

Теоретическое исследование низкочастотных шумов и амплитудно-частотных характеристик полупроводникового лазера с волоконной брэгговской решеткой

В.Д.Курносков, К.В.Курносков

На основе скоростных уравнений для плотности фотонов и носителей заряда проведено исследование амплитудных низкочастотных шумов полупроводникового лазера с волоконной брэгговской решеткой. В расчетах использованы две модификации скоростного уравнения для носителей, отличающиеся наличием коэффициента оптического ограничения для члена, учитывающего скорость стимулированной рекомбинации. Показано, что относительная интенсивность шума, рассчитанная с использованием скоростного уравнения для носителей без коэффициента оптического ограничения, лучше совпадает с экспериментальной. Расчет амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) показал, что невозможно отдать предпочтение ни одной из этих систем, т.к. для двух модификаций скоростного уравнения для носителей АЧХ совпадают.

Ключевые слова: полупроводниковый лазер, волоконная брэгговская решетка, низкочастотный шум, амплитудно-частотная характеристика.

1. Введение

Для накачки и детектирования эталонного квантового перехода в квантовых стандартах частоты на пучках и парах атомов цезия необходимы высокостабильные одночастотные лазерные излучатели.

В работе [1] предложена специальная конструкция одночастотного излучателя с волоконной брэгговской решеткой (ВБР). Лазерный диод (ЛД) и ВБР устанавливаются на два отдельных термоэлектроохладителя (ТЭО), которые позволяют за счет изменения температуры ЛД или температуры ВБР осуществлять независимую настройку длины волны на D_2 -линию цезия. В работе [2] представлена модель для расчета характеристик ЛД с ВБР, а в [3] проведены расчеты спектральных характеристик данной системы.

В работе [4] экспериментально продемонстрировано, что разрывы на ватт-амперных характеристиках коррелируют с разрывами на спектральных характеристиках при переключении излучения как по модам внешнего резонатора, так и по модам ЛД. Расчетным путем показано, что разрывы на ватт-амперных и спектральных характеристиках можно получить при учете нагрева активной области ЛД за счет джоулева тепла, а также мощности излучения, выводимой из резонатора лазера.

Одним из основных параметров излучателя, который определяет отношение сигнал/шум атомно-лучевой трубки (АЛТ), является низкочастотный амплитудный шум излучателя.

Исследование шумов излучателей проводят на основе анализа скоростных уравнений. При этом, если для расчета плотности фотонов общепринято использовать коэф-

фициент усиления G , умноженный на коэффициент оптического ограничения Γ_a , то для скоростного уравнения для плотности носителей существуют две модификации, включающие член $\Gamma_a GS$ [5–8] или член GS [9, 10] (S – плотность фотонов в резонаторе; см. ниже уравнения (1) и (2а), (2б)). Поскольку мощность излучения на выходе лазерного диода не зависит от применяемой системы скоростных уравнений, то различная форма записи уравнений для носителей приводит к различной плотности фотонов в резонаторе. Так как шумы определяются величиной S , то необходимо провести анализ поведения шумов в зависимости от применяемой системы скоростных уравнений и затем сравнить полученные результаты с экспериментом.

В работе [11] в рамках метода квазимонохроматического поля с медленно меняющимися амплитудой и фазой найдено спектральное распределение флуктуации мощности лазера и спектральное распределение флуктуации концентрации электронов в активной области.

В работе [12] выполнены экспериментальные исследования амплитудных шумов ЛД с ВБР. Основной особенностью приведенных в работе графиков является то, что разрывы на характеристиках относительной интенсивности шумов (RIN) коррелируют с разрывами на ватт-амперной характеристике. При этом максимальная величина шума наблюдается в диапазоне токов 70–73 мА (соответствующему переключению излучения по модам лазерного диода), когда имеет место одновременная генерация двух мод с приблизительно равными амплитудами.

Цель настоящей работы – расчет на основе модели [2] шумовых характеристик ЛД с ВБР с использованием результатов, полученных в [5–8].

2. Расчетные соотношения

В соответствии с вышесказанным скоростные уравнения для двух модификаций могут быть записаны в виде (1) и (2а) или (1) и (2б):

В.Д.Курносков, К.В.Курносков. ОАО «НИИ “Полус” им. М.Ф.Стельмаха», Россия, 117342 Москва, ул. Введенского, 3, корп. 1; e-mail: mail@dilas.ru, webeks@mail.ru

Поступила в редакцию 11 февраля 2013 г., после доработки – 21 мая 2013 г.

$$\frac{dS_{li}}{dt} = \left(F_{li}G_i - \frac{1}{\tau_i} \right) S_{li} + \beta F_{li}R_{sp} + F_i(t), \quad (1)$$

$$\frac{dn_a}{dt} = \frac{I}{eV_a} - A_n n_a - R_{sp} - \sum G_i S_{li} + F_c(t), \quad (2a)$$

$$\frac{dn_a}{dt} = \frac{I}{eV_a} - A_n n_a - R_{sp} - \frac{1}{\Gamma_a} \sum G_i S_{li} + F_c(t), \quad (2b)$$

где S_{li} – плотность фотонов в i -й моде резонатора ЛД; n_a – плотность носителей; β – коэффициент, учитывающий вклад спонтанного излучения в генерирующую моду; $F_i(t)$ и $F_c(t)$ – ланжевенские шумовые операторы; $A_n n_a$ – скорость безызлучательной рекомбинации носителей; V_a – объем активной области; I – ток накачки.

Время жизни фотона в резонаторе ЛД с ВБР

$$\tau_i = \left[c_0 \left(\frac{F_{1i}}{n_{1i}} \alpha_{1\Sigma} + \frac{F_{2i}}{n_{2i}} \alpha_{2\Sigma} + \frac{F_{3i}}{n_{3i}} \alpha_{3\Sigma} + \frac{F_{Bi}}{n_B} \alpha_{B\Sigma} \right) \right]^{-1}, \quad (3)$$

где c_0 – скорость света в вакууме. Коэффициенты F_{ji} определяют относительное распределение плотности фотонов по составным частям резонатора излучателя: $F_{1i} = V_1 S_{1i} / V_{\Sigma} S_i$, $F_{2i} = V_2 S_{2i} / V_{\Sigma} S_i$, $F_{3i} = V_3 S_{3i} / V_{\Sigma} S_i$, $F_{Bi} = V_B S_{Bi} / V_{\Sigma} S_i$, $\sum F_{ji} = 1$, $V_{\Sigma} = V_1 + V_2 + V_3 + V_B$ ($V_1 = V_a / \Gamma_a$, V_2 , V_3 , V_B – объемы составных частей резонатора). Усредненная плотность фотонов S_i и объемы V_1 , V_2 , V_3 , V_B определяются формулами (14), а коэффициенты F_{ji} и оптические потери в составных частях резонатора $\alpha_{j\Sigma}$ ($j = 1, 2, 3$ и B) – выражениями (18) и (20) из работы [2].

Скорость спонтанной рекомбинации носителей

$$R_{sp} = B n_a^2 = n_a / \tau_{sp}, \quad (4)$$

где $\tau_{sp} = (B n_a)^{-1}$ – время жизни носителей при спонтанной рекомбинации, B – коэффициент, который считается постоянной величиной.

Линеаризация максимума коэффициента усиления (22) из работы [2] позволила получить выражение для коэффициента усиления, зависящего от плотности носителей в активной области лазера:

$$G_i = Q_i (n_a D_i - n_{a0}), \quad (5)$$

где

$$Q_i = \frac{c_0 \Gamma_a}{n_i} \frac{dg}{dn_a}; \quad D_i = 1 - \left[\frac{2(E_i - E_g)}{\Delta E_g} \right]^2;$$

dg/dn_a – дифференциальный коэффициент усиления; $E_i = 1.24/\lambda_i$ (λ_i – длина волны излучения i -й моды в микрометрах); E_g – ширина запрещенной зоны; $\Delta E_g = 0.18$ эВ – ширина спектра коэффициента усиления; $n_{a0} = 1.75 \times 10^{18}$ см⁻³ – плотность носителей, при которой коэффициент усиления равен нулю.

Для E_g получено выражение

$$E_g = E_0 - 5.4 \times 10^{-4} T^2 / (204 + T) - 2k_g n_a^{1/3}, \quad (6)$$

где $E_0 = 1.63$ эВ (определяется шириной запрещенной зоны объемного полупроводника с учетом уровней квантования в валентной зоне и зоне проводимости); k_g – коэффициент, учитывающий изменение запрещенной зоны за счет заполнения носителями.

Нас интересуют спектральные и мощностные характеристики лазера при изменении тока накачки ЛД при фиксированной температуре T_0 контактной пластины, на которую установлен ЛД, и при фиксированной температуре ВБР T_B (T_0 и T_B поддерживаются постоянными за счет применения двух ТЭО).

Температуру активной области ЛД запишем в виде

$$T = T_0 + \delta T. \quad (7)$$

Изменение температуры активной области в зависимости от протекающего через ЛД тока накачки I и мощности излучения P_1 , выводимой из резонатора ЛД, представим как [4]

$$\delta T = R_T (U_{pn} I + I^2 R_d - 2P_1), \quad (8)$$

где R_T – тепловое сопротивление ЛД; U_{pn} – напряжение на p-n-переходе; R_d – динамическое сопротивление ЛД.

Учитывая, что $T_0 \gg \delta T$ (принято, что $T_0 = 293$ К и $\delta T \leq 10$ К [4]), выражение для D_i в формуле (5) может быть линеаризовано относительно температуры T_0 :

$$\begin{aligned} D_i(T, n_a) &= D_i(T_0, n_a) + \left. \frac{dD_i}{dT} \right|_{T=T_0} \delta T \\ &= D_{i0}(T_0, n_a) + A_{Ti} P_1, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} D_{i0}(T_0, n_a) &= D_i(T_0, n_a) + \left. \frac{8[E_i - E_g(T_0, n_a)]}{\Delta E_g^2} \frac{dE_g}{dT} \right|_{T=T_0} \\ &\quad \times R_T (U_{pn} I + I^2 R_d); \\ A_{Ti} &= - \left. \frac{16[E_i - E_g(T_0, n_a)]}{\Delta E_g^2} \frac{dE_g}{dT} \right|_{T=T_0} R_T. \end{aligned} \quad (10)$$

Согласно (9), (10) коэффициент усиления (5) может быть представлен в виде

$$G_i(T, n_a) = Q_i \{ n_a [D_{i0}(T_0, n_a) + A_{Ti} P_1] - n_{a0} \}, \quad (11)$$

где P_1 – мощность излучения, выводимая через грань ЛД.

При учете нагрева активной области, рассчитываемого по формуле (8), коэффициент усиления зависит от мощности P_1 , и можно ввести коэффициент нелинейности

$$\varepsilon_i = - \frac{n_a A_{Ti} P_1}{n_a D_{i0}(T_0, n_a) - n_{a0}}. \quad (12)$$

Для системы (1) и (2a) имеем [2]

$$P_1 = A_{\text{power}} \sum_i S_{li}, \quad (13)$$

где $A_{\text{power}} = h\nu_B v_{gr} S_{cs} (1 - R_1)$; $h\nu_B = 1.24q/\lambda_B$; λ_B – брэгговская длина волны излучения, выраженная в микрометрах; q – заряд электрона; v_{gr} – групповая скорость; R_1 – коэффициент отражения грани ЛД; S_{cs} – площадь поперечного сечения активной области ЛД.

Показатель преломления активной области ЛД запишем как

$$n_{li} = n_{l0} \left[1 + \frac{1}{n_{l0}} \frac{\partial n_{li}}{\partial \lambda} (\lambda_i - \lambda_B) + \frac{1}{n_{l0}} \frac{\partial n_{li}}{\partial T} (T - T_0) \right], \quad (14)$$

где n_{10} – показатель преломления активной области ЛД для $\lambda = \lambda_B$ и $T = T_0$. Показатели преломления n_2 и n_B зависят только от длины волны и определяются формулами (13), (14) в работе [4].

При исследовании шумовых характеристик проводится линейризация скоростного уравнения для плотности носителей относительно стационарного значения \bar{n}_a , считая, что $n_a = \bar{n}_a + \Delta n_a$. Поэтому линейризуем выражение для D_i , входящее в коэффициент усиления (5):

$$\begin{aligned} D_i(T, n_a) &= D_i(T, \bar{n}_a) + A_{gi}\Delta n_a \\ &= D_{i0}(T, \bar{n}_a) + A_{Ti}P_1 + A_{gi}\Delta n_a, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} A_{gi} &= \left. \frac{dD_i}{dn_a} \right|_{n_a=\bar{n}_a} = \frac{8[E_i - E_g(T, \bar{n}_a)]}{\Delta E_g^2} \left. \frac{dE_g}{dn_a} \right|_{n_a=\bar{n}_a}, \\ \frac{dE_g}{dn_a} &= -\frac{2}{3}k_g(\bar{n}_a)^{-2/3}, \quad E_g(T, \bar{n}_a) = E_g(T_0, \bar{n}_a) + \left. \frac{dE_g}{dT} \right|_{T=T_0} \delta T. \end{aligned}$$

Коэффициент усиления (5) с учетом (15) может быть записан в виде

$$G_i(T, n_a) = \bar{G}_i(T, \bar{n}_a) + \Delta G_i(T, \bar{n}_a), \quad (16)$$

где $G_i = \bar{G}_i(T, \bar{n}_a) = Q_i\{\bar{n}_a[D_{i0}(T_0, \bar{n}_a) + A_{Ti}P_1] - \bar{n}_{a0}\}$ и $\Delta G_i(T, \bar{n}_a) = Q_i[D_{i0}(T_0, \bar{n}_a) + A_{Ti}P_1 + A_{gi}\bar{n}_a]\Delta n_a$.

3. Расчет шумовых характеристик в случае одной моды

Подставляя в уравнения (1) и (2а) или (2б) $n_a = \bar{n}_a + \Delta n_a$ и $S_{1p} = \bar{S}_{1p} + \Delta S_{1p}$, получим уравнения для стационарных значений и приращений. Значения \bar{n}_a и \bar{S}_{1p} были рассчитаны из совместного решения стационарных уравнений (1), (2а) или (2б) и характеристического уравнения (6) из работы [2]. Для заданного тока накачки определялся набор мод, которые могут распространяться в системе ЛД с ВБР. Для каждой моды рассчитывалась плотность фотонов, выбиралось максимальное значение, которому присваивался индекс p (\bar{S}_{1p}). Мощность излучения рассчитывалась по формуле (13).

Для приращений получим следующие выражения [5–8]:

$$j\omega\Delta n_a(\omega) = A_{1p}\Delta n_a(\omega) + A_{2p}\Delta S_{1p}(\omega) + F_c, \quad (17)$$

$$j\omega\Delta S_{1p}(\omega) = A_{3p}\Delta n_a(\omega) + A_{4p}\Delta S_{1p}(\omega) + F_p,$$

$$S_{1p}(t) = \bar{S}_{1p} + \Delta S_{1p}(t) = \bar{S}_{1p} + \int_{-\infty}^{\infty} \Delta S_{1p}(\omega) \exp(j\omega t) dt,$$

$$n_a(t) = \bar{n}_a + \Delta n_a(t) = \bar{n}_a + \int_{-\infty}^{\infty} \Delta n_a(\omega) \exp(j\omega t) dt.$$

Выражения (17) позволяют определить $\Delta S_{1p}(\omega)$ для системы (1), (2а) в виде

$$\Delta S_{1p}(\omega) = T_p(\omega)F_p + T_c(\omega)F_c, \quad (18)$$

где $T_p(\omega) = (j\omega - A_{1p})/Y(\omega)$ и $T_c(\omega) = A_{3p}/Y(\omega)$, $Y(\omega) = (j\omega - A_{1p})(j\omega - A_{4p}) - A_{2p}A_{3p}$,

$$\begin{aligned} A_{1p} &= -A_n - 2B\bar{n}_a - Q_p\bar{S}_{1p}(D_{p0} + A_{Tp}P_1 + A_{gp}\bar{n}_a), \\ A_{2p} &= -Q_p[\bar{n}_a(D_{p0} + A_{Tp}P_1) - n_{a0}], \\ A_{3p} &= F_{1p}\beta B 2\bar{n}_a + F_{1p}Q_p\bar{S}_{1p}(D_{p0} + A_{Tp}P_1 + A_{gp}\bar{n}_a), \\ A_{4p} &= -F_{1p}\beta B \bar{n}_a^2 / \bar{S}_{1p}. \end{aligned} \quad (19)$$

Относительная интенсивность шума (RIN) в единичной полосе частот может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \text{RIN} &= 10 \lg \frac{\langle \Delta S_{1p}(\omega) \Delta S_{1p}^*(\omega) \rangle}{\bar{S}_{1p}^2} \\ &= 10 \lg \left[\frac{F_p^2 |T_p|^2 + F_c^2 |T_c|^2 + 2F_p F_c \text{Re}(T_p T_c^*)}{\bar{S}_{1p}^2} \right], \end{aligned} \quad (20)$$

где ΔS_{1p}^* – комплексно-сопряженное значение.

Среднеквадратичное значение мощности шума в единичной полосе частот определим как

$$P_{\text{noise}} = \sqrt{\langle \Delta P_1^2 \rangle} = A_{\text{power}} \sqrt{\langle \Delta S_{1p}(\omega) \Delta S_{1p}^*(\omega) \rangle}. \quad (21)$$

Для системы (1), (2б) в выражениях для коэффициентов A_{1p} , A_{2p} (19) необходимо заменить Q_p на Q_p/Γ_a , а величину A_{power} в формуле (21) умножить на $1/\Gamma_a$.

Для ланжевеновских шумовых источников воспользуемся выражениями, полученными в работе [6]. Для системы уравнений (1), (2а) они могут быть записаны в виде

$$F_p^2 = \frac{1}{V_1} \left\{ F_{1p} Q_p [\bar{n}_a (D_{p0} + A_{Tp} P_1) + n_{a0}] \bar{S}_{1p} + \frac{\bar{S}_{1p}}{\tau_p} + F_{1p} \beta B \bar{n}_a^2 \right\}, \quad (22)$$

$$F_c^2 = \frac{1}{V_a} \left\{ \frac{I}{e V_a} + A_n n_a + B n_a^2 + Q_p [\bar{n}_a (D_{p0} + A_{Tp} P_1) + n_{a0}] \bar{S}_{1p} \right\}, \quad (23)$$

$$F_p F_c = -\frac{1}{V_1} \left\{ F_{1p} Q_p [\bar{n}_a (D_{p0} + A_{Tp} P_1) + n_{a0}] \bar{S}_{1p} + F_{1p} \beta B \bar{n}_a^2 \right\}. \quad (24)$$

Для системы уравнений (1), (2б) формулы (22) и (24) останутся без изменений, а для уравнения (23) в последнем члене величина Q_p должна быть заменена на Q_p/Γ_a .

Коэффициенты, необходимые для проведения расчетов, заимствованы из работ [2, 4]. Зависимости, представленные на рис.1–4, рассчитаны для $R_T = 38$ К/Вт, а на рис.5 – для $R_T = 50$ К/Вт. Рассчитанные зависимости для системы уравнений (1), (2б) представлены на рис.1а–в, а для системы (1), (2а) – на рис.1,з, д. Установлено, что зависимости $P_1(I)$ для двух систем совпадают, а зависимости $S_{1p}(I)$ качественно подобны, но по величине отличаются на два порядка (S_{1p} для системы (1), (2а) изменяется в диапазоне $(0-8) \times 10^{16}$ см⁻³ (кривая не показана), а для системы (1), (2б) – в диапазоне $(0-8) \times 10^{14}$ см⁻³). Графики для относительной интенсивности шума отличаются друг от друга. Например, при $I = 60$ мА для системы (1), (2б) $\text{RIN} = -150$ дБ/Гц (рис.1,б), а для системы (1), (2а) составляет -165 дБ/Гц (рис.1,з). Различен и характер зависимостей $P_{\text{noise}}(I)$, представленных на рис.1,в и д. Сравним зависимости для RIN и P_{noise} на рис.1,б, в с экспериментальными кривыми на рис.2 и 3 из [12], видим, что графики RIN и P_{noise} на рис.1,б, в по характеру изменения и абсолютной величине ближе к экспериментальным кривым, чем аналогичные зависимости на рис.1,з, д.

Таким образом, можно считать, что результаты расчетов для системы уравнений (1), (2б) лучше соответствуют эксперименту, чем в случае системы (1), (2а).

4. Расчет шумовых характеристик в случае двух мод

Для системы уравнений (1), (2а) мощность излучения на выходе ЛД в случае двух мод может быть записана в виде

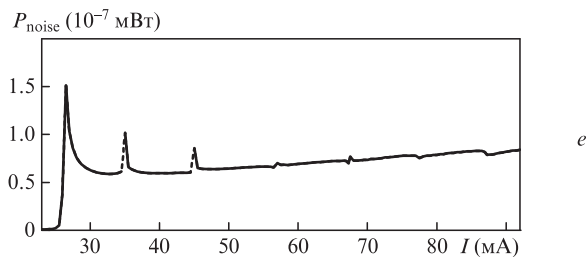
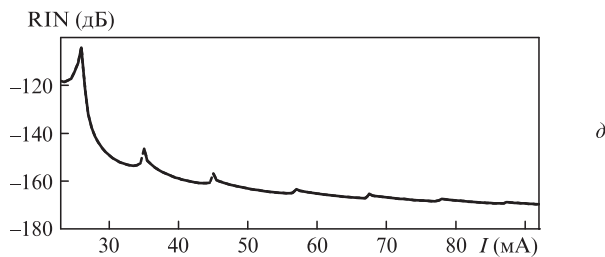
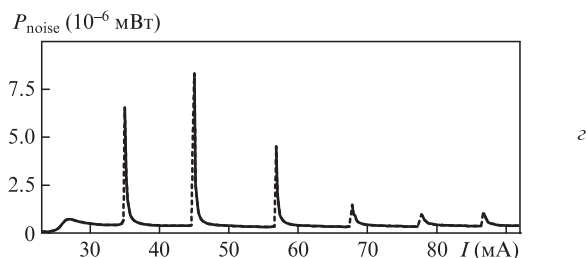
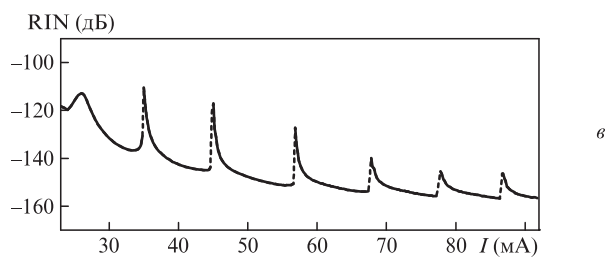
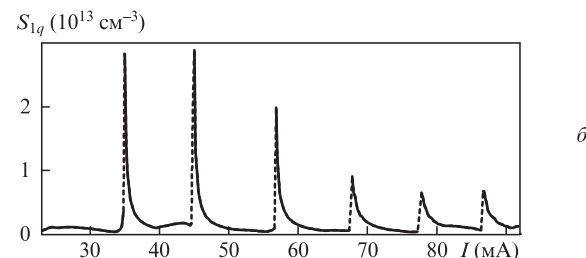
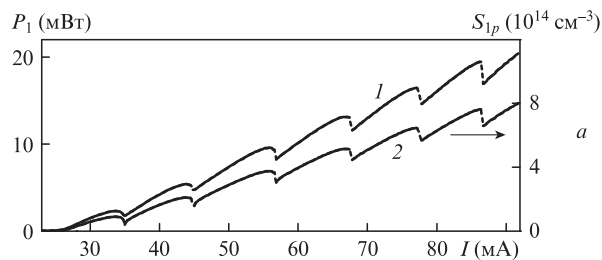
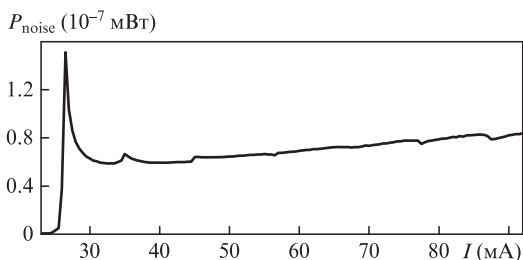
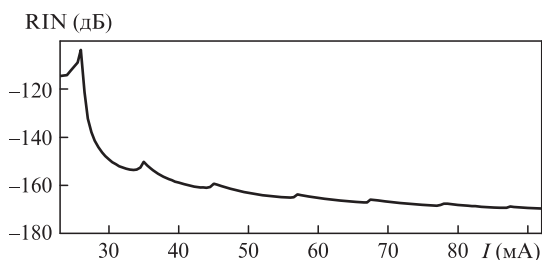
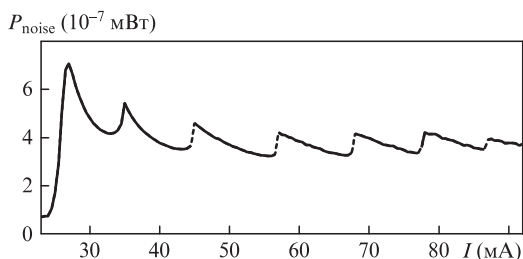
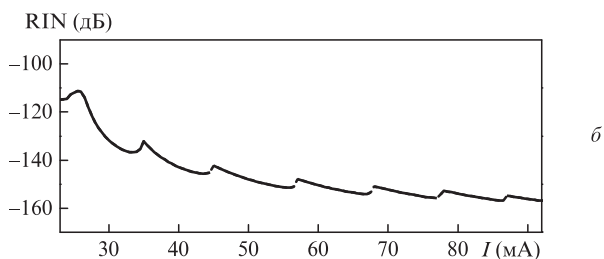
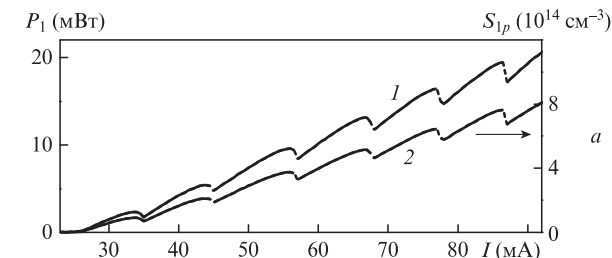


Рис.1. Зависимости от тока накачки, рассчитанные с учетом формулы (8) для одной моды с использованием системы уравнений (1), (2б), мощности излучения $P_1(I)$ и плотности фотонов $S_{1p}(2)$ (а), относительной интенсивности шума RIN (б) и P_{noise} (в), а также системы уравнений (1), (2а) – RIN (г), P_{noise} (д). Величины RIN и P_{noise} даны в единичной полосе частот.

Рис.2. Зависимости от тока накачки, рассчитанные с учетом формулы (8) для двух мод с использованием системы уравнений (1), (2б), мощности излучения $P_1(I)$ и плотности фотонов в моде p $S_{1p}(2)$ (а), плотности фотонов в моде q $S_{1q}(б)$, относительной интенсивности шума RIN (в) и P_{noise} (г), а также для системы уравнений (1), (2а) – RIN (д), P_{noise} (е). Величины RIN и P_{noise} даны в единичной полосе частот.

$$P_1 = A_{\text{power}}(S_{1p} + S_{1q}), \quad (25)$$

где S_{1p} и S_{1q} – плотности фотонов в модах p и q (для системы (1), (2б) в правую часть (25) надо добавить множитель $1/\Gamma_a$). Как и в случае одной моды, для заданного тока накачки определялся набор мод, которые могут распространяться в системе ЛД с ВБР, рассчитывались плотности фотонов в модах, выбиралась максимальная плотность фотонов, которой присваивался индекс p . После этого для мод $i \neq p$ находилось максимальное значение плотности фотонов, которому присваивался индекс q . Мощность излучения рассчитывалась по формуле (25).

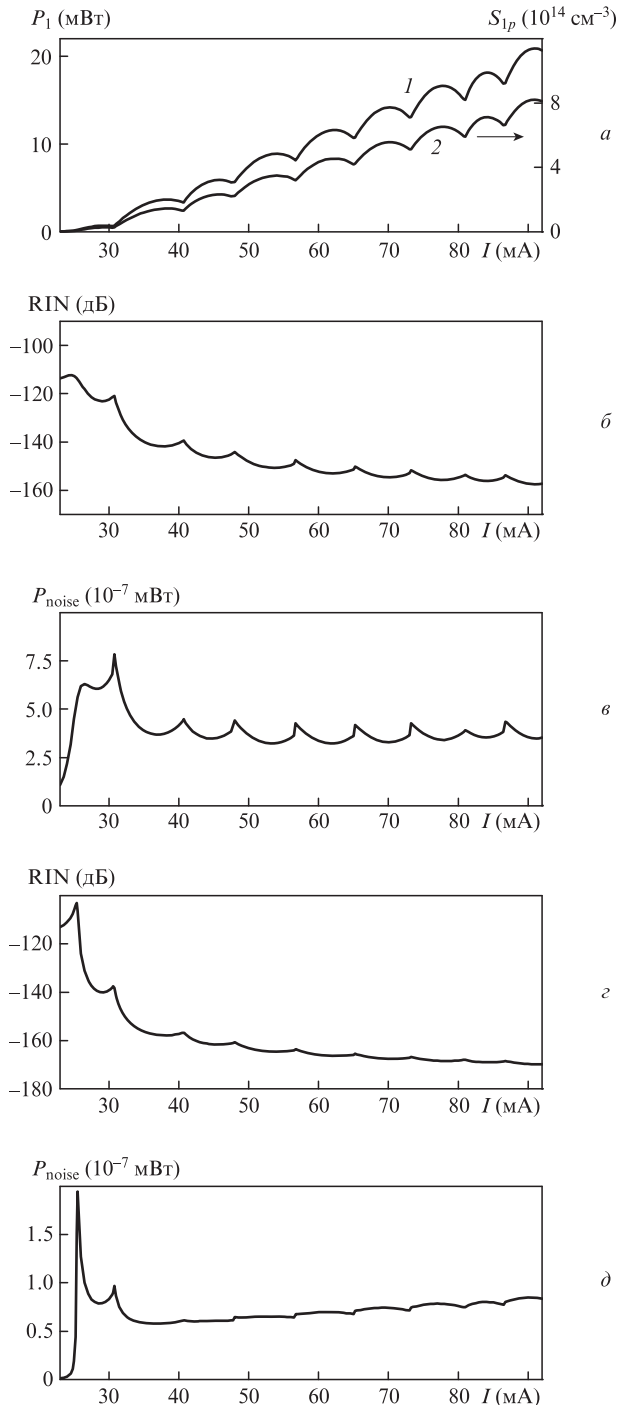


Рис.3. Зависимости от тока накачки, рассчитанные с учетом формулы (32) для одной моды с использованием систем уравнений (1), (2б) (а–в) и (1), (2а) (г, д). Обозначения соответствуют рис.1.

Аналогично предыдущему случаю для двух мод можно получить

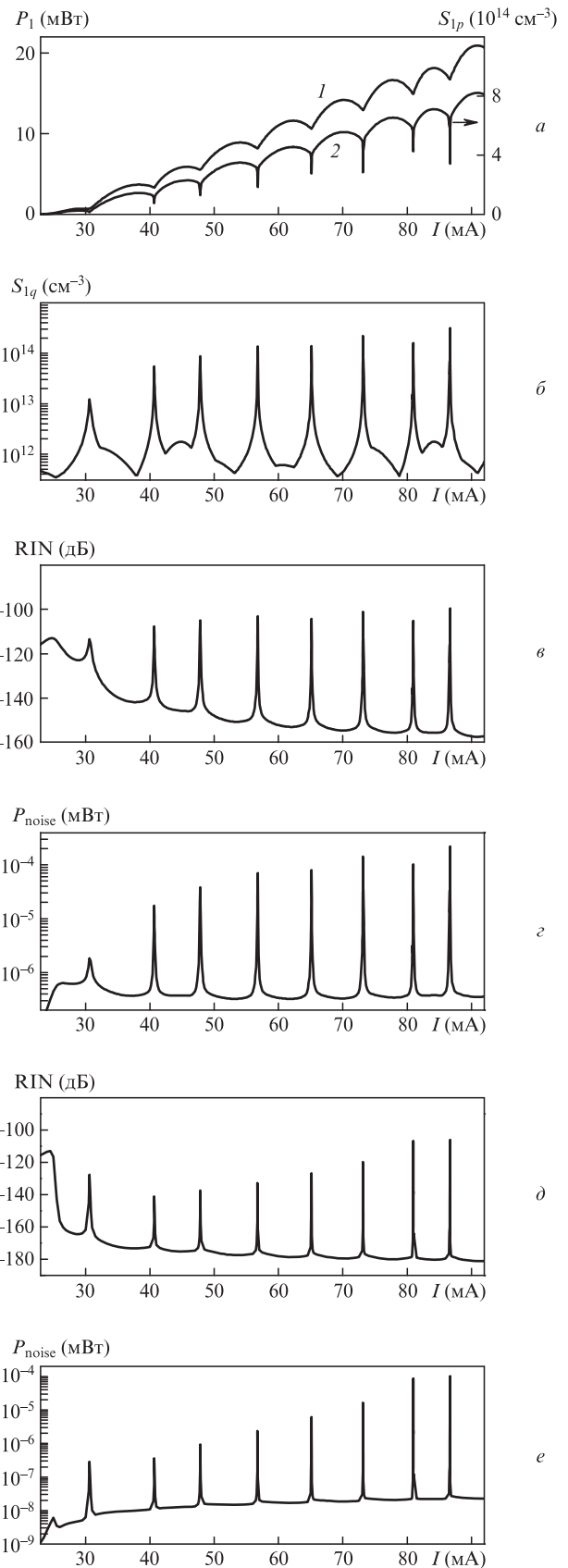


Рис.4. Зависимости от тока накачки, рассчитанные с учетом формулы (32) для двух мод с использованием систем уравнений (1), (2б) (а–г) и (1), (2а) (д, е). Обозначения соответствуют рис.2.

$$j\omega\Delta n_a(\omega) = A_1\Delta n_a(\omega) + A_{2p}\Delta S_{1p}(\omega) + A_{2q}\Delta S_{1q}(\omega) + F_c, \quad (26)$$

$$j\omega\Delta S_{1i}(\omega) = A_3\Delta n_a(\omega) + A_{4i}\Delta S_{1i}(\omega) + F_i, \quad i = p, q.$$

Выражения (26) позволяют определить $\Delta S_{1p}(\omega)$ в виде

$$\Delta S_{1p}(\omega) = T_{pp}(\omega)F_p + T_{pq}(\omega)F_q + T_{pc}(\omega)F_c, \quad (27)$$

где

$$T_{pp}(\omega) = \frac{1}{j\omega - A_{4p}} + \frac{A_{2p}A_{3p}(j\omega - A_{4q})}{Y_1(\omega)(j\omega - A_{4p})},$$

$$T_{pq}(\omega) = \frac{A_{3p}A_{2q}}{Y_1(\omega)}, \quad T_{pc}(\omega) = \frac{A_{3p}(j\omega - A_{4q})}{Y_1(\omega)}, \quad (28)$$

$$Y_1(\omega) = (j\omega - A_1)(j\omega - A_{4p})(j\omega - A_{4q}) - A_{2p}A_{3p}(j\omega - A_{4q}) - A_{2q}A_{3q}(j\omega - A_{4p}).$$

Для ΔS_{1q} получено равенство, аналогичное (27), путем замены индекса p на q . Это относится и к коэффициентам $T_{qq}(\omega)$, $T_{qp}(\omega)$, $T_{qc}(\omega)$.

Коэффициенты в (28) имеют следующий вид:

$$A_1 = -A_n - 2B\bar{n}_a - Q_p(D_{p0} + A_{Tp}P_1 + A_{gp}\bar{n}_a)\bar{S}_{1p} - Q_q(D_{q0} + A_{Tq}P_1 + A_{gq}\bar{n}_a)\bar{S}_{1p},$$

$$A_{2p} = -Q_p[\bar{n}_a(D_{p0} + A_{Tp}P_1) - n_{a0}],$$

$$A_{2q} = -Q_q[\bar{n}_a(D_{q0} + A_{Tq}P_1) - n_{a0}], \quad (29)$$

$$A_{3p} = F_{1p}Q_p(D_{p0} + A_{Tp}P_1 + A_{gp}\bar{n}_a) + F_{1p}\beta B 2\bar{n}_a,$$

$$A_{3q} = F_{1q}Q_q(D_{q0} + A_{Tq}P_1 + A_{gq}\bar{n}_a) + F_{1q}\beta B 2\bar{n}_a,$$

$$A_{4p} = -F_{1p}\beta B \bar{n}_a^2 / \bar{S}_{1p}, \quad A_{4q} = -F_{1q}\beta B \bar{n}_a^2 / \bar{S}_{1q}.$$

Для относительной интенсивности шума моды p

$$RIN = 10 \lg \frac{\langle \Delta S_{1p}(\omega) \Delta S_{1p}^*(\omega) \rangle}{(\bar{S}_{1p} + \bar{S}_{1q})^2}$$

$$= 10 \lg \{ [F_p^2 |T_{pp}|^2 + F_q^2 |T_{pq}|^2 + F_c^2 |T_{pc}|^2 + 2F_p F_c \operatorname{Re}(T_{pp} T_{pc}^*) + 2F_q F_c \operatorname{Re}(T_{pq} T_{pc}^*)] / (\bar{S}_{1p} + \bar{S}_{1q})^2 \}. \quad (30)$$

Ланжевеновские шумовые источники для F_p^2 и $F_p F_c$ подчиняются зависимостям (22) и (24). Выражения F_q^2 и $F_q F_c$ находим из (22) и (24) заменой индекса p на q . Выражение для F_c^2 принимает вид

$$F_c^2 = \frac{1}{V_a} \left\{ \frac{I}{eV_a} + A_n n_a + B n_a^2 + Q_p[\bar{n}_a(D_{p0} + A_{Tp}P_1) + n_{a0}]\bar{S}_{1p} + Q_q[\bar{n}_a(D_{q0} + A_{Tq}P_1) + n_{a0}]\bar{S}_{1q} \right\}. \quad (31)$$

В случае двух мод рассчитанные зависимости представлены для системы (1), (2б) на рис.2,а-г, а для системы (1), (2а) на рис.2,д, е. Расчет показывает, что зависимости $P_1(I)$ для систем (1), (2б) и (1), (2а) совпадают. Плотность

фотонов в моде p для системы (1), (2а) при этом на два порядка больше, чем для системы (1), (2б), а плотности фотонов в моде q приблизительно равны друг другу. Относительная интенсивность шума для системы (1), (2б) значительно выше, чем для (1), (2а). Так, при токе 60 мА в первом случае $RIN = -150$ дБ/Гц (рис.2,в), а во втором – $RIN = -165$ дБ/Гц (рис.2,д) (как и в случае одной моды). Значение P_{noise} на рис.2,е значительно ниже, чем на рис.2,г. Это объясняется тем, что плотность фотонов в моде p S_{1p} для системы (1), (2а) на два порядка больше, чем для системы (1), (2б), а плотности фотонов в моде q S_{1q} приблизительно равны друг другу.

Плотность фотонов в моде p S_{1p} нелинейна и увеличивается с ростом тока накачки. Плотность же фотонов в моде q S_{1q} наоборот уменьшается с ростом I , что приводит к уменьшению амплитуды шумов. Для тока, соответствующего переключению с одной моды ЛД или ВБР на другую, получить в расчетах приблизительно равные амплитуды S_{1p} и S_{1q} не представляется возможным. Таким образом, при учете нагрева активной области ЛД, определяемого формулой (8), «сильная» мода p подавляет «слабую» моду q , и генерация этих мод с приблизительно равными амплитудами невозможна.

5. Характеристики ЛД с ВБР без учета мощности излучения, выводимой из резонатора лазера

В работе [13] для учета нагрева активной области ЛД предложено использовать выражение

$$\delta T = R_T [U_{\text{pn}} I (1 - \eta) + I^2 R_g], \quad (32)$$

которое отличается от (8) отсутствием члена $2P_1$ – мощности излучения, выводимой из резонатора ЛД. Уменьшение нагрева активной области в этом случае учитывается введением постоянного коэффициента полезного действия η . Для расчетов принято $\eta = 0.25$.

Те же зависимости для одной моды, что и на рис.1, рассчитанные с учетом формулы (32), представлены на рис.3.

Видно, что зависимости $P_1(I)$ и $S_{1p}(I)$ на рис.3,а не имеют разрывов, свойственных этим зависимостям (см. рис.1,а). Отсутствие разрывов присуще и другим характеристикам, изображенным на рис.3. Графики зависимостей $RIN(I)$ для обеих систем отличаются друг от друга. Так, при $I = 58$ мА RIN для системы (1), (2б) на 15 дБ меньше, чем для системы (1), (2а). Зависимости $P_{\text{noise}}(I)$ (рис.3,в и д) отличаются не только по абсолютной величине, но и по форме.

Ситуация резко меняется при рассмотрении двух мод (рис.4). Графики $P_1(I)$ для обеих систем совпадают. Плотность фотонов в моде $p(q)$ для системы (1), (2а) почти на два порядка (один порядок) больше, чем для системы (1), (2б).

Сравнение зависимостей $P_1(I)$ и $S_{1p}(I)$ на рис.4,а с аналогичными зависимостями на рис.2,а показывает, что в случае двух мод на этих характеристиках отсутствуют разрывы. Зависимость $S_{1q}(I)$ (рис.4,б) не имеет разрывов и нарастает с увеличением тока накачки (в отличие от поведения $S_{1q}(I)$ на рис.2,б). Аналогичный характер поведения свойственен и зависимостям $RIN(I)$ и $P_{\text{noise}}(I)$ (рис.4,в, д и г, е) – шумы увеличиваются с ростом тока накачки.

Различие в поведении характеристик связано с тем, что при использовании для расчетов формулы (32) возможно одновременное существование двух мод с приблизительно равными амплитудами, однако это невозможно при использовании формулы (8).

6. Расчет RIN системы ЛД с ВБР в низкочастотной области

Расчеты показывают, что в низкочастотной области (до 60 кГц) нельзя достичь совпадения экспериментальных и теоретических зависимостей RIN, полученных по формулам (20) или (30). Поэтому обычно при рассмотрении низкочастотных шумов используют гипотезу Хуга [14]. В работе [15] отмечено, что наличие шума типа $1/f$ приводит к изменению корреляционного соотношения для F_c^2 таким образом, что НЧ составляющая спектральной плотности шума для системы скоростных уравнений (1) и (26) может быть представлена в виде

$$F_c^2 = \frac{1}{V_a} \left\{ \frac{I}{eV_a} + A_n n_a + B n_a^2 + Q_p \frac{1}{\Gamma_a} [\bar{n}_a (D_{p0} + A_{Tp} P_1) + n_{a0}] \bar{S}_{1p} + \frac{\alpha_H n_a}{\omega \tau_c^2} \right\}. \quad (33)$$

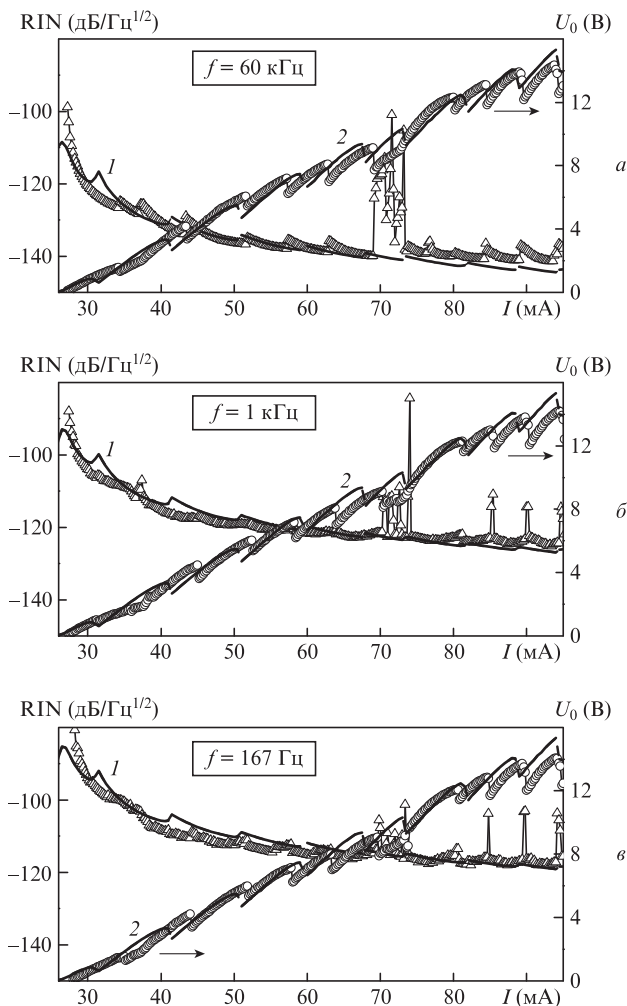


Рис.5. Зависимости от тока накачки относительной интенсивности шума RIN (1) и напряжения U_0 (2), пропорционального мощности излучения ЛД, для частот $f = 60, 1$ и 0.167 кГц для одной моды. Расчеты выполнены для системы уравнений (1), (26). Экспериментальные зависимости даны светлыми точками.

При этом соотношения (22) и (24) остаются без изменения. Здесь α_H – постоянная Хуга, $\tau_c = (A_n + B n_a)^{-1}$ – время жизни носителей с учетом безызлучательной и спонтанной рекомбинации. Расчеты показывают, что для совмещения теоретических зависимостей с экспериментальными должно быть $\alpha_H = 0.8$.

Для приведения в соответствие результатов расчета с экспериментом учтем, что в единичной полосе частот

$$RIN = 10 \lg \frac{\langle \Delta S_{1p}^2 \rangle}{\bar{S}_{1p}^2} = 10 \lg \frac{\langle \Delta P_I^2 \rangle}{P_I^2} \left(\frac{дБ}{Гц} \right) = 20 \lg \frac{U_{noise}}{U_0} \left(\frac{дБ}{\sqrt{Гц}} \right), \quad (34)$$

где $U_0 = \eta_{pd} R_{pd} P_1$; $U_{noise} = \sqrt{\langle \Delta U_{noise}^2 \rangle} = \eta_{pd} R_{pd} \sqrt{\langle \Delta P_I^2 \rangle}$; η_{pd} – чувствительность фотодиода; R_{pd} – сопротивление нагрузки в цепи фотодиода [16]. Теоретические кривые, представленные на рис.5, рассчитаны при $\eta_{pd} = 0.6$ А/Вт и $R_{pd} = 1$ кОм.

На рис.5,а приведены зависимости от тока накачки напряжения U_0 и RIN при $f = 60$ кГц для одной моды системы (1), (26) (зависимость RIN(I) рассчитана с учетом формулы (34)). На рис.5,б,в представлены аналогичные зависимости для частот $f = 1$ и 0.167 кГц. Видно, что теоретические и экспериментальные зависимости по порядку величины совпадают. Однако расчеты не показывают резкого увеличения уровня шумов в диапазоне токов 70–73 мА, соответствующего переключению излучения по модам ЛД, и увеличения шумов в диапазоне токов 80–95 мА.

7. Расчет амплитудно-частотных характеристик

Рассмотрим две системы скоростных уравнений (1), (2а) и (1), (2б) с учетом нагрева активной области ЛД, определяемого формулой (8) (без учета ланжевеновских шумовых операторов). Будем считать, что ток накачки I имеет постоянную \bar{I} и переменную составляющую $\Delta i(\omega)$,

$$I = \bar{I} + \Delta i(\omega) \exp(j\omega t), \quad (35)$$

что приводит к модуляции и плотности носителей, и плотности фотонов:

$$n_a = \bar{n}_a + \Delta n_a(\omega) \exp(j\omega t), \quad (36)$$

$$S_{1p} = \bar{S}_{1p} + \Delta S_{1p}(\omega) \exp(j\omega t),$$

где ω – частота модуляции; \bar{n}_a, \bar{S}_{1p} – постоянные составляющие плотности носителей и плотности фотонов.

Одномодовое приближение. Подставив (35) и (36) в систему уравнений (1), (2а), получим уравнения для стационарных значений и приращений. Как и ранее, выбиралась мода p , у которой плотность фотонов была максимальной. Ей соответствует длина волны излучения λ_p . Мощность излучения рассчитывалась по формуле (13).

Для приращений получим следующие уравнения:

$$j\omega \Delta n_a(\omega) = \frac{\Delta i(\omega)}{eV_a} + A_{1p} \Delta n_a(\omega) + A_{2p} \Delta S_{1p}(\omega), \quad (37)$$

$$j\omega \Delta S_{1p}(\omega) = A_{3p} \Delta n_a(\omega) + A_{4p} \Delta S_{1p}(\omega),$$

которые позволяют определить отношение

$$\frac{\Delta S_{1p}(\omega)}{\Delta i(\omega)} = \frac{A_{3p}}{eV_a Y(\omega)}, \quad (38)$$

где коэффициент $Y(\omega)$ и входящие в него коэффициенты A_{1p}, A_{2p}, A_{3p} и A_{4p} определяются выражениями (19).

С учетом (38) нормированную АЧХ можно записать в виде

$$M_1(\omega) = 10 \lg \left[\frac{\Delta S_{1p}(\omega) / \Delta S_{1p}(0)}{\Delta i(\omega) / \Delta i(0)} \right]^2 = 10 \lg \left[\frac{\omega_0^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - (\omega\mu)^2} \right], \quad (39)$$

$$\omega_0^2 = A_{1p}A_{4p} - A_{2p}A_{3p}, \quad \mu = -(A_{1p} + A_{4p}). \quad (40)$$

На рис.6 представлены зависимости от тока накачки мощности излучения P_1 , длины волны излучения λ_p , времени жизни фотонов τ_p и частоты релаксационных колебаний ω_0^2 для длин световода с записанной ВБР $L_2 = 7.6$ и 1.0 мм. Время жизни фотонов рассчитывалось по формуле (3). Видно, что все характеристики имеют разрывы, коррелирующие с разрывами на ватт-амперной и спектральной характеристиках. Сравнение кривых, представленных на рис.6,а и б, показывает, что с уменьшением длины световода от 7.6 до 1.0 мм увеличивается диапазон непрерывной перестройки мощности излучения и длины волны излучения, уменьшается время жизни фотонов и увеличивается частота ω_0^2 . Согласно расчетам для заданного тока накачки АЧХ совпадают (с погрешностью не более 3%) для обеих систем. Совпадение АЧХ можно объяснить, если в формуле (40) записать выражения для коэффициентов A_{1p}, A_{2p}, A_{3p} и A_{4p} в виде (19). Тогда получим

$$\omega_0 = 2\pi f_0 \approx \left[\frac{c_0 \Gamma_a}{n_i} \frac{dg}{dn_a} \frac{1}{\tau_p} \frac{P_1}{A_{\text{power}}} + (A_n + 2Bn_a) \frac{F_{1p} \beta B n_a^2}{S_{1p}} \right]^{1/2}. \quad (41)$$

Расчеты показывают, что в развитом режиме генерации последним членом в (41) можно пренебречь, поэтому ω_0 определяется мощностью излучения P_1 , которая, в свою очередь, не зависит от выбранной системы (1), (2а) или (1), (2б).

Зависимость $\omega_0^2(I)$ (рис.6,а), как и зависимости $P_1(I)$ и $\lambda(I)$, терпит разрывы, следовательно, быстродействие ЛД с ВБР зависит от выбранной рабочей точки и может уменьшаться с ростом I (точки А и Б на кривой 4, рис.6,а).

Двухмодовое приближение. Следуя процедуре, описанной в разд.4, выбирались моды с индексами p и q (с длинами волн λ_p и λ_q). Мощность излучения рассчитывалась по формуле (25); P_1 и длины волн излучения λ_p и λ_q указаны на рис.7.

Для приращений получим

$$j\omega \Delta n_a(\omega) = \frac{\Delta i(\omega)}{eV_a} + A_{1p} \Delta n_a(\omega) + A_{2p} \Delta S_{1p}(\omega) + A_{2q} \Delta S_{1q}(\omega), \quad (42)$$

$$j\omega \Delta S_{1i}(\omega) = A_{3i} \Delta n_a(\omega) + A_{4i} \Delta S_{1i}(\omega), \quad i = p, q.$$

Выражения (42) позволяют определить отношение

$$\frac{\Delta S_{1p}(\omega) + \Delta S_{1q}(\omega)}{\Delta i(\omega)} = \frac{1}{eV_a} \frac{A_{3p}(j\omega - A_{4q}) + A_{3q}(j\omega - A_{4p})}{Y_1(\omega)}, \quad (43)$$

где $Y_1(\omega)$ определяется равенством (28), а входящие в него коэффициенты – равенством (29).

Нормированная АЧХ может быть записана в виде

$$M_2(\omega) = 10 \lg \left\{ \frac{\omega_0^4 [1 + (b\omega/a)^2]}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega/A_\Sigma)^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2} \right\}, \quad (44)$$

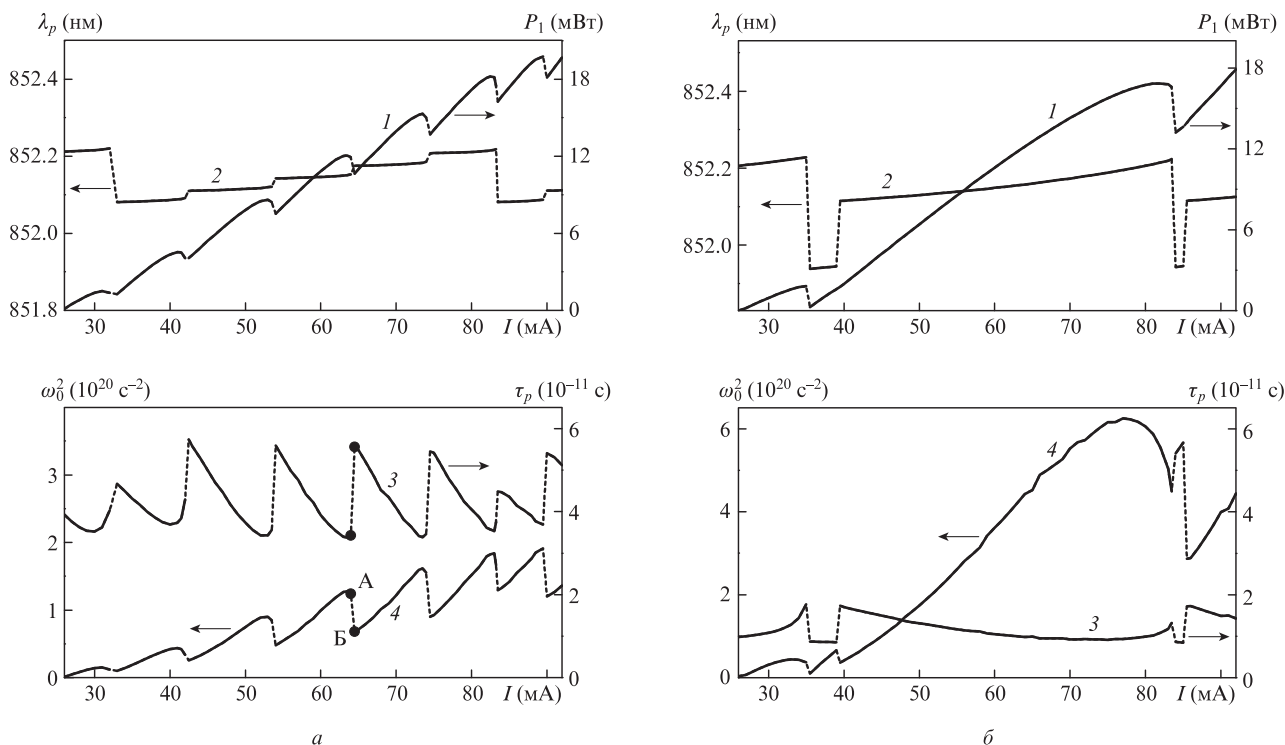


Рис.6. Зависимости от тока накачки для одной моды ЛД с ВБР мощности излучения $P_1(I)$, длины волны излучения (2), времени жизни фотонов в резонаторе (3) и частоты релаксационных колебаний (4) для длин световода $L_2 = 7.6$ (а) и 1.0 мм (б).

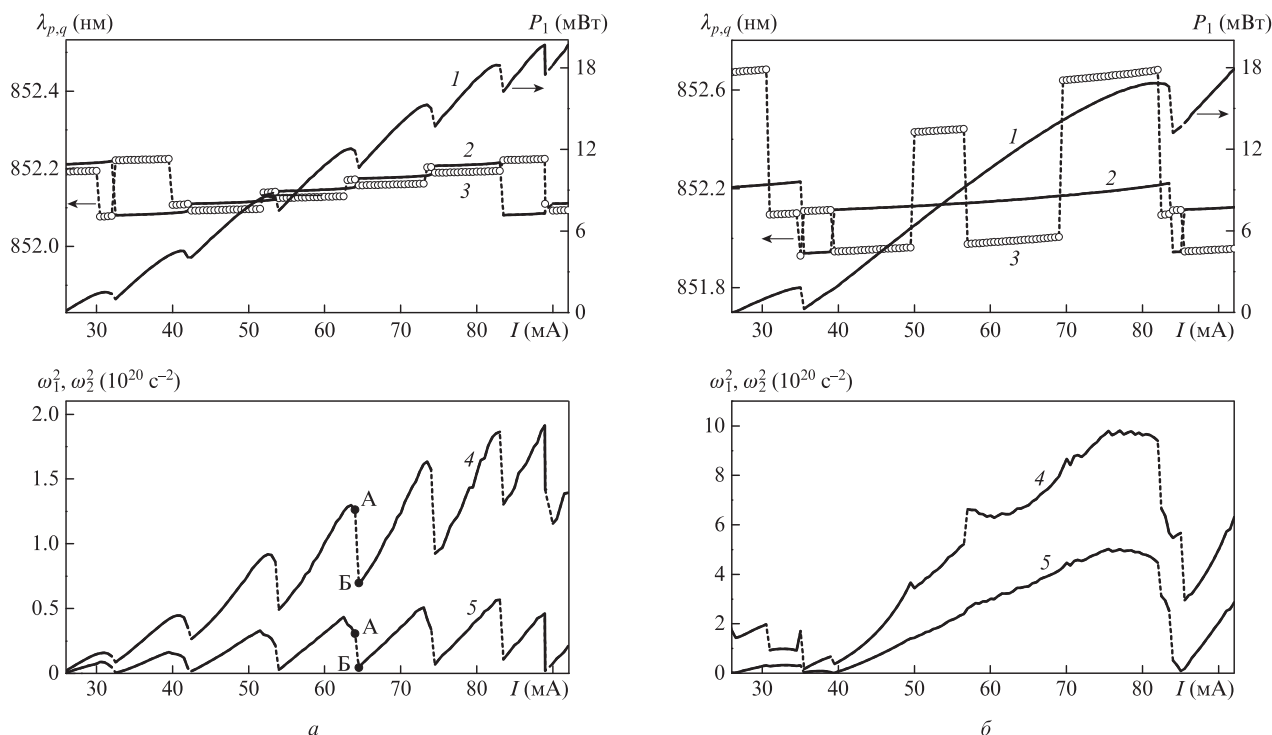


Рис.7. Зависимости от тока накачки для двух мод ЛД с ВБР мощности излучения P_1 (1), длины волн излучения λ_p (2), длины волн излучения λ_q (3), частоты релаксационных колебаний ω_2^2 (4), частоты релаксационных колебаний ω_1^2 (5) для длин световода $L_2 = 7.6$ (а) и 1.0 мм (б).

где

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= (1/A_\Sigma)[(A_1A_{4p} - A_{2p}A_{3p})A_{4q} - A_{2q}A_{3q}A_{4p}], \\ a &= -(A_{3p}A_{4q} + A_{3q}A_{4p}), \quad b = A_{3p} + A_{3q}, \\ \omega_2^2 &= A_{1p}A_{4p} - A_{2p}A_{3p} + A_{4q}(A_1 + A_{4p}) - A_{2q}A_{3q}, \\ A_\Sigma &= A_{1p} + A_{4p} + A_{4q}. \end{aligned} \tag{45}$$

На рис.7 для длин световода $L_2 = 7.6$ и 1.0 мм представлены зависимости от тока накачки мощности излучения P_1 , длин волн излучения λ_p и λ_q , а также зависимости ω_1^2 и ω_2^2 , рассчитанные по формулам (45).

Результаты расчетов АЧХ, проведенных с использованием формулы (44) для тока накачки 60 мА и $L_2 = 7.6$ и 1.0 мм, показали их полное совпадение с результатами расчетов для одномодового приближения по формуле (39). Поэтому для упрощения расчетов АЧХ целесообразнее использовать формулу (39).

8. Обсуждение полученных результатов и выводы

Сравнение расчетных зависимостей с экспериментальными графиками в работе [12] для одномодовой генерации показывает, что система (1), (2б), в которой в скоростном уравнении для носителей отсутствует Γ_a , лучше описывает эксперимент, чем система (1), (2а). В двухмодовом случае обе системы неудовлетворительно описывают эксперимент.

Характеристики ЛД с ВБР, рассчитанные для одной моды с использованием формулы (32), не учитывающей выводимой из резонатора мощности излучения, не имеют разрывов, свойственных характеристикам, полученным с учетом P_1 . Характеристики в двухмодовом случае также

не имеют разрывов, но уровни шумов для обеих систем много больше уровня шумов, полученного при учете P_1 , и нарастают с ростом тока накачки.

Коэффициент нелинейности (12) изменяется в диапазоне $(3-4) \times 10^{-17} \text{ см}^3$ для системы (1), (2а) и в диапазоне $(3-4) \times 10^{-15} \text{ см}^3$ для системы (1), (2б).

Выражение для RIN (20) может быть преобразовано в формулу (115) работы [5]. Расчеты, проведенные по обеим формулам, дали совпадающие результаты.

Выражение (30) может быть преобразовано в формулу (22) работы [17]. Расчеты, проведенные с учетом обеих формул, дали совпадающие результаты (при этом F_q должно быть равно F_p).

Использование гипотезы Хуга для RIN позволило согласовать теоретические зависимости с экспериментальными кривыми из работы [12], за исключением RIN(I) для диапазонов токов накачки 70–73 и 80–95 мА. Причиной расхождения является невозможность получения в теории одновременной генерации двух мод с приблизительно равными амплитудами при проведении расчетов с учетом формулы (8), в то время как в эксперименте одновременная генерация двух мод возможна. Это может быть связано с тем, что нами не учитывается отражение излучения от объектива, которое попадает обратно в ЛД, вызывая дополнительные шумы (в эксперименте использовался просветленный ($R < 0.5\%$) двухлинзовый объектив и два просветленных защитных стекла). Кроме нелинейности коэффициента усиления (12), необходимо учитывать нелинейность, связанную со спектральным выгоранием носителей и транспортом носителей [9, 10]. Мы не рассматривали нагрев зеркал резонатора ЛД, связанный с поглощением излучения в приповерхностной области кристалла, вызывающим локальный нагрев зеркала и уменьшение ширины запрещенной зоны, что приводит к дальнейшему увеличению поглощения и росту температуры кристалла ЛД.

Обе системы скоростных уравнений для выбранного тока дают совпадающие АЧХ в случае как одной, так и двух мод.

Уменьшение длины световода приводит к расширению диапазона непрерывной перестройки мощности и длины волны излучения, уменьшению времени жизни фотонов в резонаторе и увеличению резонансной частоты.

1. Журавлева О.В., Иванов А.В., Леонович А.И., Курносов В.Д., Курносов К.В., Чернов Р.В., Шишков В.В., Плешанов С.А. *Квантовая электроника*, **36**, 741 (2006).
2. Журавлева О.В., Иванов А.В., Курносов В.Д., Курносов К.В., Мустафин И.Р., Симаков В.А., Чернов Р.В., Плешанов С.А. *Квантовая электроника*, **38**, 319 (2008).
3. Иванов А.В., Курносов В.Д., Курносов К.В., Романцевич В.И., Чернов Р.В., Мармалюк А.А., Волков Н.А., Жолнеров В.С. *Квантовая электроника*, **41**, 692 (2011).
4. Жолнеров В.С., Иванов А.В., Курносов В.Д., Курносов К.В., Лобинцов А.В., Романцевич В.И., Чернов Р.В. *ЖТФ*, **82**, 63 (2012).
5. Yamamoto Y. *IEEE J. Quantum Electron.*, **19**, 34 (1983).
6. Marcuse D. *IEEE J. Quantum Electron.*, **20**, 1139 (1984).
7. Yamada M. *IEEE J. Quantum Electron.*, **22**, 1052 (1986).
8. Agrawal G.P., Dutta N.K. *Long-wavelength semiconductor laser* (New York: Van Nostrand, 1986).
9. Nagarajan R., Ishikawa M., Fukushima T., Geels R.S., Bowers J.E. *IEEE J. Quantum Electron.*, **28**, 1990 (1992).
10. Tsai C.-Y., Shih F.-P., Sung T.-L., Wu T.-Y., Chen C.-H., Tsai C.-Y. *IEEE J. Quantum Electron.*, **33**, 2084 (1997).
11. Богатов А.П. *Тонкая структура спектра излучения одночастотного инжекционного лазера*. Препринт ФИАН, №256 (М., 1988).
12. Жолнеров В.С., Иванов А.В., Курносов В.Д., Курносов К.В., Романцевич В.И., Чернов Р.В. *Квантовая электроника*, **43**, 824 (2013).
13. Елисеев П.Г. *Введение в физику инжекционных лазеров* (М.: Наука, 1983).
14. Букингем М. *Шумы в электронных приборах и системах* (М.: Мир, 1986).
15. Гармаш И.А., Зверков М.В., Корнилова Н.Б., Морозов В.Н. и др. *Анализ низкочастотных флуктуаций мощности излучения инжекционных лазеров*. Препринт ФИАН, №106 (М., 1989).
16. Bogatov A.P., Eliseev P.G., Kobildzhanov O.A., Madgazin V.R. *IEEE J. Quantum Electron.*, **23**, 1064 (1987).
17. Mukai T., Yamamoto Y. *IEEE J. Quantum Electron.*, **18**, 564, (1982).