PACS 42.55.Wd; 42.60.Fc; 42.65.Re

Математическое моделирование тулий-гольмиевых волоконных лазеров с дисперсионным управлением

И.А.Яруткина, О.В.Штырина

Описана математическая модель дисперсионно-управляемого тулий-гольмиевого волоконного лазера, приведены результаты численных расчетов и их сравнение с экспериментальными данными. Получено качественное согласование результатов математического моделирования с экспериментальными. Методами математического моделирования проведен анализ изменения характеристик оптических импульсов при изменении средней дисперсии резонатора.

Ключевые слова: волоконные лазеры с синхронизацией мод, дисперсионное управление, нелинейное уравнение Шредингера.

1. Введение

Для многочисленных практических приложений требуется генерация оптических импульсов с высокой энергией на длинах волн, сдвинутых к середине ближней ИК области. Тулий-гольмиевые лазеры обладают широкой полосой усиления в области длин волн между 1.65 и 2.1 мкм и поэтому используются для генерации коротких импульсов с широкой спектральной настройкой [1]. Обычно в волоконных лазерах, генерирующих импульсы с большой энергией, участки волокна с аномальной дисперсией групповых скоростей имеют небольшую длину либо вообще отсутствуют в резонаторе. Однако это требование достаточно сложно удовлетворить при увеличении длины волны генерируемого излучения, что связано с ограниченной доступностью волокон с нормальной дисперсией на требуемых длинах волн. Поскольку обычное оптическое волокно имеет большую аномальную дисперсию на длине волны 2 мкм, распространение импульса по нему подвержено солитонным неустойчивостям. Включение в лазерный резонатор волоконного сегмента с отрицательной дисперсией приводит к ограничению пиковой мощности импульса, т.к. для получения колебательного характера параметра чирпа требуется большая ширина спектра импульса. Такая ширина спектра приводит к расщеплению спектра импульса и разрушению импульса во временной области [2]. Для того чтобы обойти эти нестабильности, в тулий-гольмиевых лазерах применяется техника дисперсионного управления [2-12] - нормальная дисперсия обеспечивается волоконной чирпованной брэгговской решеткой [13], а знак средней дисперсии резонатора меняется при вариации длины пассивного волокна.

В настоящей статье представлены результаты математического моделирования тулий-гольмиевого волокон-

Поступила в редакцию 17 апреля 2013 г., после доработки – 26 июля 2013 г.

ного лазера [13]. Проведено качественное согласование численных и экспериментальных данных, что позволило уточнить параметры, используемые при математическом моделировании данного волоконного лазера, и верифицировать полученные численные результаты. В работе численно исследована зависимость параметров полученных оптических импульсов от длины волоконного резонатора и, соответственно, от величины средней дисперсии и проведен соответствующий анализ.

2. Постановка задачи и математическая модель

Схема волоконного лазера с синхронизацией мод с линейным резонатором, состоящим из активного и пассивного волокон, компенсатора дисперсии [13] и насыщающегося поглотителя [14], представлена на рис.1. Усиление обеспечивается путем использования активного тулийгольмиевого волокна длиной 1.2 м, обладающего отрицательной дисперсией. Характеристики элементов волоконного лазера приведены в табл.1. Длина отрезка пассивного волокна составляет 1 м. Импульс попадает в выводное пассивное волокно перед компенсатором дисперсии. Несущая длина волны лазера $\lambda_0 = 1986$ нм.

Время обхода резонатора в такой системе вычисляется по формуле $T_{\rm R} = n_0 L/c$, где $L = 2(L_{\rm AF} + L_{\rm PF})$ – общая длина резонатора, $L_{\rm PF}$ – длина пассивного волокна, c – скорость света, коэффициент преломления излучения в сердцевине $n_0 \approx 1.5$. Прохождение излучения в активном световоде описывается обобщенным нелинейным уравнением Шредингера [1,4,15–18] с входным полем A(t,z=0) $= A_{\rm in}(t)$ (которое определяется предыдущим обходом резонатора, за исключением первого обхода, когда используется начальное распределение поля):



Рис.1. Схема волоконного лазера.

И.А.Яруткина, О.В.Штырина. Институт вычислительных технологий СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. Акад. Лаврентьева, 6; Новосибирский государственный университет, Россия, 630090 Новосибирск, Академгородок, ул. Пирогова, 2; e-mail: i.yarutkina@gmail.com

Табл.1. Значения параметров волоконного лазера.

Элемент	Параметр	Значение
Активное волокно	Длина L_{AF} Дисперсия второго порядка β_2^{AF} Дисперсия третьего порядка β_3^{AF} Нелинейный параметр γ Ширина полосы усиления Λ_G Коэффициент усиления g_0 Мощность насыщения P_{satG}	1.2 м -0.136 пс ² /м 0.000428 пс ³ /м 1.2 Вт ⁻¹ .км ⁻¹ 20 нм 3.15 дБ 17 мВт
Пассивное волокно	Дисперсия второго порядка $\beta_2^{\rm PF}$ Дисперсия третьего порядка $\beta_3^{\rm PF}$ Нелинейный параметр γ	-0.07323 пс ² /м 0.000428 пс ³ /м 1.2 Вт ⁻¹ ⋅км ⁻¹
Насыщающийся поглотитель	Глубина модуляции q_0 Энергия насыщения $E_{\rm sat}$ Время восстановления $\tau_{\rm ab}$	10% 1 пДж 1 пс
Компенсатор дисперсии (чирпованная волоконная брэгговская решетка)	Коэффициент отражения Лисперсия B ^{cr}	30% 1.07 пс ²

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + i\gamma |A|^2 A + gA.$$
(1)

При моделировании прохождения импульса по активному волокну в лазере с синхронизацией мод должны учитываться насыщение усиления и насыщение фильтрации. Эффект насыщения фильтрации в операторе обычно описывается в частотной области с использованием лоренцева профиля:

$$g(\omega) = \frac{1}{1 + E/E_{\text{satG}}} \frac{g_0}{1 + [(\omega - \omega_0)/\Omega_G]^2}.$$
 (2)

Здесь $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ – несущая частота; $\Omega_{\rm G} = (2\pi c/\lambda_0^2)\Lambda_{\rm G}$ – частота фильтрации. Насыщение усиления происходит с ростом энергии импульса $E = \int |A|^2 dt$, где $E_{\rm satG} = P_{\rm satG}T_{\rm R}$.

Прохождение импульса через пассивное волокно описывается при помощи стандартного обобщенного нелинейного уравнения Шредингера:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + i\gamma |A|^2 A.$$
(3)

Нелинейное уравнение Шредингера решалось при помощи симметричного варианта фурье-метода расщепления по физическим процессам. Использованное число узлов по времени равно 2¹¹, число узлов по пространству – 1000. Приблизительное время счета 2000 обходов лазерного резонатора составило 2 ч. Полученный режим считался установившимся, если относительное изменение энергии импульса $\varepsilon = |E_i - E_{i+1}|/E_i$ не превышало 10⁻³, а относительные изменения как ширины импульса, так и его мощности не превышали 10⁻², по крайней мере, в течение 200 обходов резонатора. В качестве начального распределения использовался белый шум со средней мощностью 0.2 Вт.

Роль компенсатора дисперсии в предложенном резонаторе играет чирпованная волоконная брэгговская решетка, обладающая нормальной дисперсией. Для моделирования поведения медленной огибающей электромагнитного поля в компенсаторе дисперсии использовалось линейное уравнение Шредингера:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3 A}{\partial t^3}.$$
(4)

Насыщающийся поглотитель описывается упрощенной передаточной функцией $T(t) = 1 - q(t, P_{in}(t))$, где $P_{in}(t) = |A_{in}(t)|^2$ и функция *q* может быть найдена из уравнения

$$\frac{dq(t)}{dt} = -\frac{q(t) - q_0}{\tau_{ab}} - \frac{q(t)E(z^*, t)}{\tau_{ab}E_{sat}}.$$
(5)

Решив это уравнение, мы определим *q* как функцию времени и входного поля. Выходное поле описывается следующим образом: $A_{out} = R_{out}A_{in}$ и $A_{cav} = (1 - R_{out})A_{in}$, где A_{in} – поле перед ответвителем, A_{out} – часть полного поля, выходящая из резонатора, и A_{cav} – часть поля, которая остается в резонаторе.

3. Результаты

В процессе вычислений знак средней дисперсии резонатора

$$\langle \beta_2 \rangle = \frac{2(\beta_2^{AF} L_{AF} + \beta_2^{PF} L_{PF}) + B_2^{cr}}{L}$$
 (6)

 $(B_2^{\rm cr} и \beta_2^{\rm AF} L_{\rm AF} + \beta_2^{\rm PF} L_{\rm PF} -$ дисперсии чирпованной волоконной брэгговской решетки и волоконного сегмента соответственно) менялся путем выбора длины пассивного волокна $L_{\rm PF}$.

Для наилучшего согласования результатов вычислений с экспериментальными данными допускалось отклонение на $\pm 10\%$ от указанных в табл.1 значений дисперсий $\beta_2^{\rm PF}$ и $B_2^{\rm cr}$. Поиск точки наилучшего согласования проводился с учетом полученных в ходе эксперимента автокорреляционных функций для двух режимов: первый – с нормальной средней дисперсией резонатора (при длине пассивного волокна 3.75 м), ширина автокорреляционной функции 1.78 пс; второй – с аномальной средней дисперсией (при длине пассивного волокна 6.34 м), ширина автокорреляционной функции 16.61 пс. Все данные приведены для импульсов на выходе из резонатора после прохождения ими отрезка выводного пассивного волокна длиной 1 м.

На рис.2 представлены линии уровня ширин автокорреляционных функций для резонатора с длинами пассивного волокна 3.75 и 6.34 м. Точкой показано место пересечения двух линий уровня, соответствующих экспериментальным ширинам автокорреляционных функций.

Таким образом, оптимальные значения дисперсии второго порядка пассивного волокна и дисперсии брэгговской решетки, при которых было достигнуто наилучшее согласование экспериментальных и численных результатов, составили – 0.08 пс²/м и 1 пс² соответственно.



Рис.2. Линии уровня ширин автокорреляционных функций для резонаторов с длиной пассивного волокна 3.75 м (пунктирные линии) и 6.34 м (сплошные линии).

На рис.3 слева представлены для сравнения спектры импульсов, полученные в эксперименте (кривая 1) и численным методом (кривая 2) для лазерных резонаторов с длинами пассивного волокна 2.28 м (рис.3,a), 3.75 м (рис.3, δ) и 7.27 м (рис.3, θ). Также показан спектр гауссова импуль-

са (кривая 3), восстановленный по характеристикам (пиковая мощность, длительность, чирп) импульса, полученного в ходе численного расчета. Длина резонатора $L_{AF} + L_{PF}$ и внутрирезонаторная дисперсия для каждого случая указаны на рисунке. Спектры, представленные на рис.3,*a* и δ , соответствуют нормальной внутрирезонаторной дисперсии, в то время как спектры на рис.3,*в* – аномальной. Видно принципиальное различие форм спектров для режимов с нормальной и аномальной внутрирезонаторной дисперсией.

На рис.3 справа полученные в ходе расчетов импульсы (кривая *1*) сравниваются с гауссовым импульсом (кривая *2*). Видно, что полученные при моделировании импульсы несимметричны и заметно отличаются по форме от гауссова импульса при положительной средней дисперсии, тогда как при аномальной средней дисперсии резонатора они хорошо согласуются с соответствующим гауссовым импульсом.

Несмотря на качественное согласие результатов для режимов с положительной средней дисперсией, наблюдается значительное расхождение в формах спектров, полученных экспериментально и в ходе численного моделирования. Это может быть объяснено использованием достаточно узкой области определения параметров системы, что не позволяет увеличить нелинейность до значений, при которых она может существенно влиять на формиро-



Рис.3. Сравнение спектров, полученных в эксперименте (1), численным методом (2), и гауссова спектра, восстановленного по характеристикам импульса, полученного в результате расчетов (3) (слева), а также сравнение форм полученных в расчетах импульсов (1) с восстановленными гауссовыми импульсами (2) (справа).

И.А.Яруткина, О.В.Штырина

вание импульсов. Другим фактором, оказывающим влияние на форму спектра импульса, явилось применение стандартного обобщенного нелинейного уравнения Шредингера без учета дисперсий высших порядков при численном моделировании распространения оптического импульса в резонаторе. Тем не менее, полученное качественное согласие результатов позволяет проводить анализ зависимости основных характеристик импульсов от средней дисперсии резонатора на основе результатов математического моделирования с использованием уточненных выше параметров расчетов.

Представленный здесь лазерный резонатор является резонатором с дисперсионным управлением и диссипацией (потери составляли 70% на выходе из чирпованной волоконной брэгговской решетки). Совместное действие этих двух факторов и определяет форму импульса и его спектра. Для режимов генерации с нормальной средней дисперсией в резонаторе форма спектра определяется преимущественно наличием диссипации в системе. Экспериментальный и расчетный спектры существенно отличаются от восстановленного гауссового (см. рис.3), хотя экспериментальные спектры имеют более выраженную прямоугольную форму. Отдельно отметим, что именно наличие диссипации в системах с нормальной средней дисперсией приводит к принципиальной возможности устойчивой генерации импульсов.

При увеличении потерь в резонаторе область устойчивой генерации расширяется за счет существования устойчивых режимов с большей положительной средней дисперсией. Эти режимы характеризуются отсутствием точки с нулевым чирпом внутри резонатора и прямоугольной формой спектра [19].

Далее были проведены численные исследования зависимости параметров выходных импульсов от длины резонатора. Вариация средней дисперсии резонатора достигалась за счет изменения длины пассивного волокна. На рис.4 показана зависимость энергии импульса от длины



Рис.4. Зависимость энергии выходного импульса и ширины спектра от длины резонатора. Штриховые кривые соответствуют режимам с нормальной средней дисперсией, сплошные – с аномальной.

резонатора для режимов с нормальной (штриховая кривая) и аномальной (сплошная кривая) средней дисперсией. Видно, что при увеличении длины резонатора наблюдается отклонение от линейной зависимости энергии импульса в области малых по модулю средних дисперсий (что соответствует длине резонатора в диапазоне 10-12 м). Такой провал в зависимости энергии объясняется наличием широкого, относительно профиля лоренцева усиления, спектра, что приводит к уменьшению усиления. Установившиеся режимы в окрестности нулевой средней дисперсии отсутствуют.

На вставке рис.4 приведена зависимость спектральной ширины импульса от длины резонатора. Видно, что при ширине спектра меньше 10 нм линейная зависимость энергии от длины резонатора восстанавливается. Из-за спектральной ограниченности режимов с нормальной дисперсией линейная зависимость энергии имеет место для режимов с более широким спектром, чем в случае резонатора с аномальной средней дисперсией. При превышении длины резонатора 19 м наблюдалось прекращение устойчивой одноимпульсной генерации.

Рассмотрим, каким образом в оптических резонаторах с дисперсионным управлением знак средней дисперсии влияет на характеристики генерируемого импульса. Зависимость ширины автокорреляционной функции от нормированной средней дисперсии приведена на рис.5. Средняя дисперсия на рисунке отнесена к глубине модуляции дисперсии, определяемой как

$$B_2 = \frac{B_2^{\rm cr} - 2(\beta_2^{\rm AF}L_{\rm AF} + \beta_2^{\rm PF}L_{\rm PF})}{L}.$$

Штриховой линии соответствуют режимы с нормальной средней дисперсией, непрерывной – с аномальной. На вставке более подробно показан характер зависимости ширины автокорреляционной функции в случае отрицательной средней дисперсии резонатора. Как видно из графика, ширина автокорреляционной функции оптического импульса на выходе из резонатора с нормальной средней дисперсией на порядок больше, чем у резонатора с аномальной средней дисперсией. Бо́льшая энергия и меньшая ширина оптического импульса свидетельствуют о нели-



Рис.5. Зависимость ширины автокорреляционной функции от нормированной средней дисперсии для режимов с нормальной (штриховая кривая) и аномальной (сплошная кривая) средней дисперсией.

нейной динамике в представленном лазере с дисперсионным управлением, резонатор которого характеризуется отрицательной средней дисперсией. Отрицательный знак средней дисперсии резонатора также полностью определяет наличие точки нулевого чирпа в пассивном световоде и отсутствие таковой для резонаторов с положительной средней дисперсией. В резонаторов с положительной средней дисперсией. В резонаторе представленного лазера при положительной средней дисперсии импульс наименьшей ширины наблюдается в точке вывода, поскольку в выводном волокне (в силу малости его длины) импульс лишь незначительно сужается.

4. Заключение

Выполнено численное моделирование тулий-гольмиевых волоконных лазеров, описанных в работе [13]. Показано качественное согласие результатов математического моделирования с экспериментальными данными, что позволило провести исследование изменения импульсных характеристик при вариации длины резонатора. Установлено, что при малых по модулю значениях средней дисперсии зависимость энергии импульса от длины резонатора отклоняется от линейной. Отмечено отсутствие устойчивых одноимпульсных режимов генерации в окрестности точки нулевой средней дисперсии.

Авторы выражают благодарность Р.Гуменюк (Технологический университет Тампере, Финляндия) за обсуждения результатов работы.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (гос. контракт № 14.В25.31.0003).

- Bale B.G., Okhotnikov O.G., Turitsyn S.K. Modeling and Technologies of Ultrafast Fiber Lasers in Fiber Lasers (Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH Co., 2012).
- Turitsyn S.K., Bale B.G., Fedoruk M.P. Phys. Reports, 521 (4), 135 (2012).
- Turitsyn S.K., Shapiro E.G., Medvedev S.B., Fedoruk M.P., Mezentsev V.K. Comptes Rendus Physique, 4, 145 (2003).
- Haus H.A., Tamura K., Nelson L.E., Ippen E.P. *IEEE J. Quantum Electron.*, **31**, 591 (1995).
- 5. Gabitov I., Turitsyn S.K. Opt. Lett., 21 (5), 327 (1996).
- Smith N., Knox F.M., Doran N.J., Blow K.J., Bennion I. *Electron. Lett.*, 32, 54 (1996).
- 7. Gabitov I., Turitsyn S.K. Письма в ЖЭТФ, 63 (10), 814 (1996).
- 8. Turitsyn S.K., Shapiro E. Opt. Fiber Technol., 4, 151 (1998).
- 9. Turitsyn S. К. Письма в ЖЭТФ, **65** (11), 812 (1997).
- 10. Hasegawa A. et al. Opt. Fiber Technol., 3 (3), 197 (1997).
- Turitsyn S.K, Fedoruk M.P., Gornakova A. Opt. Lett., 24 (13), 869 (1999).
- 12. Bale B.G., Boscolo S., Turitsyn S.K. Opt. Lett., 34 (21), 3286 (2009).
- Gumenyuk R., Vartiainen I., Tuovinen H., Okhotnikov O. G. *Opt. Lett.*, 36 (5), 609 (2011).
- Kivistö S., Hakulinen T., Guina M., Okhotnikov O.G. *IEEE* Photon. Technol. Lett., 19 (12), 934 (2007).
- Shtyrina O., Fedoruk M., Turitsyn S., Herda R., Okhotnikov O.J. Opt. Soc. Am. B, 26 (2), 346 (2009).
- Kutz N. Theory of Soliton Lasers: Dynamics, Stability and Mode-Locking Eds S.P.Lang and S.H.Bedore (New York: Nova Science Publishers Inc., 2009).
- 17. Turitsyn S.K. Opt. Express, 17, 11898 (2009).
- 18. Kutz N. SIAM Review, 48, 629 (2006).
- Бэйл Б., Федорук М.П., Штырина О.В., Турицын С.К. Материалы Рос. семинара по волоконным лазерам (RFZ-2012) (Новосибирск: ИАиЭ СО РАН, 2012, с. 115).