# Пороги лазерной генерации в спиральных фотонных структурах с различным расположением одиночного витка спирали, усиливающего свет

## Л.М.Блинов, С.П.Палто

С помощью численного моделирования рассмотрены условия порога генерации лазерного излучения в спиральных структурах холестерических жидких кристаллов (ХЖК), в которых лишь один виток усиливает свет. Этот виток занимает либо центральное положение в симметричных структурах различного размера, либо произвольное положение в несимметричных структурах заданного размера. Во всех случаях находятся сингулярности в усилении света одномерной ХЖК-структурой для наиболее важных краевых мод (m1, m2, m3) и строятся кривые пороговых значений коэффициентов усиления света k<sub>th</sub> в зависимости от положения усиливающего витка. Для симметричных структур найдена линейная зависимость порога генерации на моде m1 от величины, обратной квадрату длины резонатора. Кроме того, обнаружено, что моды с меньшей плотностью фотонных состояний (DOS) в резонаторе могут иметь более низкий порог возбуждения лазерного эффекта. Это объясняется зависимостями плотности фотонных состояний от положения усиливающего витка и, как следствие, неоднородным распределением интенсивности электромагнитного поля вдоль резонатора для разных мод. В несимметричных структурах то же самое распределение энергии поля ответственно за корреляцию кривых пороговых значений k<sub>th</sub> и величины DOS.

Ключевые слова: лазерная генерация, усиление света, холестерические жидкие кристаллы, моделирование.

# 1. Введение

Активность исследований лазеров на основе холестерических жидких кристаллов (ХЖК) [1] объясняется тем, что спиральные периодические структуры ХЖК по своей сути очень близки к классическим фотонным кристаллам, в том числе и трехмерным; трехмерной, в частности, является голубая холестерическая фаза. При этом именно изза хиральной симметрии холестериков в них можно ожидать новые фотонные эффекты. В большинстве работ, посвященных жидкокристаллическим лазерам, используется однородное распределение красителя по всей холестерической структуре. При накачке краситель обеспечивает усиление спонтанного излучения, а ХЖК играет роль резонатора с пространственно-распределенной обратной связью. Для лазеров с такой связью ранее было установлено [2], что коэффициент усиления света  $k_{\rm th}$ , соответствующий порогу генерации, снижается с увеличением длины резонатора *d* по закону  $k_{\rm th} \propto d^{-3}$ . При этом, как правило, генерация достигается на частоте одной из электромагнитных мод на краях запрещенной зоны (стоп-зоны). В других работах исследовалось влияние дефектов спиральной структуры ХЖК на лазерную генерацию. Дефектом может быть нарушение фазы спирали [3,4] или встраивание в ХЖК-структуру тонкого изотропного [5,6] или нематического слоя [7], в том числе и с управляемой фазовой задержкой [8]. Обычно такие дефектные слои создают одну или несколько очень узких спектральных полос пропускания в стоп-зоне.

Поступила в редакцию 23 января 2013 г., после доработки – 18 марта 2013 г.

В настоящей работе методом численного моделирования исследуются зависимости оптического усиления и условий генерации в ХЖК-структурах от положения единственного усиливающего свет витка в холестерической спирали. Такой «горячий» виток не нарушает фазы спирали и, как показывает моделирование, не создает дополнительных спектральных полос в запрещенной зоне. Поэтому «горячий» виток, как показано ниже, может играть роль зонда в распределении электромагнитного поля собственных мод или плотности фотонных состояний, если его перемещать по «холодной»» (без усиления) структуре ХЖК. В практическом смысле такие исследования могут быть полезны при поиске оптимального расположения слоев красителя для получения наиболее низкого порога одномодовой генерации в жидкокристаллических лазерах.

#### 2. Моделирование

Моделирование выполнялось с помощью алгоритма, разработанного ранее, на основе точного решения уравнений Максвелла для слоистых сред с использованием матриц Берремана 4×4 [9]. Мы исследуем усиление пробного пучка света для двух типов структур, показанных на рис.1, поперечные размеры которых примем бесконечными. Пусть для определенности пробный пучок белого света с нормированной интенсивностью  $I_0 = 1$  проходит справа налево строго вдоль оси спирали z холестерика с шагом  $P_0 = 0.4$  мкм и главными показателями преломления  $n_{\parallel} = 1.6$ ,  $n_{\perp} = 1.5$  (знаки  $\parallel$  и  $\perp$  относятся к локальному направлению директора в спиральной структуре). При этом только «горячий» виток, вписанный без разрыва фазы в холестерик, имеет главные коэффициенты усиления  $k_{\parallel}$  и  $k_{\perp}$  ( $k_{\parallel} = 4k_{\perp}$ ), независимые от длины волны. На выходе ХЖК интенсивность усиленного света равна I, и усиление света всей структурой обозначим как  $K(k_{\parallel}) = I/I_0$ . Чтобы минимизировать граничные эффекты, исследуе-

**Л.М.Блинов, С.П.Палто.** Институт кристаллографии им. А.В.Шубникова РАН, Россия, 119333 Москва, Ленинский просп., 59; e-mail: lev39blinov@gmail.com, palto@online.ru



Рис.1. Симметричная холестерическая структура с числом витков спирали N, варьируемым от 5 до 33, и единственным усиливающим свет («горячим») витком в центре (*a*) и асимметричная структура с фиксированным числом витков N = 30 (их число показано условно), включающая единственный «горячий» виток, положение которого *x* перемещается по «холодной» ХЖК-структуре без нарушения фазы спирали (*б*). Расстояние *x* отсчитывается от центра структуры.

мые структуры погружены в изотропную среду с коэффициентом преломления n = 1.55. Первый тип (рис.1,*a*) содержит пять симметричных ХЖК-структур разной длины (с числом витков N = 5, 9, 17, 25 и 33), каждая из которых имеет один «горячий» виток в своем центре. Асимметричные структуры второго типа (рис.1, $\delta$ ) имеют одинаковое число витков N = 30 при варьируемом положении x единственного «горячего» витка по левую или правую сторону от центра в точке x = 0.

# 3. Симметричные структуры с «горячим» витком в центре

Рассмотрим сначала первый тип симметричных структур. Для ясности на вставке на рис.2 приведен характерный спектр пропускания ХЖК, состоящего из 25 витков с параметрами, приведенными выше. Коэффициенты усиления  $k_{\parallel}$  и  $k_{\perp}$  равны нулю. Три краевые моды (m1, m2 и m3), которыми мы интересуемся в данной работе, расположены на длинноволновом краю стоп-зоны и в отсутствие усиления имеют длины волн 643.8, 652.8 и 664.6 нм соответственно. Теперь выберем один виток в центре и



Рис.2. Логарифмическая зависимость усиления  $K = I/I_0$  пробного пучка света с интенсивностью  $I_0$  от коэффициента усиления  $k_{\parallel}$  для центрального «горячего» витка 1 симметричной структуры ХЖК 12-1-12 с 25 витками. Максимумы lgK находятся на сингулярностях при  $k_{\parallel} = k_{\parallel th}$ , соответствующих возникновению лазерной генерации на выбранных модах. На вставке: спектр пропускания той же ХЖК-структуры в отсутствие усиления. Показана только часть стоп-зоны (SZ) и краевые моды (m1, m2 и m3) на ее длинноволновом краю.

начнем постепенно увеличивать значения  $k_{\parallel}$  и  $k_{\perp}$  в этом витке, оставляя «холодными» по 12 витков справа и слева от него. В результате наблюдается резкий рост усиления  $K(k_{\parallel})$  пробного пучка света для всех трех краевых мод, причем максимумы кривых соответствуют возникновению генерации при значениях  $k_{\parallel} = k_{\parallel th}$  (с уменьшением шага дискретизации в этих же точках наблюдаются сингулярности усиления пробного пучка). Соответствующие кривые приведены на рис.2 в логарифмическом масштабе. Известно, что если весь слой ХЖК усиливающий, то самый низкий порог генерации имеет первая краевая мода m1, и это также справедливо в нашем случае (рис.2). Однако обращает на себя внимание, что мода m3 имеет значительно более низкий порог, чем мода т2. Это парадоксальный результат, так как плотность состояний для моды m2 и, соответственно, добротность резонатора выше, чем для моды m3. Объяснение этому дает рис.3, где качественно показано распределение интенсивности электромагнитного поля  $(E^2)$  по длине структуры для трех краевых мод в классических фотонных кристаллах [2], а также в ХЖК [10]. Действительно, в центральной области структуры, где и располагается «горячий» виток, величина  $E^2$  для моды m3 превышает соответствующую вели-



Рис.3. Картина распределения по длине ХЖК-структуры интенсивности ( $E^2$ ) электромагнитного поля для краевых мод m1, m2 и m3 (d – длина произвольной структуры).



Рис.4. Сингулярные зависимости усиления интенсивности пробного пучка для краевой моды m1 от коэффициента усиления  $k_{\parallel}$  «горячего» витка в центре слоя ХЖК. Длина каждой структуры (в микрометрах) указана рядом с кривыми. На вставке приведена зависимость обратного значения порогового коэффициента усиления света  $k_{\parallel}^{-1}$  от квадрата длины симметричной ХЖК-структуры.

чину для моды m2, что и определяет более низкий порог генерации для третьей моды. Интересно, что в более коротких симметричных структурах генерация на моде m3 не возникает при росте  $k_{\parallel}$  вплоть до значений ~12 мкм<sup>-1</sup>.

Изменяя теперь общую длину симметричных структур от *d* = 13.2 мкм (33 витка) до *d* = 2 мкм (5 витков), мы получаем набор из пяти кривых  $K(k_{\parallel})$  для каждой из двух мод. При этом для моды m2 все сингулярности, соответствующие разной длине ХЖК-резонатора, сосредоточились в относительно узком диапазоне коэффициента усиления  $k_{\parallel} = 10-13$  мкм<sup>-1</sup>. Поэтому на рис.4 приведены только зависимости  $\lg K(k_{\parallel})$  для моды m1, и значения пороговых коэффициентов усиления  $k_{\parallel th}$  увеличиваются с уменьшением длины структуры. Здесь наблюдается очень четкая линейная зависимость  $k_{\parallel th}^{-1}$  от квадрата длины структуры ( $d^2$ ):  $k_{\parallel th}^{-1}/d^2 = 0.16 + 0.01$  (в мкм<sup>-1</sup>) (см. вставку на рис.4). Теперь сравним полученную нами зависимость  $k_{\parallel th}(d) \propto d^{-2}$ для этих структур (резонаторов с центральным усиливающим витком) с хорошо известной зависимостью  $k_{\rm th}(d) \propto d^{-3}$ , полученной ранее для одномерных фотонных структур с равномерным усилением по всему резонатору [2]. Обращает на себя внимание отличие показателей степени точно на единицу (соответственно -2 и -3).

# 4. Асимметричные структуры с перемещаемым «горячим» витком

Перейдем теперь к несимметричным структурам с заданной длиной d = 12 мкм (30 витков). Усиливающий свет виток располагается на различных расстояниях x от центра структуры. Имеется восемь таких структур с «горячим» витком, расположенным слева от центра (x < 0) на интервалах через каждый «холодный» виток от x = 0 до левого края структуры. Моделирование показало, что оптические свойства структур с «горячим» витком справа от центра (x > 0) оказались полностью идентичными свойствам симметричной им «левой» восьмерки. Поэтому детально исследованы свойства только девяти структур с  $x \le 0$ .

Зависимости усиления для краевых мод m1 и m2 от коэффициента усиления k<sub>ll</sub> «горячего» слоя ХЖК приведены на рис.5. На каждой из кривых наблюдаются сингулярности, и, чтобы не перегружать картину, оставлены только по семь кривых на каждом из рисунков. Заметим, что для моды m1 (рис.5,*a*) пороговое значение  $k_{\parallel th}(x)$ , соответствующее сингулярности, равномерно увеличивается с увеличением расстояния «горячего» витка от центра структуры к ее краю (от |x| = 0 до |x| = 6 мкм), в то время как для моды m2 (рис.5,б) наблюдается реверсивная зависимость (сначала  $k_{\parallel th}$  уменьшается при увеличении |x| от 0 до 3.2 мкм, а затем наблюдается обратная зависимость - увеличение  $k_{\parallel th}$  при увеличении |x| от 3.2 до 6 мкм). Более наглядно это показано на рис.6, *a* для всех 17 структур с x < 0, x = 0 и x> 0 (соответственно, каждая кривая содержит 17 точек). Заметим, что в некоторых структурах второго типа с увеличением k<sub>ll</sub> наблюдались повторные сингулярности типа биений с частотой, промежуточной между частотами краевых мод, причина которых пока не ясна. Однако мы не наблюдали каких-либо дополнительных полос пропускания (дефектных мод) в запрещенной зоне ни в симметричных, ни в асимметричных структурах с усиливающим свет витком.

Как видно из рис.6,*a*, можно связать зависимости  $k_{\parallel th}(x)$  с плотностью фотонных состояний (DOS) для двух краевых мод. Для этого мы должны вернуться к многочисленным спектрам усиленной интенсивности света для



Рис.5. Сингулярные зависимости оптического усиления для краевых мод m1 (*a*) и m2 ( $\delta$ ) от коэффициента усиления  $k_{\parallel}$  «горячего» витка в ХЖК, перемещаемого по «холодной» структуре для некоторых несимметричных структур. Расстояния |x| от центра структуры до положения «горячего» витка (в микрометрах) указаны рядом с кривыми. На рис.5, $\delta$  обращает на себя внимание увеличение  $k_{\parallel th}$  при |x| > 3.2 мкм (соответствующие зависимости изображены штриховыми линиями).

всех несимметричных структур (эти спектры здесь не показаны за отсутствием места). Затем выберем группу спектров с произвольным, но одинаковым коэффициентом  $k_{\parallel}$ , меньшим любого порогового значения (например,  $k_{\parallel} = 0.4$  мкм<sup>-1</sup>), и по этим спектрам найдем  $\Delta\lambda$  (ширина на половине высоты) для спектральных мод m1 и m2. Далее перейдем к инкрементам частоты

$$\Delta \omega = -\frac{2\pi c_0 \Delta \lambda}{\lambda^2}$$

 $(c_0 - скорость света в вакууме)$  и запишем выражение для DOS в следующем виде [11]:

DOS = 
$$\frac{\partial k(\omega)}{\partial \omega} = \frac{1}{v_g} = \frac{\Delta \tau}{d} \approx \frac{2}{\Delta \omega d}$$



Рис.6. Зависимости порогового коэффициента усиления k<sub>llth</sub> для мод m1 и m2 от расстояния x «горячего» витка от центра ХЖКструктуры (см. рис.1,б) (а) и плотность фотонных состояний для мод m1 и m2 в зависимости от x при заданном коэффициенте усиления  $k_{\parallel} = 0.4$  мкм<sup>-1</sup>, который меньше наименьшего из коэффициентов  $k_{\parallel \rm th}$ для мод m1 и m2. Каждая точка на кривых соответствует одному из положений «горячего» витка в ХЖК-слое.

Здесь k – волновой вектор света в ХЖК; vg – групповая скорость света;  $\Delta \tau$  – групповое время прохождения (dwell time) света по исследуемой структуре длиной d. В правой части этой формулы нами использован принцип неопределенности для спектральной линии лоренцевой формы  $\Delta \tau \Delta \omega \approx 2$  [1]. В результате получим кривые DOS в зависимости от расстояния x для краевых мод m1 и m2 при выбранном значении  $k_{\parallel} = 0.4 \text{ мкм}^{-1}$  (рис.6, $\delta$ ).

### 5. Заключение

Обратим внимание на близкую корреляцию зависимости DOS от положения усиливающего свет витка с кривыми распределения интенсивности поля на рис.3 (см. также [1]). Более того, эти кривые имеют удивительное сходство с теоретической картиной зависимости интенсивности света, выходящего из точечного источника, перемещаемого внутри одномерного фотонного кристалла [12]. Мы полагаем, что именно увеличенная плотность состояний, обратная величина которой определяет групповую скорость света, является первопричиной увеличенной локальной интенсивности электромагнитного поля.

В заключение отметим, что главным результатом настоящей работы является утверждение, что плотность состояний DOS и, соответственно, групповая скорость света оказываются зависящими от координаты х в ограниченном слое ХЖК. При этом пространственные распределения групповой скорости, определяющие распределение интенсивности поля, различны для разных мод. Так, для моды m1 максимальная плотность состояний и минимальная групповая скорость реализуются в центре слоя ХЖК, в то время как для моды m2 групповая скорость в центре слоя максимальна, а ее минимальные значения соответствуют расстояниям в четверть толщины слоя от его центра. То же самое распределение DOS (и интенсивности поля) ответственно за ход зависимостей коэффициента усиления  $k_{\text{llth}}$  от расстояния x положения «горячего» витка от центра ХЖК-структуры для мод m1 и m2. Таким образом, перемещаемый по ХЖК-структуре «горячий» виток действительно зондирует ее свойства. Другим важным результатом работы считаем нахождение зависимости  $k_{\parallel th}(d) \propto d^{-2}$ , описывающей возникновение порога лазерной генерации на краевой моде m1 в широком интервале толщин симметричных ХЖК-структур с усиливающим слоем (витком спирали) в их центре. Полагаем, что полученные результаты полезно учитывать в дальнейших исследованиях и особенно при конструировании лазеров на жидких кристаллах.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ (грант №11-02-00899). Авторы благодарны В.А.Белякову и Б.А.Уманскому за полезные обсуждения результатов.

- 1. Palto S.P., in Liquid Crystal Microlasers. Eds. L.M.Blinov and R. Bartolino (Kerala: Transworld Research Network, 2010, p. 141).
- 2 Kogelnik H., Shank C.V. J. Appl. Phys., 43, 2327 (1972).
- 3. Kopp V.I., Genack A.Z. Phys. Rev. Lett., 89, 033901 (2002).
- 4. Schmidtke J., Stille W., Finkelmann H. Phys. Rev. Lett., 90, 083902 (2003)
- Yang Y.-C., Kee C.-S., Kim J.-E., Park H.Y. Phys. Rev. E, 60, 6852 5. (1999).
- Belyakov V.A. Mol. Cryst. Liq. Cryst., 559, 39 (2012). 6.
- 7 Song M.H., Park B., Shin K.-C., Ohta T., Tsunoda Y., Hosho H., Takanishi Y., Ishikawa K., Watanabe J., Nishimura S., Toyooka T., Zhu Z., Swager T.M., Takezoe H. Adv. Mater., 16, 779 (2004).
- Barnik M.I., Blinov L.M., Lazarev V.V., Palto S.P., Shtykov N.M., 8 Umanskii B.A., Yablonsky S.V. J. Appl. Phys., 103, 123113 (2008). 9.
- Палто С.П. ЖЭТФ, 119, 638 (2001).
- 10. Беляков В.А., Семенов С.В. ЖЭТФ, 136, 687 (2009).
- 11. Kopp V.I., Zhang Z.-Q., Genack A.Z. Progr. Quantum. Electron., 27, 369 (2003).
- 12. Dowling J.P., Bowden C.M. Phys. Rev. A, 46, 612 (1992).