## УПРАВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРАМИ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

PACS 42.55.Rz; 42.60.Da; 42.60; Mi; 42.65.Sf

# Параметрическое возбуждение релаксационных колебаний на субгармонике внешнего модулирующего сигнала в кольцевом YAG:Nd-лазере

### Т.В.Аулова, Н.В.Кравцов, Е.Г.Ларионцев, С.Н.Чекина

Экспериментально, а также с помощью численного моделирования исследована динамика генерации твердотельного кольцевого лазера (ТКЛ) с периодической модуляцией накачки при параметрическом возбуждении релаксационных колебаний на субгармонике модулирующего сигнала. Параметрические процессы исследованы при модуляции накачки в двух режимах генерации ТКЛ: стационарном режиме однонаправленной генерации и автомодуляционном режиме первого рода. Обнаружены существенные различия в динамике излучения для этих режимов. Установлено, что при работе лазера в автомодуляционном режиме первого рода параметрическая неустойчивость может приводить к переходу лазера в режим динамического хаоса.

**Ключевые слова:** нелинейная динамика, твердотельный кольцевой лазер, автомодуляционный режим генерации первого рода, динамический хаос, бифуркации.

#### 1. Введение

Исследования в области динамики твердотельных кольцевых лазеров (ТКЛ) важны для изучения общих закономерностей нелинейной динамики систем различной природы. К настоящему времени детально изучена теоретически и экспериментально динамика генерации ТКЛ с периодической модуляцией параметров при резонансном возбуждении релаксационных колебаний на частоте внешнего модулирующего сигнала (см., напр., [1,2] и обзор [3]). Возбуждение релаксационных колебаний можно реализовать как при резонансном воздействии с частотой модулирующего сигнала f<sub>p</sub>, близкой к частоте релаксационных колебаний  $f_r$ , так и при параметрическом резонансе, когда субгармоника модулирующего сигнала fp/2 близка к частоте релаксационных колебаний fr. Насколько нам известно, динамика генерации твердотельных лазеров при параметрическом возбуждении релаксационных колебаний ранее не была исследована. Следует ожидать, что бифуркации, возникающие при параметрическом возбуждении релаксационных колебаний, будут зависеть от того, в каком режиме лазер работал в отсутствие модулирующего сигнала.

Целью настоящей работы является исследование динамики генерации, временных и спектральных характеристик излучения твердотельного кольцевого лазера (однонаправленного и двунаправленного) при параметрическом возбуждении релаксационных колебаний субгармоникой модулирующего сигнала.

#### 2. Экспериментальная установка

Исследуемый кольцевой чип-лазер представлял собой моноблок в виде призмы с одной сферической (радиус кривизны 50 мм) гранью и тремя плоскими гранями пол-

Т.В.Аулова, Н.В.Кравцов, Е.Г.Ларионцев, С.Н.Чекина. НИИ ядерной физики им. Д.В.Скобельцына МГУ им. М.В. Ломоносова, Россия, 119992 Москва, Воробьевы горы; e-mail: e.lariontsev@yahoo.com

Поступила в редакцию 12 мая 2012 г., после доработки – 13 июня 2012 г.

ного внутреннего отражения. Геометрический периметр резонатора составлял около 2.8 см. Угол неплоскостности резонатора был равен 80°. Как показали проведенные нами ранее исследования [4], режимами генерации этого лазера можно эффективно управлять с помощью внешнего магнитного поля, создаваемого постоянным магнитом. В отсутствие внешнего поля исследуемый лазер работал в автомодуляционном режиме первого рода, а при наличии внешнего поля – в стационарном режиме однонаправленной генерации. Переход из автомодуляционного режима первого рода в режим однонаправленной генерации был вызван тем, что при наложении магнитного поля в кольцевом резонаторе возникала значительная амплитудная невзаимность.

Накачка лазера осуществлялась полупроводниковым лазерным диодом на  $\lambda = 0.810$  мкм. В цепь питания диода был включен генератор периодических колебаний, который модулировал мощность накачки исследуемого лазера в диапазоне частот 50–220 кГц. Характеристики излучения регистрировались с помощью цифрового осциллографа TektronixTDS 2014.

Исследования проводились при работе ТКЛ (в отсутствие модуляции накачки) в двух режимах генерации: стационарном режиме однонаправленной генерации и автомодуляционнном режиме 1-го рода. При модуляции накачки превышение накачки  $\eta(t)$  над порогом можно представить в виде

$$\eta(t) = \eta_0 + h\sin\left(2\pi f_{\rm p} t\right),\tag{1}$$

где  $\eta_0$  – превышение накачки над порогом в отсутствие модуляции накачки; h и  $f_p$  – глубина и частота модуляции накачки соответственно.

## 3. Параметрическое возбуждение релаксационных колебаний в стационарном режиме однонаправленной генерации

Экспериментальные исследования и численное моделирование динамики ТКЛ в стационарном режиме однонаправленной генерации выполнялись при постоянном превышении накачки над порогом  $\eta_0 = 0.1$ . Частота релаксационных колебаний  $f_r = 89 \ \kappa \Gamma \mu$ . Частота модуляции  $f_p$  изменялась в диапазоне 50–220  $\kappa \Gamma \mu$ , а глубина модуляции h была постоянной и составляла 0.05.

В этом режиме периодическая модуляция накачки с достаточно малой глубиной *h* приводит в широкой области частот модуляции (за исключением областей параметрического резонанса) к синусоидальной модуляции интенсивности излучения с частотой  $f_p$ . Если субгармоника  $f_p/2$ модулирующего сигнала приближается к частоте релаксационных колебаний  $f_r$ , в ТКЛ возникает параметрическая неустойчивость, приводящая к возбуждению релаксационных колебаний на частоте этой субгармоники. В области параметрической неустойчивости существенно возрастает отклик лазера на сигнал модуляции: модуляция излучения становится импульсной и возникает бифуркация удвоения периода, период следования импульсов *T* становится равным двум периодам модуляции  $T_p$ (T =  $2T_p = 2/f_p$ ).

Характерные осциллограммы интенсивности излучения в области параметрической неустойчивости приведены на рис.1,*a*, *б* при двух значениях частоты сигнала модуляции. На рис.1,*в* показан полученный в эксперименте спектр интенсивности лазерного излучения. Видно, что в области параметрической неустойчивости возникают спектральные компоненты на частоте  $f_p/2$  и кратных ей частотах.

На рис.2 приведены экспериментально измеренные, а также полученные на основе численного моделирования зависимости амплитуды спектральной компоненты  $A(f_p/2)$  от частоты модуляции накачки  $f_p$ . Как видно из рисунка, существуют две области (I и II), в которых возникает па-



Рис.1. Временные  $(a, \delta)$  и спектральная (b) характеристики излучения в области параметрической неустойчивости при частотах модуляции 130 и 180 кГц (1 - эксперимент, 2 - численное моделирование).



Рис.2. Зависимость амплитуды спектральной компоненты на частоте субгармоники  $A(f_{\rm p}/2)$  от частоты модуляции накачки  $f_{\rm p}$ .

раметрическое возбуждение релаксационных колебаний. При вхождении в область параметрической неустойчивости со стороны бо́льших частот (уменьшение частоты модуляции; область I) параметрическое возбуждение наблюдается при значениях  $f_{\rm p}$  от 190 до 120 кГц. При увеличении частоты модуляции область параметрической неустойчивости оказывается значительно меньше (область II) – от 170 до 190 кГц.

Было проведено также численное моделирование динамики ТКЛ с периодической модуляцией накачки в режиме однонаправленной генерации. Для описания динамики однонаправленной генерации использовалась система скоростных уравнений для интенсивности излучения *I* и инверсной населенности *N* 

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = -\frac{\omega}{Q}I + \frac{\sigma l}{T}NI,$$

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{T_1} \{N_{\mathrm{th}}[1+\eta(t)] - N - aIN\}.$$
(2)

Здесь  $\omega/Q$  – ширина полосы резонатора; T = L/c – время обхода светом резонатора;  $T_1$  – время продольной релаксации, равное для Nd: YAG-лазера 240 мкс; t – длина активного элемента;  $a = T_1 c\sigma/(8\hbar\omega\pi)$  – параметр насыщения;  $\sigma$  – сечение лазерного перехода. Скорость накачки представлена в виде  $N_{\rm th}[1 + \eta(t)]/T_1$ , где  $N_{\rm th}$  – пороговая инверсная населенность. Как и в случае эксперимента, при численном моделировании динамики ТКЛ значения  $\eta_0$  и hбыли постоянными:  $\eta_0 = 0.1$ , h = 0.05. Частота релаксационных колебаний, определяемая формулой

$$f_{\rm r} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{(\omega/Q)\eta_0/T_1},$$

при  $\eta_0 = 0.1$  задавалась равной экспериментально измеренному значению (89 кГц). При численном моделировании в области параметрической неустойчивости рассчитывался отклик лазера I(t) на сигнал модуляции, а также был найден спектр этого сигнала. На рис.1 представлены экспериментально измеренные зависимости I(t) в сравнении с полученными при численном моделировании, а на рис.2 полученная на основе численного моделирования зависимость амплитуды  $A(f_p/2)$  от частоты модуляции накачки  $f_p$  сравнивается с экспериментально измеренной. Как видно из этих рисунков, экспериментальные резуль-

таты хорошо согласуются с результатами численного моделирования.

## 4. Параметрическое возбуждение релаксационных колебаний в автомодуляционном режиме первого рода

В двунаправленном режиме генерации были проведены эксперименты по параметрическому возбуждению релаксационных колебаний на субгармонике  $f_p/2$  сигнала модуляции накачки, аналогичные описанным выше в случае однонаправленного режима генерации. Частота модуляции изменялась в диапазоне 50–220 кГц, а глубина модуляции h – от 0.01 до 0.15. Превышение накачки над порогом  $\eta_0$  изменялось от 0.1 до 1.1.

В отсутствие модуляции накачки лазер работал в автомодуляционном режиме первого рода, который характеризуется следующими значениями параметров: при  $\eta_0 = 0.1$ частота автомодуляционных колебаний  $f_{\rm m} = 209~{\rm k}\Gamma$ ц, а основная релаксационная частота  $f_r = 89 \ \kappa \Gamma \mu$ . Как отмечено в работе [4], в исследуемом монолитном ТКЛ при изменении температуры моноблока можно изменять отношение средних интенсивностей встречных волн  $I_1/I_2$ . В проводившихся в настоящей работе экспериментальных исследованиях температура моноблока была такой, что  $I_1/I_2 = 1.2$ . Характерные осциллограммы интенсивностей встречных волн и спектр интенсивности одной из волн в этом режиме приведены на рис.3. В спектре интенсивности, показанном на рис.3,6, присутствует лишь одна (основная) спектральная компонента, соответствующая частоте автомодуляционных колебаний fm. Спектральная компонента на частоте релаксационных колебаний  $f_r$  не видна на рис.3,  $\delta$ , т. к. ее интенсивность на три порядка меньше интенсивности основной компоненты.

Модуляция накачки приводит (вне области параметрической раскачки релаксационных колебаний) к воз-



Рис.3. Характерная осциллограмма (*a*) и спектр интенсивности излучения ( $\delta$ ) в автомодуляционном режиме первого рода ( $f_{\rm m} = 255 \, {\rm k} \Gamma {\rm u}, f_{\rm r} = 102 \, {\rm k} \Gamma {\rm u}, \eta_0 = 0.155$ ).



Рис.4. Характерная осциллограмма (*a*) и спектр интенсивности излучения (б) вне области параметрического резонанса ( $f_{\rm p} = 178$  кГц,  $f_{\rm m} = 210$  кГц,  $f_{\rm r} = 98$  кГц,  $\eta_0 = 0.085$ ).



Рис.5. Характерная осциллограмма (*a*) и спектр интенсивности излучения (б) в области параметрического резонанса для режима квазипериодических колебаний ( $f_{\rm p} = 176 \, {\rm k}\Gamma {\rm u}, f_{\rm m} = 210 \, {\rm k}\Gamma {\rm u}, f_{\rm r} = 98 \, {\rm k}\Gamma {\rm u}, \eta_0 = 0.085$ ).



Рис.6. Характерная осциллограмма (*a*) и спектр интенсивности излучения (*б*) в области параметрического резонанса для режима динамического хаоса ( $f_p = 174 \text{ к}\Gamma \text{ц}, f_m = 210 \text{ к}\Gamma \text{ц}, f_r = 98 \text{ к}\Gamma \text{ц}, \eta_0 = 0.085$ ).

никновению квазипериодического режима генерации. Характерные осциллограммы и спектр интенсивности излучения в этой области приведены на рис.4. Видно, что при небольшой глубине модуляции (h = 0.075) в спектре появляется компонента на частоте модуляции  $f_{\rm p}$ .

Внутри области параметрического резонанса, в отличие от режима однонаправленной генерации, картина становится более сложной. В зависимости от глубины модуляции накачки здесь возможно возникновение как режима квазипериодических колебаний (рис.5), так и режима динамического хаоса (рис.6). Характерные осциллограммы и спектр интенсивности излучения (при воздействии на лазер сигнала модуляции) для квазипериодического режима приведены на рис.5. В этом случае в спектре интенсивности, как и при режиме однонаправленной генерации, возникает дополнительная спектральная компонента на субгармонике  $f_p/2$  и спектр остается дискретным. Осциллограммы и спектр интенсивности излучения в режиме динамического хаоса представлены на рис.6. Как видно из рисунка, в этом случае в некоторой окрестности релаксационной частоты  $f_r$  спектр становится сплошным.

Границы областей квазипериодического режима и режима динамического хаоса в зависимости от глубины модуляции накачки показаны на рис.7. Видно, что при небольших глубинах модуляции наблюдается лишь квазипериодический режим. В отличие от случая однонаправленной генерации, область существования этого режима оказывается значительно более узкой (несколько кГц) и сужается с увеличением глубины модуляции: при h = 0.04 ширина этой области равна 4 кГц, а при h = 0.08 – всего 1 кГц. Область существования режима динамического хаоса, напротив, увеличивается с ростом глубины модуляции. В режиме хаоса (при фиксированной глубине модуляции h) область непрерывного спектра существенно изменяет-



Рис.7. Границы областей квазипериодического режима (КП) и режима динамического хаоса в зависимости от глубины модуляции накачки *h*.

ся в зависимости от частоты модуляции  $f_{\rm p}$ . На рис.8 показана эволюция непрерывного спектра при изменении  $f_{\rm p}$ . Как следует из рисунка, варьируя частоту модуляции, можно эффективно управлять участком непрерывного спектра в окрестности основной релаксационной частоты.

## 5. Заключение

Таким образом, в настоящей работе исследовано параметрическое возбуждение релаксационных колебаний на субгармонике сигнала модуляции накачки в ТКЛ. Установлено, что бифуркации, возникающие при параметрическом резонансе, существенно различаются в режимах однонаправленной и двунаправленной генерации. В режиме однонаправленной генерации в области параметрической неустойчивости имеет место бифуркация удвоения периода колебаний. В случае двунаправленной гене-



Рис.8. Эволюция участка непрерывного спектра при изменении частоты модуляции  $f_{\rm p}$  и  $\eta_0=0.015.$ 

рации в области параметрического резонанса периодический автомодуляционный режим генерации сменяется либо квазипериодическим режимом, либо режимом динамического хаоса.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 11-02-00080 и 10-02-00453).

- Клименко Д.Н., Ларионцев Е.Г. Квантовая электроника, 25, 369 (1998).
- 2. Алешин Д.А., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н. Квантовая электроника, **35**, 7 (2005).
- Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. Квантовая электроника, 34, 487 (2004).
- Аулова Т.В., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н. Квантовая электроника, 41, 13 (2011).