НЕЛИНЕЙНО-ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

PACS 42.65.Jx; 42.65.Ky; 52.50.Jm

Особенности сверхуширения спектра при самофокусировке импульсных вихревых пучков в воздухе

Р.А.Власов, В.М.Волков, Д.Ю.Дедков

На основе численного моделирования проведен сравнительный анализ самофокусировки обычных и вихревых оптических пучков, образованных импульсами фемтосекундной длительности в воздухе. Показано, что при прочих равных условиях в случае самофокусировки вихревых пучков наблюдается существенно более высокая концентрация энергии в фокальном пятне. Как следствие, наблюдается также существенное уширение пространственно-временного спектра сфокусированного вихревого пучка по сравнению с безвихревым режимом самофокусировки. Азимутальная неустойчивость вихревой структуры при малых начальных возмущениях волнового фронта приводит к филаментации излучения на расстояниях, превышающих, как правило, длину самофокусировки.

Ключевые слова: фемтосекундные оптические импульсы, оптические вихри, самофокусировка, суперконтинуум.

1. Введение

Самофокусировка мощных фемтосекундных лазерных импульсов в газообразных и конденсированных средах сопровождается радикальной трансформацией пространственно-временного спектра излучения, приводящей к существенному перераспределению энергии в широком частотно-угловом диапазоне [1]. Механизмы сверхуширения спектра, в основе которых лежит явление пространственно-временной фазовой модуляции, включают в себя ряд особенностей, присущих фемтосекундному диапазону длительностей (инерционность нелинейного отклика, дисперсия нелинейности и дисперсия дифракции). Кроме того, в зависимости коэффициента преломления имеется характерная плазменная нелинейная составляющая, обусловленная ионизацией молекул среды вследствие многофотонного поглощения [2,3]. Сверхуширение спектра излучения при самофокусировке мощных фемтосекундных лазерных импульсов в нелинейных средах принято называть генерацией суперконтинуума - когерентного электромагнитного излучения с непрерывным спектром и высокой спектральной яркостью в видимом и ближнем ИК диапазонах длин волн (см., напр., обзоры [2, 3]). Возможность получения световых импульсов с подобными характеристиками открыла серьезные перспективы применения лазерного излучения в задачах мониторинга и дистанционного зондирования. В настоящее время уже созданы первые широкополосные фемтосекундные лидары тераваттной мощности, позволяющие накапливать информацию о состоянии атмосферы в диапазоне длин волн 400 нм-4 мкм без необходимости перестраивать несущую частоту излучения, что расширяет информативность лазерного зондирования [3].

Р.А.Власов. Институт физики им. Б.И.Степанова НАНБ, Белоруссия, 220072 Минск, просп. Независимости, 68; e-mail: r.vlasov@dragon.bas-net.by

В.М.Волков, Д.Ю.Дедков. Белорусский государственный университет, Белоруссия, 220050 Минск, просп. Независимости, 4; e-mail: volkovvm@bsu.by

Поступила в редакцию 27 сентября 2012 г., после доработки – 21 ноября 2012 г.

Теоретическому и экспериментальному исследованию спектрально-угловых характеристик излучения и изучению закономерностей формирования структуры суперконтинуума при самофокусировке мощных импульсов в воздухе посвящена обширная литература [2-12]. Результаты исследований в этой области отражены в недавнем обзоре [13]. Среди опубликованных работ, насколько нам известно, лишь работа [12] посвящена распространению в воздухе импульсных пучков с сингулярностью волнового фронта (вихревых импульсов или оптических вихрей). В указанной статье рассмотрены вопросы пространственной устойчивости вихревых структур, однако не затрагиваются вопросы сверхуширения спектра. Результаты экспериментальных и теоретических исследований процессов генерации суперконтинуума при самофокусировке оптических вихрей в твердых телах представлены в работах [14], где отмечается сохранение сингулярности вихревых импульсов при филаментации, однако структурные особенности суперконтинуума детально не анализируются. Между тем, как будет показано ниже, именно сингулярность (вихревая структура) волнового фронта фемтосекундных импульсов может кардинально и нетривиальным образом изменить спектральные характеристики и общую картину самофокусировки таких импульсов в воздухе.

2. Теоретическая модель

Распространение фемтосекундных оптических импульсов в воздухе может быть описано в безразмерных переменных z = Z/D, $\tau = T/\tau_0$, $r = R/r_0$ и $u = E[P_0/(4\pi r_0^2)]^{1/2}$ на основе следующего уравнения (см., напр., [1-3]):

$$i\frac{\partial u}{\partial z} + \Delta_{\perp}u + \varepsilon\frac{\partial^{2}u}{\partial\tau^{2}} - \kappa\frac{\partial^{3}u}{\partial\tau^{3}} - \eta\frac{\partial^{2}u}{\partial z\partial\tau} + (\alpha|u|^{2} - \delta|u|^{4})u$$
$$+ i\gamma\frac{\partial}{\partial\tau}(|u|^{2}u) = \left\{\mu\int_{-\infty}^{\tau}|u|^{2K}d\tau' - iv|u|^{2(K-1)}\right\}$$
$$-\frac{\alpha}{\tau_{K}}\int_{-\infty}^{\tau}\exp\left[-\frac{\tau - \tau'}{\tau_{K}}\right]|u|^{2}d\tau' \left\{u\right\}.$$
(1)

Нормированные коэффициенты уравнения (1) и искомая функция *и* выражаются через параметры оптического импульса и среды:

$$\begin{aligned} \alpha &= 2k_0 D n_2 \frac{P_0}{4\pi r_0^2}, \quad \gamma = \frac{4k_0 D n_2}{\omega \tau_0} \frac{P_0}{4\pi r_0^2}, \\ \delta &= 2k_0 D n_4 \left(\frac{P_0}{4\pi r_0^2}\right)^2, \quad \kappa = \frac{2}{3} D \frac{\partial^3 k}{\partial \omega^3} \tau_0^{-3}, \\ \nu &= 2D \beta_K \left(\frac{P_0}{4\pi r_0^2}\right)^{K-1}, \quad \mu = \frac{2k_0 D \sigma_K \rho_{\rm nt} \tau_0}{\rho_{\rm c}} \left(\frac{P_0}{4\pi r_0^2}\right)^K, \\ \varepsilon &= 2D \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \tau_0^{-2}, \quad \eta = \tau_0^{-1} \omega_0^{-1}. \end{aligned}$$

Здесь P_0 – критическая мощность самофокусировки; k = $2\pi/\lambda; k_0 = 2\pi/\lambda_0; \lambda_0$ – длина волны; $D = \pi r_0^2/\lambda_0$ – дифракционная длина; β_K и σ_K – коэффициенты многофотонного поглощения и многофотонной ионизации; $\rho_{\rm nt}$ и $\rho_{\rm c}$ – эффективная плотность нейтральных молекул и критическая плазменная плотность; K = 8 - целая постоянная, характеризующая кратность числа фотонов в эффектах многофотонного поглощения излучения молекулами кислорода (порог ионизации молекул азота выше, чем у кислорода, поэтому рассматривается ионизация только молекул кислорода). Параметр τ_K определяется как отношение времени релаксации кубической нелинейности к длительности импульса. Постоянные є и к характеризуют дисперсию групповых скоростей импульса во втором и третьем приближениях теории дисперсии, у описывает дисперсию нелинейности, α и δ учитывают мгновенную и инерционную поправки в нелинейной зависимости показателя преломления от интенсивности излучения. Члены уравнения с коэффициентами µ и v позволяют учесть эффекты нелинейного самовоздействия, обусловленные ионизацией среды под влиянием процессов многофотонного поглощения и туннельного эффекта, а член с коэффициентом η описывает дисперсию дифракции. Для случая распространения в воздухе оптического импульсного излучения с длиной волны $\lambda_0 = 800$ нм, длительностью $\tau_0 = 100$ фс и начальным радиусом пучка $r_0 = 3$ мм коэффициенты в уравнении (1) принимают следующие значения: $\alpha = 0.52$, $\gamma = 4.3 \times 10^{-3}, \eta = 4.2 \times 10^{-3}, \delta = 1.5 \times 10^{-5}, \varepsilon = -0.14, \kappa =$ $1.6 \times 10^{-4}, \mu = 3.8 \times 10^{-31}, \nu = 7.4 \times 10^{-29}, \tau_K = 0.7.$

Механизмом ударной ионизации в рассматриваемом случае можно пренебречь, т. к. длительность импульса существенно меньше времени электрон-атомных столкновений.

Большинство коэффициентов рассматриваемого уравнения для исходных параметров излучения имеют смысл малых параметров. В силу этого эффекты, связанные с соответствующими членами уравнения, вносят пренебрежимо малый вклад в динамику импульсного пучка на начальной стадии его эволюции. Однако под влиянием нелинейной самофокусировки импульсного пучка его пространственно-временные масштабы существенно изменяются, что отражается в значительном уширении пространственно-временного спектра излучения и появлении локальных особенностей интенсивности поля, при которых каждое из слагаемых уравнения (1) вносит соизмеримый вклад в общую картину явлений, сопутствующих самофокусировке излучения в воздухе. Для описания поперечной структуры поля использовались полярные координаты r и φ ($\Delta_{\perp} = r^{-1}\partial_r(r\partial_r) + r^{-2}\partial_{\varphi}^2$). Начальные условия для уравнения (1) задавались в виде

$$u(r,\varphi,\tau,z=0) = u_0(r/r_0)^m \exp\left[-(r/r_0)^2 - \tau^2 + im\varphi\right],$$
 (2)

где $m = 0, \pm 1, \pm 2$ – топологический заряд импульсного пучка [12, 13, 15].

3. Результаты численного анализа

В рамках разработанной математической модели (1), (2) проведено численное исследование динамики обычных и вихревых импульсных оптических пучков в воздухе. Для численного анализа задачи использовался спектральноразностный метод дробных шагов, детали которого будут описаны в отдельной работе. Применение метода Фурье по переменным τ и φ совместно с разностной аппроксимацией на неравномерной сетке по г позволило получить достаточную точность вычислений при сравнительно небольших размерах расчетной сетки. Количество узлов сетки по времени N₇ = 1012 обеспечило спектральное разрешение на длинах волн от ближнего УФ до радиодиапазона. Неравномерная сетка в радиальном направлении при числе узлов N_r = 256 позволила в области фокального пятна получить пространственное разрешение с шагом $h = (0.6 - 10.0) \times 10^{-6}$ м. Анализ трехмерной задачи показал, что в азимутальном направлении достаточно использовать сетку с числом узлов N_o = 32. Шаг по эволюционной переменной z выбирался в диапазоне 10⁻⁴-10⁻⁷ в зависимости от максимальной интенсивности излучения и с таким расчетом, чтобы максимальное приращение фазы за счет нелинейной фазовой модуляции комплексной огибающей решения на каждом шаге не превышало 0.02-0.05 рад.

Нами исследованы закономерности сверхуширения спектра излучения при самофокусировке и проанализированы основные различия в поведении обычных и вихревых импульсных пучков с точки зрения структуры спектрального суперконтинуума.

Для сравнения рассмотрена самофокусировка обычного и вихревого импульсных пучков с топологическими зарядами m = 0 и 1 соответственно при условии одинаковой мощности (энергии) и длительности импульсов 100 фс (полуширина по уровню амплитуды поля $u_{\rm max}$ /e). Чтобы обеспечить примерно одинаковую длину самофокусировки обычного и вихревого пучков мы полагали, что радиус импульсного пучка $r_0 = 6$ мм при m = 0 и 3 мм при *m* = 1. Пиковая мощность задавалась равной двадцатикратному превышению критической мощности, необходимой для самофокусировки излучения стационарного пучка при заданных параметрах нелинейности среды. Следует отметить, что критическая мощность, необходимая для самофокусировки вихревого пучка с единичным топологическим зарядом, более чем в три раза превышает критическую мощность самофокусировки обычного пучка [14], поэтому в проведенных численных экспериментах кратность превышения критической мощности вихревого пучка была соответственно меньше, чем для обычного.

Рассмотрим особенности самофокусировки обычных импульсных пучков с гауссовым пространственно-временным профилем. В силу инерционности нелинейности наблюдается опережающая самофокусировка не в сечении, соответствующем максимальной мощности импульса, а с некоторым запаздыванием (рис.1, z = 0.128). Дальнейшая динамика характеризуется движением фокуса в направлении переднего фронта, и уже при z = 0.130 его положение во времени опережает положение сечения, соответствующего максимальной мощности, в то время как за фокусом наблюдается расходящееся излучение, испытавшее самофокусировку. Таким образом, инерционность нелинейности приводит к характерной нестационарности процесса самофокусировки, которая на ранней его стадии проявляется в движении первичного фокуса со скоростью, превышающей групповую скорость распространения импульса.

Последующее распространение импульсного пучка характеризуется нарастающей амплитудной модуляцией излучения как в продольном, так и в поперечном сечении, что находит также отражение в уширении пространственно-временного спектра. Радиус пучка при самофокусировке уменьшается приблизительно на два порядка, и примерно такой же пространственный масштаб имеет модуляция интенсивности импульса по времени (рис.1).

Самофокусировка вихревого пучка характеризуется прежде всего увеличением длины самофокусировки. Это является следствием меньшей кратности превышения критической мощности вихревого пучка. Нестационарность самофокусировки вихревых пучков проявляется в формировании рупоровидной структуры их пространственно-



Рис.1. Пространственно-временные распределения амплитуды поля импульсного пучка с начальным гауссовым пространственно-временным профилем при *m* = 0 в процессе самофокусировки.



Рис.2. Пространственно-временные распределения амплитуды поля импульсного вихревого пучка с топологическим зарядом m = 1 в процессе самофокусировки.

временного профиля. При этом опережающая самофокусировка заднего фронта импульса отчетливо прослеживается на пространственно-временном профиле импульса (рис.2, z = 0.170 и 0175).

Среди отличий, наблюдаемых при самофокусировке вихревых импульсов по сравнению с обычными импульсами, отметим существенное уменьшение модуляции интенсивности излучения в продольном и поперечном сечениях. Снижение пространственных аберраций вихревых импульсов связано, по-видимому, с увеличением энергетического порога самофокусировки, поскольку именно кратность превышения критической мощности характеризует искажения исходной пространственно-временной структуры. В фокальной области, как правило, локализуется мощность порядка критической, а периферия пучка фокусируется с запаздыванием, интерферируя при этом с расходящимся излучением, испытавшим до этого самофокусировку. Такая интерференция проявляется в концентрических кругах в поперечном распределении интенсивности, образующихся за нелинейным фокусом пучка, имеющего мощность, многократно превышающую критическую [4].

Примечательным является то, что пиковая интенсивность при самофокусировке импульсного вихревого пучка заметно превышает аналогичную величину для обычных импульсов (рис.3). Принимая во внимание также тот факт, что мощность излучения в фокальном пятне вихревого



Рис.3. Динамика пиковой амплитуды поля $u_{\max} = \max_{r,\tau} [|u(r,\tau,z)|]$ импульсных обычных (m = 0) и вихревых (m = 1) пучков при самофокусировке в воздухе.

пучка многократно превышает мощность сфокусированного обычного пучка, следует ожидать более существенных проявлений плазменной нелинейности, обусловленной процессами многофотонного поглощения и ионизации воздуха. Когда интенсивность излучения меньше некоторого порогового значения, энергия импульса остается неизменной. Превышение порога ионизации при самофокусировке вызывает диссипативные процессы, приводящие к потерям энергии. Потери энергии при самофокусировке вихревого импульса составляют свыше 3% от исходного значения, что более чем на порядок превышает аналогичные потери при самофокусировке обычного импульса, не превышающие десятой доли процента. Пиковая интенсивность при самофокусировке во многом определяется не только плазменной нелинейностью, но и дефокусирующей поправкой пятой степени. Если пренебречь последней, т.е. в случае $\delta = 0$, потери энергии обычного импульса становятся больше 1%, а для вихревого импульса они приближаются к 20%.

Картина самофокусировки формируется под влиянием нелинейной фазовой модуляции импульса. Сверхуширение спектра при самофокусировке достигается за счет одновременного влияния кубической и плазменной нелинейностей. Существенная инерционность плазменной нелинейности (время ее релаксации многократно превышает заданную длительность импульса) приводит к тому, что на переднем фронте первичного фокуса преобладает фазовая модуляция, обусловленная кубической нелинейностью, в то время как на заднем фронте существенную роль начинает играть противоположная ей по знаку плазменная нелинейность. Данный механизм фазовой модуляции под влиянием конкурирующих нелинейностей противоположного знака вносит основной вклад в формирование пространственно-временной структуры и спектральных характеристик излучения при распространении мощных импульсных оптических пучков в воздухе.

На рис.4 представлены спектрально-угловые характеристики обычных и вихревых импульсных пучков при самофокусировке. Как и ранее, рассмотрен случай импульсных пучков длительностью 100 фс с пиковой мощностью, примерно в двадцать раз превышающей критическую мощность самофокусировки. Угол рассеяния спектральных компонент импульса рассчитывался стандартным образом: tan $\theta = k_{\perp}/k_{\parallel}$, где k_{\parallel} и k_{\perp} – продольная и поперечная

составляющие волнового вектора. Расчет частотно-углового спектра осуществлялся на основе преобразования Фурье комплексной огибающей импульса. Спектральные характеристики оптических импульсов при самофокусировке в газах и жидкостях исследованы теоретически и экспериментально в работах [4, 6, 8] (см. также обзоры [2,3,13]). Представленные на рис.1 и 4 результаты численного моделирования качественно согласуются с известными к настоящему времени результатами [3,4,13]. Локализованные в фокусе вихревого импульса мощность и пиковая интенсивность превышают аналогичные параметры при самофокусировке обычных импульсов с той же исходной энергией и длительностью. Как следствие, характерное уширение пространственно-временного спектра при самофокусировке вихревого пучка существенно больше, чем в безвихревом режиме. Ширина углового спектра, как видно из рис.4, при самофокусировке вихревого пучка составляет примерно ±0.25°, в то время как для обычных пучков с той же энергией она лежит в пределах $\pm 0.1^{\circ}$ [4]. В качественном отношении спектр сфокусированных вихревых импульсов характеризуется доминированием конической эмиссии в длинноволновом крыле, тогда как в спектре обычных пучков коническая эмиссия доминирует в коротковолновой области [2, 4, 6, 8].

Еще одним существенным отличием динамики распространения вихревых импульсных оптических пучков



Рис.4. Частотно-угловые распределения относительных спектральных плотностей *S* обычного и вихревого импульсных пучков, испытавших самофокусировку.

является присущая им азимутальная неустойчивость, приводящая к разрушению вихревой структуры и филаментации излучения на несколько отдельных, расходящихся от оси исходного пучка каналов [12, 15]. В отличие от сред с аномальной дисперсией, где существуют устойчивые режимы распространения вихревых импульсных пучков с единичным топологическим зарядом [16], в средах с кубической насыщающейся нелинейностью (например, в воздухе) наблюдается абсолютная неустойчивость вихревой структуры импульсов [12]. Тем не менее теоретические оценки показывают возможность стабильного распространения вихревых импульсных пучков на дистанции порядка нескольких сотен метров [12]. Численные эксперименты показали, что при малых начальных возмущениях вихревой моды филаментация вихревых импульсов наблюдается, как правило, на дистанциях, превышающих длину нелинейной самофокусировки.

На рис.5 представлена динамика распространения импульсного вихревого пучка, испытавшего самофокусиров-



Рис.5. Разрушение импульсного вихревого оптического пучка при самофокусировке в воздухе. Яркость окраски изоповерхностей интенсивности, соответствующая фазе комплексной огибающей поля, позволяет видеть вихревую структуру и нарастающую фазовую модуляцию импульса.

ку. Исходные параметры импульса такие же, как и в рассмотренном выше случае (см. рис.2 и 3). Изоповерхности интенсивности вихревого импульса окрашены в соответствии со значениями фазы комплексной огибающей поля, что позволяет наряду с развитием амплитудной модуляции одновременно проследить развитие фазовой пространственно-временной модуляции. Представленные данные демонстрируют нестационарность самофокусировки, приводящей к формированию характерной рупорообразной структуры в распределении интенсивности на переднем фронте импульса. Рост азимутальных возмущений, приводящих к поперечной неустойчивости кольцевой структуры оптического вихря, преобладает на заднем фронте импульса.

4. Заключение

Представленные результаты сравнительного численного анализа динамики распространения обычных и вихревых импульсов в воздухе позволили обнаружить ряд существенных отличий, присущих самофокусировке последних. Это касается более существенного уширения частотного и углового спектров при самофокусировке вихревых пучков по сравнению с безвихревыми режимами. Данное отличие обусловлено более высокой пиковой интенсивностью и локализацией в фокальном пятне вихревого импульса большей мощности. Азимутальная неустойчивость вихревых импульсных пучков в средах с нормальной дисперсией ограничивает дистанцию их стабильного распространения в воздухе. Тем не менее при достаточно малых начальных амплитудно-фазовых возмущениях волнового фронта исходного импульса дистанция устойчивого распространения оптических вихрей с топологическим зарядом $m = \pm 1$ может превышать длину нелинейной самофокусировки. Продемонстрированные отличия указывают на перспективность использования вихревых импульсов в задачах дистанционного зондирования атмосферы.

- Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов (М.: Наука, 1988).
- Chin S.L., Hosseini S.A., Liu W., Luo Q., Theberge F., Aközbek N., Becker A., Kandidov V.P., Kosareva O.G., Schroeder H. *Can. J. Phys.*, 83, 863 (2005).
- Berge L., Skupin S., Nuter R., Kasparian J., Wolf J.-P. *Rep. Prog. Phys.*, **70**, 1633 (2007).
- Кандидов В.П., Косарева О.Г., Колтун А.А. Квантовая электроника, 33, 69 (2003).
- 5. Ando T., Fujimoto M. Phys. Rev. E., 72, 026706 (2005).
- Голубцов И.С., Косарева О.Г. Оптический журн., 69, 21 (2002).
 Кандидов В.П., Шлёнов С.А., Косарева О.Г. Квантовая электроника, 39, 205 (2009).
- Trushin S.A., Panja S., Kosma K., Schmid W.E., Fuss W. Appl. Phys. B, 80, 399 (2005).
- 9. Гейнц Ю.Э., Землянов А.А. Квантовая электроника, 40, 121 (2010).
- Балашов А.Д., Пергамент А.Х. Квантовая электроника, 36, 825 (2006).
- Geints Y.E., Zemlyanov A.A., Kabanov A.M., Bykova E.E., Apeksimov D.V., Bukin O.A., Sokolova E.B., Golik S.S., Ilyin A.A. *Appl. Opt.*, **50**, 5291 (2011).
- 12. Vinçotte A., Berge L. Phys. Rev. Lett., 95, 193901 (2005).
- Wang T.J., Marceau C., Wu J., Liu J.S., Kosareva O., Panov N., Chen Y.P., Daigle J.F., Yuan S., Azarm A., Liu W.W., Seideman T., Zeng H.P., Richardson M., Li R., Xu Z.Z. Laser Phys., 22, 1 (2012).
- Neshev D.N., Dreischuh A., Maleshkov G., Samoc M., Kivshar Yu.S. *Opt. Express*, 18, 18368 (2010); Maleshkov G., Neshev D.N., Petrova E., Dreischuh A. J. Opt., 13, 064015 (2011).
- 15. Kruglov V.I., Logvin Yu.A., Volkov V.M. J. Mod. Opt., 39, 2277 (1992).
- Kivshar Yu.S., Agrawal G.P. Optical Solitons. From Fiber to Photonic Crystal (New York: Academic Press, 2003).