

Новый метод обработки контурных изображений на основе формализма спиральных пучков света*

В.Г.Волостников, С.А.Кишкин, С.П.Котова

Теоретически исследована возможность применения математического аппарата спиральных пучков света к задачам распознавания контурных изображений. Дается оценка преимуществ и недостатков предлагаемого подхода, приводятся результаты численного моделирования.

Ключевые слова: спиральные пучки света, распознавание контурных изображений.

1. Введение

Задача распознавания изображений весьма широка [1], и первые подходы к ее решению были предложены еще в середине XX века. Традиционным инструментом в этой области является контурный анализ [2], суть которого заключается в исследовании изображения как набора контуров. Существующие методы хранения, сжатия и распознавания контурных изображений имеют ряд принципиальных недостатков. В частности, они основаны на представлении контурных изображений в виде усеченных разложений по неким базисам, что обуславливает зависимость разложений от выбора начальной точки на контуре и тем самым вносит неоднозначность в способ его задания. Это обстоятельство требует разработки новых методов, которые позволили бы надежно и однозначно обеспечить распознавание объектов сложной контурной структуры.

В настоящей работе предлагается принципиально новый способ распознавания контуров изображений, основанный на применении математического аппарата спиральных гауссовых пучков, который может устранить часть недостатков известных методов контурного анализа.

В основе предлагаемого подхода лежат так называемые спиральные пучки – световые поля, сохраняющие свою структуру при фокусировке и распространении и являющиеся объектом исследований когерентной оптики.

В нулях комплексной амплитуды светового поля распределение фазы имеет ряд особенностей или сингулярностей. Они носят также название дислокаций волнового фронта. Первоначально этот термин был введен в употребление и рассмотрен исходя из геометрических соображе-

ний в работе Дж.Ф.Найя и М.Берри [3], где обращалось внимание на принципиальное различие между нулями комплексной амплитуды волнового поля в одномерном и двумерном случаях. Смысл этого различия состоит в следующем. Если для одномерного поля геометрическое множество нулей вещественной и мнимой частей комплексной амплитуды поля – это набор точек, то для двумерного поля нули вещественной и мнимой частей – это линии. В связи с этим поведение изолированных нулей амплитуды становится различным при малых изменениях («шевелениях») поля: в одномерном случае нулевые точки вещественной и мнимой частей легко «теряют» друг друга, и нуль амплитуды исчезает; в двумерном же поле нулевые линии вещественной и мнимой частей деформируются, но точки их пересечения, т. е. изолированные нули амплитуды, остаются устойчивыми. Фаза поля не определена в нулях его амплитуды и имеет в окрестности каждого нуля винтовую структуру, а циркуляция градиента фазы вокруг них кратна 2π . Такие изолированные точки и получили название дислокаций волнового фронта, или фазовых сингулярностей. Знак дислокации волнового фронта определяется знаком фазового набега при обходе вокруг нее.

Среди отечественных авторов внимание этим оптическим объектам уделялось Б.Я.Зельдовичем с группой соавторов [4]. В их работах изучались плотность и знак дислокаций случайного светового поля (спекл-поля). Исследования световых полей с фазовыми сингулярностями проводятся и научными группами М.С.Соскина, А.В.Воляра, А.Я.Бекшаева. Ими изучены топологические свойства таких полей и способы их синтеза с помощью специфических голограмм [5–7]. Следует отметить, что спиральные пучки, используемые в настоящей работе, являются некоторым подсемейством сингулярных световых полей, т. к. все сингулярности рассматриваемых пучков имеют один и тот же знак.

Суть предлагаемого в работе подхода заключается в том, что операции проводятся не с плоской кривой, задаваемой контуром, а с определяемым ею спиральным пучком. Это возможно, поскольку между кривой и пучком существует взаимно однозначное соответствие. Однако выгоднее рассматривать именно спиральный пучок как более «богатый» с математической точки зрения объект, обладающий рядом удобных свойств.

* Доложена на Всероссийской конф. по фотонике и информационной оптике, Россия, Москва, январь 2013 г.

2. Изображение, контур и кривая

В задаче распознавания контурных изображений первой и обязательной процедурой является выделение границ (контуров) объекта. Однако в данной работе подразумевается, что контуры уже были выделены одним из существующих способов. Следующим шагом является грамотное описание полученных контуров, а именно: их характеристики должны быть однозначны и инвариантны относительно различных факторов (в частности, они не должны зависеть от выбора начальной точки). На рис.1 приведено изображение кота, на котором для простоты выделен единственный контур – его граница. Конечно же, исход распознавания может (и должен) опираться на совокупность решений по отдельным выделенным на изображении контурам, что легко достигается в том случае, когда существует механизм сравнения двух контуров. Именно нахождение качественных характеристик контура и извлечение из них информации о схожести с объектом является целью настоящей работы.

Математическим представлением контуров естественно считать некоторые замкнутые плоские кривые, состоящие из упорядоченного набора точек:

$$\zeta(t) = x(t) + iy(t), \quad t \in [0, T]. \tag{1}$$

Очевидно, что любая замкнутая кривая – это некоторая периодическая функция с периодом T .

Ясно, что каждый контур можно представить в виде бесконечного разложения по некоторой системе полных ортогональных функций. Конечно же, существенным является вопрос выбора удобного базиса. Вопрос о разложении указанных функций детально рассмотрен в работе [8], где приводятся классические базисы, применяемые в задачах распознавания изображений. Проблема, однако,

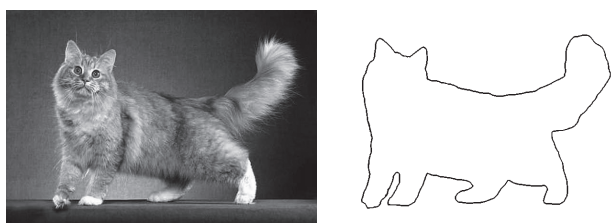


Рис.1. Исходное изображение (слева) и контур объекта (справа).

имеет два аспекта. Во-первых, чтобы процесс анализа имел разумные временные пределы, необходимо ограничиться конечным числом базисных функций. Во-вторых, размер конечного набора коэффициентов разложения по базису радикально зависит от того, с какой точки мы «начнем» кривую (задав ее, таким образом, в интервале $[0, T]$ либо $[a, a + T]$). Конечно, с точки зрения описания кривой это не имеет никакого значения, но лишь при условии использования полного набора базисных функций, что не реализуется на практике из-за ограниченности времени и вычислительных ресурсов. Все это и побудило нас к поиску альтернативного подхода.

3. Спиральный пучок

При анализе световых полей различного типа был выявлен, теоретически проанализирован и экспериментально реализован новый тип световых пучков, названных спиральными [9]. Оказалось, что спиральный пучок представляет собой световое поле, сохраняющее свою структуру с точностью до масштаба и вращения при распространении и фокусировке. Кроме того, структура такого светового поля может быть весьма разнообразной, в частности оно может иметь форму произвольной плоской кривой, в том числе замкнутой.

Установлено, что комплексная амплитуда $S(z, z^*)$ поля такого пучка взаимно однозначно связана с соответствующей кривой $\zeta(t)$ и описывается выражением

$$\begin{aligned} S(z, z^* | \zeta(t), t \in [0, T]) &= \exp\left(\frac{-zz^*}{\rho^2}\right) f(z) \\ &= \exp\left(\frac{-zz^*}{\rho^2}\right) \int_0^T \exp\left\{-\frac{\zeta(t)\zeta^*(t)}{\rho^2} + \frac{2z\zeta^*(t)}{\rho^2}\right. \\ &\quad \left.+ \frac{1}{\rho^2} \int_0^t [\zeta^*(\tau) d\zeta - \zeta(\tau) d\zeta^*]\right\} |d\zeta/dt| dt, \end{aligned} \tag{2}$$

где ρ – гауссов параметр пучка, а звездочка означает комплексное сопряжение. Пример данной кривой и соответствующего ей спирального пучка приведен на рис.2.

Весьма существенным является свойство «квантования» спиральных пучков в виде замкнутых кривых. Если выполняется условие (условие квантования)

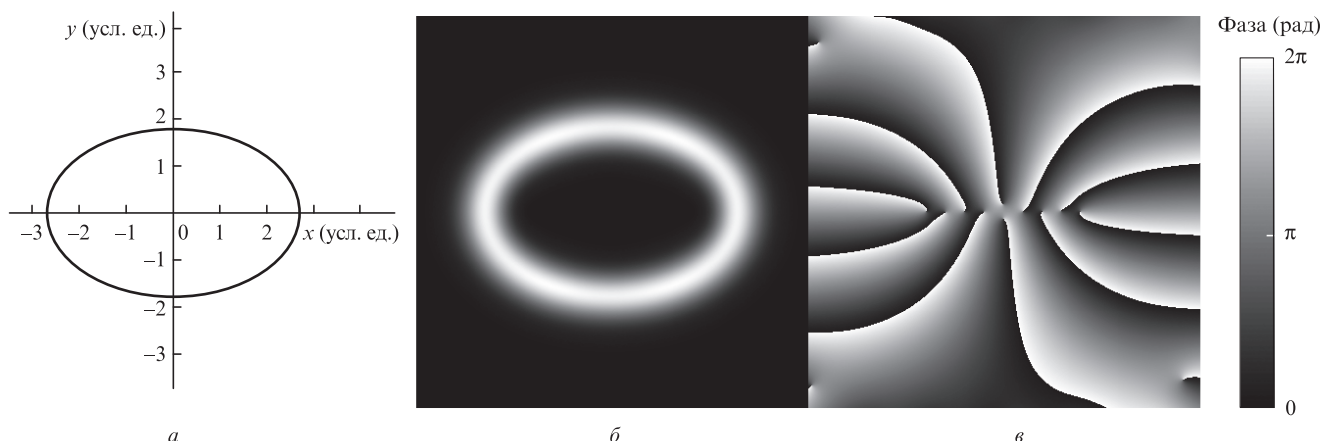


Рис.2. «Порождающая» кривая (а) и распределения интенсивности (квадрата модуля комплексной амплитуды $S(z, z^*)$) (б) и фазы (аргумента $S(z, z^*)$) (в) соответствующего ей спирального пучка.

$$S_{\text{curve}} = \frac{1}{2} \pi \rho^2 N, \quad N = 0, 1, 2, \dots, \quad (3)$$

где S_{curve} – площадь под кривой, то комплексная амплитуда поля пучка не зависит от выбора начальной точки на кривой. Иными словами, спиральный пучок определяется начальной точкой на контуре. Следовательно, любая конечная сумма ряда $S_N(z, z^* | \zeta(t), t \in [a, a + T])$ также не будет зависеть от этой начальной точки с точностью до общего унимодулярного члена, зависящего только от параметра a . Таким образом, снимается проблема выбора начальной точки при анализе и распознавании входного контура. Это означает, что мы с любой требуемой точностью можем поставить в соответствие спиральной пучку $S(z, z^* | \zeta(t), t \in [a, a + T])$ конечную сумму ряда

$$S_N(z, z^* | \zeta(t), t \in [a, a + T]) = \exp\left(-\frac{zz^*}{\rho^2}\right) \sum_{n=0}^N c_n z^n. \quad (4)$$

Поскольку при повороте анализируемого контура на угол α конечная сумма ряда изменяется как

$$S_N(z \exp(i\alpha), z^* \exp(-i\alpha) | \zeta(t), t \in [a, a + T]) = \exp\left(-\frac{zz^*}{\rho^2}\right) \times \sum_{n=0}^N [c_n \exp(i\alpha n)] z^n = \exp\left(-\frac{zz^*}{\rho^2}\right) \sum_{n=0}^N c'_n z^n, \quad (5)$$

снимается еще и проблема поворота контура, а это лишний раз доказывает, что коэффициенты разложения могут характеризовать углы поворота.

Здесь следует отметить еще один весьма важный аспект. Параметр квантования, как было показано [10], определяет число нулей комплексной амплитуды внутри контура и, фактически, степень полинома, соответствующего исходной аналитической функции спирального пучка. Очевидно, что если анализируемый контур сложен, то параметр квантования не может быть малым: нельзя сложное описать просто. Тем не менее тот факт, что снимается проблема зависимости от выбора начальной точки и угла поворота, является весьма существенным и делает предлагаемый метод заслуживающим детального исследования. Заметим, впрочем, что в случае сложного анализируемого контура любой другой метод также не будет свободен от объективного ограничения – наличия замысловатой конфигурации контура.

4. Сравнение контуров

Пусть теперь имеются два контура – входной и контрольный, находящийся в базе данных, и необходимо определить, соответствуют они друг другу или нет. Построим для обоих контуров спиральные пучки, оставляя необходимое количество членов ряда. По приведенной ранее схеме поставим контурам в соответствие два спиральных пучка, или два набора комплексных коэффициентов: $\{c_n^{(1)}\}$ и $\{c_n^{(2)}\}$ ($n = 0, \dots, N$).

Предполагается, что перед построением пучков уже была проведена нормировка площади, заключенной внутри контуров. Приведение к одной площади позволяет определить масштаб входного объекта. В том случае, когда параметр квантования достаточен, чтобы различить два контура, указанные наборы коэффициентов со-

впадают с точностью до вращения (естественно, в рамках фиксированного базиса):

$$\forall n \in [0, N], \quad \frac{|c_n^{(1)}|}{|c_n^{(2)}|} = 1, \quad \varphi_n = \frac{1}{in} \ln \frac{c_n^{(1)}}{c_n^{(2)}}. \quad (6)$$

Если $\varphi_n = \text{const}$ для всех n , то φ_n – угол взаимного поворота контуров α . Этот факт легко получить, записывая выражение для отношения двух комплексных амплитуд из представления спирального пучка в виде рядов (4) и (5). Если же условие (6) не выполняется, можно констатировать несоответствие контуров друг другу.

5. Краткое описание алгоритма, его достоинства и недостатки

На основе вышесказанного можно кратко сформулировать пошаговую последовательность действий по определению схожести двух предложенных контуров. Во-первых, их необходимо задать в виде упорядоченного набора точек плоскости – кривой. По полученным кривым следует вычислить соответствующие им спиральные пучки и далее разложить их по ортогональной системе, взяв требуемое количество коэффициентов разложения, которое эмпирически определяется рамками задачи. И наконец, на основе сравнения двух наборов коэффициентов можно сделать вывод о том, являются ли два контура (вернее, их «ипостаси» в виде спиральных пучков) одинаковыми с точностью до масштаба и вращения. Такую последовательность действий можно представить в виде блок-схемы, показанной на рис.3.

Таким образом, можно реализовать алгоритм распознавания, имеющий следующие особенности. Во-первых, независимость работы алгоритма от выбора начальной точки на контуре и масштаба контурного изображения. Во-вторых, уменьшение времени распознавания за счет сведения задачи обработки двумерного контура к задаче обработки одномерного. Эта вторая особенность отдельно не отражена в тексте, однако подразумевается, что специфика спиральных пучков позволяет свести двумерные разложения по функциям Лагерра–Гаусса (использованные в представлении пучка в виде (4)) к одномерным функциям Эрмита–Гаусса. В-третьих, контурный объект может быть произвольной формы; его сложность определяется только разрешением системы, а не количеством звеньев контура, как для других методов. Привлекательным

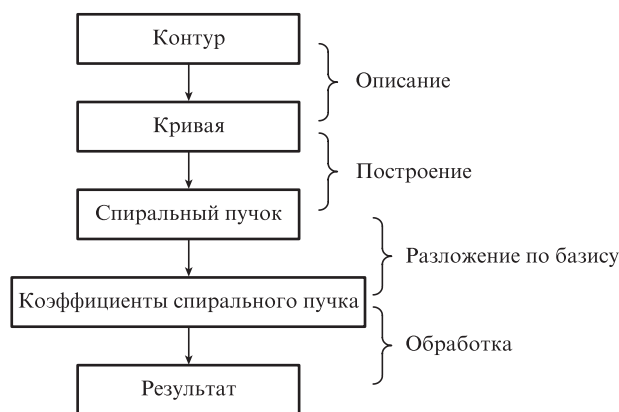


Рис.3. Общая схема метода.

свойством предлагаемого метода является то, что не требуется операция перебора, что характерно для такого общепризнанного метода распознавания как контурный анализ с использованием корреляционных функций.

Недостатком метода следует признать необходимость двумерных расчетов в операциях, проводимых на промежуточных стадиях. Однако имеются реальные основания полагать, что этот недостаток вполне устраним, как уже было отмечено, благодаря использованию некоторых дополнительных свойств спиральных пучков. Также для реального применения метода весьма существенной является следующая нерешенная проблема. Конечно же, полный спиральный пучок однозначно определяет «порождающую» его кривую. Однако есть один весьма нетривиальный вопрос, требующий разрешения: каким должно быть минимальное число степеней остаточного ряда для спирального пучка, т.е. каким должен быть параметр квантования для надежного различения двух объектов?

6. Результаты численного моделирования

Возьмем четыре контура: в форме дельтоиды, дельтоиды, повернутой на угол 15° , квадрата и повернутого на угол 8° квадрата. Соответствующие иллюстрации приведены на рис.4 и 5, а рассчитанные наборы коэффициентов – в табл.1 и 2.

Для построения спиральных пучков использовался параметр квантования $N = 10$. Результат останется верным и для $N > 10$, что лишь увеличит точность расчетов. В ходе построения шаг комплексной сетки автоматически подбирался таким, чтобы площадь под кривой S_{curve} равнялась $N\pi = 10\pi$ и удовлетворяла соотношению (3), что дает гауссов параметр $\rho = \sqrt{2}$ и масштабный коэффициент, равный 1. Из табл.1,2 видно, что нашлись пары соответствующих друг другу контуров: 1, 2 и 3, 4, поскольку только для них выполняется соотношение (6). Вывод о том, что контуры из разных пар не соответствуют друг другу,

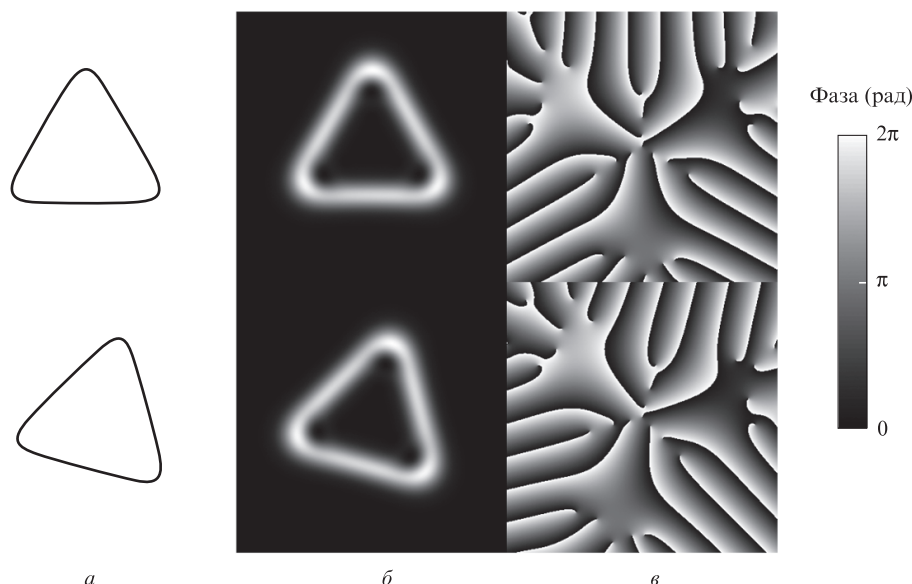


Рис.4. «Порождающие» кривые в форме дельтоид (а) и соответствующие им распределения интенсивности (б) и фазы (в) спиральных пучков.

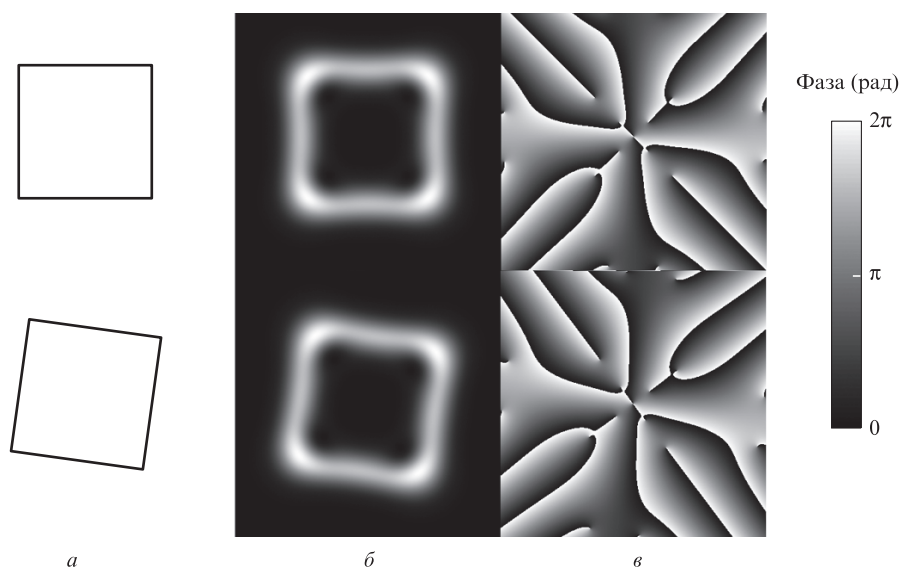


Рис.5. «Порождающие» кривые в форме квадратов (а) и соответствующие им распределения интенсивности (б) и фазы (в) спиральных пучков.

Табл.1. Комплексные коэффициенты разложения спиральных пучков в форме дельтоид по базису, их модули и углы поворота.

n	$c_n^{(1)} (10^{-6})$	$c_n^{(2)} (10^{-6})$	$ c_n^{(1)} (10^{-6})$	$ c_n^{(2)} (10^{-6})$	φ_n
0	-1026 - 334i	-1026 - 334i	1079	1079	-
1	14365 - 60664i	29577 - 54879i	62342	62342	15
2	2173 + 367i	1698 + 1404i	2203	2203	15
3	-120 - 256i	96 - 266i	283	283	15
4	-248374 - 64057i	-68712 - 247127i	256501	256501	15
5	457 - 1679i	1740 + 7i	1740	1740	15
6	-865 - 269i	269 - 865i	906	906	15
7	-18539 + 67022i	-59940 - 35254i	69539	69539	15
8	-46 - 17i	37 - 31i	49	49	15
9	-8 + 37i	21 - 32i	38	38	15
10	1039 + 265i	-1032 + 290i	1072	1072	15

Табл.2. Комплексные коэффициенты разложения спиральных пучков в форме квадратов по базису, их модули и углы поворота.

n	$c_n^{(3)} (10^{-6})$	$c_n^{(4)} (10^{-6})$	$ c_n^{(3)} (10^{-6})$	$ c_n^{(4)} (10^{-6})$	φ_n
0	21	21	21	21	-
1	1494 + 1499i	1271 + 1692i	2117	2117	8
2	-11 + 53909i	-14870 + 51817i	53909	53909	8
3	750 - 768i	997 - 396i	1073	1073	8
4	567 + 2i	480 + 302i	567	567	8
5	8310 + 8338i	1007 + 11729i	11772	11772	8
6	-20 + 99862i	-74226 + 66806i	99862	99862	8
7	1383 - 1395i	1930 + 367i	1965	1965	8
8	36	16 + 33i	36	36	8
9	444 + 446i	-287 + 560i	629	629	8
10	-1 + 3200i	-3151 + 555i	3200	3200	8

делается уже на этапе сравнения модулей коэффициентов c_n , вычислять угол поворота не требуется.

7. Заключение

В настоящей работе предложен новый подход в рамках контурного анализа, основанный на тесном взаимодействии современной когерентной оптики, теории функций и численных методов. Показан и теоретически обоснован алгоритм сопоставления контуров, позволяющий определить, являются ли два контура одинаковыми с точностью до масштаба и/или вращения. Кроме того, было выяснено, что в силу выбора специфических промежуточных объектов – спиральных пучков – ответ на вышеуказанный вопрос всегда однозначен, притом однозначность достигается не перебором всех возможных вариантов. Следует признать, что платой за такую особенность служит большое количество необходимых вычислений, обусловленное двумерностью подхода, однако, по мнению авторов, существуют весомые предпосылки к значитель-

ному уменьшению объемов расчета, а также к достижению приемлемой алгоритмической сложности.

Работа выполнена при поддержке Учебно-научного комплекса ФИАН.

1. Визильтер Ю.В., Желтов С.Ю., Бондаренко А.В., Ососков М.В., Моржин А.В. *Обработка и анализ изображений в задачах машинного зрения* (М.: Физматкнига, 2010).
2. Фурман Я.А. *Введение в контурный анализ и его приложения к обработке изображений и сигналов* (М.: Физматлит, 2003).
3. Berry M.V., Nye J.F. *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, **336**, 165 (1974).
4. Баранова Н.Б., Зельдович Б.Я. *ЖЭТФ*, **80**, 1789 (1981).
5. Bazhenov V.Yu. et al. *M.V. J. Mod. Opt.*, **39**, 985 (1992).
6. Soskin M.S., Gorshkov V.N., Vasnetsov M.V., Malos J.T., Heckenberg N.R. *Phys. Rev. A*, **56** (5), 4064 (1997).
7. Soskin M.S., Vasnetsov M.V., in *Progress in Optics* (Amsterdam: Elsevier, 2001, Vol.42, pp219–276).
8. Дедус Ф.Ф., Куликова Л.И., Панкратов А.Н., Тетуев Р.К. *Классические ортогональные базисы в задачах аналитического описания и обработки сигналов* (М.: изд-во МГУ, 2004).
9. Абрамочкин Е.Г., Волостников В.Г. *Современная теория гауссовых пучков* (М.: Физматлит, 2010).
10. Абрамочкин Е.Г., Волостников В.Г. *УФН*, **174**, 1273 (2004).