

ПОСТРОЕНИЕ И ОБРАБОТКА ОПТИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

PACS 42.30.Va; 42.25.Kb; 42.25.Hz

Безопорный метод формирования трехмерного изображения и определения угловой скорости вращения удаленного объекта**В.И.Мандросов**

Предлагается безопорный метод формирования трехмерного изображения и определения угловой скорости вращения удаленного неплоского объекта. Метод основан на зондировании объекта лазерными излучениями с длинами когерентности, меньшей и большей его размеров, и использовании установленного в области плоского изображения объекта экрана с радиально расположенными отверстиями, в центрах которых находятся фотодетекторы. Построение трехмерного изображения объекта осуществляется по видности интерференционных полос, формируемых за экраном пучками рассеянного объектом излучения, прошедшими через различные пары отверстий, одно из которых зафиксировано. Три компоненты вектора угловой скорости вращения объекта определяются по спектру мощности электрического сигнала, возникающего в процессе движения интерференционных полос по расположенному за экраном фотодетектору.

Ключевые слова: видность интерференционных полос, построение трехмерных изображений удаленных объектов по их плоским когерентным изображениям, эффект Доплера.

1. Введение

Получение трехмерных изображений объектов (или, иначе, реконструкция формы их поверхности с применением лазерного излучения) было реализовано еще в начале 60-х годов XX века благодаря фундаментальным работам [1, 2] в области голографии. Такие изображения реконструируются по голограмме, формирующейся в светочувствительной среде при сложении опорной волны от лазерного источника и волны, рассеянной объектом при его зондировании излучением того же источника. Возможность определения скоростных параметров объектов, в том числе и угловых скоростей их вращения, с использованием зондирующего лазерного излучения, сфокусированного на отдельные участки объекта, по доплеровским сдвигам частот рассеянного излучения, рассчитываемых по временному спектру интенсивности суммы опорной и рассеянной волн, была рассмотрена в работе [3]. Однако в случае сильно удаленных объектов, в том числе околоземных космических объектов, реализация упомянутых методов требует использования пучков мощного лазерного излучения с длиной когерентности, не меньшей суммарного расстояния от источника до объекта и от объекта до регистрирующей среды, фокусируемых на небольшие участки поверхности объекта. Источники такого излучения, а также системы фокусировки пучков на отдельные участки объектов реализовать очень трудно.

Позже появились работы по безопорным методам реконструкции трехмерного изображения исследуемого объекта и определения его скоростных параметров, основанным на использовании только одного лазерного пучка, зондирующего объект. В частности, в работе [4] был предложен безопорный метод определения угловой скорости

вращения объекта, реализованный с помощью устройства, содержащего зондирующий лазерный источник, приемную оптическую систему, формирующую лазерное изображение объекта, и два отверстия в плоскости этого изображения. Пучки рассеянного объектом излучения, проходящие через эти отверстия, формировали за изображением интерференционные полосы. При вращении объекта эти полосы двигались по входному отверстию фотоприемника. Угловая скорость вращения определялась далее по временному спектру электрического сигнала, возникающего на выходе фотоприемника при движении полос. В работе [5] была предложена схема, содержащая три подобных устройства, приемные оптические системы которых формировали три изображения объекта с трех различных его ракурсов. Эта схема позволяет определить вектор угловой скорости вращения объекта. В работах [6, 7] была проанализирована возможность реконструкции трехмерного изображения удаленного неплоского объекта по контрасту спекл-структуры усредненного по времени распределения интенсивности в его когерентном изображении, основанной на временном подходе, заключающемся в использовании временной функции корреляции зондирующего излучения. Однако предложенные в [5–7] методы не позволяли одновременно реконструировать трехмерное изображение удаленного объекта и определять три компоненты вектора угловой скорости его вращения. В настоящей работе предлагается безопорный метод, который дает возможность провести такую реконструкцию изображения с использованием временного подхода, что особенно важно в задачах определения формы и параметров движения околоземных космических объектов.

2. Реконструкция трехмерного изображения объекта и определение трех компонент вектора его угловой скорости вращения**2.1. Регистрация плоских изображений объекта**

Лазерный источник 1 (рис.1) зондирует объект 2 квази-монохроматическим излучением с временной функцией корреляции огибающей

В.И.Мандросов. Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Россия, Московская обл., 141700 Долгопрудный, Институтский пер., 9;
e-mail: vmandrosov@mail.ru

Поступила в редакцию 7 февраля 2012 г., после доработки – 24 апреля 2012 г.

$$B_u(\tau) = \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} u(t+\tau)u^*(t)dt$$

и временем корреляции

$$\tau_c = \int_{-\infty}^{\infty} u^2(\tau)d\tau,$$

где $u(t)$ – функция модуляции огибающей поля источника излучения; t_0 и T_s – начальный момент и время обработки рассеянного объектом излучения. Монохроматическое излучение (излучение на частоте ω_m с длиной когерентности, существенно большей глубины области обратного рассеяния объекта h_b , и с функцией модуляции источника излучения $u(t) \approx 1$ [8]) используется для определения вектора угловой скорости вращения объекта. Квазимонохроматическое излучение на частоте ω_q применяется далее для реконструкции трехмерного изображения объекта и имеет длину когерентности $L_c = c\tau_c$ (c – скорость света), меньшую глубины h_b . В соответствии с временным под-

ходом эта реконструкция будет базироваться на использовании функции $B_u(\tau)$.

Рассеянное объектом излучение фокусируется далее оптической системой 4 на плоский непрозрачный экран 5 с прорезанными в нем радиально расположенными отверстиями 6 диаметром d_p , на котором формируются два плоских пятнистых изображения объекта 2 на частотах ω_m и ω_q со средним размером пятен (спеклов) $a = \lambda_q d_p / z_{sc}$, где $\lambda_q = 2\pi c / \omega_q$, а z_{sc} – расстояние от точки О до экрана 5, т.е. до плоскости изображения объекта. В центр каждого отверстия встроены фотодетекторы диаметром d_0 , на входе которого установлен узкополосный фильтр с максимумом пропускания на частоте ω_q , причем диаметр отверстия не превышает $2d_0$. На рис.1 фотодетектор в центре отверстия изображен в виде серого круга.

Пусть задано распределение $\xi(\mathbf{r})$ высот шероховатостей на поверхности исследуемого объекта, где $\mathbf{r}(x, y) = (x, y, z(x, y))$ – радиус-вектор его средней поверхности, а $z = z(x, y)$ – уравнение этой поверхности. Тогда в системе координат δ_x, δ_y мгновенное распределение поля в пло-

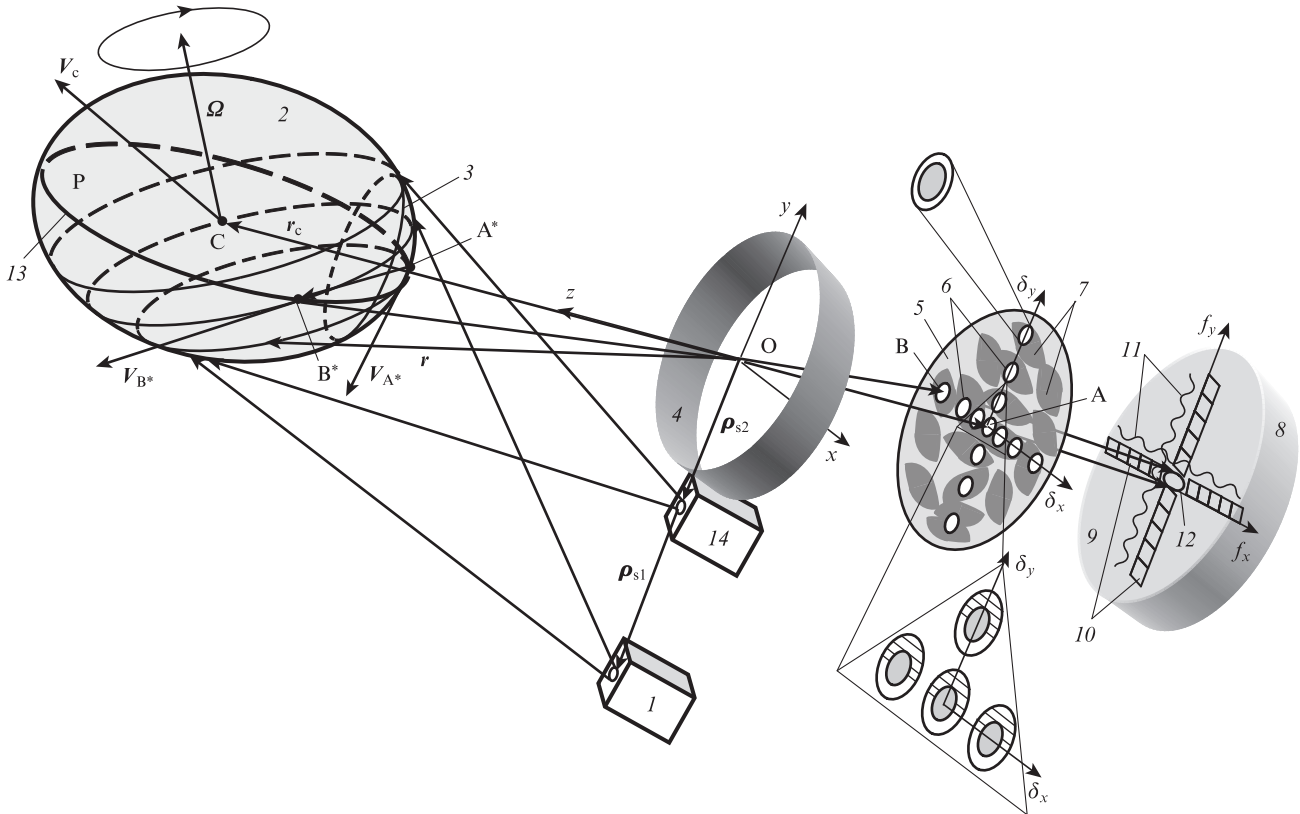


Рис.1. Схема одновременной реконструкции трехмерного изображения объекта и определения трех компонент вектора его угловой скорости вращения:

1 – лазерный зондирующий источник; 2 – исследуемый объект (твердое тело); 3 – граница области обратного рассеяния зондирующего излучения, определяющая видимую часть поверхности исследуемого объекта; 4 – приемная оптическая система, формирующая изображение объекта 2 (центр ее приемной апертуры О является началом системы координат x, y, z с осью z , направленной вдоль оптической оси системы 4); 5 – непрозрачный экран, находящийся в плоскости изображения объекта 2; 6 – отверстия в экране 5 (отмечены отверстия, расположенные вдоль координатных осей δ_x и δ_y , включая отверстия, центры А и В которых имеют координаты $\delta_{xA} = 0, \delta_{yA} = 0$ и $\delta_{xB} = 0, \delta_{yB} = 0$, и точки А* и В* на поверхности объекта 2, оптически сопряженные с точками А и В); 7 – пятнистая структура в изображении объекта 2; 8 – блок формирования трехмерного изображения и определения вектора угловой скорости вращения Ω объекта 2; 9 – плоскость приемной апертуры блока 8, в которой находятся фотоприемники; 10 – две взаимно перпендикулярные линейные решетки фотоприемников, на которые проецируются синусоидальные интерференционные картины 11, сформированные излучением, идущим от объекта 2 и дифрагирующим на парах отверстий, расположенных на осях δ_x и δ_y ; 12 – фотоприемник круглой формы с центром в начале системы координат f_x, f_y , используемый для определения вектора угловой скорости вращения Ω объекта 2; 13 – сечение поверхности объекта 2 плоскостью Р, проходящей через точки С, А*, В*, О, А, В и параллельные между собой координатные оси x, δ_x и f_x , форма которого определяется в блоке 8 путем обработки интерференционных картин, сформированных вдоль оси δ_x ; 14 – дополнительный лазерный зондирующий источник.

ском изображении исследуемого объекта 2 на частоте ω_m будет иметь вид

$$E_{im}(t, \delta_{\perp}) \sim E_0 [k(r) \exp[2\pi i r \rho_{s1} / (r \lambda_m)] \times \exp\{2\pi i [V_n + V_{\perp}(r)] t / \lambda_m\} \times \exp[2\pi i q_N(r) \xi(r) / \lambda_m] h_m(r, \delta_{\perp}) dr. \quad (1)$$

В формуле (1) введены следующие обозначения: E_0 – поле на апертуре источника зондирующего излучения; ρ_{s1} – радиус-вектор источника излучения; $\delta_{\perp} = (\delta_x, \delta_y)$; $\lambda_m = 2\pi c / \omega_m$; $q_N(r) = [q^2 - q_{\perp}^2(r)]^{1/2}$; $q_{\perp}(r) = qN(r)$ – нормаль к поверхности объекта; $q = (r_c - \rho_{s1}) / |r_c - \rho_{s1}| + r_c / r_c$ – вектор рассеяния; r_c – радиус-вектор центра тяжести объекта 2; $h_m(r, \delta_{\perp}) = (1/S_{\rho}) \Lambda(\rho) \exp[2\pi i \rho(r/r_c + \delta_{\perp}/z_{sc}) / \lambda_m] d\rho$ – импульсный отклик оптической системы 4 на частоте ω_m ; $\rho(x, y)$ – радиус-вектор в плоскости приемной апертуры оптической системы 4; $S_{\rho} = \pi d_{\rho}^2 / 4$ – площадь приемной апертуры; $\Lambda(\rho)$ – функция зрачка приемной оптической системы 4, формирующей изображение исследуемого объекта 2; $k(r)$ – распределение френелевских коэффициентов отражения на поверхности изображения; $V_n = V_c q$ и $V_{\perp}(r) = [\Omega \times (r(x, y) - r_c)] q$ – тангенциальная и радиальная компоненты скорости объекта; V_c и Ω – скорость центра тяжести и угловая скорость вращения объекта. Распределение поля в мгновенном плоском изображении исследуемого объекта на частоте ω_q имеет вид

$$E_{iq}(t, \delta_{\perp}) \sim E_0 [k(r) \exp[2\pi i r \rho_{s1} / (r \lambda_q)] \times u(t - 2r/c) \exp\{[2\pi i V_n + V_{\perp}(r)] t / \lambda_q\} \times \exp[2\pi i q_N(r) \xi(r) / \lambda_q] h_q(r, \delta_{\perp}) dr, \quad (2)$$

где $h_q(r, \delta_{\perp}) = (1/S_{\rho}) \Lambda(\rho) \exp[2\pi i \rho(r/r_c + \delta_{\perp}/z_{sc}) / \lambda_q] d\rho$ – импульсный отклик системы 4 на частоте ω_q .

2.2. Реконструкция трехмерного изображения исследуемого объекта

Плоское изображение объекта на частоте ω_q можно далее использовать для реконструкции его трехмерного изображения с помощью двух отверстий с центрами в точках А и В, которые оптически сопряжены с точками А* и В*, расположенными на поверхности объекта (рис.1). Координаты этих точек связаны соотношениями $x_{A^*} = -\mu \delta_{xA}$, $y_{A^*} = -\mu \delta_{yA}$, $x_{B^*} = -\mu \delta_{xB}$, $y_{B^*} = -\mu \delta_{yB}$, где $\mu = r_c / z_{sc}$ – масштабный множитель. С учетом соотношений (1) и (2) при условии, что $\lambda_q d_{\rho} / z_{sc} > 5d_0$, имеем

$$E_{im}(t, \delta_{\perp A}) \sim \exp(2\pi i V_n t / \lambda_m) \exp[2\pi i r_{A^*} \rho_{s1} / (r \lambda_m)] \times \exp[2\pi i V_{\perp}(r_{A^*}) t / \lambda_m] F_m(\delta_{\perp A}), \quad (3)$$

$$E_{im}(t, \delta_{\perp B}) \sim \exp(2\pi i V_n t / \lambda_m) \exp[2\pi i r_{B^*} \rho_{s1} / (r \lambda_m)] \times \exp[2\pi i V_{\perp}(r_{B^*}) t / \lambda_m] F_m(\delta_{\perp B}),$$

$$E_{iq}(t, \delta_{\perp A}) \sim \exp(2\pi i V_n t / \lambda_q) \exp[2\pi i r_{A^*} \rho_{s1} / (r \lambda_q)] \times u(t - 2r_{A^*}/c) \exp[2\pi i V_{\perp}(r_{A^*}) t / \lambda_q] F_q(\delta_{\perp A}), \quad (4)$$

$$E_{iq}(t, \delta_{\perp B}) \sim \exp(2\pi i V_n t / \lambda_q) \exp[2\pi i r_{B^*} \rho_{s1} / (r \lambda_q)] \times u(t - 2r_{B^*}/c) \exp[2\pi i V_{\perp}(r_{B^*}) t / \lambda_q] F_q(\delta_{\perp B}),$$

где

$$F_q(\delta_{\perp}) = F_q(x = -\mu \delta_x, y = -\mu \delta_y) = \iint k(x, y) h_q(x + \mu \delta_x, y + \mu \delta_y) \times \exp[2\pi i q_N \xi(x, y) / \lambda_q] dx dy; \quad (5)$$

$$F_m(\delta_{\perp}) = F_m(x = -\mu \delta_x, y = -\mu \delta_y) = \iint k(x, y) h_m(x + \mu \delta_x, y + \mu \delta_y) \times \exp[2\pi i q_N \xi(x, y) / \lambda_m] dx dy;$$

$\delta_{\perp A} = (\delta_{xA}, \delta_{yA})$; $\delta_{\perp B} = (\delta_{xB}, \delta_{yB})$. При времени регистрации $T_s \gg \tau_c$ и условии $\lambda_q d_{\rho} / z_{sc} > 5d_0$ фотодетекторы в отверстиях с центрами в точках А и В регистрируют усредненные по времени T_s интенсивности

$$\bar{I}_q(\delta_{\perp A}) = \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0 + T_s} |E_{iq}(t, \delta_{\perp A})|^2 dt \sim |F_q(\delta_{\perp A})|^2, \quad (6)$$

$$\bar{I}_q(\delta_{\perp B}) = \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0 + T_s} |E_{iq}(t, \delta_{\perp B})|^2 dt \sim |F_q(\delta_{\perp B})|^2.$$

Как следует из работ [5, 6], при достаточно высоком разрешении системы 4 имеем $|F_q(\delta_{\perp})|^2 \approx \langle |F_q(\delta_{\perp})|^2 \rangle_{\xi} \sim k_{iq}(\delta_{\perp}) = k_{iq}(x = -\mu \delta_x, y = -\mu \delta_y)$, где угловые скобки $\langle \dots \rangle_{\xi}$ означают усреднение по распределению высот неровностей $\xi(x, y)$ поверхности исследуемого объекта 2:

$$k_{iq}(x = -\mu \delta_x, y = -\mu \delta_y) \approx (\ell_{\xi} / \sigma_{\xi})^2 |k(x = -\mu \delta_x, y = -\mu \delta_y)|^2 \times \exp[-\tan^2 \vartheta (\ell_{\xi} / \sigma_{\xi})^2]; \quad (7)$$

$\vartheta = \arctan(q_{\perp} / q_N)$ – угол между нормалью N к поверхности объекта и вектором рассеяния q ; σ_{ξ} и ℓ_{ξ} – среднеквадратичное отклонение (СКО) и радиус корреляции распределения $\xi(r)$. Согласно работам [4,5] функция $k_{iq}(x = -\mu \delta_x, y = -\mu \delta_y)$ пропорциональна распределению интенсивности $\bar{I}_q(\delta_{\perp})$ в оптическом изображении объекта и яркости $L(x = -\mu \delta_x, y = -\mu \delta_y)$ небольших участков поверхности объекта, оптически сопряженных с небольшими участками его плоского изображения на экране 5. Поэтому с учетом соотношений (6) и (7)

$$L(r_{A^*}) \sim \bar{I}_q(\delta_{\perp A}) \sim |F_q(\delta_{\perp A})|^2 \sim k_{iq}(x_{A^*}, y_{A^*}), \quad (8)$$

$$L(r_{B^*}) \sim \bar{I}_q(\delta_{\perp B}) \sim |F_q(\delta_{\perp B})|^2 \sim k_{iq}(x_{B^*}, y_{B^*}),$$

где $L(r_{A^*})$ и $L(r_{B^*})$ – яркости участков этой поверхности в небольшой окрестности точек А* и В*. Зная функцию $\bar{I}_q(\delta_{\perp B})$, при условии, что $\delta_{\perp A} = (0, 0)$, можно определить глубину h_b и ширину d_b области обратного рассеяния (рис.1). Например, если исследуемый объект имеет сферическую форму, то при постоянном коэффициенте $|k|^2$ получаем $\bar{I}_q(\delta_{\perp B}) \sim \bar{I}_q(0, 0) \exp[-(\delta_{\perp B} / \rho_0)^2 (\ell_{\xi} / \sigma_{\xi})^2]$ [5]. Определяя далее границу области обратного рассеяния $\delta_{\perp B} = \delta_{\perp b}$ так, чтобы имело место соотношение $\bar{I}_q(\delta_{\perp b}) \sim \bar{I}_q(0, 0) \times \exp(-2)$, получаем $\delta_{\perp b} \approx \rho_0 [\sigma_{\xi} / (2\ell_{\xi})]$, $h_b \approx \rho_0 [\sigma_{\xi} / (2\ell_{\xi})]^2$ и $d_b = 2\delta_{\perp b} \approx \rho_0 (\sigma_{\xi} / \ell_{\xi})$, где ρ_0 – радиус кривизны поверхности объекта.

Волны, распространяющиеся от двух отверстий, формируют на приемной апертуре 9 блока 8 синусоидальные интерференционные полосы. Выберем систему координат f_x, f_y, f_z с осью f_z , направленной вдоль оптической оси системы 4, с координатной плоскостью f_x, f_y , совмещенной с плоскостью приемной апертуры 9, и с осью f_x , направ-

ленной вдоль этих полос. В данной системе с учетом соотношения (4) при условии, что $T_s \ll \lambda_q / (\Omega d_b)$, распределение интенсивности в интерференционных полосах

$$I_q(t, f) = |E_q(t, f)|^2 \sim |F_q(\delta_{\perp A})|^2 + |F_q(\delta_{\perp B})|^2 + H(t, f) + H^*(t, f),$$

где

$$E_q(t, f) \sim E_{iq}(t, \delta_{\perp A}) \exp[2\pi i \delta_A f / (z_f \lambda_q)] + E_{iq}(t, \delta_{\perp B}) \exp[2\pi i \delta_B f / (z_f \lambda_q)]$$

– распределение поля в этих полосах;

$$H(t, f) \approx \exp\{2\pi i[(r_{B^*} - r_{A^*})\rho_{s1}/r_c + (\delta_{\perp B} - \delta_{\perp A})f/z_f]/\lambda_q\} \times u(t - 2r_{A^*}/c) u^*(t - 2r_{B^*}/c) F_q(\delta_{\perp A}) F_q^*(\delta_{\perp B});$$

z_f – расстояние от экрана 5 до плоскости приемной апертуры 9. Распределение $I_q(t, f)$ регистрируется расположенной вдоль оси f_x линейной решеткой фотоприемников 10, на входах которых установлены узкополосные фильтры с максимумом пропускания на частоте ω_q . Затем в блоке 8 определяется усредненное по времени $T_s \gg \tau_c$ распределение интенсивности в интерференционных полосах

$$\bar{I}_q(f) = \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0 + T_s} I_q(t, f) dt.$$

С учетом соотношения (8)

$$\bar{I}_q(f) \sim \bar{I}_q(\delta_{\perp A}) + \bar{I}_q(\delta_{\perp B}) + 2B_u[2(r_{A^*} - r_{B^*})/L_c] \times \cos[2\pi(\delta_{\perp B} - \delta_{\perp A})f/(z_f \lambda_q) + \psi_{ABq}] \times |\bar{I}_{iq}(\delta_{\perp A}) \bar{I}_{iq}(\delta_{\perp B})|^{1/2}, \quad (9)$$

где

$$B_u[2(r_{A^*} - r_{B^*})/L_c] = \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0 + T_s} u(t - 2r_{A^*}/c) u^*(t - 2r_{B^*}/c) dt;$$

$$\psi_{ABq} = 2\pi(r_{A^*} - r_{B^*})\rho_{s1}/(r\lambda_q) + \arctan\{\operatorname{Re}[F_q(\delta_{\perp A})F_q^*(\delta_{\perp B})]/\operatorname{Im}[F_q(\delta_{\perp A})F_q^*(\delta_{\perp B})]\}.$$

Для удаленного объекта $B_u[2(r_{A^*} - r_{B^*})/L_c] \approx B_u(2Z_{A^*B^*}/L_c)$, где $Z_{A^*B^*} = Z(x_{A^*}, y_{A^*}, x_{B^*}, y_{B^*}) \approx r_{A^*} - r_{B^*}$ – разность расстояний от приемной апертуры системы 4 до точек A^* и B^* . Основной характеристикой интерференционных полос является их видность [9]

$$V_q(Z_{A^*B^*}) = [\bar{I}_q(f_{\max}) - \bar{I}_q(f_{\min})]/[\bar{I}_q(f_{\max}) + \bar{I}_q(f_{\min})] = |B_u(2Z_{A^*B^*}/L_c)| V_{AB},$$

где с учетом соотношений (6)–(9)

$$V_{AB} = 2|F_q(\delta_{\perp A})F_q(\delta_{\perp B})|/ [|F_q(\delta_{\perp A})|^2 + |F_q(\delta_{\perp B})|^2] = 2|\bar{I}_{iq}(\delta_{\perp A})\bar{I}_{iq}(\delta_{\perp B})|^{1/2}/[\bar{I}_{iq}(\delta_{\perp A}) + \bar{I}_{iq}(\delta_{\perp B})]. \quad (10)$$

С ростом $Z_{A^*B^*}$ видность V_q заметно уменьшается. При $Z_{A^*B^*} \gg L_c$ она практически равна нулю. Пусть приемная

оптическая система 4 «сопровождает» объект 2 таким образом, чтобы ее оптическая ось проходила через центр тяжести объекта С и центр тяжести его изображения А и пересекала поверхность объекта 2 в ближайшей к системе 4 точке A^* . В этом случае $\delta_{\perp A} = \delta_{x_A} = \delta_{y_A} = 0$. Тогда в системе координат xuz точка A^* имеет координаты $0, 0, z_{A^*}$, а точка B^* – координаты $x_{B^*} = -\mu\delta_{x_B}$, $y_{B^*} = -\mu\delta_{y_B}$, $z = z_{A^*} + Z_{A^*B^*}$, где $Z_{A^*B^*}$ – высота поверхности объекта в точке B^* над плоскостью, проходящей через точку A^* параллельно плоскости xu . Из последних соотношений следует, что

$$Z_{A^*B^*} = (L_c/2)|B_u(\chi)|^{-1}, \quad (11)$$

где $\chi = V_q/V_{AB} = |B_u(2Z_{A^*B^*}/L_c)|$. Располагая отверстие с центром в точке В в различных участках экрана 5 и регистрируя интенсивности $\bar{I}_{iq}(\delta_{\perp A})$ и $\bar{I}_{iq}(\delta_{\perp B})$ фотодетекторами, расположенными в отверстиях с центрами в точках А и В, можно с использованием соотношений (8), (10) и (11) определить распределение высот $Z(x_{B^*}, y_{B^*})$ поверхности исследуемого объекта, т.е. его форму, и распределение яркости по этой поверхности $Z(x_{B^*}, y_{B^*}) \sim \bar{I}_{iq}^2(\delta_{\perp B})$. В Приложении 1 предлагается другой алгоритм, позволяющий одновременно определять высоту поверхности $Z_{A^*B^*}$ в точке B^* и яркости $L(r_{A^*}) = L(x_{A^*}, y_{A^*})$ и $L(r_{B^*}) = L(x_{B^*}, y_{B^*})$ в небольшой окрестности точек A^* и B^* . В Приложении 2 оценивается точность определения высоты поверхности $Z_{A^*B^*}$ при наличии аддитивного шума.

2.3. Определение вектора угловой скорости Ω исследуемого объекта

Два отверстия с центрами в точках А и В можно использовать и для определения вектора угловой скорости Ω исследуемого объекта. Для этого на вход фотодетектора 12, расположенного в центре приемной апертуры 9 блока 8, устанавливается узкополосный фильтр с максимумом пропускания на частоте ω_m . В этом случае фотодетектор 12 регистрирует временной сигнал $I_m(t) = |E_m(t)|^2$, где $E_m(t) = E_{im}(t, \delta_{\perp A}) + E_{im}(t, \delta_{\perp B})$. С учетом соотношений (1) и (3)

$$I_m(t) \sim |F_m(\delta_{\perp A})|^2 + |F_m(\delta_{\perp B})|^2 + H_m(t) + H_m^*(t), \quad (12)$$

где

$$H_m(t) = \exp\{2\pi i[\Omega \times (r_{A^*} - r_{B^*})]qt/\lambda_m + i\gamma_m\} \times F_m(\delta_{\perp A})F_m^*(\delta_{\perp B}); \quad \gamma_m = 2\pi(r_{A^*} - r_{B^*})\rho_{s1}/(r_c \lambda_m).$$

Затем в блоке 8 определяется спектр сигнала $I_m(t)$

$$S(\nu) \sim \frac{1}{T_d} \int_{t_0}^{t_0 + T_d} \exp(2\pi i\nu t) dt,$$

где ν – частота; T_d – время формирования спектра, выбираемое из условия $\lambda_m/(\Omega d_b) \ll T_d \ll d_b d_b/(\Omega r_c)$. При условии $\lambda_m/(\Omega d_b) \ll T_d$ становится заметным движение интерференционных полос, сформированных в плоскости 9 в результате интерференции волн, идущих от двух отверстий с центрами в точках А и В, относительно фотоприемника 12. Это движение возникает за счет разности $\Delta\nu = \nu_{B^*} - \nu_{A^*}$ доплеровских сдвигов частот излучения $\nu_{B^*} = V_{\perp B^*}(\mathbf{r})/\lambda_m$ и $\nu_{A^*} = V_{\perp A^*}(\mathbf{r})/\lambda_m$, рассеянного от небольших участков поверхности вращающегося объекта в окрестностях точек A^* и B^* (рис.1), где $V_{\perp A^*}(\mathbf{r}) = V_{A^*} \mathbf{q}$ и $V_{\perp B^*}(\mathbf{r}) =$

$V_{B^*}q$ – проекции на вектор рассеяния q векторов скоростей $V_{A^*} = \Omega \times [r_{A^*}(x, y) - r_c]$ и $V_{B^*} = \Omega \times [r_{B^*}(x, y) - r_c]$ обращения этих точек вокруг оси вращения объекта.

Функция $S(v)$ имеет центральный максимум (нулевого порядка) на частоте $v_0 = 0$ и два боковых максимума (± 1 -е порядки) на частотах $v_{\pm} = \pm(\Omega \times dq)/\lambda_m$, где с учетом того, что $\delta_{xA} = \delta_{yA} = 0$, $d = r_{A^*}(x, y) - r_{B^*}(x, y)$ – вектор с компонентами

$$d_x = -\mu\delta_{xB}, d_y = -\mu\delta_{yB}, d_z = z_{B^*} - z_{A^*} = Z_{A^*B^*}. \quad (13)$$

В дальнейшем мы будем иметь дело только с той частью спектра $S(v)$, которая находится в интервале $v \ll 3/T_d < \infty$. Эта часть содержит $+1$ -й порядок на частоте v_+ . С учетом соотношений (12) и $\delta_{xA} = \delta_{yA} = 0$ данную часть спектра можно представить в виде

$$S(v) \approx \frac{1}{T_d} \int_{t_0}^{t_0+T_d} \exp(2\pi i v t) dt \\ = \text{sinc}[T_d(-v_+ + v)] \exp(i\gamma_m) F_m(\delta_{\perp A} = 0) F_m^*(\delta_{\perp B}). \quad (14)$$

Будем также предполагать, что источник зондирующего излучения располагается так, чтобы выполнялось условие $\rho_{s1}/r_c \ll 1$. Тогда для вектора рассеяния q имеет место соотношение $q \approx 2k - 2\rho_{s1}/r_c$, где k – орт, направленный по оси z . Если при этом компоненты радиуса-вектора ρ_{s1x} и ρ_{s1z} равны нулю (рис.1), то с учетом соотношений (13) и

$$\Omega \times d = i(\Omega_y d_z - \Omega_z d_y) + j(\Omega_z d_x - \Omega_x d_z) + k(\Omega_x d_y - \Omega_y d_x),$$

где i и j – орты, направленные вдоль осей δ_x и δ_y , получаем

$$v_+ = 2\{\mu(\Omega_y \delta_{xB} - \Omega_x \delta_{yB}) \\ + \rho_{s1y}[\mu\Omega_z \delta_{xB} + \Omega_x Z_{A^*B^*}]/r_c\}/\lambda_m. \quad (15)$$

Тогда, изменяя положения отверстия с центром в точке B и источника зондирующего излучения, а также используя соотношение (15), можно составить три уравнения, из которых определяются три компоненты вектора угловой скорости Ω исследуемого объекта 2 (рис.1).

Проанализируем теперь влияние аддитивного временного шума на точность определения скорости Ω , с учетом которого фотодетектор 12 регистрирует сигнал $I_{m\Sigma}(t) \approx |E_m(t) + E_n(t)|^2$, где $E_n(t)$ – шумовое поле. Функция корреляции этого поля $\langle E_n(t_1)E_n^*(t_2) \rangle_n = \sigma_n^2 w(t_1 - t_2)$, где угловые скобки $\langle \dots \rangle_n$ означают усреднение по различным реализациям шумового поля, а $\sigma_n = \langle |E_n(t_0)|^2 \rangle_n^{1/2}$ и $w(t_1 - t_2)$ – его СКО и коэффициент корреляции. Не умаляя общности, ограничимся случаем вращения объекта вокруг оси, параллельной оси y ($\Omega_z = 0$, $\Omega_x = 0$). При этом в отсутствие шума, когда $E_n(t) = 0$, из соотношения (15) получим угловую скорость объекта $\Omega_y = v_+/(2\mu\delta_{xB})$. При наличии шума и условии $I_m(t) \gg |E_n(t)|^2$ спектр сигнала, принимаемого фотодетектором 12, определяется соотношением

$$\hat{S}(v) \sim \frac{1}{T_d} \int_{t_0}^{t_0+T_d} I_{m\Sigma}(t) \exp(2\pi i v t) dt = S(v) + \Delta S(v),$$

где

$$\Delta S(v) = \frac{1}{T_d} \int_{t_0}^{t_0+T_d} [E_m(t)E_n^*(t) + E_m^*(t)E_n(t)] \exp(2\pi i v t) dt.$$

Оценку угловой скорости Ω_y при наличии шума будем проводить, исходя из соотношения $\tilde{\Omega}_y = \tilde{v}_+/(2\mu\delta_{xB})$, где

$$\tilde{v}_+ = \int_{3/T_d}^{2v_{+b}} v \tilde{S}(v) dv / \int_{3/T_d}^{2v_{+b}} \tilde{S}(v) dv$$

– оценка параметра частоты v_+ ; $v_{+b} = \Omega_{yb}/(2\mu\delta_{xB})$ – верхняя граница интегрирования; Ω_{yb} – наибольшая прогнозируемая угловая скорость исследуемого объекта. В предположении, что $\langle E_n(t) \rangle_n = 0$, оценка $\tilde{\Omega}_y$ не является смещенной. Это значит, что $\langle \tilde{v}_+ \rangle_n = v_+$ и $\langle \tilde{\Omega}_y \rangle_n = \Omega_y$. Относительная точность оценки угловой скорости $\tilde{\Omega}_y$ определяется выражением $\eta_{\Omega} = |\langle (\Delta\Omega_y)^2 \rangle_n^{1/2} / \Omega_y = \langle (\Delta v_+)^2 \rangle_n / v_+ + (\Delta\Omega_y = \tilde{\Omega}_y - \Omega_y, \Delta v_+ = \tilde{v}_+ - v_+)$ с использованием соотношения $\langle \tilde{v}_+ \rangle_n = v_+ \langle (\Delta v_+)^2 \rangle_n \approx \langle [v \Delta S(v) dv]^2 \rangle_n / [\int S(v) dv]^2$.

С учетом последнего соотношения, а также формул (3) и (14) при условиях $v_+ T_d \gg 1$ и $T_d \gg \tau_n$ имеем

$$\eta_{\Omega} \approx v_{+b} \sigma_n \{ \tau_n v_{+b} / [\bar{I}_m(\delta_{\perp A} = 0) \bar{I}_m(\delta_{\perp B})]^{1/2} \}^{1/2} / v_+,$$

где

$$\tau_n = \int_{-\infty}^{+\infty} w(\tau) d\tau$$

– время корреляции шумового поля;

$$\bar{I}_m(0, 0) = \frac{1}{T_d} \int_{t_0}^{t_0+T_d} |E_{im}(t, 0, 0)|^2 dt \sim |F_m(\delta_{\perp A} = 0)|^2,$$

$$\bar{I}_m(\delta_{\perp B}) = \frac{1}{T_d} \int_{t_0}^{t_0+T_d} |E_{im}(t, \delta_{\perp B})|^2 dt \sim |F_m^*(\delta_{\perp B})|^2$$

– усредненные по времени интенсивности изображения объекта в точках A и B на частоте ω_m . Если отверстия с центрами в точках A и B расположены рядом, то $\bar{I}_m(\delta_{\perp B}) \approx \bar{I}_m(0, 0)$ и

$$\eta_{\Omega} \approx v_{+b} \eta_n (\tau_n v_{+b})^{1/2} / v_+, \quad (16)$$

где $\eta_n = \sigma_n / \bar{I}_m^{1/2}(0, 0)$ – отношение шума к сигналу.

Представленная в пп.2.2 и 2.3 схема формирования трехмерного изображения объекта и определения вектора его угловой скорости вращения Ω по интерференционной картине, сформированной излучением, прошедшим через два отверстия в экране 5, требует многократного изменения положения одного из них за время, за которое не изменялась бы спекл-структура в изображении объекта. Однако даже при плохом качестве изображений объекта, состоящих всего из тысячи спеклов, требуется $\sim 10^3$ разных положений этого отверстия, т.к. области каждого спекла должно соответствовать хотя бы одно положение отверстия. Но эта структура практически не меняется лишь при повороте объекта на угол (в радианах) $0.2d_p/r_c$ [4], и на каждое изменение положения отверстия требуется время (в секундах) $0.2d_p/(10^3\Omega r_c)$. Однако даже при медленном вращении объекта с угловой скоростью $\Omega = 10^{-2}$ рад/с в случае достаточно удаленных объектов, для которых $d_p/r_c < 10^{-3}$, на это надо потратить ~ 10 мкс. Поэтому предлагаемая схема трудно реализуема. Далее будет представлена схема, которая позволяет, базируясь на результатах пп.2.2 и 2.3, одновременно реконструировать трехмерное изображение объекта и определять три компоненты вектора его угловой скорости вращения.

2.4. Схема одновременной реконструкции трехмерного изображения объекта и определения трех компонент вектора его угловой скорости вращения

Рассмотрим схему одновременной реконструкции трехмерного изображения объекта и определения трех компонент $(\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z)$ вектора его угловой скорости вращения Ω (см. рис.1).

Исследуемый объект 2 зондируется квазимонохроматическим излучением на $2K+1$ частотах $\omega_{0q}, \omega_{-jq}$ и ω_{jq} ($j=0, \dots, K-1$) и монохроматическим излучением на частоте ω_{3m} , генерируемым лазерным источником 1. Кроме того, объект зондируется монохроматическим излучением на частотах ω_{0m}, ω_{1m} и ω_{2m} , генерируемым дополнительным лазерным источником 14, радиус-вектор расположения которого ρ_{s2} имеет компоненты $\rho_{s2x} = \rho_{s2z} = 0, \rho_{s2y} \approx d_p/2$. Рассеянное объектом излучение направляется оптической системой 4 на отверстия, размещенные вдоль различных диаметров экрана 5, установленного в области плоского спекл-изображения объекта 7, центрально симметрично относительно отверстия с центром в точке А, координаты которой $\delta_{xA} = 0$ и $\delta_{yA} = 0$, с расстоянием между центрами соседних отверстий $a = \lambda_{0q} d_p / z_{sc}$, где $\lambda_{0q} = 2\pi c / \omega_{0q}$. Прошедшее через отверстия излучение поступает далее на блок 8 формирования трехмерного изображения и определения вектора угловой скорости вращения Ω исследуемого объекта 2. В центре каждого отверстия установлен фотодетектор диаметром d_0 . Отверстия имеют одинаковый диаметр, равный $\sqrt{2}d_0$, кроме четырех отверстий с центрами в точках $(0,0), (a,0), (0,a)$ и $(-a,0)$, диаметр которых составляет $\sqrt{3}d_0$. На экране 5 эти четыре отверстия выделены треугольником. Две пары отверстий с центрами в точках $(0,0), (a,0)$ и $(0,0), (0,a)$ и источник 14 используются для определения компонент Ω_x и Ω_y , а одна пара отверстий с центрами в точках $(0,0)$ и $(-a,0)$ и источник 1 – для определения компоненты Ω_z . Предполагая, что на границе экрана 5 расстояния между соседними отверстиями также равны a , получаем число различных диаметров $K \approx \pi d_{sc} / (2a)$, где d_{sc} – размер экрана, а угол (в радианах) между соседними диаметрами составляет $\pi/K = 2a/d_{sc}$. Система координат δ_x, δ_y делит экран 5 на четыре крупных сектора, каждый из которых делится на $K/2$ мелких секторов.

Пронумеруем буквой j ($j=0, 1, 2, \dots, K-1$) все диаметры, начиная с диаметра, совпадающего с осью δ_x , номер которого $j=0$. Тогда, например, диаметр, совпадающий с осью δ_y , имеет номер $j=K/2$. В полярной системе координат центры отверстий, расположенных справа от оси δ_x , находятся в точках $(\rho_n, \varphi_j = \pi j/K)$, а слева от оси δ_x – в точках $(\rho_n, \varphi_j = \pi j/K + \pi)$, где $n=1, 2, 3, \dots, N$ – номер отверстия; N – суммарное число отверстий слева и справа от оси δ_x ; $\rho_n = na$. В отверстиях, расположенных вдоль j -го диаметра справа от оси δ_x , установлен узкополосный фильтр с максимумом пропускания на частоте ω_{jq} , а слева от этой оси – узкополосный фильтр с максимумом пропускания на частоте ω_{-jq} . В заштрихованных частях отверстий с центрами в точках $(0,0)$ и $(0,a)$ размещены узкополосные фильтры с максимумами на частотах ω_{0m} и ω_{1m} , а в незаштригованных частях – узкополосные фильтры с максимумами на частотах ω_{0q} и $\omega_{(K/2)q}$. В заштригованных частях отверстий с центрами в точках $(0,a)$ и $(-a,0)$ установлены узкополосные фильтры с максимумами на частотах ω_{2m} и ω_{3m} , а в незаштригованных частях – узкополосные фильтры с максимумами на частотах ω_{+1q} и ω_{-1q} .

Алгоритм реконструкции трехмерного изображения объекта заключается в построении K различных сечений поверхности исследуемого объекта, проходящих через центр тяжести объекта С и точку А*, оптически сопряженную с точкой А, и в нахождении распределения яркостей вдоль каждого из этих сечений. Для построения j -го сечения поверхности объекта сформируем путем поворота вокруг оптической оси системы 4 координатных плоскостей $x_y, \delta_x \delta_y$ и $f_x f_y$ на угол $\varphi_j = \pi j/K$ три новые системы координат с осями x_j, δ_{jx} и f_{jx} , направленными вдоль j -го диаметра экрана 5. Тогда в реконструкции j -го сечения, проходящего через отрезок СА* (см. рис.1), будут участвовать отверстия, располагающиеся вдоль оси δ_{jx} , фотодетекторы, установленные в отверстиях с центрами в точках $(0,0)$ и $(\mp \delta_{jxn}, 0)$ и регистрирующие усредненные по времени T_s интенсивности $\bar{I}_{iq}(0,0)$ и $\bar{I}_{iq}(\mp \delta_{jxn}, 0)$, а также фотодетекторы, расположенные вдоль оси f_{jx} на приемной апертуре 9. Фотодетекторы регистрируют в сформированной этими отверстиями интерференционной картине распределение интенсивности

$$I(f_{jx}, t) = |E_{+q}(f_{jx}, t) \exp(i\omega_{jq}t) + E_{qA}(t) \exp(i\omega_{0q}t) + E_{-q}(f_{jx}, t) \exp(i\omega_{-jq}t)|^2,$$

где $\omega_{0q}, \omega_{-jq}$ и ω_{jq} – три частоты зондирующего излучения, участвующего в построении j -го сечения;

$$E_{\pm q}(f_{jx}, t) \sim \sum_{n=1}^N F_q(\mp \delta_{jxn}, 0) u(t - 2r_{\pm jxn}/c) \times \exp[2\pi i r_{\pm jxn} \rho_{s1}/(r_c \lambda_{0q})] \exp[2\pi i V_{\perp}(r_{\pm jxn})t/\lambda_{0q}] \times \exp[\pm 2\pi i \delta_{jxn} f_{jx}/(z_f \lambda_{0q})];$$

$r_{\pm jxn}$ – радиусы-векторы точек на поверхности объекта, оптически сопряженных с точками $(\pm \delta_{jxn}, 0)$ в его изображении;

$$E_{qA}(t) = F_q(0,0) u(t - 2r_{A^*}/c) \exp[2\pi i r_{A^*} \rho_{s1}/(r_c \lambda_{0q})] \times \exp[2\pi i V_{\perp}(r_{A^*})t/\lambda_{0q}]; \quad (17)$$

$$F_q(\delta_x, 0) = \iint k(x,y) h_q(x,y, \delta_x, 0) \exp[2\pi i q_N \xi(x,y)/\lambda_{0q}] dx dy.$$

Далее в блоке 8 при соблюдении условий $\tau_c \ll T_s \ll \lambda_q/(\Omega d_b)$, $|\omega_{-jq} - \omega_{jq}| T_s \gg 1$, $|\omega_{0q} - \omega_{jq}| T_s \gg 1$ и $\omega_{0q} \gg |\omega_{0q} - \omega_{jq}|$ формируются функции \hat{E}_+ и \hat{E}_- :

$$\hat{E}_{\pm}(f_{jx}) = \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} I(f_{jx}, t) \exp[i(\omega_{\pm jq} - \omega_{0q})t] dt \approx \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} E_{\pm q}(f_{jx}, t) E_{qA}^*(t) dt, \quad (18)$$

где

$$E_{\pm q}(f_{jx}, t) \sim \sum_{n=1}^N F_q(\mp \delta_{jxn}, 0) u(t - 2r_{\pm jxn}/c) \times \exp[2\pi i r_{\pm jxn} \rho_{s1}/(r_c \lambda_{0q})] \exp[\pm 2\pi i \delta_{jxn} f_{jx}/(z_f \lambda_{0q})]; \quad (19)$$

$$E_{qA}(t) = F_q(0,0) u(t - 2r_{A^*}/c) \exp[2\pi i r_{A^*} \rho_{s1}/(r_c \lambda_{0q})].$$

Затем по квадрату модуля $J_q(s_x)$ преобразования Фурье от функции $\hat{E}_\pm(f_{jx})$ с помощью формул, аналогичных соотношению (П1.6) из Приложения 1, определяются с учетом соотношений (17)–(19) высоты поверхности исследуемого объекта $Z(\mu\rho_n, \varphi_j) = Z_{+jn} = (L_c/2)|B_u(\chi_{+jn})|^{-1}$, $Z_{-jn} = (L_c/2)|B_u(\chi_{-jn})|^{-1}$, где $\rho_n = na$; $\chi_{\pm jn} = V_q(Z_{\pm jn})/V_{\pm jn}$; $V_q(Z_{\pm jn})$ – видности выделенных из прошедшего сквозь все отверстия излучения интерференционных полос, формируемых пучками, идущими от фиксированного отверстия с центром в точке А и от отверстий с центрами в точках с координатами $\pm\delta_{jxn}$:

$$V_{+jn} = [\bar{I}_{iq}(0,0)\bar{I}_{iq}(\rho_n, \varphi_j + \pi)]^{1/2} / [\bar{I}_{iq}(0,0) + \bar{I}_{iq}(\rho_n, \varphi_j + \pi)],$$

$$V_{-jn} = [\bar{I}_{iq}(0,0)\bar{I}_{iq}(\rho_n, \varphi_j)]^{1/2} / [\bar{I}_{iq}(0,0) + \bar{I}_{iq}(\rho_n, \varphi_j)];$$

$$\bar{I}_{iq}(\rho_n, \varphi_j) = \bar{I}_{iq}(\delta_{jxn}, 0); \bar{I}_{iq}(\rho_n, \varphi_j + \pi) = \bar{I}_{iq}(-\delta_{jxn}, 0).$$

Одновременно с учетом соотношений (6)–(8) по формулам $L(\mu\rho_n, \varphi_j + \pi) \sim \bar{I}_{iq}(\rho_n, \varphi_j)$ и $L(\mu\rho_n, \varphi_j) \sim \bar{I}_{iq}(\rho_n, \varphi_j + \pi)$, аналогичным соотношению (П1.7), определяются яркости $L(\mu\rho_n, \varphi_j)$ и $L(\mu\rho_n, \varphi_j + \pi)$ небольших участков поверхности исследуемого объекта в окрестности точек его j -го сечения, оптически сопряженных с точками изображения этого объекта: $(-\delta_{jxn}, 0) \rightarrow (\rho_n, \varphi_j)$ и $(\delta_{jxn}, 0) \rightarrow (\rho_n, \varphi_j + \pi)$, $\varphi_j = \pi j/K$. Эти участки формируют часть трехмерного изображения объекта, которая сосредоточена в небольшой окрестности j -го сечения его поверхности. Аналогично формируются остальные части трехмерного изображения объекта, сосредоточенные в небольшой окрестности различных сечений его поверхности, начиная от сечения с номером $j = 0$ (сечение Р на рис.1) и кончая $K-1$ -м сечением, т.е. реализуется полная реконструкция всего трехмерного изображения исследуемого объекта.

Одновременно с реконструкцией трехмерного изображения объекта в блоке 8 реализуется алгоритм определения трех компонент вектора его угловой скорости вращения. Для этого используются четыре отверстия, выделенные на экране 5 треугольником, и источники зондирующего излучения 1 и 14. При ориентации оптической оси системы 4 в направлении исследуемого объекта с учетом соотношений (3) и (5) регистрируемое фотодетектором 12 поле

$$E_m(t) = E_{0m}(t) + E_{1m}(t) + E_{2m}(t) + E_{3m}(t),$$

где

$$E_{km}(t) \sim \exp(i\omega_{km}t) \exp[2\pi i r_k \rho_{s1} / (r\lambda_{km})]$$

$$\times \exp[2\pi i V_\perp(r_k)t / \lambda_{km}] F_{km}(\delta_{\perp k});$$

$$\delta_{\perp k} = (\delta_{xk}, \delta_{yk}); k = 0, 1, 2;$$

$$E_{3m}(t) \sim \exp(i\omega_{3m}t) \exp[2\pi i r_3 \rho_{s2} / (r\lambda_{3m})]$$

$$\times \exp[2\pi i V_\perp(r_3)t / \lambda_{3m}] F_{3m}(\delta_{\perp 3});$$

$$F_{vm}(\delta_\perp) = \iint k(x, y) h_v(x, y, \delta_\perp) \exp[2\pi i q_N \xi(x, y) / \lambda_{vm}] dx dy;$$

$$v = 0, 1, 2, 3;$$

$h_v(x, y, \delta_\perp)$ – импульсный отклик системы 4 на частоте ω_{vm} ; $\lambda_{vm} = c/\omega_{vm}$; $\delta_{\perp 0} = (0, 0)$, $\delta_{\perp 1} = (a, 0)$, $\delta_{\perp 2} = (0, a)$ и $\delta_{\perp 3} = (-a, 0)$ – координаты центров выделенных четырех отверстий; r_v –

радиусы-векторы точек на поверхности объекта, оптически сопряженных с этими центрами. Далее с выхода фотоприемника 12, регистрирующего интенсивность $I_m(t) = |E_m(t)|^2$, в блоке 8 при выполнении условий $(\omega_{lm} - \omega_{0m})T_d \gg 1$ ($l = 1, 2, 3$) формируются три функции, удовлетворяющие следующим соотношениям:

$$S_l(v) \sim \frac{1}{T_d} \int_{t_0}^{t_0 + T_d} I_m(t) \exp[i(\omega_{lm} - \omega_{0m})t] \exp(2\pi i v t) dt \\ \approx \frac{1}{T_d} \int_{t_0}^{t_0 + T_d} E_{0m}(t) E_{lm}^*(t) \exp(2\pi i v t) dt.$$

Эти функции соответствуют трем $+1$ -м порядкам, отфильтрованным из спектров временных сигналов от трех интерференционных полос, каждая из которых сформирована в результате интерференции волны, распространяющейся от отверстия с центром в точке $(0, 0)$, с волнами, распространяющимися от отверстий с центрами в точках $(a, 0)$, $(0, a)$ и $(-a, 0)$. При вращении объекта эти полосы движутся вдоль осей f_x и f_y (см. рис.1). С учетом соотношения (15) и при условиях

$$\lambda_{0m} \approx \lambda_{lm},$$

$$d_p[-\mu\Omega_z a + \Omega_x Z(x=-\mu a, y=0)] T_d / (r_c \lambda_{0m}) < 0.1, \quad (20)$$

$$d_p \Omega_x Z(x=0, y=-\mu a) T_d / (r_c \lambda_{0m}) < 0.1$$

максимумы отфильтрованных $+1$ -х порядков вычисляются, исходя из соотношений

$$v_1 = 2\mu a \Omega_y / \lambda_{0m}, v_2 = -2\mu a \Omega_x / \lambda_{0m},$$

$$v_3 = 2\{-\Omega_y \mu a + \rho_{s1y}[-\Omega_z \mu a + \Omega_x Z(\mu a, 0)] / r_c\} / \lambda_{0m},$$

по которым в блоке 8 определяются три компоненты вектора угловой скорости вращения Ω объекта:

$$\Omega_x = -\lambda_{0m} v_2 / (2\mu a), \Omega_y = -\lambda_{0m} v_1 / (2\mu a),$$

$$\Omega_z = -r_c \lambda_{0m} (v_3 + v_1) / (r_{s1y} \mu a) + v_2 \lambda_{0m} Z(\mu a, 0) / [2(\mu a)^2].$$

Здесь следует отметить, что при нахождении этих компонент используются одновременно определяемые высоты $Z(-\mu a, 0)$, $Z(0, -\mu a)$ и $Z(\mu a, 0)$ поверхности объекта в точках, оптически сопряженных с точками $(a, 0)$, $(0, a)$ и $(-a, 0)$ в плоскости его изображения. При этом высоты $Z(-\mu a, 0)$ и $Z(0, -\mu a)$ необходимы для проверки в блоке 8 условий (20), тогда как высота $Z(\mu a, 0)$ нужна непосредственно для определения компоненты Ω_z исследуемого объекта.

3. Выводы

Таким образом, в работе представлен метод, позволяющий одновременно формировать трехмерное изображение и определять три компоненты вектора угловой скорости вращения сильно удаленных объектов, включая и околоземные космические объекты. Метод основан, во-первых, на зондировании с двух направлений исследуемого объекта многочастотными лазерными пучками излучения с длинами когерентности, меньшей и большей его размеров, и на формировании плоского изображения этого объекта, а во-вторых, на использовании системы

радиально расположенных отверстий в экране, установленном в области плоского изображения объекта, и интерференционных полос, формируемых пучками рассеянного объектом излучения, прошедшего сквозь эти отверстия.

Приложение 1. Одновременное определение высоты и яркости участков поверхности объекта, расположенных в окрестностях точек А* и В*

Определение яркостей $L(r_{A^*})$ и $L(r_{B^*})$ небольших участков поверхности исследуемого объекта, расположенных в окрестностях точек А* и В* (рис.1) осуществляется путем регистрации фотодетекторами, размещенными в отверстиях с центрами в точках А и В, усредненных по времени $T_s \ll \lambda_{0q}/(\Omega d_b)$ интенсивностей $\bar{I}_{iq}(\delta_{xA}, \delta_{yA})$ и $\bar{I}_{iq}(\delta_{xB}, \delta_{yB})$ в изображении этого объекта. В соответствии с формулами (6) и (8) $L(r_{A^*}) \sim \bar{I}_{iq}(\delta_{xA}, \delta_{yA})$, $L(r_{B^*}) \sim \bar{I}_{iq}(\delta_{xB}, \delta_{yB})$. Одновременно определяется высота $Z_{A^*B^*}$ точки В*. Для этого установим в упомянутых отверстиях узкополосные фильтры с максимумами пропускания на частотах ω_{qA} и ω_{qB} соответственно и прозондируем объект 2 квазимонохроматическим излучением на этих частотах. Сориентируем системы координат δ_x, δ_y и f_x, f_y (рис.1) так, чтобы ось δ_x прошла через точку В, а ось f_x была параллельна оси δ_x . Тогда расположенная вдоль оси f_x линейка фотоприемников зарегистрирует интенсивность

$$I_q(f_x, t) = |E_{qA}(t)|^2 + |E_{qB}(t)|^2 + H_{AB}(f_x, t) \times \exp[i(\omega_{qA} - \omega_{qB})t] + H_{AB}^*(f_x, t) \exp[i(\omega_{qB} - \omega_{qA})t],$$

где

$$E_{qA}(t) \sim F_q(0, 0) u(t - 2r_{A^*}/c) \exp[2\pi i r_{A^*} \rho_{s1}/(r_c \lambda_{qA})],$$

$$E_{qB}(t) \sim F_q(\delta_{xB}, 0) u(t - 2r_{B^*}/c) \exp[2\pi i r_{B^*} \rho_{s1}/(r_c \lambda_{qB})]$$

– амплитуды полей, формируемых приемной системой 4 на отверстиях с центрами в точках А и В;

$$H_{AB}(f_x, t) = E_{qB}(t) E_{qA}^*(t) \exp(2\pi i \delta_{xB} f_x / z_f).$$

Далее в блоке 8 определяется функция

$$\hat{E}(f_x) = \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0 + T_s} I_q(f_x, t) \exp[-i(\omega_{qA} - \omega_{qB})t] dt. \quad (\text{П1.1})$$

При условиях

$$T_s \gg \tau_c, (\omega_{qA} - \omega_{qB})T_s \gg 1 \text{ и } (\lambda_{qA} - \lambda_{qB})/\lambda_{qA} \ll 1$$

получаем

$$\hat{E}(f_x) = \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0 + T_s} H_{AB}(f_x, t) dt = |F_q(0, 0) F_q(\delta_{xB}, 0)| \times |B_u[2(r_{A^*} - r_{B^*})/L_c]| \exp[2\pi i \delta_{xB} f_x / (z_{sc} \lambda_{0q}) + i\psi_{AB}], \quad (\text{П1.2})$$

где

$$\psi_{AB} = 2\pi(r_{A^*} - r_{B^*})\rho_{s1}/(r\lambda_{0q}) + \arctan\{\text{Re}[F_q^*(0, 0) \times F_q(\delta_{xB}, 0)]/\text{Im}[F_q(0, 0) F_q^*(\delta_{xB}, 0)]\}.$$

Затем в блоке 8 определяется квадрат модуля $J_q(s_x)$ преобразования Фурье от функции $\hat{E}(f_x)$

$$G_q(s_x) = (1/d_f) \int \hat{E}(f_x) \exp[2\pi i s_x f_x / (z_f \lambda_{0q})] df_x$$

$$= \Theta_+(s_x) \exp(i\psi_{AB}) |B_u[2Z(-\mu\delta_{xB}, 0)/L_c]| \times |F_q(0, 0) F_q(\delta_{xB}, 0)|,$$

где d_f – размер линейной решетки фотодетекторов 10;

$$\Theta_+(s_x) = (1/d_f) \int \exp[2\pi i f_x (\delta_{xB} + s_x) / (z_f \lambda_{0q})] df_x,$$

s_x – пространственная координата. С учетом соотношения (П1.2) имеем

$$J_q(s_x) = |G_q(s_x)|^2 = J_{AB} |\Theta_+(s_x)|^2,$$

где

$$J_{AB} = |G_q(s_x = -\delta_x)|^2 \sim 4 |F_q(0, 0) F_q(\delta_{xB}, 0)|^2 \times |B_u(2Z_{A^*B^*}/L_c)|^2.$$

Откуда с учетом соотношений (6) и (8) получим уравнение

$$|B_u(2Z_{A^*B^*})|^2 = J_{AB} / [4 \bar{I}_{iq}(0, 0) \bar{I}_{iq}(\delta_{xB}, 0)], \quad (\text{П1.3})$$

из которого следует, что

$$|B_u(2Z_{A^*B^*}/L_c)| = V_q(Z_{A^*B^*})/V_{AB},$$

где

$$V_q(Z_{A^*B^*}) = \sqrt{J_{AB}} / \sqrt{\bar{I}_{iq}(0, 0) + \bar{I}_{iq}(\delta_{xB}, 0)} \quad (\text{П1.4})$$

– видность интерференционных полос, формируемых пучками, идущими от отверстий с центрами в точках А и В;

$$V_{AB} = 2 \sqrt{\bar{I}_{iq}(0, 0) \bar{I}_{iq}(\delta_{xB}, 0)} / [\bar{I}_{iq}(0, 0) + \bar{I}_{iq}(\delta_{xB}, 0)]. \quad (\text{П1.5})$$

Решение уравнения (П1.3) в полном соответствии с соотношением (11) имеет следующий вид:

$$Z(-\mu\delta_{xB}, 0) = (L_c/2) |B_u(\chi)|^{-1}, \quad (\text{П1.6})$$

где $\chi = V_q(Z_{A^*B^*})/V_{AB}$. При этом яркости расположенных в окрестностях точек А* и В* участков поверхности исследуемого объекта

$$L(r_{A^*}) \sim \bar{I}_{iq}(0, 0), \quad L(r_{B^*}) \sim \bar{I}_{iq}(\delta_{xB}, 0). \quad (\text{П1.7})$$

Приложение 2. Влияние аддитивного шума на точность определения высот поверхности исследуемого объекта

Оценим далее влияние аддитивного шума на точность определения высоты $Z(-\mu\delta_{xB}, 0)$, которое можно интерпретировать как вклад, вносимый в изображение исследуемого объекта плоского неподвижного фонового объекта, содержащего точку А* и располагающегося параллельно приемной апертуре 4 [4]. В соответствии с этой интерпретацией при наличии аддитивного фонового шума распределение поля вдоль оси f_x

$$E_{\Sigma}(f_x, t) = E_{A\Sigma}(t) \exp(i\omega_{qA}t) + E_{B\Sigma}(t) \exp[2\pi i \delta_{xB} f_x / (z_{sc} \lambda_{0q})] \exp(i\omega_{qB}t), \quad (П2.1)$$

где

$$\begin{aligned} E_{A\Sigma}(t) &= E_A(t) + E_{Ap}(t); \quad E_{B\Sigma}(t) = E_B(t) + E_{Bp}(t); \\ E_{Ap}(t) &\sim F_{qp}(0, 0) u(t - 2z_{A^*}/c) \exp[2\pi i r_{A^*} \rho_{s1} / (r_c \lambda_{qA})]; \\ E_{Bp}(t) &\sim F_{qp}(\delta_{xB}, 0) u(t - 2z_{A^*}/c) \exp[2\pi i r_{B^*} \rho_{s1} / (r_c \lambda_{qB})]; \\ F_{qp}(\delta_{xB}, 0) &= \iint k_p(x, y) h_q(x, y, \delta_{xB}, 0) \exp[2\pi i \xi_p(x, y) / \lambda_{qB}] dx dy; \end{aligned}$$

$k_p(x, y)$ и $\xi_p(x, y)$ – распределения френелевских коэффициентов отражения и высот неровностей поверхности фонового объекта. При этом для фонового объекта $|k_p(x, y)|^2 = |k_p(0, 0)|^2 + \sigma_p = \ell_p$, где σ_p и ℓ_p – СКО и радиус корреляции распределения $\xi_p(x, y)$. При наличии аддитивного шума линейка фотоприемников, расположенная вдоль оси f_x (рис. 1), регистрирует интенсивность

$$\begin{aligned} I_{q\Sigma}(f_x, t) &= |E_{q\Sigma}(f_x, t)|^2 \sim |E_{qA\Sigma}(t)|^2 + |E_{qB\Sigma}(f_x, t)|^2 \\ &+ H_{AB\Sigma}(f_x, t) \exp[i(\omega_{qA} - \omega_{qB})t] \\ &+ H_{AB\Sigma}^*(f_x, t) \exp[i(\omega_{qB} - \omega_{qA})t], \quad (П2.2) \end{aligned}$$

где $H_{AB\Sigma}(f_x, t) = E_{B\Sigma}(f_x, t) E_{A\Sigma}^*(t)$. Тогда при наличии шума в блоке 8 определяется функция

$$\hat{E}_{\Sigma}(f_x) = \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} I_{q\Sigma}(f_x, t) \exp[-i(\omega_{qA} - \omega_{qB})t] dt.$$

При условиях, что $(\omega_{qA} - \omega_{qB})T_s \gg 1$ и что аддитивный шум статистически не зависит от полезного сигнала, получаем

$$\begin{aligned} \hat{E}_{\Sigma}(f_x) &\approx \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} H_{AB\Sigma}(f_x, t) dt \sim |F_q(0, 0) F_q(\delta_{xB}, 0)| \\ &\times |B_u[2(r_{A^*} - r_{B^*})/L_c]| \exp[2\pi i \delta_{xB} f_x / (z_f \lambda_{0q}) + i\psi_{AB}] \\ &+ |F_{qp}(0, 0) F_{qp}(\delta_{xB}, 0)| \exp[2\pi i \delta_{xB} f_x / (z_f \lambda_{0q}) + i\psi_{ABp}], \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \psi_{ABp} &= 2\pi(r_{A^*} - r_{B^*})\rho_{s1} / (r_c \lambda_{0q}) + \arctan \{ \text{Re}[F_{qp}^*(0, 0)] \\ &\times F_{qp}(\delta_{xB}, 0) / \text{Im}[F_{qp}(0, 0) F_{qp}^*(\delta_{xB}, 0)] \}. \end{aligned}$$

При тех же условиях с учетом соотношения (П2.2) квадрат модуля преобразования Фурье от функции $\hat{E}(f_x)$ есть $J_{q\Sigma}(s_x) = (J_{AB} + J_{ABp}) |\Theta_+(s_x)|^2$, где $J_{ABp} \sim 4 |F_{qp}(0, 0) \times F_{qp}(\delta_{xB}, 0)|^2$. В соответствии с соотношением (П1.3) оценка \tilde{Z} высоты $Z(-\mu\delta_{xB}, 0)$ поверхности объекта в точке B^* определяется, исходя из уравнения

$$|B_u[2\tilde{Z}(-\mu\delta_{xB}, 0)/L_c]|^2 = (J_{AB} + J_{ABp}) / [4 \tilde{I}_{\Sigma}(\delta_{xB}, 0) \tilde{I}_{\Sigma}(0, 0)],$$

где $\tilde{I}_{\Sigma}(0, 0) = \tilde{I}_{iq}(0, 0) + \tilde{I}_{iqp}(0, 0)$ и $\tilde{I}_{\Sigma}(\delta_{xB}, 0) = \tilde{I}_{iq}(\delta_{xB}, 0) + \tilde{I}_{iqp}(\delta_{xB}, 0)$ – сигналы, зарегистрированные фотодетекторами, расположенными в отверстиях с центрами в точках А и В; с учетом соотношений (П2.1) и (8)

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{iqp}(\delta_{xB}, 0) &= \frac{1}{T_s} \int_{t_0}^{t_0+T_s} |E_{iqp}(t, \delta_{xB}, 0)|^2 dt \\ &\sim |F_{qp}(\delta_{xB}, 0)|^2 \sim |k_p(\delta_{xB}, 0)|^2 \quad (П2.3) \end{aligned}$$

– усредненная по времени T_s интенсивность изображения фонового объекта. При условиях $\tilde{I}_{iqp}(0, 0) \ll \tilde{I}_{iq}(0, 0)$ и $\tilde{I}_{iqp}(\delta_{xB}, 0) \ll \tilde{I}_{iq}(\delta_{xB}, 0)$ имеем

$$\begin{aligned} \langle |B_u[2\tilde{Z}(-\mu\delta_{xB}, 0)/L_c]|^2 \rangle_p &\approx |B_u[2Z(-\mu\delta_{xB}, 0)/L_c]|^2 \\ &+ \langle \tilde{I}_{iqp}(\delta_{xB}, 0) \tilde{I}_{iqp}(0, 0) \rangle_p / [\tilde{I}_{iq}(\delta_{xB}, 0) \tilde{I}_{iq}(0, 0)], \quad (П2.4) \end{aligned}$$

где угловые скобки $\langle \dots \rangle_p$ означают усреднение по различным реализациям фонового шума.

С другой стороны, аппроксимируя функцию $|B_u(z)|^2$ гауссовой функцией, при небольших отклонениях ΔZ оценки \tilde{Z} от $Z(-\mu\delta_{xB}, 0)$ получаем

$$\begin{aligned} |B_u[2\tilde{Z}(-\mu\delta_{xB}, 0)/L_c]|^2 &\approx |B_u[2Z(-\mu\delta_{xB}, 0)/L_c]|^2 \\ &+ [(\Delta Z)^2/2] (d^2 |B_u[2Z(-\mu\delta_{xB}, 0)/L_c]|^2 / dZ^2), \quad (П2.5) \end{aligned}$$

где $\Delta Z = \tilde{Z} - Z(-\mu\delta_{xB}, 0)$; $d^2 |B_u[2Z(-\mu\delta_{xB}, 0)/L_c]|^2 / dZ^2 \approx 1/L_c^2$. В предположении, что $\langle \Delta Z \rangle_p = 0$ и с учетом соотношений (П2.4), (П2.5) для СКО оценки высоты $Z(-\mu\delta_{xB}, 0)$ будем иметь выражение

$$\sigma_p = \langle (\Delta Z)^2 \rangle_p^{1/2} \approx 1.4 L_c \frac{\langle \tilde{I}_{iqp}(\delta_{xB}, 0) \tilde{I}_{iqp}(0, 0) \rangle_p^{1/2}}{[\tilde{I}_{iq}(\delta_{xB}, 0) \tilde{I}_{iq}(0, 0)]^{1/2}}.$$

Окончательно с учетом соотношений (8), (П2.1) и (П2.2) получим

$$\sigma_p \approx 1.4 L_c \langle |k_p(0, 0)|^4 \rangle_p^{1/2} / [k_{iq}(\delta_{xB}, 0) k_{iq}(0, 0)]^{1/2}.$$

Относительная точность определения высоты $\eta_p = \sigma_p / Z(-\mu\delta_{xB}, 0)$. Для точки B^* , располагающейся вблизи центра области обратного рассеяния исследуемого объекта (точка A^* на рис. 1), $k_{iq}(\delta_{xB}, 0) \approx k_{iq}(0, 0)$ и $\sigma_p \approx \sigma_{p1} = 1.4 L_c \langle |k_p(0, 0)|^4 \rangle_p^{1/2} / k_{iq}(0, 0)$, а $\eta_p \approx 1.4 [L_c / Z(-\mu\delta_{xB}, 0)] \times \langle |k_p(0, 0)|^4 \rangle_p^{1/2} / k_{iq}(0, 0)$. Изменение параметров σ_p и η_p при удалении точки B^* от точки A^* наиболее наглядно можно проследить на примере объекта со сферической формой поверхности. Тогда $k_{iq}(\delta_{xB}, 0) \approx k_{iq}(0, 0) \exp\{-[\delta_{xB} \ell_{\xi} / (\rho_0 \sigma_{\xi}^2)]^2\}$ и точность определения высоты $Z(-\mu\delta_{xB}, 0)$ при приближении к краю области обратного рассеяния $\delta_{xB} \approx \rho_0 [\sigma_{\xi}^2 / (2\ell_{\xi}^2)]$ снижается из-за увеличения параметра σ_p , который достигает величины $\sigma_{p2} = 10\sigma_{p1}$. При этом относительная точность определения высоты изменяется от $\eta_{p1} \approx \sigma_{p1} / Z_1$ до $\eta_{p2} \approx \sigma_{p2} / Z_2$, где $Z_1 = a^2 / (2\rho_0)$ – ближайшая к точке A^* определяемая высота; $a = \lambda_q d_p / z_{sc}$ – размер одного спекла в изображении объекта; $Z_2 = h_b \approx \rho_0 [\sigma_{\xi}^2 / (2\ell_{\xi}^2)]$.

1. Leith E.N., Upatnieks J. *J. Opt. Soc. Am.*, **52**, 522 (1962).
2. Денисюк Ю.Н. *Оптика и спектроскопия*, **15**, 522 (1963).
3. Дубнищев Ю.Н. и др. *Оптика и спектроскопия*, **34**, 587 (1973).
4. Бакут П.А., Мандросов В.И., Матвеев И.Н., Устинов Н.Д. *Теория когерентных изображений* (М.: Радио и связь, 1987).
5. Mandrosov V. *Coherent Fields and Images in Remote Sensing* (Bellingham, Wash.: SPIE Press, Vol. PM130, 2004).
6. Мандросов В.И. *Квантовая электроника*, **39**, 1059 (2009).
7. Мандросов В.И. *Квантовая электроника*, **41**, 179 (2011).
8. Бакут П.А., Мандросов В.И. *Квантовая электроника*, **36**, 239 (2006).
9. Гудмен Д. *Статистическая оптика* (М.: Мир, 1986).