#### PACS 42.55.Rz; 42.60.Da; 42.65.Sf

# Бистабильность автомодуляционных колебаний в автономном твердотельном кольцевом лазере

# В.Ю.Дудецкий

На основе численного моделирования исследованы бистабильные автомодуляционные режимы генерации кольцевого чиплазера на YAG:Nd с несимметричной обратной связью встречных волн через обратное рассеяние. В области параметрического резонанса между автомодуляционными и релаксационными колебаниями найдены две ветви бистабильных автомодуляционных режимов генерации. В проведенных ранее экспериментальных исследованиях наблюдались автомодуляционные режимы, относящиеся лишь к одной из этих ветвей. Обсуждаются возможные причины такого расхождения, связанные с влиянием технических и естественных шумов на динамику твердотельных кольцевых лазеров.

**Ключевые слова:** твердотельный кольцевой лазер, автомодуляционный режим генерации, динамический хаос, амплитудная и частотная невзаимности кольцевого резонатора, бистабильность.

## 1. Введение

Для твердотельных кольцевых лазеров (ТКЛ) с однородно уширенной линией усиления характерна сложная динамика генерации. В таких лазерах наблюдаются разнообразные режимы генерации, различающиеся по временным, спектральным и поляризационным характеристикам излучения. Нелинейная динамика излучения ТКЛ исследовалась в большом числе работ (см., напр., обзоры [1–5] и цитированную в них литературу). Проведенные исследования показали, что в случае неавтономных ТКЛ [4] (в частности, ТКЛ с периодической модуляцией параметров) наблюдается значительно большее количество режимов генерации, чем в случае автономных ТКЛ [2, 3, 5].

Большой научный и практический интерес имеют монолитные (моноблочные) ТКЛ (кольцевые чип-лазеры). По сравнению с ТКЛ, состоящими из дискретных элементов, для чип-лазеров характерны более высокие временная, частотная и поляризационная стабильности выходного излучения, малая чувствительность к внешним помехам и высокая эффективность.

Режимами генерации кольцевого чип-лазера можно эффективно управлять с помощью внешнего постоянного магнитного поля, создающего оптическую невзаимность кольцевого резонатора [3, 6–11]. В теоретических и экспериментальных исследованиях, выполненных ранее, было показано, что амплитудная и частотная невзаимности кольцевого резонатора сильно влияют на динамику генерации кольцевого чип-лазера. Так, в частности, наложение внешнего магнитного поля на активный элемент позволяет реализовать режим однонаправленной генерации (режим бегущей волны) [8,9] и целый ряд автомодуляционных режимов [7, 10, 11].

Поступила в редакцию 21 марта 2013 г., после доработки – 31 июля 2013 г.

При исследовании нелинейной динамики автономных кольцевых чип-лазеров одной из важных задач является выявление условий, при которых возникает бистабильность генерации. Бистабильные состояния представляют интерес при изучении нелинейных стохастических процессов в ТКЛ [12] и, в частности, стохастического резонанса в кольцевых лазерах [13–15].

В работе [12] было обнаружено, что в кольцевом чиплазере возникает бистабильность автомодуляционных колебаний в области параметрического резонанса между автомодуляционными и релаксационными колебаниями. Бистабильными оказываются автомодуляционный режим первого рода и квазипериодический автомодуляционный режим. Однако в этой работе не было изучено влияние амплитудной невзаимности резонатора на бистабильность и, кроме того, анализ был проведен не во всей области параметрического резонанса, а лишь в некоторой ее части.

В настоящей работе в рамках векторной модели ТКЛ [16,17] с помощью численного моделирования выполнен детальный анализ бистабильных автомодуляционных режимов генерации, имеющих место в области параметрического резонанса. Найдены широкие области бистабильности, в которых существуют различные автомодуляционные режимы генерации (периодические и квазипериодические автомодуляционные режимы, а также режим динамического хаоса). Полученные результаты сравниваются с результатами проведенных ранее экспериментальных исследований. На основе этого сравнения обсуждается вопрос об адекватности использованной модели ТКЛ при описании динамики генерации кольцевого чип-лазера в области параметрического резонанса между автомодуляционными и релаксационными колебаниями.

# 2. Теоретическая модель и параметры лазера

При исследовании динамики генерации кольцевого чип-лазера в настоящей работе использовалась векторная модель ТКЛ [16, 17]. В этой модели поляризация излучения встречных волн предполагается заданной и опре-

**В.Ю.Дудецкий.** Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: vadim.dudetskiy@gmail.com

деляется единичными векторами  $e_{1,2}$  для встречных направлений. Исходная система уравнений векторной модели имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}E_{1,2}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\omega}{2Q_{1,2}}\tilde{E}_{1,2} \pm \mathrm{i}\frac{\Omega}{2}\tilde{E}_{1,2} + \frac{\mathrm{i}}{2}\tilde{m}_{1,2}\tilde{E}_{2,1} + \frac{\sigma l}{2T}(N_0\tilde{E}_{1,2} + N_\pm\tilde{E}_{2,1}),$$

$$T_1\frac{\mathrm{d}N_0}{\mathrm{d}t} = N_{\mathrm{th}}(1+\eta) - N_0 - N_0a(|\tilde{E}_1|^2 + |\tilde{E}_2|^2) \tag{1}$$

$$-N_{+}aE_{1}E_{2}^{*}-N_{-}aE_{1}^{*}E_{2},$$

$$T_1 \frac{\mathrm{d}N_+}{\mathrm{d}t} = -N_+ - N_+ a(|\tilde{E}_1|^2 + |\tilde{E}_2|^2) - \beta N_0 a \tilde{E}_1^* \tilde{E}_2.$$

Здесь  $\tilde{E}_{1,2}(t) = E_{1,2} \exp(i\varphi_{1,2})$  – комплексные амплитуды встречных волн;  $N_0$ ,  $N_{\pm}$  – пространственные гармоники инверсной населенности N, определяемые выражениями

$$N_0 = \frac{1}{L} \int_0^L N dz, \qquad N_{\pm} = \frac{1}{L} \int_0^L e_1^* e_2 N \exp(\pm i2kz) dz.$$
(2)

Система уравнений (1) отличается от уравнений стандартной модели [1] лишь присутствием в последнем уравнении поляризационного фактора

$$\beta = (e_1 e_2)^2 = \cos^2 \gamma, \tag{3}$$

где  $\gamma$  – угол между единичными векторами  $e_{1,2}$ . В уравнениях (1) использовались следующие обозначения:  $\omega_c/Q_{1,2}$  – ширины полос резонатора;  $Q_{1,2}$  – добротности резонатора для встречных волн; T = L/c – время обхода светом резонатора длиной L;  $T_1$  – время продольной релаксации; l – длина активного элемента;  $a = T_1 c\sigma/(8\hbar\omega_c\pi)$  – параметр насыщения;  $\sigma$  – сечение лазерного перехода;  $\Omega = \omega_1 - \omega_2$  – частотная невзаимность резонатора;  $\omega_1, \omega_2$  – собственные частоты резонатора для встречных волн. Скорость накачки представлена в виде  $N_{\rm th}(1 + \eta)/T_1$ , где  $N_{\rm th}$  – пороговая инверсная населенность;  $\eta = P/P_{\rm th}$  – 1 – превышение мощностью накачки пороговой мощности. Линейная связь встречных волн определяется феноменологически вводимыми комплексными коэффициентами связи

$$\tilde{m}_1 = m_1 \exp(i\vartheta_1), \quad \tilde{m}_2 = m_2 \exp(-i\vartheta_2),$$
(4)

где  $m_{1,2}$  – модули коэффициентов связи, а  $\vartheta_{1,2}$  – их фазы.

При вычислениях часть параметров полагалась равной экспериментально измеренным параметрам исследуемого лазера. Для чип-лазера на YAG : Nd время релаксации  $T_1 = 240$  мкс. Ширина полосы резонатора определялась по релаксационной частоте  $\omega_r = \sqrt{\eta \omega_c/(QT_l)}$  ( $Q \approx Q_1 \approx Q_2$ ). При превышении  $\eta = 0.218$  в исследуемом лазере основная релаксационная частота  $\omega_r/2\pi = 98.5$  кГц, что дает  $\omega_c/Q = 4.37 \times 10^8$  с<sup>-1</sup>. Значение поляризационного параметра  $\beta = 0.75$  было определено (так же, как и в [17]) по экспериментально измеренной зависимости дополнительной релаксационной частоты  $\omega_{r1}$  от частотной невзаимности резонатора  $\Omega$ .

Как было показано в работе [18], в кольцевом чиплазере можно изменять отношение модулей коэффициентов связи  $m_1/m_2$  при регулировке температуры моноблока. В настоящей работе полагалось, что модуль одного из коэффициентов связи  $m_1/2\pi = 129.4$  кГц, а отношение  $m_1/m_2 = 0.41$ . Разность фаз комплексных коэффициентов связи  $\tilde{m}_{1,2}$  трудно оценить по характеристикам автомодуляционных колебаний. Для простоты разность фаз коэффициентов связи  $\vartheta_1 - \vartheta_2$  считалась равной нулю. Амплитудная невзаимность кольцевого резонатора  $\Delta = \omega_c/Q_2 - \omega_c/Q_1$  варьировалась при численном моделировании, а частотная невзаимность резонатора полагалась равной нулю.

#### 3. Результаты исследований

В автономном кольцевом чип-лазере в широкой области изменения лазерных параметров возникает автомодуляционный режим первого рода, для которого характерна противофазная синусоидальная модуляция интенсивностей встречных волн. Если частота автомодуляции  $\omega_{\rm m}$  близка к удвоенному значению основной релаксационной частоты, появляется ряд нелинейных эффектов, связанных с параметрическим взаимодействием автомодуляционных и релаксационных колебаний (параметрический резонанс). В этой области возникает неустойчивость автомодуляционного режима генерации первого рода и возбуждаются более сложные автомодуляционные режимы генерации (в том числе и режим динамического хаоса) [12, 19-23]. При наличии амплитудной невзаимности кольцевого резонатора, связанной с неравенством модулей коэффициентов связи  $m_1, m_2$  и неравенством добротностей резонатора  $Q_1, Q_2$  для встречных волн, как было впервые показано в работе [12], в рассматриваемой области может возникать бистабильность автомодуляционных режимов генерации.

# 3.1. Первая ветвь бистабильных автомодуляционных режимов

При изменении превышения  $\eta$  от 0.17 до 0.44 в зависимости от начальных условий наблюдались две ветви автомодуляционных режимов генерации. Обозначим их как ветвь 1 и ветвь 2. Рассмотрим вначале ветвь 1. В этом случае при  $\eta = 0.17$  и  $\Delta = 0$  кольцевой чип-лазер работал в автомодуляционном режиме первого рода. Значения  $\eta$  далее последовательно увеличивались с шагом  $\delta \eta = 0.01$ . При прохождении всего интервала значений  $\eta$  изменялась амплитудная невзаимность, и расчет повторялся снова при изменении  $\eta$  в указанных выше пределах. Амплитудная невзаимность варьировалась от – 500 до 3000 с<sup>-1</sup> с шагом 250 с<sup>-1</sup>.

На ветви 1 при  $0.17 < \eta < 0.22$  наблюдается автомодуляционный режим первого рода (ПР). На рис.1 показаны временная зависимость интенсивности излучения волны  $I_1$ , а также спектр автомодуляционных колебаний.

В области 0.22 <  $\eta$  < 0.33 возникает периодический режим с удвоенным периодом автомодуляционных колебаний (ПР2) (рис.2,*a*). Для этого режима характерно появление в спектре выходного излучения дополнительной спектральной компоненты на частоте, равной половине автомодуляционной частоты (рис.2, $\delta$ ).

В области 0.33 <  $\eta$  < 0.39 периодический автомодуляционный режим с удвоенным периодом автомодуляционных колебаний сменяется квазипериодическим режимом с удвоенным периодом автомодуляции (КПР2). В этом режиме появляется огибающая амплитуды автомодуляционных колебаний (рис.3,*a*), а в спектре выходного излучения, помимо спектральных компонент на автомоду-





Рис.1. Временная зависимость интенсивности волны  $I_1 = aE_1^2$  в автомодуляционном режиме первого рода (*a*) и спектр интенсивности (*б*) при  $\eta = 0.19$  и  $\Delta = 500$  с<sup>-1</sup>.



Рис.2. Временная зависимость интенсивности волны  $I_1 = aE_1^2$  в периодическом режиме с удвоенным периодом автомодуляционных колебаний (*a*) и спектр интенсивности (*б*) при  $\eta = 0.28$  и  $\Delta = 500$  с<sup>-1</sup>.

ляционной и релаксационной частотах, возникают также компоненты на частоте, равной половине автомодуляционной частоты. Характерная зависимость интенсивности выходного излучения от времени и спектр автомодуляционных колебаний для этого режима показаны на рис.3. При  $\eta > 0.39$  данный режим вновь сменяется автомодуляционным режимом первого рода.

На рис.4, а в плоскости лазерных параметров  $\eta$ ,  $\Delta$  показаны области существования автомодуляционных режимов генерации на ветви 1.

# 3.2. Вторая ветвь бистабильных автомодуляционных режимов

Для ветви 2 эволюция автомодуляционных режимов генерации при изменении параметров  $\eta$  и  $\Delta$  представлена на рис.4,  $\delta$ . Как было ранее установлено в [12, 18], в исследуемом кольцевом чип-лазере с несимметричной связью ( $m_1/m_2 = 0.4$ ) при  $\eta > 0.19$  помимо периодического автомодуляционного режима первого рода (ПР) возникает квазипериодический автомодуляционный режим (КПР). Учитывая это, на ветви 2 при  $\eta = 0.19$  и  $\Delta = 0$  задавались







Рис.4. Области существования автомодуляционных режимов генерации на ветвях 1 (a) и 2 (б) в плоскости лазерных параметров η и Δ.

начальные условия, при которых возникает режим КПР. Значения  $\eta$  далее последовательно увеличивались с шагом  $\delta \eta = 0.01$ . После прохождения всего интервала значений  $\eta$ , как и для ветви 1, изменялась амплитудная невзаимность, и расчет повторялся при новом значении  $\Delta$ .

Из рис.4,  $\delta$  видно, что квазипериодический режим КПР при  $\Delta = 0$  существует в области 0.19 <  $\eta$  < 0.26. При увеличении амплитудной невзаимности  $\Delta$  происходит сужение области существования этого режима. На рис.5 показаны характерная форма автомодуляционных колебаний интенсивности излучения одной из волн и спектр интенсивности. В этом режиме помимо частоты автомодуляционных колебаний  $f_{\rm m}$  возбуждается основная релаксационная частота  $f_{\rm r}$ , остальные компоненты спектра являются комбинационными частотами двух этих основных частот.

С увеличением параметра  $\eta$  на ветви 2 режим КПР переходит в режим динамического хаоса (ДХ), который при  $\Delta = 0$  существует в диапазоне  $0.26 < \eta < 0.32$ . Из рис.4,6 видно, что амплитудная невзаимность слабо влияет на ширину области существования режима хаоса. На рис.6,*a*,6 показаны временные зависимости интенсивностей встречных волн в режиме хаоса для двух отрезков времени (короткого и длинного). На рис.6,*в* показан спектр интенсивности одной из волн. Видно, что в этом режиме имеется характерная для режимов динамического хаоса область непрерывного спектра, в которой выделяется ряд дискретных частот, соответствующих автомодуляционным и релаксационным колебаниям.

На ветви 2 в диапазоне  $0.32 < \eta < 0.37$  возникают периодический автомодуляционный режим с удвоенным периодом (ПР2) и квазипериодический автомодуляцион-







Рис.6. Временные зависимости интенсивностей встречных волн  $I_{1,2} = aE_{1,2}^2$  в режиме динамического хаоса на длинном (*a*) и коротком (*б*) отрезках времени, а также спектр интенсивности волны  $I_1$  в этом режиме (*a*) при  $\eta = 0.28$  и  $\Delta = 250$  с<sup>-1</sup>.

ный режим (КПР2). Эти режимы аналогичны режимам, возникающим на ветви 1. В области  $\eta > 0.37$  бистабильность исчезает и наблюдается автомодуляционный режим первого рода (ПР).

### 4. Сравнение с экспериментом

Автомодуляционные режимы, возникающие в области параметрического резонанса, были исследованы ранее экспериментально в работах [22, 23]. В этих работах были обнаружены лишь режимы автомодуляционных колебаний, возникающие на ветви 1: периодический режим с удвоенным периодом автомодуляционных колебаний и квазипериодический режим с удвоенным периодом автомодуляции. Экспериментальные результаты хорошо согласуются с результатами численного моделирования для ветви 1. Ветвь 2, исследованная в настоящей работе, не наблюдалась ранее экспериментально. Исключение представляет лишь квазипериодический автомодуляционный режим, который удалось наблюдать косвенно при наличии шумовой модуляции накачки [12]. Исследования, проведенные в работах [12, 18], показали, что на бистабильность автомодуляционных колебаний, возникающую при несимметричной связи встречных волн, оказывают сильное влияние флуктуации мощности накачки. При наличии даже слабого шума накачки квазипериодический автомодуляционный режим, как показано в [12], перестает наблюдаться. Учитывая результаты этих исследований, можно высказать предположение о том, что автомодуляционные режимы, относящиеся к ветви 2, не удается наблюдать экспериментально из-за технических флуктуаций мощности накачки. Для наблюдения бистабильности в этом случае необходимо провести экспериментальные исследования при тщательной стабилизации излучения накачки и контроле уровня технических шумов.

Другой причиной отмеченных расхождений результатов численного моделирования и эксперимента может являться несовершенство модели ТКЛ, использованной в настоящей работе. Дело в том, что в уравнениях (1) векторной модели, как обычно при описании динамики генерации, пренебрегается шумами спонтанного излучения. Возможно, что в рамках более точной модели выводы, касающиеся бистабильности автомодуляционных колебаний в области параметрического резонанса, могут измениться при учете естественных флуктуаций параметров лазерного излучения.

Таким образом, для выяснения причин расхождения результатов численного моделирования, полученных в настоящей работе, и результатов экспериментов необходимы дополнительные теоретические и экспериментальные исследования.

# 5. Заключение

Численное моделирование динамики генерации кольцевого чип-лазера на основе векторной модели ТКЛ предсказывает существование двух бистабильных ветвей автомодуляционных колебаний. В экспериментальных исследованиях, проведенных в работах [22, 23], наблюдались лишь режимы генерации, относящиеся к ветви 1 настоящей работы (режимы ПР2 и КПР2). Возможно, такое расхождение связано с влиянием технических и естественных шумов на динамику генерации ТКЛ в области параметрического резонанса между автомодуляционными и релаксационными колебаниями.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 11-02-00080).

- 1. Kravtsov N.V., Lariontsev E.G., Shelaev A.N. Laser Phys., 3, 21 (1993).
- Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. Квантовая электроника, 21, 903 (1994).
- 3. Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. Квантовая электроника, **30**, 105 (2000).
- Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. Квантовая электроника, 34, 487 (2004).
- 5. Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. Квантовая электроника, **36**, 192 (2006).
- Кравцов Н.В., Кравцов Н.Н. Квантовая электроника, 27, 98 (1999).
- Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Наумкин Н.И., Сидоров С.С., Фирсов В.В., Чекина С.Н. Квантовая электроника, 31, 649 (2001).
- Arie A., Schiller S., Gustafson E.K., Byer R.L. Opt. Lett., 17, 1205 (1992).
- 9. Trutna W.R., Donald D.K., Nazarathy M. Opt. Lett., 12, 248 (1987).
- Аулова Т.В., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н. Квантовая электроника, 41, 13 (2011).
- Аулова Т.В., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н., Фирсов В.В. Квантовая электроника, 43, 477 (2013).
- Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н. Квантовая электроника, 39, 515 (2009).
- 13. McNamara B., Wiesenfeld K., Roy R. Phys. Rev. Lett., 60, 2626 (1988).
- 14. Vemuri G., Roy R. Phys. Rev. A, 39, 4668 (1989).
- Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В., Чекина С.Н. Квантовая электроника, 39, 853 (2009).
- Кравцов Н.В. Ларионцев Е.Г. Квантовая электроника, 36, 192 (2006).
- Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В., Чекина С.Н. Квантовая электроника, 37, 1011 (2007).
- Аулова Т.В., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н. Квантовая электроника, 41, 504 (2011).
- Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. Квантовая электроника, 22, 1171 (1995).
- 20. Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Макаров А.А., Фирсов В.В. *Квантовая электроника*, **22**, 213 (1995).
- 21. Kravtsov N.V., Lariontsev E.G. Laser Phys., 7, 196 (1997).
- Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Кравцов Н.Н., Ларионцев Е.Г., Макаров А.А. Квантовая электроника, 24, 638 (1997).
- Золотоверх И.И., Камышева А.А., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В., Чекина С.Н. Квантовая электроника, 38, 956 (2008).