^{sw} была получена при $\varepsilon = 10^{-6}$ и $\sigma_\varepsilon/\varepsilon = 0.1$. Отметим, что обусловленный спонтанными квантовыми шумами ВД, определяемый как среднее отклонение ΔT_g^{qn} периода, не превышал длительности импульсов (менее 1 нс) и в случае увеличения ε до 10^{-5} при условии $\sigma_\varepsilon/\varepsilon \leq 0.1$. С увеличением отношения $\sigma_\varepsilon/\varepsilon$ до 0.3 относительный ВД, определяемый как $\delta_g^{qn} = \Delta T_g^{qn}/T_g^{qn}$, линейно увеличивался от нуля до $10^{-3}\%$ при $\varepsilon = 10^{-5}$ и уменьшался до $3 \times 10^{-4}\%$ при $\varepsilon = 10^{-6}$, а период следования увеличивался примерно на 1%. Указанные значения существенно меньше регистрируемых экспериментально. Найти значения ε и $\sigma_\varepsilon/\varepsilon$ из сравнения рассчитанного ВД с экспериментальными результатами невозможно, т.к. реально основной вклад в ВД вносят технические шумы разной природы. В связи с этим в расчетах использовались $\varepsilon = 10^{-6}$ и $\sigma_\varepsilon/\varepsilon = 0.1$, для которых относительный джиттер $\delta_g^{qn} \approx 10^{-4}\%$ при $R_p^{sw}(t) = 2 \times 10^{-6}$. Эта величина и бралась позже в качестве исходной при исследовании влияния ее временной модуляции на частоту следования импульсов и ВД.

Отметим, что меньшие значения ε и $\sigma_\varepsilon/\varepsilon$ обуславливают меньшие значения ВД. Поэтому получаемое в данном случае в расчетах значение ВД ограничено уже цифровыми шумами расчетов. Итак, если используемые значения параметров не находятся в узких интервалах, при которых возможно возникновение динамического хаоса в лазерной системе [19], то при неучете технических нестабильностей ВД может быть очень малым и при непрерывной, но строго постоянной накачке. Периодическая модуляция некоторых параметров, например мощности накачки прямоугольными импульсами [13], может в этом случае только навязать лазерной системе задаваемый извне период следования импульсов (в некотором интервале его значений) при одном и том же среднем уровне накачки. Периодическую временную модуляцию накачки прямоугольными импульсами можно задать в виде

$$R_p^m(t) = \begin{cases} R_{p0}(1 - \delta_m), & t_i \leq t < t_i + T_p^m/2, \\ R_{p0}(1 + \delta_m), & t_i + T_p^m/2 \leq t < t_i + T_p^m, \\ t_i = (i - 1)T_p^m, & i = 1, 2, \dots, N, \dots, \end{cases} \quad (6)$$

где R_{p0} – средний уровень накачки; δ_m и T_p^m – глубина ($0 \leq \delta_m \leq 1$) и период модуляции соответственно. Отметим, что в начальный момент времени ($t = 0$) уровень накачки может быть как ниже [13], так и выше среднего. Периодическую композитную накачку можно описать следующим образом:

$$R_p^c(t) = \begin{cases} R_{p1}, & t_i \leq t < t_i + T_{p1}^c, \\ R_{p2}, & t_i + T_{p1}^c \leq t < t_i + T_p^c, \\ t_i = (i - 1)T_p^c, & i = 1, 2, \dots, N, \dots, \end{cases} \quad (7)$$

где $T_p^c = T_{p1}^c + T_{p2}^c$. Напомним, что в работе [14] лишь качественно рассматривалось изменение населенности верхнего уровня в течение одного композитного импульса при условиях $R_{p1} \ll R_{p2}$ и $T_{p1}^c \ll T_p^c$, а потом накачка прекращалась. Выражением (7) можно описать стандартную импульсную накачку, полагая, например, $R_{p2} = 0$.

Хотя в работе [13] указывается, что имеется много технических причин нестабильности периода следования импульсов, в том числе нестабильности мощности и спектра диодной накачки, реально в численных расчетах они учтены не были. В недавней работе [23], где было исследовано

влияние классических шумов на время развития первого пика релаксационных колебаний в Nd:YAG-лазере с непрерывной накачкой, для выбора начального уровня накачки и величины распределенных внутренних потерь использовался генератор случайных чисел с гауссовым распределением вероятности. При этом случайная накачка оставалась постоянной в течение всего времени расчета, а потери изменялись на каждом шаге, как и у нас при учете спонтанных шумов. На наш взгляд, для описания медленного изменения накачки, т.е. дрейфа ее параметров, обусловленного технической нестабильностью, достаточно использовать периодическую синусоидальную модуляцию с большим периодом T_d . Поэтому в настоящей работе накачка задавалась в виде

$$\tilde{R}_p(t) = R_p(t) \left[1 + \delta_d \sin\left(\frac{t}{T_d} + \varphi_d\right) \right], \quad (8)$$

где $R_p(t)$ – теоретическая временная зависимость мощности накачки, а технический шум определяется параметрами $\delta_d \ll 1$ и $T_d \gg T_p^{m,c}$. Очевидно, что при временах расчета, значительно превышающих период модуляции, влияние фазы φ_d мало. Следует иметь в виду, что такое описание технической нестабильности накачки приводит к тому, что распределение временных интервалов между импульсами не является гауссовым, а имеет характерный вид с двумя максимумами, соответствующими периодичности появления максимумов и минимумов накачки. Для количественной характеристики ВД использовалось рассчитываемое статистическое отклонение периода, хотя оно и не имеет в этом случае такой простой интерпретации, как в случае гауссовой статистики.

При нестабильности постоянной накачки $\delta_d = 0.01$ ($R_p^{sw}(t) = 2 \times 10^{-6}$) и периоде дрейфа $T_d = 7.28 \times 10^8 t_0 = 44.2$ мс рассчитанные стандартное отклонение периода $\Delta T_g^{sw} = 10.63$ мс и относительный ВД $\delta_g^{sw} = \Delta T_g^{sw}/T_g^{sw} \approx 2.4\%$. Таким образом, представляющаяся нормальной нестабильность постоянной накачки в 1% приводит к увеличению ВД более чем на четыре порядка по сравнению с ВД, обусловленным квантовыми шумами при строгой постоянной накачке. Величина ВД, следующая из расчетов, составляет единицы процентов и хорошо согласуется с известными результатами.

Чтобы навязать лазерной системе задаваемый извне период следования импульсов при одном и том же среднем уровне накачки, можно использовать периодическую модуляцию некоторых параметров лазерной системы, например мощности накачки, но не обязательно прямоугольными импульсами [13]. Проведенные расчеты показывают, что это можно сделать, используя синусоидальную модуляцию

$$R_p^s(t) = R_{p0} \left[1 + \delta_s \sin\left(\frac{2\pi}{T_s} t + \varphi_s\right) \right] \quad (9)$$

с достаточной глубиной модуляции δ_s . Так, при глубине модуляции $\delta_s = 0.2$ и периоде модуляции T_s , совпадающем со средним периодом T_g^{sw} при постоянной накачке, относительный ВД $\delta_g^s = \Delta T_g^s/T_g^s$ уменьшается до $\sim 0.12\%$, что практически совпадает с результатом, получаемым при прямоугольной модуляции с тем же периодом. В связи с тем, что экспериментально была реализована модуляция прямоугольными импульсами, в том числе с их усечением после генерации очередного импульса, ниже ограничим

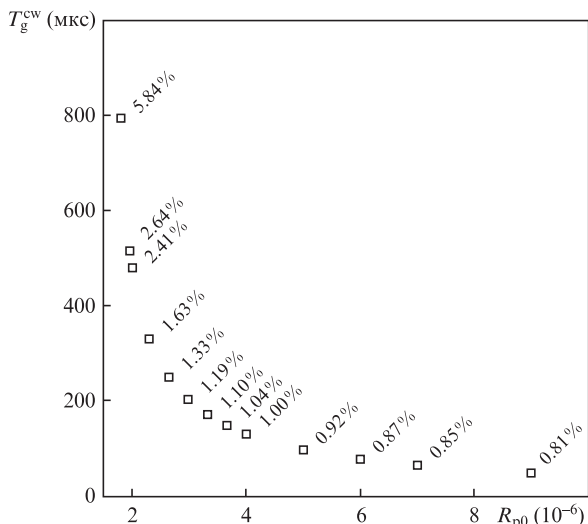


Рис.1. Зависимости периода следования импульсов и относительного ВД от мощности непрерывной накачки.

ся в основном представлением результатов модуляции накачки прямоугольными импульсами. Однако перед этим укажем, что полученные в результате численных расчетов зависимости периода следования и относительного ВД от мощности постоянной накачки (рис.1) находятся в качественном согласии с наблюдавшимися ранее в работах [13,24] аналогичными экспериментальными зависимостями. Так, с увеличением мощности накачки быстро уменьшается не только период следования, но и относительный ВД импульсов.

Модуляция накачки прямоугольными импульсами (с тем же средним уровнем накачки) прежде всего стабилизирует период следования импульсов, уменьшая ВД от нескольких процентов до 0.12% для $\delta_m = 0.2$, т. е. примерно в 20 раз. При комбинированной накачке подбором $R_{p1,p2}$ и $T_{p1,p2}^c$ можно еще почти на порядок уменьшить относительный ВД при сохранении той же средней мощности. Однако прямоугольная модуляция позволяет не только уменьшить джиттер при заданном уровне накачки, но и сохранить частоту следования, а также малый относительный ВД импульсов при значительном изменении (не более чем на 10%) среднего уровня накачки (рис.2). Такое же изменение уровня непрерывной накачки приводило бы к существенному изменению частоты следования импульсов (рис.1). Более наглядно механизм стабилизации частоты при прямоугольной модуляции накачки поясняет рис.3. С увеличением глубины модуляции при сохранении среднего уровня накачки прежде всего следует ожидать уменьшения относительного ВД, что действительно имеет место, но заметить это на рис.3 трудно из-за больших временных масштабов. В то же время хорошо видно, что при малой глубине модуляции ($\delta_m = 0.2$) населенность верхнего уровня монотонно растет в промежутках между импульсами, в то время как с увеличением глубины модуляции она быстро растет во время большей накачки (не достигая все же порога генерации), но затем уменьшается за счет спонтанного излучения в течение полупериода с меньшей накачкой и становится даже меньше населенности при меньшей глубине модуляции. Зато перед началом генерации скорость роста населенности больше, и поэтому ВД уменьшается. Очевидно, что энергетические потери на спонтанное излучение, а также на УСИ, весьма велики. Поэтому естественно возникает идея

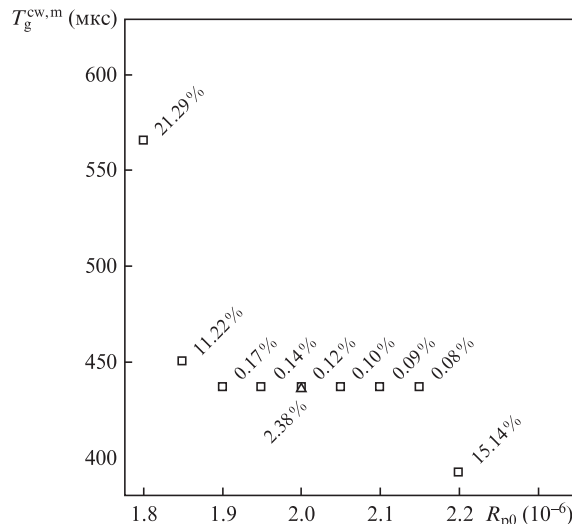


Рис.2. Зависимости периодов следования импульсов и относительных ВД от средней мощности накачки при модуляции прямоугольными импульсами с глубиной 20% (□) и при непрерывной накачке (Δ).

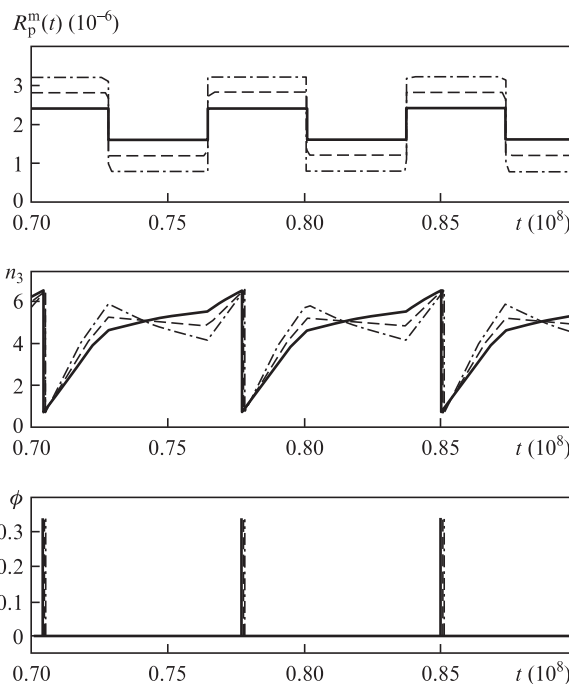


Рис.3. Временные зависимости модулированной мощности накачки R_p^m , населенности верхнего уровня n_3 и интенсивности лазерных импульсов ϕ при глубине модуляции накачки $\delta_m = 0.2$ (сплошные кривые), 0.4 (штриховые кривые) и 0.6 (штрих-пунктирные кривые) в стационарном режиме генерации.

их уменьшения за счет прекращения накачки и возвращения ее к меньшему значению сразу после генерации очередного импульса.

Такое «усечение» импульсов накачки после генерации лазерных импульсов приводит к тому, что населенность верхнего лазерного уровня все время, вплоть до достижения пороговой населенности, остается меньшей соответствующей населенности при модуляции накачки без усечения (рис.4). Из рис.4 видно, что при усечении импульсов накачки в АЭ вводится меньшая энергия, т. е. потери на спонтанное испускание становятся меньше. Накачка с прерыванием напоминает комбинированную накачку. Уже

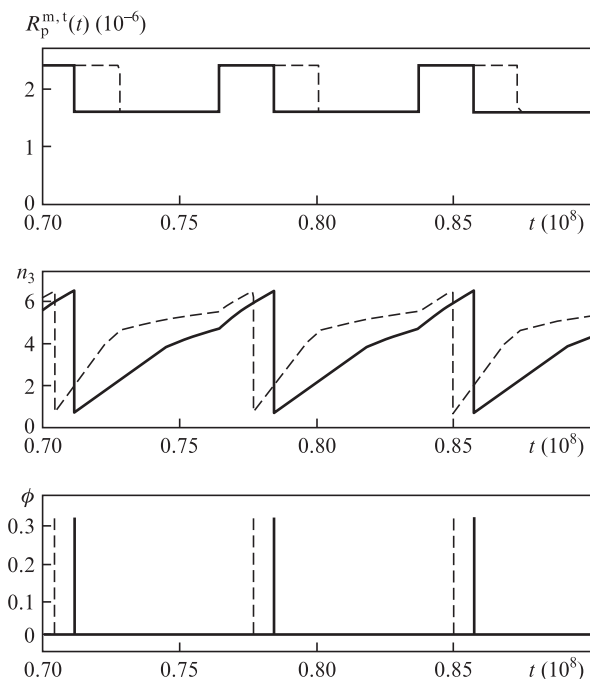


Рис.4. Временные зависимости модулированных мощностей накачек $R_p^{m,t}$, населенности верхнего уровня n_3 и интенсивности лазерных импульсов ϕ при глубине модуляции накачки 20% в стационарном режиме генерации с усечением импульсов накачки (сплошные линии) и без усечения (штриховые линии).

поэтому можно ожидать уменьшения ВД при изменении среднего уровня накачки и соответствующего ему изменения периода модуляции. В расчетах использовались полученные ранее (рис.1) средние периоды следования импульсов при заданном среднем уровне накачки. Результаты расчетов представлены на рис.5. Видно, что усечение импульсов прямоугольной накачки обуславливает уменьшение относительного ВД в десятки раз, стабилизируя его на уровне менее 0.1%.

В режиме усечения импульсов накачки интервал средних уровней накачек, при которых относительный ВД остается достаточно малым при заданной частоте следования

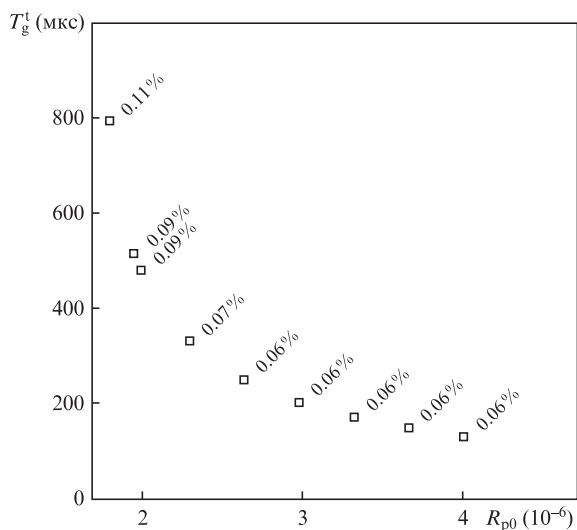


Рис.5. Зависимости периода следования импульсов и относительного ВД от средней мощности накачки, модулированной прямоугольными импульсами с глубиной 20% в режиме с усечением импульсов накачки.

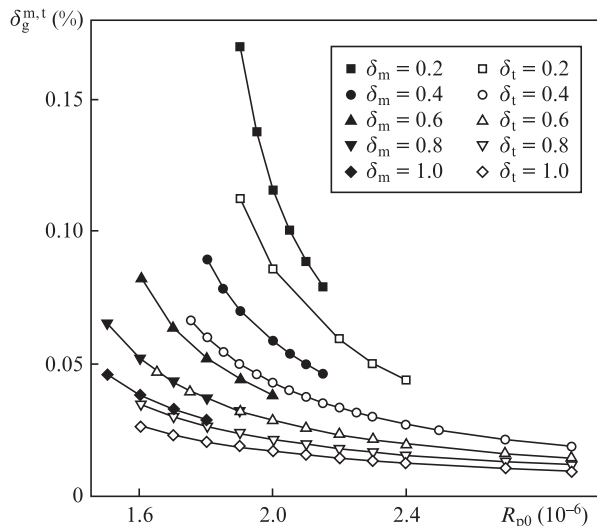


Рис.6. Зависимости относительных ВД от средней мощности накачки, модулированной прямоугольными импульсами с различными глубинами модуляции, в режиме без усечения (темные точки) и с усечением (светлые точки) импульсов накачки.

импульсов модуляции, расширяется. На рис.6 показаны зависимости относительного ВД от среднего уровня накачки, глубины и типа ее модуляции для стандартной частоты следования, получаемой при непрерывной накачке с $R_{p0} = 2 \times 10^{-6}$. Для каждого случая проводились расчеты, результаты которых аналогичны представленным на рис.2. За пределами рассматриваемых интервалов средних уровней накачек значения относительного ВД резко возрастали, что свидетельствует о невозможности навязать заданную периодом модуляции частоту следования импульсов вне этих интервалов. Усечение импульсов накачки приводит к значительному расширению интервала устойчивости заданной частоты следования к изменению среднего уровня накачки, особенно в сторону его увеличения. Действительно, при навязываемой модуляцией частоте следования импульсов, которая выше реализуемой при постоянной накачке, равной нижнему уровню композит-

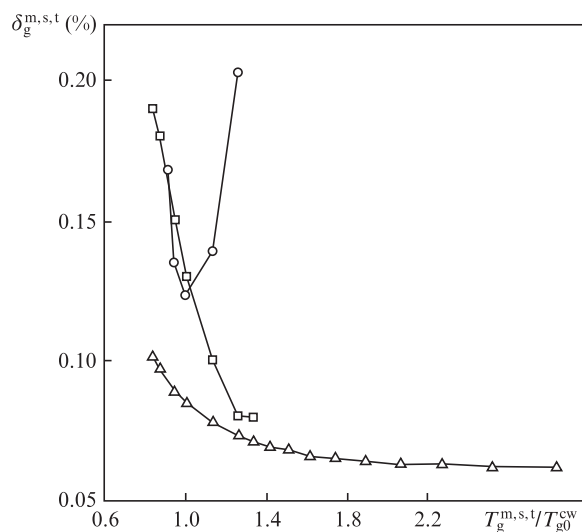


Рис.7. Зависимости относительных ВД от периодов модуляции (с глубиной 20%) мощности накачки в случае модуляции прямоугольными импульсами в режиме без усечения (\square) и с усечением (Δ) импульсов накачки, а также в случае гармонической (синусоидальной) модуляции (\circ) при одной и той же средней мощности накачки.

ной накачки, энергия накачки автоматически стабилизируется за счет прерывания импульсов на верхнем уровне. Кроме того, при увеличении глубины модуляции и усечении импульсов накачки уменьшается относительный ВД. Очевидно, что глубина модуляции 100% соответствует импульсной накачке со скважностью 0.5. При достаточно высоких мощностях накачки это может приводить к генерации цуга импульсов в течение импульса накачки. Усечение импульсов накачки, очевидно, должно вызывать генерацию только одного импульса за период.

В режиме усечения импульсов накачки при ее заданных среднем уровне и глубине модуляции расширяется также диапазон задаваемых извне периодов следования импульсов с малым ВД (рис.7). Видно, что при глубине модуляции мощности накачки прямоугольными импульсами 20% можно навязать период следования, который в 1.3 раза (режим без усечения импульсов) и в 2.6 раза (режим с усечением) больше периода следования при постоянной накачке с тем же средним уровнем. Можно осуществить принудительную синхронизацию частоты следования с частотой модуляции накачки, при которой происходит уменьшение периода следования примерно на 20%. Полученные диапазоны возможного изменения периода следования существенно превышают диапазоны синхронизации, указанные в работе [13]. При синусоидальной модуляции накачки диапазон регулирования периода следования импульсов значительно меньше, чем при прямоугольной модуляции с той же глубиной. Кроме того, в случае синусоидальной модуляции режим усечения не имеет смысла. Да и экспериментально модуляция прямоугольными импульсами проще реализуется. Однако принципиальная важность такой модуляции состоит в том, что чисто гармоническим воздействием можно навязать лазерной системе нужную частоту следования импульсов.

Заканчивая изложение результатов моделирования, сделаем несколько замечаний относительно истории исследований, связанных с применением модулированной накачки. Насколько нам удалось выяснить, возможность уменьшения ВД импульсов полупроводниковых лазеров при периодической модуляции тока инжекции прямоугольными импульсами исследовалась еще в работах [25, 26]. Чуть позже эта идея в применении к накачке волоконного лазера с помощью модулированного прямоугольными импульсами излучения лазерного диода развивалась в работе [27], правда для случая генерации длинных (десятки микросекунд) импульсов в отсутствие ПЛЗ. В этой работе отмечалась важность эффекта памяти, связанного с медленной релаксацией инверсной населенности, и наличия подпороговой накачки для управления началом генерации импульсов. Идея подпороговой предварительной накачки более четко была сформулирована позже в [28] и развивалась в работах [13–17, 29] главным образом для уменьшения ВД импульсов, хотя такая накачка предназначалась и используется также для стабилизации теплового режима лазера при изменении частоты следования импульсов [30].

Сравнение результатов моделирования настоящей работы с полученными ранее в [13] показывает, что они в основном согласуются. При дрейфе мощности накачки 1% относительный ВД стабилизируется на уровне свыше 10^{-4} при глубокой модуляции и усечении импульсов накачки (рис.6). Для достижения стабилизации ВД на уровне 10^{-6} – 10^{-5} требуются чрезвычайно стабильные источники накачки, для которых влияние технических шумов

уже практически сравнивается с влиянием квантовых шумов излучения.

Сравним далее вкратце полученные результаты с результатами работы [29]. В ней используется стандартная упрощенная балансная ТМЛ, в которой не учитывается расщепление на подуровни в схеме энергетических уровней АЭ, релаксацию возбуждения с нижнего рабочего уровня описывают уменьшением инверсии населенности и т.п. Вызывает сомнение правильность введенного коэффициента $[1 - (n_3 - n_2)/n_{Nd}]$ перед $R_p^*(t)$, необходимого, по-видимому, для учета истощения населенности основного уровня. В явном виде вклад спонтанного излучения не учитывается. В целом утверждается, что наличие ненулевой постоянной накачки может существенно улучшить стабильность ВД по сравнению со случаем импульсной накачки. Обосновывается это утверждение тем, что при постоянной накачке начальная инверсия населенности будет всегда одной и той же, а при импульсной накачке – почему-то нет. Однако из представленных рисунков видно, что при постоянной накачке в АЭ вкачивается в 2.5 раза большая энергия, чем при импульсной, причем в обоих случаях во время генерации лазерного импульса инверсия населенности уменьшается всего на 20%, т.е. процесс генерации организован крайне неэффективно. Достаточно очевидно, что наличие постоянной накачки может уменьшить джиттер только в том случае, если она очень стабильна. И действительно, в [29] указывается, что при моделировании гауссова нестабильность продолжительной (~ 1 мс) постоянной накачки полагалась равной 0.6%, а короткой (30 мкс) импульсной накачки – 1.4%. По-видимому, такой же полагалась нестабильность и при импульсной накачке. В наших же расчетах для любого вида модуляции накачки использовался один и тот же медленный дрейф мощности, равный 1%. В связи с этим увеличение глубины модуляции и переход к импульсной накачке приводят только к уменьшению ВД. Очевидно, что на практике могут реализовываться различные варианты технических флуктуаций мощности накачки, поэтому в каждом конкретном случае необходим тщательный анализ экспериментальных данных.

В работе [15], как и в [29], тоже утверждается, что джиттер имеет локальный минимум, когда постоянная часть мощности накачки составляет определенную долю от пороговой мощности. Однако довольно странно, что эта мощность не зависит от длительности импульсной составляющей и от периода следования. Отметим также, что разброс времени задержки начала генерации (определяемого как момент времени, в который производная по времени от плотности фотонов равна нулю) относительно переднего фронта импульса накачки и считается искомым джиттером периода следования. На наш взгляд, эта величина соответствует ЛВД при импульсной накачке. Как определялся джиттер при постоянном токе накачки, в работе не указано. Обсуждение экспериментальных результатов вышеупомянутых и некоторых других работ проведем после описания собственных экспериментальных результатов.

4. Результаты экспериментов

Экспериментальные исследования ВД проводились с использованием нескольких миниатюрных Nd:YAG-лазеров с МД и продольной накачкой лазерным диодом. Целью проведенных экспериментов было подтверждение установленных в результате моделирования возможнос-

тей уменьшения ВД. Поэтому здесь ограничимся лишь кратким изложением результатов по измерению ВД без детального описания использованных лазеров. Вначале представим результаты для лазеров с модулированной прямоугольными импульсами накачкой и возможностью их усечения, а затем – для лазеров с импульсной накачкой при пассивной МД и активной МД с отрицательной обратной связью.

В лазерах с пассивной МД применялись различные системы накачки, а также АЭ и ПЛЗ с сильно различающимися начальными пропусканиями. Это позволяло получать импульсы с различной длительностью (от десятков наносекунд до субнаносекунд), энергией и частотой следования. При использовании непрерывной накачки с модуляцией прямоугольными импульсами в память осциллографа записывалась случайно выбранная последовательность (обычно несколько сотен) импульсов и затем проводилась их статистическая обработка – находились средние периоды, стандартные отклонения и т. д. Таким образом, в этом случае измерялся абсолютный ВД и можно было, конечно, рассчитать относительный ВД при различных типах модуляции и частотах следования.

Так, для лазера с начальным пропусканием ПЛЗ из Сг:YAG, равным 45%, длительность импульсов составляла 5 нс (рис.8,*а*), а частота их следования при изменении тока накачки могла изменяться от одного до десяти и более килогерц. При использовании модулированной накачки со скважностью 0.5 лазерные импульсы генерировались при больших мощностях накачки (рис.8,*б*). Постоянная и импульсная составляющие накачки могли изменяться независимо. Выбрав импульсную или постоянную составляющую равной нулю, можно осуществить переход к непрерывной или импульсной накачке. При включении режима усечения импульсная составляющая накачки отключалась после генерации очередного лазерного импульса. Отметим, что при использовании достаточно высоких мощностей накачки в течение импульса с большей мощностью мог генерироваться цуг импульсов [31], который обрзался при включении режима усечения, после чего оставался только один импульс в течение всего периода модуляции. При выходе из режима стабильной генерации в результате изменения составляющих накачки интервалы времени между импульсами становились нерегулярными, и измерение ВД не имело смысла. Поэтому после изменения уровня накачки последовательность генерируемых импульсов контролировалась визуально (рис.8,*в*) и только потом записывалась в память осциллографа Tektronix DPO 72004С и обрабатывалась для получения значений ВД. Поскольку особых мер по стабилизации уровня непрерывной накачки не предпринималось, то относительный ВД составлял $\sim 5\%$ при частотах следования импульсов от одного до нескольких килогерц. При модуляции накачки в условиях, соответствующих рис.8,*б*, для периода следования $T_g^m = 1.0002$ мс джиттер $\Delta T_g^m = 2.405$ мкс, т. е. $\delta_g^m = 0.24\%$. Небольшим увеличением глубины модуляции легко достигалось значение $\delta_g^m = 0.09\%$, а включение режима усечения импульсов накачки приводило к $\delta_g^t = 0.06\%$. Таким образом, полученные экспериментальные результаты хорошо согласуются с результатами моделирования.

Далее представим результаты по измерению ЛВД для лазеров, генерирующих короткие мощные импульсы и поэтому работающих при относительно невысоких частотах следования (до 200 Гц) с накачкой импульсами дли-

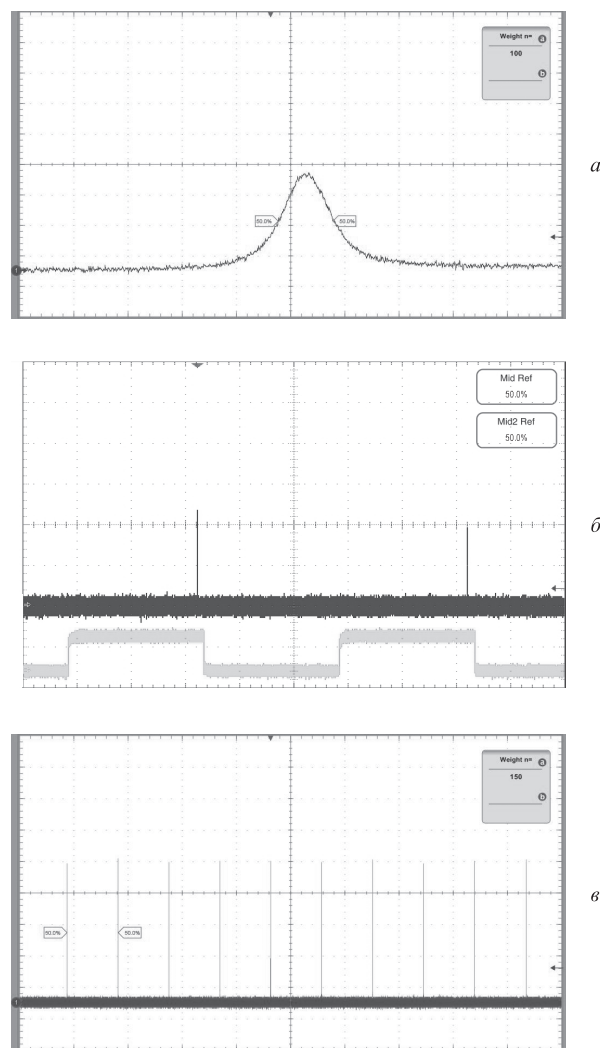


Рис.8. Осциллограммы лазерного импульса при развертке 4 нс/дел. (*а*), импульсов генерации (вверху) и накачки (внизу) при развертке 200 мкс/дел. (*б*) и последовательности лазерных импульсов при развертке 400 мкс/дел. (*в*).

тельностью ~ 200 мкс. В лазерах с ПЛЗ из кристаллов Сг:YAG с начальным пропусканием 12% и глухим и выходным (с коэффициентом отражения 20%) зеркалами генерировались короткие (менее 1 нс) импульсы (рис.9,*а*), которые ранее сжимались в процессе ВРМБ [3]. В этом случае регистрировалась (рис.9,*б*) задержка времени генерации лазерного импульса относительно синхроимпульса, который регулировал момент начала генерации лазерного диода и подавался на вход осциллографа Tektronix TDS6124С. Стандартное отклонение времени развития генерации в этом случае составляло менее 200 нс и не зависело от частоты следования импульсов, т. к. память на параметры системы после генерации импульсов в интервалах между ними не сохранялась. Поэтому делить эту величину на временной интервал между импульсами, например при частоте следования 10 Гц, и получать относительный ЛВД, равный $\sim 10^{-6}$, не имеет смысла, поскольку абсолютный джиттер самих синхроимпульсов в этих измерениях не учитывается. Проведенные ранее измерения абсолютного ВД сжатых импульсов [3] при частоте их следования 10 Гц дают значение ~ 0.25 мс. Таким образом, ВД в этом случае практически полностью обусловлен ВД самих синхроимпульсов, т. к. джиттер временной задерж-

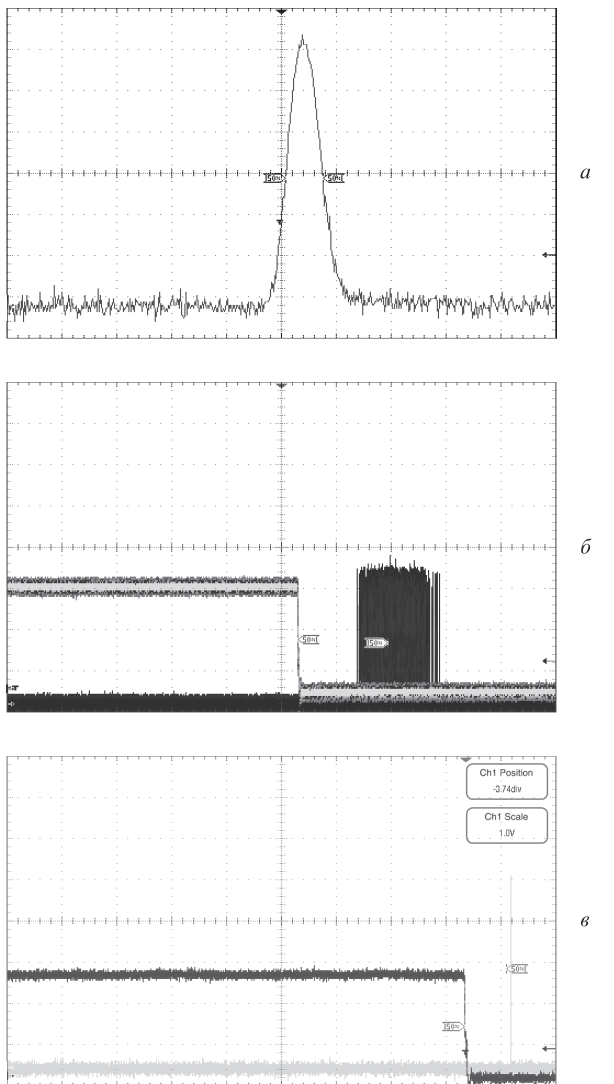


Рис.9. Осциллограммы лазерного импульса при развертке 1.25 нс/дел. (а), импульсов генерации (справа) и накачки (слева) при развертке 1 мкс/дел. (б), а также импульсов накачки (слева) и последовательности наложенных лазерных импульсов (справа) при развертке 400 нс/дел. (в).

ки сжатых импульсов относительно импульсов накачки не превышает 40 пс [3].

Уменьшение ЛВД импульсов имеет, однако, большое значение, поскольку во многих случаях исследуемые с помощью лазера явления и запуск генерации самого лазера осуществляются от одного и того же или жестко связанных между собой синхроимпульсов. Для получения малых абсолютных значений ЛВД удобно использовать лазеры с активной МД и отрицательной обратной связью [4]. В этом случае вначале в течение импульса накачки устанавливается режим непрерывной генерации и лишь затем подается специальный синхроимпульс, относительно которого и регистрируется появление лазерного импульса (рис.9,в). Проведенные измерения для случая генерации коротких (менее 1 нс) импульсов дают ЛВД примерно равный 50 пс. На наш взгляд, такой точности для привязки к внешним событиям часто вполне достаточно.

В результате поисков, проведенных уже после возникновения идеи о возможности уменьшения ВД при использовании усечения импульсов накачки и подтверждения ее прямыми численными расчетами и экспериментами, нам

удалось найти только две более ранние публикации [32, 33], в которых она упоминается. Во-первых, это патент с приоритетом от 1996 г. [32], в котором в общих словах сформулированы практически все обсуждавшиеся выше возможности управления моментами начала генерации лазерных импульсов и стабилизации частоты следования. Исследуемый нами режим усечения импульсов накачки после генерации лазерного импульса непосредственно в [32] не рассматривается, а указанная возможность выключения импульсной накачки при этом связывается только с возможностью управления интервалами между генерируемыми импульсами. Полученные в экспериментах значения ВД, равные ~ 60 нс в режиме непрерывной накачки при частоте следования импульсов 13 кГц и 33 пс при модулированной накачке и частоте следования 11.7 кГц, представляются слишком малыми, даже если имелся в виду ЛВД импульсов. Действительно, это означает, что в стандартном режиме непрерывной накачки получен относительный джиттер $\delta_g^{cw} = 0.078\%$, почти на два порядка меньший обычно реализуемых в экспериментах других авторов значений. Следует отметить также, что указанный патент не процитирован ни в одной из известных нам работ, в том числе и в опубликованных позже работах самих авторов патента (см., напр., [7] и ссылки на них в [5, 6]). На возможность отключения импульса накачки после генерации лазерного импульса указывается также в работе [33], но и в ней нет никаких указаний на влияние такого отключения на величину ВД.

5. Заключение

Численный анализ генерации Nd:YAG-минилазеров с пассивной МД и продольной накачкой лазерными диодами проведен на основе расширенной ТМЛ, в которой учитывается расщепление энергетических уровней АЭ на штарковские подуровни, время релаксации возбуждений с нижнего рабочего лазерного уровня на основной уровень, возможность прямой накачки на верхний уровень, зависимость пропускания ПЛЗ от угла поворота относительно плоскости линейной поляризации излучения и т. д. Для целей настоящей работы специально учтены возможность истощения населенности основного уровня АЭ, просветления ПЛЗ дополнительным источником излучения, а также возможность модуляции излучения накачки различными способами. Используемые при моделировании мощности флуктуаций спонтанного излучения ограничивают стабильность периода при частоте следования импульсов ~ 1 кГц на уровне $\delta_g^{qn} = \Delta T_g^{qn}/T_g^{qn} \sim 10^{-6}$, определяющем минимально достижимый относительный ВД импульсов, к которому можно только приближаться при использовании различных технических методов уменьшения ВД, в том числе и периодической модуляции мощности накачки.

В результате прямых численных расчетов показана возможность управления частотой следования и значительного уменьшения ВД импульсов при использовании периодической модуляции диодной накачки прямоугольными импульсами. Отмечено, что синхронизация периода следования импульсов с периодом модуляции возможна и при гармонической (синусоидальной) модуляции накачки. Однако диапазоны частот следования и средних мощностей накачки, при которых такая синхронизация осуществима, шире при модуляции прямоугольными импульсами. При использовании модуляции накачки прямо-

угольными импульсами переключение с верхнего на нижний уровень накачки после генерации очередного лазерного импульса увеличивает устойчивость частоты следования к изменению средней мощности накачки и расширяет диапазон частот следования, в котором возможна их привязка к частоте модуляции накачки. Возможность уменьшения ВД и синхронизации частоты следования импульсов с частотой модуляции накачки подтверждена проведенными экспериментами. Показано, что для частот следования ~ 1 кГц отношение стандартного отклонения периода к периоду следования уменьшается от нескольких процентов при непрерывной накачке до 0.06% в режиме усечения импульсов модуляции. Полученные экспериментальные результаты находятся в хорошем согласии с результатами моделирования.

- Zayhowski J.J., in *Solid-State Lasers and Applications* (London: CRC Press, 2007, p.1).
- Zayhowski J.J., Welford D., Harrison J., in *The Handbook of Photonics* (New York: CRC Press, 2007, Ch. 10).
- Дементьев А.С., Демин И., Мураускас Э., Славинскис Н. *Квантовая электроника*, **41**, 153 (2011).
- Buzelis R., Dement'ev A., Kosenko J., Murauskas E. *Lith. Phys. J.*, **38**, 63 (1998).
- Buzelis R., Dement'ev A., Kosenko J., Murauskas E., Navakas R., Radzhiunas M. *Lith. Phys. J.*, **38**, 248 (1998).
- Dement'ev A., Navakas R. *Lith. Phys. J.*, **39**, 392 (1999).
- Hansson B., Arvidsson M. *Electron. Lett.*, **36**, 1123 (2000).
- Wang X., Xu Z. *Appl. Opt.*, **45**, 8477 (2006).
- Dasalu T., Pavel N., Lupei V., Philipps G., Beck T., Weber H. *Opt. Eng.*, **35**, 1247 (1996).
- Cole B., Goldberg L., Trussell C.W., Hays A., Schilling B.W., Macintosh C. *Opt. Exp.*, **17**, 1766 (2009).
- Nodop D., Rothhardt J., Hädrich S., Limpert J., Tünnermann A. *Appl. Phys. B*, **94**, 399 (2009).
- Huang P.-L., Weng Ch.-R., Cheng H.-Z., Huang Sh.-L. *Jpn. J. Appl. Phys.*, **40**, 508 (2001).
- Lai N.D., Brunel M., Bretenaker F., Floch A.L. *Appl. Phys. Lett.*, **79**, 1073 (2001).
- Khurgin J.B., Jin F., Solyar G., Wang C., Trivedi S. *Appl. Opt.*, **41**, 1095 (2002).
- Беловолов М.И., Шаталов А.Ф. *Квантовая электроника*, **39**, 25 (2009).
- Shatalov A.F., Shatalov F.A. *Radiophys. Quantum Electron.*, **52**, 305 (2009).
- Shatalov A.F., Shatalov F.A. *Opt. Spectrosc.*, **107**, 315 (2009).
- Зверев Г.М., Голяев Ю.А. *Лазеры на кристаллах и их применение* (М.: Радио и связь, 1994).
- Tang D.Y., Ng S.P., Qin L.J., Meng X.L. *Opt. Lett.*, **28**, 325 (2003).
- Бузялис Р.Р., Дементьев А.С., Косенко Е.К., Мураускас Э.К. *Квантовая электроника*, **22**, 567 (1995).
- Dement'ev A., Buzelis R., Kosenko J., Murauskas E., Navakas R. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **4415**, 92 (2001).
- Li Q., Feng B., Zhang Z., Zhang T. *Opt. Commun.*, **284**, 3391 (2011).
- Wermus D., Shaffner T., Siemers T.J., Thompson J.R. *Opt. Commun.*, **284**, 3051 (2011).
- Беловолов М.И., Шаталов А.Ф. *Квантовая электроника*, **38**, 933 (2008).
- Mirasso C.R., Colet P., Miguel M.S. *Opt. Lett.*, **16**, 1753 (1991).
- Valle A., Rodriguez M., Mirasso C.R. *Opt. Lett.*, **17**, 1523 (1992).
- Garreau J.C., Wang P.-Y., Glorieux P. *IEEE J. Quantum Electron.*, **30**, 1058 (1994).
- Mandeville W.J., Dinndorf K.M., Champigny N.E. *Proc SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **2748**, 358 (1996).
- Yan P., Tian X., Gong M.-I., Xie T. *Opt. Eng.*, **44**, 014201 (2005).
- Hong Z., Zheng H., Chen J., Ge J. *Appl. Phys. B*, **73**, 205 (2001).
- Бузинов Н.М., Дмитриев В.Г., Забавин В.Н., Казаков А.А., Маслов А.А., Спицын Е.М. *Квантовая электроника*, **37**, 334 (2007).
- Arvidsson M., Hansson B., Lindström C. Patent WO 97/31411.
- Feve J.-P., Landru N., Pacaud O. *Tech. Digest Conf. on Advanced Solid-State Photonics* (New York, OSA, 2005, paper TuB39).