

Рассеяние света шероховатой поверхностью кожи человека.

2. Коэффициенты диффузного отражения

В.В.Барун, А.П.Иванов

На основе рассчитанных ранее коэффициентов яркости исследованы интегральные характеристики отражения света шероховатой поверхностью кожи с крупномасштабными неоднородностями при различных условиях ее освещения. Учтено затенение элементами рельефа падающего и рассеянного пучков. Сопоставлены коэффициенты диффузного отражения гауссовой и квазипериодической поверхностей и показано, что в целом обе эти модели шероховатостей дают близкие результаты. Изучено влияние угловой структуры излучения, многократно рассеянного в толще биоткани, и рефракции лучей при их распространении из дермы до поверхности рогового слоя на характеристики отражения поверхности кожи. Продемонстрирована важность этих факторов. Разработанные алгоритмы можно включить в схемы расчета световых полей внутри и вне среды при решении различных прямых и обратных задач оптики биологических тканей.

Ключевые слова: шероховатая поверхность, кожа, коэффициент диффузного отражения света, затенение, многократное рассеяние, рефракция, биологические ткани.

1. Введение

Исследование прохождения света через границу раздела двух сред имеет очень давнюю историю. Хорошо известны законы геометрической оптики для отраженного и преломленного лучей и формулы Френеля для коэффициентов отражения и пропускания гладкой (плоской) границы раздела. Однако поверхности реальных объектов в большей или меньшей степени шероховаты. Учет влияния структуры поверхности на прохождение света крайне важен при решении самых разных теоретических и прикладных задач в области спектроскопии, фотометрии, светотехники, радиолокации, геофизики и т. д. Применительно к биомедицинской оптике в работе [1] получены аналитические формулы для полярной и азимутальной зависимостей коэффициентов яркости света, отраженного (и пропущенного) шероховатой поверхностью кожи. Основу этих формул составило асимптотическое решение уравнений Максвелла в приближении геометрической оптики для диэлектрической поверхности с крупномасштабными элементами рельефа [2, 3] и модель шероховатости поверхности кожи человека [4]. Для многих задач биомедицинской оптики интерес представляют интегральные характеристики отражения и пропускания света границей раздела кожи и окружающей среды. К таким задачам можно отнести развитие и оптимизацию методов низкоинтенсивной лазерной терапии, включая фотодинамическую, и лазерной гипертермии, разработку алгоритмов диагностики состояния биотканей в условиях *in vivo* и

определения их структурных и биофизических параметров по характеристикам рассеянного излучения и многие другие. В работах [5–7] предложены аналитические алгоритмы расчета световых полей внутри и вне биотканей, основанные на методе сложения слоев [8], в котором поверхность кожи рассматривается как отдельный слой. Его интегральные коэффициенты диффузного отражения (КДО) R и пропускания T прямо входят в конечные формулы. Поскольку $T \equiv 1 - R$, ниже речь будет идти только о КДО. В подавляющем большинстве работ по оптике биотканей поверхность кожи полагается гладкой, так что по формулам Френеля легко оценить коэффициенты ее отражения при направленном (R) и полностью диффузном (R^*) освещении. Так, если считать, что показатель преломления n приповерхностного рогового слоя кожи варьируется от 1.33 (вода) до 1.55 [9, 10], то получим диапазоны изменения КДО R_1^* и R_2^* 0.066–0.099 и 0.465–0.624 соответственно (индекс 1 относится к случаю освещения среды снаружи, 2 – со стороны биоткани). При обработке больших массивов экспериментально полученных спектров КДО ткани кожи $R_\infty(\lambda)$ [11, 12] коэффициент R_2^* использовался в качестве подгоночного параметра. Оказалось, что для приведения в соответствие результатов расчетов [6] и измерений $R_\infty(\lambda)$ значения R_2^* должны находиться в интервале 0.2–0.4, причем в алгоритм вычисления [6] следует включить зависимость R_2^* от длины волны λ . Указанный интервал явно отличается от приведенного выше интервала 0.465–0.624, обусловленного изменениями показателя преломления. Именно это послужило основной мотивацией изучения КДО шероховатой поверхности кожи в настоящей работе.

Известен ряд публикаций, посвященных численному решению уравнений переноса излучения в биоткани методом Монте-Карло с учетом шероховатости поверхности кожи [13–16]. В них КДО прямо не входит, т. к. прохождение света через границу среды анализируется путем «разыгрывания» траекторий фотонов. Однако данные по коэффициентам отражения и пропускания можно ис-

В.В.Барун. Институт физики им. Б.И.Степанова НАНБ, Белоруссия, 220072 Минск, просп. Независимости, 68; Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 220013 Минск, ул. Бровки, 6; e-mail: barun@dragon.bas-net.by
А.П.Иванов. Институт физики им. Б.И.Степанова НАНБ, Белоруссия, 220072 Минск, просп. Независимости, 68; e-mail: ivanovap@dragon.bas-net.by

пользовать для косвенной проверки алгоритмов соответствующих численных схем. Отметим, что в [13] рассмотрена поверхность с гауссовой плотностью вероятности возвышенной поверхности и гауссовой корреляционной функцией, а в [14–16] – случайно-неоднородная квазипериодическая (синусоидальная) поверхность с возвышениями $\zeta(r) = \zeta_m \sin(\omega r + \theta)$ над плоскостью $z = 0$ и с фазой θ , равномерно распределенной на отрезке $[0, 2\pi]$ (r – длина радиус-вектора в плоскости xu , см. рис.1 в работе [1]).

Цель настоящей работы – изучение спектральных КДО света шероховатой поверхностью кожи для гауссовой [13, 17] и квазипериодической [14–16] моделей с учетом взаимного затенения элементов рельефа и оценка пределов изменения этих коэффициентов при типичных структурных и биофизических параметрах биоткани. Основу исследований составляют модели оптических и структурных свойств среды [9, 10, 18–21], включая параметры шероховатости границы раздела [4, 13–16], аналитические методы решения уравнения переноса излучения [6, 7, 22] в биотканях и результаты расчета коэффициентов яркости поверхности кожи [1–3].

2. Расчетные формулы для КДО гауссовой и квазипериодической поверхностей

Для поверхности с известным коэффициентом яркости $\rho(\chi, \varphi, \psi)$ отраженного света, зависящим от полярного (χ) и азимутального (φ) углов наблюдения и полярного угла ψ падения (азимут падающего луча полагается равным нулю), КДО света R и R^* по определению соответственно таковы [22, 23]:

$$R(\psi) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \rho(\chi, \varphi, \psi) \sin \chi \cos \chi d\chi, \quad (1)$$

$$R^* = 2 \int_0^{\pi/2} R(\psi) \sin \psi \cos \psi d\psi. \quad (2)$$

В работе [1] с использованием результатов [2, 3] получено аналитическое выражение для $\rho(\chi, \varphi, \psi)$:

$$\rho(\chi, \varphi, \psi) = \frac{\pi I(\chi, \varphi, \psi) Q(a, b)}{E_0 S_0 \cos \chi}, \quad (3)$$

где сила света с освещенной макроповерхности ($z = 0$) площадью S_0

$$I(\chi, \varphi, \psi) = \frac{E_0 S_0}{4 \cos \psi} r_F(\eta) \frac{q^4}{q_z^4} W\left(\gamma = -\frac{q_\perp}{q_z}\right); \quad (4)$$

E_0 – освещенность макроповерхности при угле ψ падения на нее лучей; $r_F(\eta)$ – френелевский коэффициент отражения, зависящий от локального угла η падения света на микроплощадки; $q = |q| = |\kappa - \kappa_0|$; κ и κ_0 – единичные векторы вдоль направления распространения отраженной и падающей волн соответственно; q_z и q_\perp – проекции вектора q на ось z и плоскость xu (см. рис.1 в работе [1]). Плотности вероятности $W(\gamma)$ случайных наклонов для гауссовой и синусоидальной поверхностей относительно плоскости $z = 0$ имеют соответственно следующий вид [3, 4]:

$$W(\gamma) = \frac{1}{2\pi D_\gamma} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2D_\gamma}\right), \quad (5)$$

$$W_s(\gamma) = \begin{cases} \frac{1}{\pi \sqrt{\gamma_m^2 - \gamma^2}} & \text{при } |\gamma| \leq \gamma_m, \\ 0 & \text{при } |\gamma| > \gamma_m, \end{cases} \quad (6)$$

где $\gamma_m = \omega \zeta_m$ – максимальный тангенс угла наклона синусоиды к плоскости xu ; ω и ζ_m – ее частота и амплитуда. Функция $Q(a, b)$ учитывает взаимные затенения элементов рельефа [1, 3]: $Q(a, b) = [1 + \Lambda(a) + \Lambda(b)]^{-1}$, где для гауссовой и синусоидальной поверхностей соответственно имеем [3]

$$\Lambda(a) = \frac{1}{2a} [\sqrt{2\pi} \exp(-0.5a^2) - \operatorname{erfc}(a/\sqrt{2})], \quad (7)$$

$$\Lambda_s(a) = (1/\pi) [\sqrt{(2/a^2) - 1} - \arccos(a/\sqrt{2})] \text{ при } a \leq \sqrt{2}; \quad (8)$$

$a = \cot \psi / \langle \gamma_{(s)} \rangle$; $b = \cot \chi / \langle \gamma_{(s)} \rangle$; $\langle \gamma_{(s)} \rangle = [D_{\gamma_{(s)}}]^{0.5}$; $D_{\gamma_{(s)}}$ – дисперсия наклонов гауссовой (синусоидальной) поверхности. При $a > \sqrt{2}$ вместо (8) имеем $\Lambda_s(a) \equiv 0$. Поскольку $D_{\gamma_{(s)}} = (\gamma_m)^2/2$ [4], максимальное значение параметра $a = \sqrt{2}$. Это означает, что лучи, падающие или рассеянные под малыми углами ψ или χ соответственно (большие значения $\cot \psi$ или $\cot \chi$), из-за ограниченного наклона квазипериодической поверхности элементами рельефа не затеняются. В связи с этим имеет место приведенное выше тождество. Отметим здесь, что для гауссовой поверхности наклон γ может быть любым, т. к. плотность вероятности (5) положительна во всем интервале $0 \leq \gamma < \infty$. Из (7) и (8) следует, что при больших a и b , т. е. при малых значениях ψ , χ и (или) $D_{\gamma_{(s)}}$, эффект затенения не наблюдается, поскольку $\Lambda(a), \Lambda(b) \rightarrow 0$.

Как видно из (6), плотность вероятности $W_s(\gamma) \rightarrow \infty$ при $\gamma = \gamma_m$. Причины этого обсуждаются в [3]. Несмотря на упомянутую особенность, функция $W_s(\gamma)$ интегрируема, но это создает неудобства при численном нахождении двукратных и трехкратных интегралов (1) и (2) по углам χ , φ и ψ . Для вычислений проще рассмотреть отражение света квазипериодической поверхностью с точки зрения функций $f(\beta)$ распределения микроплощадок по направлениям [1, 4, 23], а интегрирование в (1) и (2) выполнить по допустимым значениям полярных ($\beta' = \pi - \beta$, ψ) и азимутальных (ε , ϕ) углов, задающих соответственно положение локальной внешней нормали к микроплощадкам и яркость падающего света в новой системе координат $x'y'z'$ (см. рис.П1 в Приложении). В работе [4] для функции $f(\beta)$ синусоидальной поверхности получено следующее выражение:

$$f(\beta) = \frac{4 \arccos[(\tan \beta)/\gamma_m]}{\pi^3 \sin \beta \cos^3 \beta \sqrt{\gamma_m^2 - \tan^2 \beta}} \text{ при } \tan \beta \leq \gamma_m. \quad (9)$$

При $\tan \beta > \gamma_m$ функция $f(\beta) = 0$, т. к. γ_m – это максимальный тангенс угла наклона поверхности. Когда $\tan \beta \rightarrow \gamma_m$, функция $f(\beta) \rightarrow (4/\pi^3) [\gamma_m^2 / (1 + \gamma_m^2)]$, т. е., в отличие от $W_s(\gamma)$, принимает конечное значение. Именно по этой причине при вычислении КДО проще использовать функцию $f(\beta)$.

Тогда, как показано в Приложении, КДО шероховатой поверхности при освещении по нормали к плоскости $x'y'z'$ (рис.П1) имеет вид

$$R(\psi = 0) = 2\pi \int_0^{\pi/4} f(\beta) \sin \beta \cos \beta r_F(\beta) d\beta. \quad (10)$$

Отметим, что интеграл в (10) берется до $\pi/4$, т. к. сильно наклоненные площадки не вносят вклада в КДО, а отра-

жают излучение только в переднюю полусферу относительно направления освещения. При падении на поверхность полностью диффузного потока

$$R^* = 4 \left\{ \int_{\pi/2}^{3\pi/4} f(\pi - \beta') \sin \beta' d\beta' \left[\int_{3\pi/2 - 2\beta'}^{\pi/2} \sin \psi d\psi \int_{\kappa}^{\pi} \cos \eta r_F(\eta) d\phi \right. \right. \\ + \left. \int_0^{3\pi/2} \sin \psi d\psi \int_{\pi/2}^{\pi} \cos \eta r_F(\eta) d\phi \right] + \int_{3\pi/4}^{\pi} f(\pi - \beta) \sin \beta' d\beta \\ \times \left[\int_0^{\pi/2} \sin \psi d\psi \int_{\pi/2}^{\pi} \cos \eta r_F(\eta) d\phi + \int_0^{2\beta' - 3\pi/2} \sin \psi d\psi \right. \\ \left. \times \int_0^{\pi/2} \cos \eta r_F(\eta) d\phi + \int_{2\beta' - 3\pi/2}^{\pi/2} \sin \psi d\psi \int_{\kappa}^{\pi/2} \cos \eta r_F(\eta) d\phi \right] \right\}, \quad (11)$$

где $\kappa = \arccos[-1/(\tan \psi \tan 2\beta')]$, а угол падения η определяется формулой (ПЗ).

3. Результаты и их обсуждение

3.1. КДО с учетом взаимного затенения элементов рельефа поверхности

Представляет интерес выяснить, когда проявляются эффекты затенения и насколько они велики, а когда можно ими пренебречь. Рассмотрим гауссову поверхность. Ее шероховатость будем характеризовать величиной D_γ – дисперсией углов наклона микроплощадок. На рис.1 представлены зависимости КДО $R_{1,2}$ и $R_{1,2}^*$ от D_γ при направленном и полностью диффузном освещении кожи снаружи и внутри биоткани. Показатель преломления рогового слоя кожи $n = 1.55$. Анализ [4] экспериментальных данных по степени шероховатости кожи человека и значений D_γ , использованных при теоретическом рассмотрении прохождения света через кожу, показал, что типичный диапазон изменения дисперсии составляет 0.001–0.1. Этот интервал зависит от многих факторов, например от возраста человека, места обследования кожи, ее патологий и внешних воздействий, включая влияние окружающей среды. Кроме того, опубликованных данных по D_γ явно недостаточно. Поэтому на рис.1 зависимости коэффициентов отражения приведены для более широкого диапазона значений дисперсии по сравнению с указанным выше, включая и гладкую поверхность ($D_\gamma = 0$). Естественно, что КДО при освещении изнутри среды больше, чем при падении излучения снаружи биоткани. При малых углах падения ψ коэффициент отражения меньше (кривые 1 и 2), чем при диффузном освещении (кривая 4). При больших ψ (кривая 3) имеет место обратная ситуация. Это связано с ростом френелевского коэффициента отражения с увеличением угла падения света.

В работе [1] показано, что эффект затенения влияет на коэффициенты яркости $\rho(\chi, \varphi, \psi)$ при χ и ψ порядка 70° и более. По определению в КДО при направленном освещении поверхности (формула (1)) вносят вклад лучи с $0 \leq \chi \leq 90^\circ$, а при диффузном (2) – и лучи с $0 \leq \psi \leq 90^\circ$. Поэтому взаимное затенение элементов рельефа проявляется уже при освещении поверхности по нормали, начиная с небольших значений D_γ . Естественно, что при увеличении угла падения ψ , а тем более при диффузном освещении

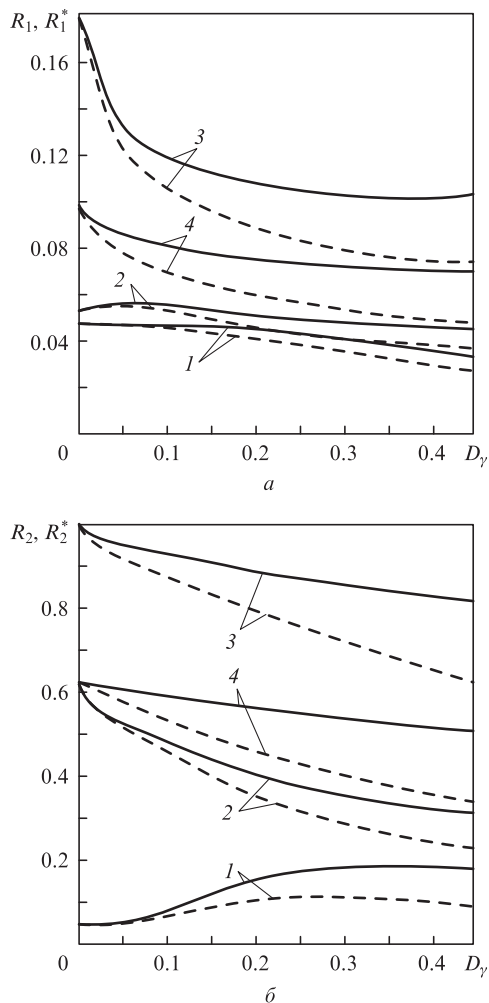


Рис.1. Зависимости КДО шероховатой поверхности кожи от дисперсии D_γ с учетом (штриховые кривые) и без учета (сплошные кривые) эффектов затенения для гауссовой поверхности при освещении снаружи (а) и изнутри (б) среды; $\psi = 0$ (1), 20° (2), 70° (3), диффузное освещение (4).

влияние указанного эффекта усиливается. Ниже все результаты будут даны с учетом затенения.

Обращает на себя внимание заметный рост КДО (примерно в 2–4 раза) с увеличением дисперсии при освещении кожи по нормали изнутри биоткани (кривая 1 на рис.1,б). Аналогичный рост, хотя и в меньшей степени, имеет место при освещении поверхности снаружи среды для небольших углов ψ (кривые 1 и 2 на рис.1,а). При увеличении D_γ на КДО влияют два фактора. Во-первых, растет френелевский коэффициент отражения $r_F(\eta)$ от наклонных микроплощадок вследствие большего локального угла η падения света на них. Во-вторых, площадь таких микроплощадок увеличивается. Оба этих фактора влияют в «одном направлении», что приводит к соответствующим зависимостям КДО от D_γ . При увеличении угла ψ коэффициенты отражения как функция дисперсии убывают. В этом случае значения η могут и увеличиваться, и уменьшаться (см. рис.П1) в зависимости от того, с какой стороны относительно локальной нормали к микроплощадке на нее падает свет. Соответствующие изменения $r_F(\eta)$ компенсируют увеличение площади наклонных микроплощадок, что приводит к показанному на рис.1 поведению КДО с ростом степени шероховатости поверхности. Отметим, что при малых D_γ поверхность

кожи с точки зрения КДО ведет себя как гладкая. В целом диапазон изменения коэффициентов отражения сильнее зависит от условий освещения, чем от степени шероховатости кожи.

3.2. Сравнение КДО для гауссовой и квазипериодической моделей поверхности

Выше отмечалось, что для описания степени шероховатости кожи использовались гауссова (5) [13, 17] и квазипериодическая (6) [14–16] модели. В формулы (3), (4) для коэффициента яркости структура поверхности входит только через плотность вероятности ее наклонов. Остальные множители в (3) и (4) – это угловые функции, не зависящие от параметров рельефа. Естественно, что различие между коэффициентами яркости отраженного света такое же, как и между зависимостями $W(\gamma)$ и $W_s(\gamma)$. Можно ожидать, что коэффициенты отражения $R_{1,2}$ и $R_{1,2}^*$ для двух указанных моделей будут ближе друг к другу, поскольку детали угловых зависимостей $W(\gamma)$ и $W_s(\gamma)$ усредняются при интегрировании. Для сопоставления значений КДО в этих двух случаях выберем такие плотности вероятности, при которых $D_\gamma = D_{\gamma_s}$. Результаты сравнения представлены в табл.1. Сначала отметим общие закономерности, не зависящие от типа поверхности. Очевидно, что КДО при диффузном освещении значительно больше, чем при направленном. Это связано с увеличением френелевского коэффициента для наклонных лучей. При малых дисперсиях, примерно при $D_\gamma < 0.05$ для нормального и $D_\gamma < 0.01$ для диффузного освещения, КДО шероховатой поверхности такие же, как и для гладкой. С ростом D_γ начинают проявляться различия между коэффициентами отражения по сравнению со случаем $D_\gamma = 0$. Здесь вступают в силу два фактора, влияющие на КДО в противоположных направлениях. Во-первых, увеличивается доля наклонных микроплощадок шероховатой поверхности, что при освещении по нормали приводит к росту среднего локального угла падения света η , большему френелевскому коэффициенту отражения и, как следствие, к увеличению КДО. Понятно, что при диффузном освещении этот фактор не столь существен. Во-вторых, при увеличении D_γ усиливаются эффекты затенения, уменьшающие КДО. Взаимная экранировка элементов рельефа влияет на КДО в целом сильнее, чем увеличение угла падения η . Лишь при больших значениях D_γ и направленном освещении внутри среды имеет место заметный максимум КДО и для гауссовой, и для синусоидальной поверхности, что связано с локальным углом падения. В этом случае френелевский коэффициент отражения резко растет с увеличением η и становится равным единице уже при относительно небольших его

значениях (примерно 40° и более при $n = 1.55$), соответствующих полному внутреннему отражению. При освещении снаружи среды такого роста $r_F(\eta)$ не происходит.

Как видно из табл.1, КДО для двух типов поверхности кожи близки друг к другу в широком интервале значений D_γ . При диффузном освещении как снаружи, так и внутри среды относительные различия между ними не превышают 5%–7%. При освещении по нормали различия более существенные и достигают примерно двух раз вблизи упомянутого максимума КДО как функции дисперсии D_γ . Причина этого заключается в следующем. Понятно, что угловые зависимости $W(\gamma)$ и $W_s(\gamma)$ в общем различны. При $D_{\gamma_s} < 0.45$ максимальное значение $\gamma_m = (2D_{\gamma_s})^{1/2} \approx 0.95$ для квазипериодической поверхности, а соответствующий угол наклона микроплощадок составляет примерно 54° . При таких углах и нормальном падении света затенение практически не влияет на коэффициент яркости [1]. С другой стороны, небольшие значения γ_m обуславливают малые локальные углы падения η . Для гауссовой поверхности ограничений на γ_m нет, поэтому здесь существенно и затенение, и рост френелевского коэффициента отражения. Как объяснено выше, влияние этих факторов на КДО различно. Поэтому для гауссовой поверхности при $D_\gamma \approx 0.2$ и для синусоидальной при $D_{\gamma_s} \approx 0.4$ доминирующий вклад в увеличение КДО при падении света по нормали к границе снаружи среды связан с ростом D_γ . С дальнейшим увеличением D_γ существеннее оказывается затенение отраженных лучей элементами рельефа гауссовой поверхности, и ее КДО уменьшается. При диффузном освещении из толщи биоткани уменьшение КДО с ростом D_γ обусловлено экранировкой падающего света для двух типов границы раздела и экранировкой отраженного света для гауссовой поверхности.

3.3. КДО при освещении поверхности кожи многократно рассеянным излучением

Выше рассмотрены два предельных случая освещения – направленное и полностью диффузное, что позволило выявить общие особенности поведения КДО при различных значениях D_γ для двух моделей шероховатой поверхности. Теперь проанализируем реальную ситуацию, имеющую место при падении излучения снаружи среды по нормали и при облучении поверхности кожи внутри среды светом, обратно рассеянным в толще биоткани. При этом коэффициент яркости $\rho_2(\psi)$ рассеянного излучения, определяющий угловую структуру освещения поверхности кожи, отличается от этих предельных случаев, что, естественно, скажется на КДО R_2' (штрих относится к произвольной диаграмме облучения границы раздела). Заметим, что здесь вследствие очевидной симметрии задачи ρ_2 не зависит от азимутально-

Табл.1. Коэффициенты диффузного отражения (в %) от гауссовой и синусоидальной поверхностей при нормальном и полностью диффузном падении света.

D_γ	Направленное излучение				Диффузное излучение			
	Снаружи		Изнутри		Снаружи		Изнутри	
	гауссова поверхность	синусоидальная поверхность	гауссова поверхность	синусоидальная поверхность	гауссова поверхность	синусоидальная поверхность	гауссова поверхность	синусоидальная поверхность
0	4.65	4.65	4.65	4.65	9.91	9.91	62.4	62.4
0.002	4.65	4.65	4.65	4.66	9.69	9.77	62.3	62.2
0.013	4.65	4.65	4.67	4.68	9.0	9.25	61.3	61.5
0.05	4.68	4.66	5.06	4.8	7.79	8.19	57.8	58.8
0.2	4.12	4.69	10.5	5.58	6.02	6.39	46.0	49.4
0.44	2.67	4.83	8.86	15.6	4.78	5.08	33.7	38.0

го угла. Далее можно ограничиться рассмотрением только гауссовой поверхности из-за близости ее интегральных характеристик отражения и КДО квазипериодической поверхности при диффузном освещении (см. табл.1). В этом случае формула для расчета КДО принимает вид

$$R'_2 = \int_0^{\pi/2} R(\psi) \rho_2(\psi) \sin \psi \cos \psi d\psi / \int_0^{\pi/2} \rho_2(\psi) \sin \psi \cos \psi d\psi. \quad (12)$$

Согласно асимптотической теории переноса излучения (ТПИ) в рассеивающей среде [22, 24], коэффициент яркости $\rho_{ed}(\psi)$ света, подходящего из толщ биоткани к поверхности кожи, дается соотношением [25]

$$\rho_{ed}(\psi) = \Gamma(0) \Gamma(\psi) \{ \rho_0(\psi) - \{ 1 - \exp[-4g(\psi)g_0(0)\sqrt{\mu_{ad}/(3\mu'_{ed})}] \} \}. \quad (13)$$

Здесь $\rho_0(\psi) = 0.5(1 + 4\cos\psi)/(1 + \cos\psi)$ – коэффициент яркости полубесконечной непоглощающей среды [22]; $g(\psi) = 3(1 + 2\cos\psi)/7$; $\mu'_{ed} = \mu_{ad} + \mu_{sd}(1 - \omega_d)$ – эффективный показатель ослабления дермы; μ_{ad}, μ_{sd} – показатели поглощения и рассеяния соответственно; ω_d – средний косинус индикатрисы рассеяния элементарного объема дермы; $\Gamma(\psi)$ – коэффициент пропускания света эпидермисом при освещении под углом ψ относительно нормали к поверхности. В (13) коэффициент пропускания рогового слоя не учитывается, т.к. из-за малости оптической толщины этого слоя он близок к единице. Для записи $\Gamma(\psi)$ [26] используем малоугловое приближение ТПИ [22]: $\Gamma(\psi) = \exp[-d_e(\mu_{ee} - \mu_{se}F_e)/\cos\psi]$, где d_e – геометрическая толщина эпидермиса; $F_e = 1 - (1 - \omega_e)/3$ – доля света, рассеянного в эпидермисе в направлении «вперед»; μ_{ee}, μ_{se} – показатели ослабления и рассеяния соответственно; ω_e – средний косинус индикатрисы рассеяния эпидермиса.

Отметим, что все приведенные выше параметры элементарного объема зависят от длины волны λ падающего света, в частности $\omega_d = \omega_e = 0.62 + 0.00029\lambda$ [20] (λ в нм). Для аналитического описания других параметров и их связи со структурными и биофизическими характеристиками ткани используется модель оптических свойств кожи [6, 21, 27], построенная на основе опубликованных данных [9, 10, 18–21]. Указанные параметры получают путем аддитивного сложения соответствующих характеристик основных хромофоров кожи – ткани-основы, меланина и крови (окси- и дезоксигемоглобина). В итоге модель [6, 21, 27] позволяет в интервале длин волн $\lambda = 300–1000$ нм аналитически связать оптические свойства каждого из слоев ткани с биофизическими характеристиками – объемными концентрациями меланина (f_m) и капилляров крови (C_v), степенью оксигенации крови S , капиллярным гематокритом H и объемной долей f гемоглобина в эритроцитах. По своему физическому смыслу f_m, C_v, H и f – объемы меланина, капилляров, эритроцитов и гемоглобина в единичном объеме эпидермиса, дермы, крови и эритроцитов соответственно, S – отношение количества оксигемоглобина к полному количеству гемоглобина в крови. Ниже для конкретности расчеты выполнены при фиксированных значениях $C_v = 0.04, S = 0.75, H = 0.4, f = 0.25$. Параметр f_m варьировался в пределах $0.04–0.16$, типичных для нормальной светлой кожи [18, 27]. Эти характеристики необходимы далее для определения спектральных коэффициентов яркости $\rho_{ed}(\psi)$, задающих угловую структуру освещения вну-

тренней поверхности рогового слоя изнутри среды на разных длинах волн. В модели [6, 21, 27] также полагается, что имеет место плавное изменение показателя преломления между слоями кожи, так что отражение света происходит только на шероховатой границе ее раздела с окружающим воздухом.

Для биоткани имеется еще один механизм, влияющий на КДО кожи R'_2 . Как известно [9, 10], показатель преломления n_i внутритканевой жидкости меньше, чем значение $n = 1.55$, типичное для рогового слоя. Например, в работе [10] предложена аппроксимация спектра $n_i(\lambda)$, дающая интервал его изменения примерно $1.33–1.36$ в диапазоне длин волн $300–1000$ нм. Ниже для простоты полагаем $n_i = 1.33$ независимо от λ . Из-за различия значений n_i и n луч света, падающий под углом ψ на внутреннюю поверхность рогового слоя со стороны биоткани, будет испытывать рефракцию. При этом угловая зависимость $\rho_{ed}(\psi)$ изменяется, а излучение концентрируется в более узком интервале углов ближе к нормали к поверхности кожи и его интенсивность возрастает. Математически влияние рефракции на коэффициент яркости $\rho_2(\psi)$ записывается следующим образом:

$$\rho_2(\psi) = \rho_{ed}[\arcsin(n \sin \psi/n_i)](n/n_i)^2. \quad (14)$$

Как видно из (14), максимальный угол падения света на границу раздела изнутри среды есть $\arcsin(n_i/n) \approx 60^\circ$ и $\rho_2(\psi) \equiv 0$ при значениях ψ , превышающих этот угол.

Рассмотрим спектры КДО R'_2 , полученные с учетом рефракции. Соответствующие данные представлены на рис.2,а. Здесь показаны зависимости $R'_2(\lambda)$ для гладкой поверхности ($D_\gamma = 0$, кривые 1 и 2) и шероховатой ($D_\gamma = 0.44$, кривые 3 и 4), рассчитанные без учета рефракции и с ее учетом при разных концентрациях меланина f_m . В спектрах КДО наблюдаются локальные минимумы, соответствующие максимумам поглощения крови на длинах волн примерно $420, 550$ и 575 нм. Причина заключается в том, что с увеличением показателя поглощения дермы, содержащей кровь, угловые диаграммы коэффициента яркости $\rho_{ed}(\psi)$ обратнорассеянного света становятся более узкими по ψ , так что локальные углы падения излучения на микроплощадки поверхности кожи в целом уменьшаются. Соответственно снижаются френелевский коэффициент отражения и, следовательно, значения R'_2 . С ростом концентрации f_m указанные минимумы становятся менее заметными,

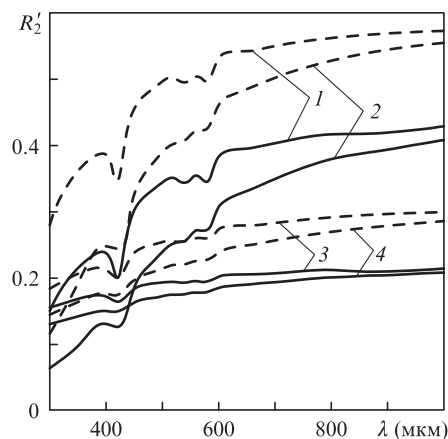


Рис.2. Зависимость КДО R'_2 от λ без учета рефракции (штриховые кривые) и с её учетом (сплошные кривые) при $D_\gamma = 0$ (1, 2) и 0.44 (3, 4), $f_m = 0.04$ (1, 3) и 0.16 (2, 4).

особенно для шероховатой поверхности. Это связано с сильным ослаблением наклонных лучей эпидермисом (наличие $\cos\psi$ в коэффициенте пропускания $\Gamma(\psi)$), так что сосредоточение обратнорассеянного света в более узком интервале углов ψ для сильнее поглощающей дермы в значительной степени нивелируется влиянием эпидермиса.

Сопоставим штриховые и сплошные кривые 1 на рис.2, иллюстрирующие при $f_m = 0.04$ влияние различия в показателях преломления n и n_1 на КДО для гладкой поверхности, т.е. в «чистом» виде, не «затушеванном» шероховатостью границы раздела. Видно, что в рассмотренном диапазоне λ рефракция приводит к уменьшению коэффициента отражения. Это связано с отмеченным ранее сужением угловой диаграммы $\rho_2(\psi)$ освещения по сравнению с коэффициентом яркости $\rho_{ed}(\psi)$. Несколько неожиданным является снижение спектральных значений КДО примерно на постоянную величину 0.13–0.15, практически не зависящую от длины волны. Казалось бы, что в синеволновой области спектра, где наклонные лучи сильно ослаблены из-за большого поглощения меланина, рефракция должна влиять на КДО слабее, чем на красном участке. Для объяснения этого факта требуется анализ зависимостей $\rho_2(\psi)$ и $\rho_{ed}(\psi)$. Он показывает, что при указанных выше биофизических и структурных характеристиках ткани равенство $\rho_2(\psi) = \rho_{ed}(\psi)$ выполняется в коротковолновой области спектра при угле $\psi^* \approx 40^\circ$, соответствующем критическому углу полного внутреннего отражения (ПВО) света от поверхности кожи. При $\psi > 40^\circ$ коэффициент яркости $\rho_2(\psi) > \rho_{ed}(\psi)$, а при $\psi < 40^\circ$ имеет место противоположное неравенство. Указанное пограничное значение угла ψ^* растет с увеличением λ . Таким образом, если рефракцию не учитывать, значительная доля светового потока, падающего на поверхность кожи с угловой диаграммой $\rho_{ed}(\psi)$, испытывает ПВО с френелевским коэффициентом отражения, равным единице. Рефракция приводит к существенному уменьшению доли потока, освещающего границу раздела под углами, для которых наблюдается ПВО. Соответствующим образом снижаются значения r_F и КДО. В красной области спектра рефракция заметнее уменьшает угловую ширину диаграмм $\rho_{ed}(\psi)$ по сравнению с синеволновым участком, но значительная доля падающего потока испытывает ПВО. Расчеты, проиллюстрированные кривыми 1 на рис.2, показали, что при $f_m = 0.04$ конкуренция двух рассмотренных факторов примерно компенсирует соответствующие изменения КДО, так что его абсолютное уменьшение примерно постоянно при $\lambda = 300–1000$ нм. С увеличением концентрации меланина (кривые 2, $f_m = 0.16$) более существенным становится сужение угловой диаграммы $\rho_2(\psi)$ по сравнению с ПВО, так что снижение КДО в абсолютных единицах из-за рефракции больше в красной области, чем в синеволновой (примерно 0.15 против 0.05). Для шероховатой поверхности кожи при $f_m = 0.04–0.16$ абсолютное уменьшение КДО с учетом рефракции всегда существеннее в красной области спектра. С ростом длины волны влияние концентрации меланина постепенно ослабевает из-за уменьшения его показателя поглощения.

Рассмотрим зависимость R'_2 при угловой диаграмме освещения (13), (14) от дисперсии D_γ наклонов шероховатой поверхности кожи (рис.3). Во-первых, отметим увеличение КДО с ростом длины волны при любых значениях D_γ . Это также следует из данных рис.2 и связано с соответствующим уширением угловой диаграммы $\rho_2(\psi)$ освещения гра-

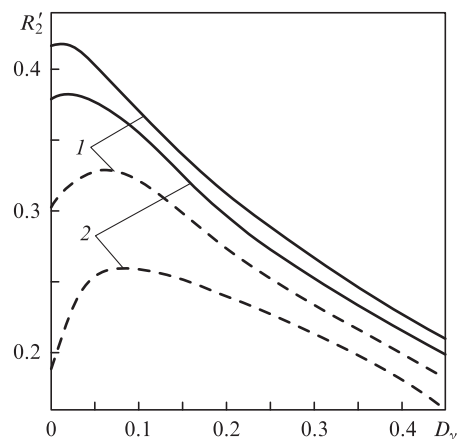


Рис.3. Зависимость КДО R'_2 от D_γ при $\lambda = 450$ (штриховые кривые) и 800 нм (сплошные кривые) при $f_m = 0.04$ (1) и 0.16 (2).

ницы раздела. Обращает на себя внимание четкий максимум КДО в коротковолновой области спектра при $D_\gamma \approx 0.07–0.08$, когда R'_2 шероховатой поверхности возрастает примерно в 1.3–1.5 раз по сравнению с гладкой границей. Он обусловлен ростом среднего локального угла падения света на микроплощадки и доли наклонных элементов рельефа при увеличении D_γ до указанных значений. С дальнейшим ростом дисперсии заметнее становится эффект затенения, и КДО уменьшается. При освещении в красной области спектра аналогичный максимум R'_2 выражен намного слабее и приходится на малые значения D_γ , характерные для практически гладкой поверхности.

4. Заключение

Коэффициенты диффузного отражения света исследованы с использованием плотности вероятности наклонов и функции распределения микроплощадок по углам. Выбор конкретного задания структуры границы раздела определяется удобством расчетов двойных и тройных интегралов от коэффициентов яркости отраженного (или преломленного) света и наличием соответствующих исходных данных. Особых различий между двумя подходами нет, и в целом они дают близкие значения КДО для гауссовой и квазипериодической моделей поверхности с одинаковыми дисперсиями наклонов. Анализ влияния эффектов затенения на интегральные характеристики отражения показал, что экранировка падающего и отраженного лучей элементами рельефа существенна при наклонном падении падающего пучка и, как следствие, при диффузном освещении шероховатой поверхности. Очевидно, что эти эффекты приводят также к более заметному уменьшению КДО с ростом дисперсии наклонов. Исследовано влияние угловой диаграммы освещения на КДО при освещении внутренней поверхности рогового слоя излучением, многократно рассеянным в толще биоткани, с учетом рефракции луча по мере его распространения до границы раздела с окружающей средой. Проиллюстрировано заметное влияние этих факторов на интегральные характеристики отражения.

Для решения обратных задач биомедицинской оптики – определения структурных и биофизических параметров ткани по спектрам отражения [11] – диаграмму освещения поверхности кожи несложно включить в соответствующие алгоритмы. При этом КДО R'_2 уже будет являться не подгоночным параметром, как в [11], а све-

товой характеристикой, естественно входящей в условия постановки задачи. Отметим, что значения R'_2 , рассчитанные с учетом угловой диаграммы освещения, уже попадают в «требуемый» диапазон 0.2–0.4 (рис.3), зависящий от длины волны. Можно ожидать, что это обеспечит повышение точности восстановления искомых параметров кожи. Особенности решения обратных задач указанного типа составят предмет дальнейших исследований.

Приложение

КДО квазипериодической шероховатой поверхности при произвольной угловой диаграмме освещения

Рассмотрим отражение света от шероховатой границы раздела двух сред с различными показателями преломления. Введем систему координат $x'y'z'$ (рис.П1). Выделим у границы в точке O микроплощадку, внешняя нормаль которой образует угол β' ($\pi/2 \leq \beta' \leq \pi$) с осью z и лежит в плоскости $x'z'$ (ее азимут $\varepsilon = 0$). Пусть луч с яркостью $B(\psi, \phi)$ падает в направлении, задаваемом полярным (ψ) и азимутальным (ϕ) углами, так что $0 \leq \psi \leq \pi/2$, $0 \leq \phi \leq 2\pi$. Определим направление отраженного луча углами χ' , φ . Пусть функция $B(\psi, \phi)$ симметрична относительно плоскости $x'z'$. Тогда для нахождения отраженного светового поля достаточно рассмотреть интервал азимутальных углов падения $0 \leq \phi \leq \pi$, а полученный результат умножить на два.

Уравнения плоскости падения и отражения в системе координат $x'y'z'$ соответственно имеют вид

$$\begin{vmatrix} x' & y' & z' \\ \sin \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \phi & \cos \psi \\ \sin \beta' & 0 & \cos \beta' \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{П1})$$

и

$$\begin{vmatrix} x' & y' & z' \\ \sin \chi' \cos \varphi & \sin \chi' \sin \varphi & \cos \chi' \\ \sin \beta' & 0 & \cos \beta' \end{vmatrix} = 0. \quad (\text{П2})$$

Угол падения η находим как дополнительный угол к образованному падающим лучом с координатами (ψ, ϕ) и направлением нормали $(\beta', 0)$:

$$\cos \eta = -\sin \psi \cos \phi \sin \beta' - \cos \psi \cos \beta'. \quad (\text{П3})$$

Угол отражения η' находим аналогично:

$$\cos \eta' = -\sin \chi' \cos \varphi \sin \beta' - \cos \chi' \cos \beta'. \quad (\text{П4})$$

Углы ψ, ϕ и β' считаем заданными, а χ' и φ – неизвестными. Поскольку падающий и отраженный лучи лежат в одной плоскости и угол падения η равен углу отражения η' , приравнявая левые части (П1) и (П2), (П3) и (П4), имеем систему двух уравнений относительно указанных двух неизвестных. Решая ее относительно χ' , получаем

$$\cos \chi' = -\cos \psi \cos 2\beta' - \sin \psi \cos \phi \sin 2\beta'. \quad (\text{П5})$$

Ниже, как и в [1–3], будем учитывать только однократные отражения света от элементов рельефа поверхности. При этом угол χ должен удовлетворять условию (рис.П1)

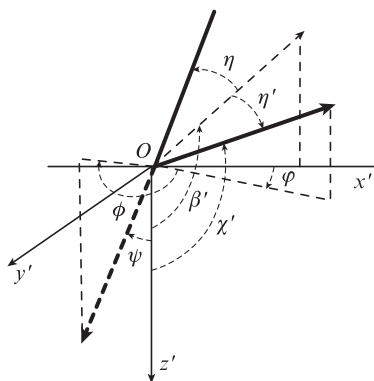


Рис.П1. Система координат для расчета КДО на основе функции распределения микроплощадок по углам.

$$\pi/2 \leq \chi' \leq \pi \text{ или } \cos \chi' \leq 0, \quad (\text{П6})$$

а угол η – условию

$$0 \leq \eta \leq \pi/2. \quad (\text{П7})$$

Эти неравенства накладывают ограничения на возможные комбинации углов ψ, ϕ и β' . Следует рассмотреть два случая.

1). $\pi/2 \leq \beta' \leq 3\pi/4$ ($\cos 2\beta' \leq 0$ и $\sin 2\beta' \leq 0$). Тогда, чтобы удовлетворить неравенствам (П6), из (П5) получаем следующие ограничения на возможные значения ψ, ϕ и β' :

$$-1 \leq \cos \phi \leq -1/(\tan \psi \tan 2\beta') \text{ при } 1/(\tan \psi \tan 2\beta') \geq 1 \quad (\text{П8})$$

или, что дает последнее неравенство из (П8),

$$\psi \geq 3\pi/2 - 2\beta \quad (\text{П9})$$

и $\pi/2 \leq \phi \leq \pi$ при $1/(\tan \psi \tan 2\beta') < 1$.

2). $3\pi/4 \leq \beta' \leq \pi$ ($\cos 2\beta' \geq 0$ и $\sin 2\beta' \leq 0$). При $\cos \phi \leq 0$ неравенство (П6) выполняется для любых ψ и β . При $\cos \phi > 0$ неравенство (П6) выполняется только при

$$\cos \phi \leq -1/(\tan \psi \tan 2\beta'). \quad (\text{П10})$$

Отметим, что имеется еще одно ограничение (кроме (П6)) на значения углов ψ, ϕ и β' . Оно связано с тем, что свет должен упасть на микроплощадку l с «требуемой» стороны (в случае рис.П1 – сверху). Математически это ограничение записывается как $\cos \eta \geq 0$ или в виде неравенства (П7). Из (П3) и (П4) несложно убедиться, что соотношения (П8) – (П10) обеспечивают выполнение данного условия.

Таким образом, формулы (П3) и (П8) – (П10) дают все необходимые геометрические связи между углами, позволяющие рассчитать коэффициенты отражения R и R^* шероховатой поверхности. Отметим, что аналогичная задача рассмотрена в [28] для исследования структуры светового поля, отраженного и преломленного взволнованной водной поверхностью. Однако в окончательной формуле для R имеется опечатка (лишний множитель $1/\cos \vartheta'$ в формуле (A2.21) из [28]) и не даны пределы интегрирования по ψ и ϕ . Последнее, видимо, обусловлено тем, что в [28] рассмотрена более сложная ситуация азимутально-зависимого распределения микроплощадок по направлениям, и поэтому указанные пределы интегрирования имеют более громозд-

кий вид. В связи с этим воспользоваться известными соотношениями [28] без дополнительных математических выкладок затруднительно.

Выше отмечалось, что коэффициенты отражения R и R^* квазипериодической шероховатой поверхности будем рассчитывать исходя из понятия функция $f(\beta)$ распределения микроплощадок по направлениям. По определению [23] $f(\beta)$ есть площадь всех микроплощадок, нормаль к которым ориентирована в пределах телесного угла $d\omega = \sin\beta d\beta d\epsilon$ и которые проецируются на единичную макроплощадку. Очевидно, что функция $f(\beta)$ нормирована условием

$$2\pi \int_0^{\pi/2} f(\beta) \sin\beta \cos\beta d\beta = 1. \tag{П11}$$

Отметим, что в (П11) предполагается независимость $f(\beta)$ от азимутального угла ϵ . Кроме того, функция распределения микроплощадок по направлениям $F(\beta)$ из работы [28] связана с введенной здесь по (П11) функцией [23] соотношением $F(\beta) = f(\beta) \cos\beta$. В системе координат, представленной на рис.П1, $\beta = \pi - \beta'$.

Перейдем к рассмотрению КДО света от шероховатой поверхности. Элементарный поток, падающий на макроплощадку единичной площади в телесном угле $d\omega_0 = \sin\psi d\psi d\phi$, есть

$$d\Phi_0 = B(\psi, \phi) \cos\psi d\omega_0, \tag{П12}$$

а на микроплощадки единичной площади –

$$d\Phi_1 = B(\psi, \phi) \cos\eta d\omega_0. \tag{П13}$$

Элементарный отраженный поток от микроплощадок, нормаль к которым ориентирована в пределах телесного угла $d\omega_s = \sin\beta d\beta d\phi$,

$$d\Phi_r = B(\psi, \phi) d\omega_0 \cos\eta r_F(\eta) f(\beta) \sin\beta d\beta d\phi. \tag{П14}$$

КДО R' при произвольной угловой диаграмме освещения $B(\psi, \phi)$ по определению есть отношение полного отраженного потока к падающему. Для вычисления R' необходимо проинтегрировать (П12) и (П14) по угловым координатам:

$$R' = \frac{\int d\Phi_r}{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} B(\psi, \phi) \cos\psi \sin\psi d\psi}. \tag{П15}$$

С учетом допустимых значений углов β' , ψ и ϕ , задаваемых неравенствами (П8) – (П10), числитель (П15) принимает вид

$$\begin{aligned} \int d\Phi_r = & 4\pi \left[\int_{\pi/2}^{3\pi/4} f(\pi-\beta) \sin\beta d\beta \left[\int_{3\pi/2-2\beta}^{\pi/2} \sin\psi d\psi \right. \right. \\ & \times \int_{\chi'}^{\pi} \cos\eta r_F(\eta) B(\psi, \phi) d\phi + \int_0^{3\pi/2-2\beta} \sin\psi d\psi \int_{\pi/2}^{\pi} \cos\eta r_F(\eta) \\ & \times B(\psi, \phi) d\phi \left. \right] + \int_{3\pi/4}^{\pi} f(\pi-\beta) \sin\beta d\beta \left[\int_0^{\pi/2} \sin\psi d\psi \right. \\ & \times \int_{\pi/2}^{\pi} \cos\eta r_F(\eta) B(\psi, \phi) d\phi + \int_0^{2\beta-3\pi/2} \sin\psi d\psi \int_0^{\pi/2} \cos\eta r_F(\eta) \end{aligned}$$

$$\times B(\psi, \phi) d\phi \left. \int_{2\beta-3\pi/2}^{\pi/2} \sin\psi d\psi + \int_{\chi'}^{\pi/2} \cos\eta r_F(\eta) B(\psi, \phi) d\phi \right], \tag{П16}$$

где $\chi' = \arccos[-1/(\tan\psi \tan 2\beta)]$.

Рассмотрим два частных случая падения лучей на шероховатую поверхность. При направленном освещении под углом ψ_0 к макроповерхности всегда можно считать, что азимут падающего луча $\phi \equiv \phi_0 = 0$ или π (в зависимости от того, с какой стороны оси z происходит освещение), а $B(\psi, \phi) = \delta(\cos\psi - \cos\psi_0) \delta(\phi - \phi_0)$ при единичном потоке источника. Подставляя в (П15) и (П16), получаем

$$\begin{aligned} R(\psi_0) = & \frac{\pi}{\cos\psi_0} \\ = & \int_{\pi/4}^{\pi/4+\psi_0/2} f(\beta) \cos(\beta - \psi_0) \sin\beta r_F(\beta - \psi_0) d\beta \\ & + \int_{\psi_0/2}^{\pi/4} f(\beta) \cos(\beta - \psi_0) \sin\beta r_F(|\beta - \psi_0|) d\beta \\ & + \int_0^{\pi/4-\psi_0/2} f(\beta) \cos(\beta + \psi_0) \sin\beta r_F(\beta + \psi_0) d\beta \end{aligned} \tag{П17}$$

при $\psi_0 \leq \pi/4$,

$$\begin{aligned} R(\psi_0) = & \frac{\pi}{\cos\psi_0} \\ = & \int_{\psi_0}^{\pi/4+\psi_0/2} f(\beta) \cos(\beta - \psi_0) \sin\beta r_F(\beta - \psi_0) d\beta \\ & + \int_{\psi_0/2}^{\pi/4} f(\beta) \cos(\psi_0 - \beta) \sin\beta r_F(\psi_0 - \beta) d\beta \\ & + \int_0^{\pi/4-\psi_0/2} f(\beta) \cos(\beta + \psi_0) \sin\beta r_F(\beta + \psi_0) d\beta \end{aligned}$$

при $\psi_0 > \pi/4$.

При нормальном падении ($\psi_0 = 0$) получаем (10). В случае полностью диффузного освещения $B(\psi, \phi) = 1$, что дает формулу (11). Отметим, что в (П16) не учтены многократные переотражения света между микроплощадками и затенение падающих и отраженных лучей элементами рельефа поверхности. Последний эффект просто ввести в (П16) аналогично (3), умножив яркость $B(\psi, \phi)$ на функцию $Q(a, b)$, где под b в системе координат, показанной на рис.П1, следует понимать $\cot(\pi - \chi')/\langle\chi'_s\rangle$.

Таким образом, формулы (П15) и (П16) позволяют рассчитать КДО шероховатой поверхности при известных френелевском коэффициенте отражения от микроплощадки, функции распределения микроплощадок по углам и угловом распределении падающего потока. Отметим, что (П15) и (П16) дают КДО при облучении поверхности как поляризованным (при произвольном состоянии поляризации), так и неполяризованным светом.

1. Барун В.В., Иванов А.П. *Квантовая электроника*, **43**, 768 (2013).
2. Исакович М.А. *ЖЭТФ*, **23** (3), 305 (1952).
3. Басс Ф.Г., Фукс И.М. *Рассеяние волн на статистически неровной поверхности* (М.: Наука, 1972).
4. Барун В.В., Иванов А.П. *Инженерно-физический журн.*, **85** (5), 1117 (2012).
5. Синичкин Ю.П., Утц С.Р., Пилипенко Е.А. *Оптика и спектроскопия*, **80** (2), 260 (1996).

6. Барун В.В., Иванов А.П. *Оптика и спектроскопия*, **100** (1), 149 (2006).
7. Барун В.В., Иванов А.П. *Квантовая электроника*, **40** (4), 371 (2010).
8. Prahл S.A., Van Gemert M.J.C., Welch A.J. *Appl. Opt.*, **32** (4), 559 (1993).
9. Тучин В.В. *Лазеры и волоконная оптика в биомедицинских исследованиях* (Саратов: Изд. Саратовского ун-та, 1998).
10. Bashkatov A.N., Genina E.A., Tuchin V.V. *J. Innovative Opt. Health Res.*, **1** (1), 123 (2009).
11. Иванов А.П., Барун В.В. *Оптика и спектроскопия*, **104** (2), 344 (2008).
12. Барун В.В., Дик В.П., Иванов А.П. *ЖПС*, **79** (2), 299 (2012).
13. Lu J.O., Hu X.-H., Dong K. *Appl. Opt.*, **39** (31), 5890 (2000).
14. Меглинский И.В., Матчер С.Д. *Оптика и спектроскопия*, **91** (4), 692 (1998).
15. Меглинский И.В. *Квантовая электроника*, **31** (12), 1101 (2001).
16. Meglinski I.V., Matcher S.J. *Physiological Measurement*, **23** (4), 741 (2002).
17. Рогаткин Д.А. *Оптика и спектроскопия*, **97** (3), 484 (2004).
18. Cheong W.-F., Prahл S.A., Welch A.J. *IEEE J. Quantum Electron.*, **26** (12), 2166 (1990).
19. Jacques S.L. <http://omlc.ogi.edu/news/jan98/skinoptics.html> (1998).
20. Van Gemert M.J.C., Jacques S.L., et al. *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, **36** (12), 1146 (1989).
21. Барун В.В., Иванов А.П. *Биофизика*, **49** (6), 1125 (2004).
22. Зеге Э.П., Иванов А.П., Кацев И.Л. *Перенос изображения в рассеивающей среде* (Минск: Наук и техника, 1985).
23. Иванов А.П. *Оптика рассеивающих сред* (Минск: Наука и техника, 1969).
24. Розенберг Г.В. *Спектроскопия светорассеивающих сред*. Под ред. Б.И. Степанова (Минск: Изд. ИФ АН БССР, 1963, с. 5).
25. Зеге Э.П., Бушмакова О.В. и др. *ЖПС*, **30** (5), 900 (1979).
26. Барун В.В., Иванов А.П. *Оптика и спектроскопия*, **107** (6), 484 (2009).
27. Барун В.В., Иванов А.П. и др. *ЖПС*, **74** (3), 387 (2007).
28. Мулламаа Ю.-А.Р. *Атлас оптических характеристик взволнованной поверхности моря* (Тарту: Изд. АН ЭССР, 1964).