

# Аномальное поведение дисперсии атомной среды с замкнутой схемой возбуждения

К.А.Баранцев, А.Н.Литвинов, Г.А.Казаков, Ю.В.Рождественский

*Исследована дисперсия коэффициента преломления атомной среды в случае замкнутой схемы возбуждения. Показано, что в зависимости от алгебраической суммы фаз  $\Phi$  возбуждающих полей и частот Раби коэффициент преломления имеет максимум в области  $\Phi \leq \pi/4$ . Найдена область частот вблизи этого максимума, в которой одновременно с ростом коэффициента преломления происходит усиление одного из оптических полей.*

**Ключевые слова:** когерентное плениение населенностей, дисперсия, замкнутая схема возбуждения, электромагнитно-индуцированная прозрачность.

## 1. Введение

В последнее время проявляется значительный интерес к управлению коэффициентом преломления среды при воздействии оптического излучения. При этом на резонансных частотах коэффициент преломления оптической среды может в десятки раз превышать значения, характерные для взаимодействия той же среды с нерезонансным излучением. В случае среды двухуровневых атомов такой высокий коэффициент преломления обусловлен значительным поглощением оптического излучения. Однако в трёхуровневых системах, вследствие интерференции атомных переходов, которая приводит к возбуждению низкочастотной когерентности, можно получить прозрачную среду с высоким коэффициентом преломления [1–5]. Физически это связано с существованием для таких трёхуровневых сред как эффекта когерентного плениения населённости (КПН) [6], так и близкого к нему эффекта электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) [7–9].

Подчеркнём ещё раз, что наличие квантовой когерентности приводит к тому, что поглощение среды практически отсутствует (т.е. среда является прозрачной для действующего на неё излучения), а значения коэффициента преломления сопоставимы с его резонансным значением для среды двухуровневых атомов. Такие особенности поведения коэффициента преломления могут быть актуальными при разработке лазеров без инверсии населённости [10–13]. Применение управления коэффициентом

преломления в системах квантовой памяти рассмотрено в [14].

Важно, что получение больших значений дисперсии атомной среды при слабом поглощении требует дополнительной «подготовки» среды [10–13], которая может быть проведена как дополнительным излучением [12], так и путем распространения многочастотного излучения в среде многоуровневых атомов. В последнем случае ключевую роль играет схема взаимодействия оптических полей с системой квантовых уровней. Особое место здесь занимают атомные системы, которые взаимодействуют с полями по замкнутой схеме [15–18]. Оказывается, что для таких систем параметром, значение которого полностью меняет динамику системы, является алгебраическая сумма начальных фаз полей, действующих на неё. При этом замкнутая схема возбуждения может быть реализована в трёхуровневой  $\Lambda$ -системе при приложении между нижними уровнями связывающего радиочастотного поля (так называемая  $\Delta$ -система) [16], или же схему взаимодействия можно замкнуть с помощью двух оптических полей через дополнительный верхний уровень (двойная  $\Lambda$ -система) [15, 17, 18].

В дальнейшем было показано, что начальные фазы полей определяют само существование в системах с замкнутой схемой взаимодействия как эффекта КПН [16–18], так и эффекта ЭИП, который был исследован в замкнутой  $\Delta$ -системе, образованной при приложении между нижними состояниями микроволнового поля [19, 20]. При этом в [19, 21] было проведено исследование поглощения излучения в газовой ячейке для систем с замкнутой схемой возбуждения в случае приложения четырёх оптических импульсных полей. Примечательно, что такая замкнутая схема возбуждения может быть реализована как для атомов щелочных металлов, так и для полупроводниковых квантоворазмерных систем [22, 23].

В то же время работы [15–19] посвящены главным образом исследованию возникновения и разрушения эффектов КПН (ЭИП) для замкнутой схемы возбуждения в зависимости от относительной фазы  $\Phi$  возбуждающих полей. Изучение влияния фазы  $\Phi$  на дисперсию показателя преломления и коэффициента поглощения в этих работах не проводилось, хотя подобное исследование пред-

**К.А.Баранцев, А.Н.Литвинов.** Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Россия, 195251 С.-Петербург, ул. Политехническая, 29; e-mail: andrey.litvinov@mail.ru

**Г.А.Казаков.** Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, Россия, 195251 С.-Петербург, ул. Политехническая, 29; Institute of Atomic and Subatomic Physics, Stadionalle 2, 1020 Vienna, Austria

**Ю.В.Рождественский.** Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, Россия, 197101 С.-Петербург, Кронверкский просп., 49

Поступила в редакцию 28 марта 2012 г., после доработки – 10 мая 2012 г.

ставляется весьма актуальным и может привести к нетривиальным результатам. Таким образом, целью настоящей работы как раз и является исследование зависимости дисперсии показателя преломления и коэффициента поглощения от относительной фазы возбуждающих полей в условиях эффекта КПП.

## 2. Основные уравнения

На рис.1 представлена трёхуровневая система с замкнутой схемой взаимодействия –  $\Delta$ -система. Здесь переход между состояниями  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  является магнитодипольным, а переходы  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  и  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$  представляют собой сильные электродипольные переходы в оптической области спектра. Верхнее состояние системы распадается на состояния  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  со скоростью распада  $2\gamma$ . Будем считать, что квантовая система, показанная на рис.1, взаимодействует с тремя резонансными полями: на переходах  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  и  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$  действуют оптические поля с частотами Раби  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  соответственно, а между уровнями  $|1\rangle$  и  $|2\rangle$  приложено микроволновое поле с частотой Раби  $U$ .

Система квантовых кинетических уравнений для элементов матрицы плотности  $\rho_{ij}$ , которые определяют взаимодействие замкнутой  $\Delta$ -системы (рис.1) с трёхчастотным полем, может быть записана в виде

$$\frac{\partial \rho_{ik}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} \sum_l (H_{il} \rho_{lk} - \rho_{il} H_{lk}) + \sum_{l,m} \Gamma_{iklm} \rho_{lm}, \quad (1)$$

где  $H$  – гамильтониан, а  $\Gamma$  – матрица релаксации. Гамильтониан  $H$  может быть представлен как  $H = H_0 + H_{\text{int}}$ , где

$$H_0 = \sum_{i=1}^4 E_i |i\rangle \langle i| \quad (2)$$

– гамильтониан в отсутствие лазерного поля, а  $H_{\text{int}}$  описывает взаимодействие квантовой системы с лазерным полем. В резонансном приближении

$$H_{\text{int}} = \hbar \Omega_1 \exp[-i(v_1 t + \varphi_1)] |3\rangle \langle 1| + \hbar \Omega_2 \exp[-i(v_2 t + \varphi_2)] \times$$

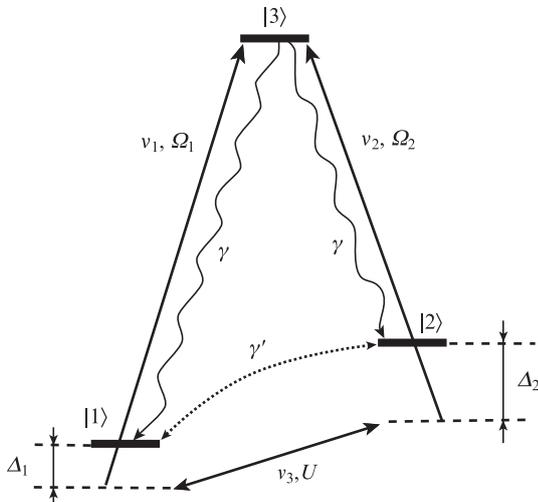


Рис.1. Схема уровней в трёхуровневой системе с замкнутой схемой возбуждения (в  $\Delta$ -системе):  $v_1$  и  $v_2$  – частоты оптического излучения;  $\gamma'$  – скорость релаксации микроволновой когерентности;  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  – однофотонные отстройки.

$$\times |3\rangle \langle 2| + \hbar U \exp[-i(v_3 t + \varphi_3)] |2\rangle \langle 1| + \text{эрмит. сопр.} \quad (3)$$

Здесь  $\Omega_1 = \mu_{13} E_1 / (2\hbar)$ ;  $\Omega_2 = \mu_{23} E_2 / (2\hbar)$ ;  $U = \mu_{12} E_3 / (2\hbar)$ ;  $E_i$  и  $\varphi_i$  – амплитуда и начальная фаза  $i$ -й компоненты лазерного поля с частотой  $v_i$  ( $i = 1, 2, 3$ );  $v_1 = v_2 + v_3$ ;  $\mu_{13}$  и  $\mu_{23}$  – дипольные моменты переходов  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  и  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ ;  $\mu_{12}$  – магнитодипольный момент перехода  $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ . Однофотонные отстройки лазерных полей от переходов  $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$  и  $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$  определяются выражениям  $\Delta_j = v_j - \omega_{3j}$  ( $j = 1, 2$ ), где  $\omega_{3j}$  – частоты перехода между уровнями 3 и  $j$ . Отстройка от двухфотонного резонанса  $\delta = (\Delta_1 - \Delta_2) / 2$ .

Для вычисления показателя преломления и коэффициента поглощения рассмотрим нелинейную восприимчивость среды  $\chi$ , которая, вообще говоря, является комплексной величиной ( $\chi = \chi' + i\chi''$ ) и связана с вектором поляризуемости  $\mathbf{P}$  соотношением

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая постоянная;  $\mathbf{E}$  – электрическое поле.

Реальная ( $\chi'$ ) и мнимая ( $\chi''$ ) части нелинейной восприимчивости описывают дисперсию и поглощение на расстоянии, равном длине волны оптического излучения, и могут быть выражены через недиагональные элементы матрицы плотности (1) в виде [1]

$$\chi_{13} = \frac{N |\mu_{13}|^2}{2\hbar \varepsilon_0 \Omega_1} \rho_{13}, \quad \chi_{23} = \frac{N |\mu_{23}|^2}{2\hbar \varepsilon_0 \Omega_2} \rho_{23}, \quad (5)$$

где  $N$  – число активных атомов в ячейке;  $\mu_{ij}$  – дипольный момент перехода  $|i\rangle \rightarrow |j\rangle$ . Тогда  $\chi'_{13} \sim \text{Re} \rho_{13}$  и  $\chi'_{23} \sim \text{Re} \rho_{23}$  – дисперсии (т. е. коэффициенты преломления), а  $\chi''_{13} \sim \text{Im} \rho_{13}$  и  $\chi''_{23} \sim \text{Im} \rho_{23}$  – потери (т. е. коэффициенты поглощения) для оптических полей с частотами Раби  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  соответственно.

Далее, решая систему уравнений (1) в стационарном режиме, мы получим выражение для мнимой и вещественной частей оптических когерентностей  $\rho_{13}$  и  $\rho_{23}$ . Поскольку  $\text{Re} \rho_{13} = -\text{Re} \rho_{23}$  и  $\text{Im} \rho_{13} = \text{Im} \rho_{23}$ , то ограничимся анализом выражений только для  $\text{Re} \rho_{23}$  и  $\text{Im} \rho_{23}$ :

$$\text{Re} \rho_{23} = \frac{U^2 \Omega \gamma \sin \Phi \cos \Phi}{U^2 \gamma^2 + 4(\Omega^2 - U^2)^2 + 12 \Omega^2 U^2 \sin^2 \Phi}, \quad (6)$$

$$\text{Im} \rho_{23} = \frac{U \Omega \sin \Phi [U \gamma \sin \Phi + 2(\Omega^2 - U^2)]}{U^2 \gamma^2 + 4(\Omega^2 - U^2)^2 + 12 \Omega^2 U^2 \sin^2 \Phi}. \quad (7)$$

Здесь частоты Раби оптических полей считаются равными ( $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$ ) и полагается, что выполнено условие двухфотонного резонанса  $\delta = 0$ . В выражения (6) и (7) введена общая фаза для замкнутой атомной схемы взаимодействия  $\Phi = \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3$ , где  $\varphi_i$  – начальные фазы возбуждающих полей.

## 3. Обсуждение результатов

Полученные выше выражения (6) и (7) полностью определяют зависимость от фазы  $\Phi$  коэффициентов преломления и поглощения для среды трёхуровневых  $\Delta$ -атомов при условии двухфотонного резонанса. Известно, что наличие замкнутой схемы возбуждения в трёхуровневой системе приводит к разрушению (при  $\Phi = \pi/2$ ) и восстановлению (при  $\Phi = 0$ ) эффекта КПП [14–16]. На рис.2

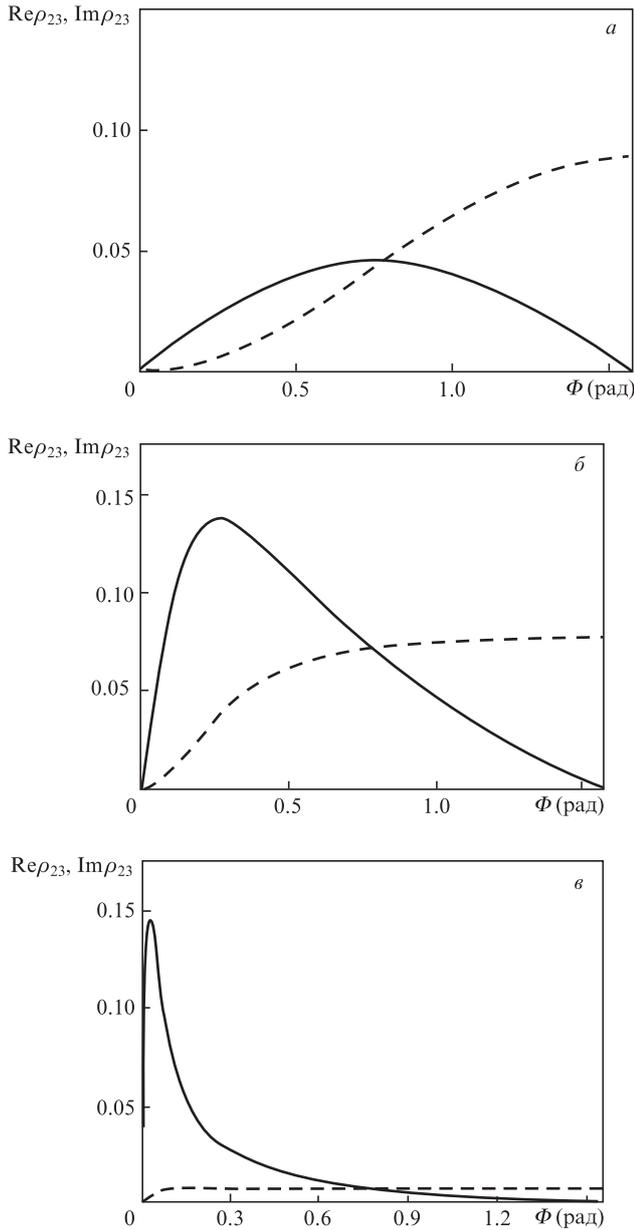


Рис.2. Зависимости дисперсии  $\text{Re}\rho_{23}$  (сплошная кривая) и коэффициента поглощения  $\text{Im}\rho_{23}$  (штриховая кривая) от фазы  $\Phi$  для  $\Delta$ -системы в условиях двухфотонного резонанса ( $\delta = 0$ ) при частотах Раби  $\Omega_1 = \Omega_2 = U = 0.1\gamma$  (а),  $\Omega_1 = \Omega_2 = U = \gamma$  (б) и  $\Omega_1 = \Omega_2 = U = 10\gamma$  (в).

представлены зависимости вещественной ( $\text{Re}\rho_{23}$ ) и мнимой ( $\text{Im}\rho_{23}$ ) частей оптической когерентности  $\rho_{23}$  от фазы  $\Phi$  для случая равенства частот Раби как оптических, так и связывающего полей. Видно, что при  $\Phi = 0$  поглощение и дисперсия также равны нулю, что соответствует существованию в системе эффекта КПН.

В то же время при  $\Phi = \pi/2$  имеет место сильное поглощение, что связано с разрушением состояния КПН. По мере увеличения частот Раби возбуждающих полей наблюдается сдвиг области насыщения коэффициента поглощения в сторону малых значений фазы  $\Phi$  (рис.2,б, в, штриховая кривая), что связано с усилением влияния поля на разрушение резонанса КПН. При этом увеличение амплитуды связывающего поля ведёт к усилению связи между нижними уровнями, что существенно влияет на оптические когерентности. Это проявляется, в частности, в том, что уменьшается амплитуда поглощения.

Из рис.2,а видно, что максимум коэффициента преломления наблюдается при  $\Phi = \pi/4$  (сплошная кривая). Дальнейшее увеличение частот Раби приводит к смещению этого максимума в область нулевых значений фазы (рис.2,б, в, сплошная кривая).

Отметим, что коэффициенты преломления и поглощения имеют максимальные значения при различных значениях фазы  $\Phi$ . Найдём теперь значение  $\Phi$  в интервале  $\Phi \in [0; \pi/2]$ , при котором коэффициент преломления имеет максимальное значение:

$$\Phi_{\text{ex}} = \arccos\left(\sqrt{\frac{4U^4 + 4U^2\Omega^2 + 4\Omega^4 + U^2\gamma^2}{8U^4 - 4U^2\Omega^2 + 8\Omega^4 + 2U^2\gamma^2}}\right). \quad (8)$$

В случае равенства частот Раби оптических и микроволнового полей ( $\Omega_1 = \Omega_2 = U$ ) запишем (8) в виде

$$\Phi_{\text{ex}} = \arccos\left(\sqrt{1 - \frac{\gamma^2}{12\Omega^2 + 2\gamma^2}}\right). \quad (9)$$

При этом из (8) следует, что  $\Phi_{\text{ex}} = \pi/4$  для частот Раби  $\Omega \ll \gamma$  (рис.2,а), а в случае  $\Omega \gg \gamma$  экстремальное значение фазы  $\Phi_{\text{ex}} = \gamma/(\Omega\sqrt{12})$ , что соответствует рис.2,в.

Выше мы рассмотрели зависимости коэффициентов преломления и поглощения от фазы  $\Phi$  в случае двухфотонного резонанса ( $\delta = 0$ ). Исследуем теперь зависимости этих величин от двухфотонной отстройки  $\delta$  при различных значениях фазы замкнутой схемы. Так, на рис.3,а,

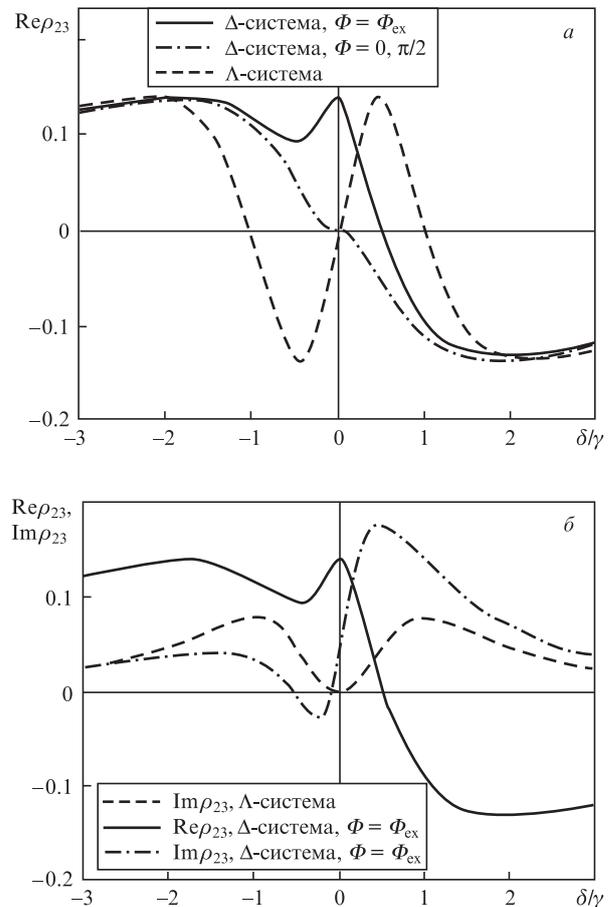


Рис.3. Зависимости дисперсии  $\text{Re}\rho_{23}$  (а, б) и коэффициента поглощения  $\text{Im}\rho_{23}$  (б) от двухфотонной отстройки  $\delta$  для разных фаз  $\Phi$  и  $\Omega_1 = \Omega_2 = U = \gamma$ .

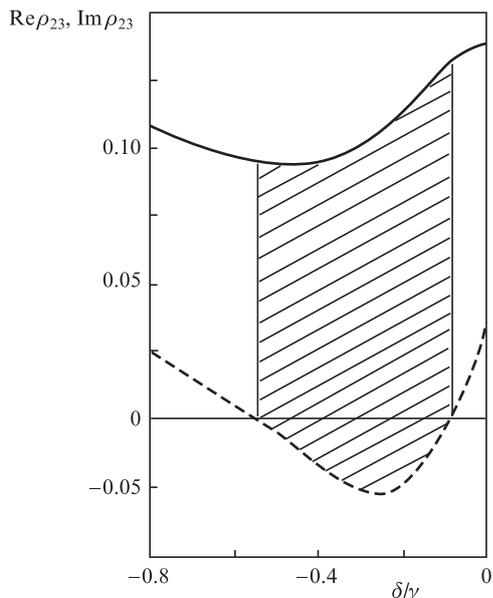


Рис.4. Зависимости дисперсии  $\text{Re}\rho_{23}$  (сплошная кривая) и коэффициента поглощения  $\text{Im}\rho_{23}$  (штриховая кривая) от двухфотонной отстройки  $\delta$  для  $\Delta$ -системы при  $\Phi = \Phi_{\text{ex}}$  и  $\Omega_1 = \Omega_2 = U = \gamma$  в увеличенном масштабе.

представлены зависимости от отстройки  $\delta$  вещественной части когерентности  $\rho_{23}$  для трёх значений фаз в замкнутой  $\Delta$ -системе, а также зависимость  $\text{Re}\rho_{23}$  от двухфотонной отстройки для трёхуровневой  $\Lambda$ -системы. Видно, что в области двухфотонного резонанса ( $\delta = 0$ ) коэффициент преломления равен нулю при  $\Phi = 0$  и  $\pi/2$  как для  $\Delta$ -системы (штрих-пунктирная кривая), так и для  $\Lambda$ -системы (штриховая кривая). При этом для  $\Phi = \Phi_{\text{ex}}$  коэффициент преломления имеет максимальное значение. Сравнивая его с коэффициентом поглощения, который пропорционален мнимой части когерентности (рис.3,б, штрих-пунктирная кривая) видим, что существует область отстроек, где в отсутствие поглощения можно получить достаточно высокий коэффициент преломления.

Далее рассмотрим более подробно соответствующий рис.3,б диапазон отстроек  $-0.8 \leq \delta/\gamma \leq 0$  (рис.4). Из рис.4 видно, что в заштрихованной области существует усиление. При этом в области усиления одновременно происходит рост коэффициента преломления (сплошная кривая). Такие особенности в поведении коэффициентов преломления и усиления могут быть использованы в различных приложениях нелинейной оптики.

#### 4. Заключение

Таким образом, в работе исследована трёхуровневая система, взаимодействующая с двумя оптическими и одним микроволновым полями, которые образуют зам-

кнутую схему возбуждения ( $\Delta$ -система). Обнаружен максимум в зависимости коэффициента преломления от алгебраической суммы фаз возбуждающих полей  $\Phi$ . Показано, что при различных частотах Раби максимум коэффициента преломления сдвигается от  $\Phi = \pi/4$  к  $\Phi = \gamma/\sqrt{12\Omega^2}$ . Для фазы  $\Phi$ , соответствующей максимуму коэффициента преломления, найдена такая область отстроек, в которой имеет место увеличение коэффициента преломления с одновременным усилением излучения одного из оптических полей.

Подчеркнем, что максимум коэффициента преломления в области фаз  $\Phi \leq \pi/4$  имеет место не только в рассматриваемой системе, но и в любых системах с замкнутой схемой возбуждения. При этом коэффициент преломления по порядку величины сравним с его значением для трёхуровневой  $\Lambda$ -системы [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013» (госконтракты № 14.740.11.0891 и 16.740.11.0586), РФФИ и фонда некоммерческих программ Династия.

1. Скалли М.О., Зубайри М.С. *Квантовая оптика* (М.: Физматлит, 2003).
2. Scully M.O. *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 1855 (1991).
3. Fleischhauer M., Keitel C., Scully M. *Phys. Rev. A*, **46**, 1468 (1992).
4. Sultana S., Zubairy M.S. *Phys. Rev. A*, **49**, 438 (1994).
5. Kocharovskaya O., Mandel P., Scully M. *Phys. Rev. Lett.*, **74**, 2451 (1995).
6. Агапьев Б.Д., Горный М.Б., Матисов Б.Г., Рождественский Ю.В. *УФН*, **163**, 1 (1993).
7. Горный М.Б., Матисов Б.Г., Рождественский Ю.В. *ЖЭТФ*, **68**, 728 (1989).
8. Harris S. *Phys. Today*, **50**, 36 (1997).
9. Fleischhauer M., Imamoglu A., Marangos J.P. *Rev. Mod. Phys.*, **77**, 633 (2005).
10. Harris S. *Phys. Rev. Lett.*, **62**, 1022 (1989).
11. Imamoglu A., Harris S. *Opt. Lett.*, **14**, 1344 (1989).
12. Кочаровская О., Ханин Я.И. *Письма в ЖЭТФ*, **48**, 581 (1988).
13. Kocharovskaya O., Mandel P. *Phys. Rev. A*, **42**, 523 (1990).
14. Kalachev A., Kocharovskaya O. *Phys. Rev. A*, **83**, 053849 (2011).
15. Buckle S.J., Barnett S.M., Knight P.L., et al. *Optica Acta*, **33**, 1129 (1986).
16. Kosachiov D.V., Matisov B.G., Rozhdestvensky Yu.V. *Opt. Commun.*, **85**, 209 (1991).
17. Kosachiov D.V., Matisov B.G., Rozhdestvensky Yu.V. *J. Phys. B*, **25**, 2473 (1992).
18. Kosachiov D.V., Matisov B.G., Rozhdestvensky Yu.V. *Europhys. Lett.*, **22**, 11 (1993).
19. Li H., Sautenkov V.A., Rostovtsev Yu.V., et al. *Phys. Rev. A*, **80**, 023820 (2009).
20. Luo B., Tang H., Guo H. *J. Phys. B*, **42**, 235505 (2009).
21. Jha P.K., Rostovtsev Yu.V., Li H., et al. *Phys. Rev. A*, **83**, 033404 (2011).
22. Serapiglia G.B., Paspalakis E., Sirtori C., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 1022 (2000).
23. Yang W.-X., Chen A.-X., Zha T.-T., Lee R.-K. *J. Phys. B*, **42**, 225501 (2009).