

Нелинейные волны в зигзагообразной линейке волноводов с чередующимися положительным и отрицательным показателями преломления

Е.В.Казанцева, А.И.Маймистов

Проведено теоретическое исследование взаимодействия связанных волн, распространяющихся в системе из волноводов с чередующимися положительным и отрицательным показателями преломления. Зигзагообразная конфигурация волноводов в цепочке позволяет осуществить связь не только между ближайшими соседями, но и со следующими за ними волноводами. Показано, что спектр линейных волн в такой волноводной системе имеет запрещенную зону. Найдены частные решения системы связанных волн, отвечающие стационарному импульсу электромагнитного поля, который распространяется по всей линейке туннельно-связанных волноводов как единое целое. Исследование взаимодействия нелинейных уединенных волн численными методами показало устойчивость их относительно слабых возмущений и столкновений друг с другом.

Ключевые слова: туннельно-связанные волноводы, отрицательное преломление, прямые и обратные волны, оптические солитоны.

1. Введение

Совсем недавно возникла новая ветвь прикладной оптики, получившая название «трансформационная оптика» [1–6]. Во многом трансформационная оптика обязана созданию искусственных сред – метаматериалов, которые обладают необычными электродинамическими свойствами [7–10]. В частности, метаматериалы характеризуются «отрицательным преломлением». Иногда говорят об отрицательном показателе преломления (ОПП) для электромагнитных волн в таких средах. Среда с отрицательным преломлением, разработанные для оптического (точнее, для ИК) диапазона [11], позволяют управлять световым потоком как в микро- так и в макроскопических масштабах [4, 5]. Предсказывается, что методы трансформационной оптики могут позволить искривлять лучи произвольным образом, создавая любое желаемое распределение электромагнитного поля в пространстве. Однако и в ставших уже традиционными областях оптики метаматериалы могут оказаться полезными. Например, свойства сред с ОПП можно использовать при конструировании новых оптических элементов для интегральной или волоконной оптики.

Известно, что необычные свойства материалов с ОПП проявляются при преломлении или локализации электромагнитных волн около границы раздела обычной среды и среды с ОПП [12–14]. В [15, 16] был рассмотрен подоб-

ный случай, когда волны распространяются в близко расположенных волноводах, один из которых сделан из нелинейного материала с положительным показателем преломления, а другой – из линейного или нелинейного материала с ОПП, а их связь обусловлена нарушенным полным внутренним отражением. Было найдено, что в такого рода протяженном антинаправленном нелинейном ответвителе (АННО) может распространяться щелевой солитон – стационарный импульс электромагнитного поля, который бежит по обоим волноводам как единая уединенная волна. В [17, 18] помимо двухволноводного АННО обсуждалась линейка туннельно-связанных волноводов с чередующимися знаками показателя преломления и было показано, что в спектре линейных волн при некоторых условиях существует запрещенная зона.

В системе туннельно-связанных волноводов, когда поля сильно локализованы в самих волноводах, существенно взаимодействие только между ближайшими соседями [19]. В статье [20] была предложена конфигурация линейки волноводов, в которой взаимодействие между следующими за ближайшими соседями может быть столь же сильно, как и взаимодействие между ближайшими соседями. Для этого над линейкой периодически расположенных в одном направлении волноводов располагается вторая такая же линейка волноводов, но сдвинутая на полпериода по отношению к первой (рис.1,а). Нумерацию волноводов можно вы-

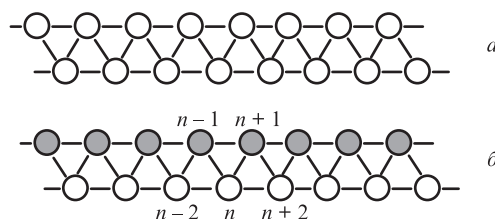


Рис.1. Схемы, иллюстрирующие систему волноводов: линейка одинаковых волноводов [20] (а) и линейка волноводов с чередующимися положительным и отрицательным показателями преломления (б).

Е.В.Казанцева. Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, 125412 Москва, ул. Ижорская, 13, стр.2; e-mail: elena.kazantseva@gmail.com
А.И.Маймистов. Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия, Московская обл., 141700 Долгопрудный, Институтский пер., 9; e-mail: aimaimistov@gmail.com

Поступила в редакцию 24 апреля 2013 г., после доработки – 12 июня 2013 г.

брать так, чтобы, например, четные номера указывали на нижний ряд волноводов, а нечетные – на верхний.

В настоящей работе исследована конфигурация волноводов, схожая с рассмотренной в работе [20], но с тем отличием, что показатели преломления первой и второй линейки волноводов различны по знаку (рис.1,б). Определен спектр линейных волн в такой системе и рассмотрено образование стационарной уединенной волны в протяженной несимметричной (т. е. только обычный волновод обладает оптически нелинейными свойствами) зигзагообразной линейке. Численное решение соответствующих уравнений демонстрирует устойчивость найденных уединенных волн.

2. Основные уравнения модели

Полагая, что волновод с номером n обладает положительным показателем преломления, а близлежащие волноводы с номерами $n-1$ и $n+1$ имеют отрицательный показатель преломления для рассматриваемой спектральной области, можно записать следующую систему уравнений для полей в волноводах:

$$i\left(\frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \tau}\right)e_n + c_1(e_{n+1} + e_{n-1}) + c_2(e_{n+2} + e_{n-2}) + r|e_n|^2 e_n = 0, \quad (1)$$

$$i\left(-\frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \tau}\right)e_{n+1} + c_1(e_{n+2} + e_n) + c_3(e_{n+3} + e_{n-1}) = 0, \quad (2)$$

где e_n имеет смысл нормированной напряженности электрического поля квазигармонической волны, локализованной в n -м волноводе [19]. Подробности вывода этих уравнений с учетом нелинейности среды можно найти в работах [17, 21]. Одномодовые волноводы, сохраняющие поляризацию, рассматриваются как простой популярный пример дискретных оптических систем [22–24].

В уравнениях (1), (2) нелинейность учитывается только для волн, распространяющихся в волноводах с положительным показателем преломления, и характеризуется коэффициентом r . Связь между полями в соседних положительно преломляющих волноводах определяется константой c_2 , константа связи c_3 характеризует взаимодействие между ближайшими отрицательно преломляющими волноводами, а c_1 – между положительно и отрицательно преломляющими волноводами. Такая конфигурация волноводов будет называться асимметричной зигзагообразной линейкой нелинейных волноводов (АЗЛНВ).

3. Линейные свойства системы волноводов

В линейном приближении уравнения, описывающие распространение волн в асимметричной зигзагообразной линейке волноводов, имеют следующий вид:

$$i\left(\frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \tau}\right)e_n + c_1(e_{n+1} + e_{n-1}) + c_2(e_{n+2} + e_{n-2}) = 0, \quad (3)$$

$$i\left(\frac{\partial}{\partial \zeta} - \frac{\partial}{\partial \tau}\right)e_{n+1} - c_1(e_{n+2} + e_n) - c_3(e_{n+3} + e_{n-1}) = 0. \quad (4)$$

Чтобы найти спектр линейных волн, как обычно, надо искать решение этой системы в виде бегущей волны с постоянными амплитудами ее компонент

$$e_n = A \exp(-i\omega\tau + iq\zeta + i\phi n),$$

$$e_{n+1} = B \exp[-i\omega\tau + iq\zeta + i\phi(n+1)].$$

Подстановка этих выражений в (3) и (4) приводит к системе однородных линейных уравнений относительно амплитуд A и B , нетривиальное решение которой возможно, только если ее определитель

$$\det \begin{pmatrix} q - \omega - \gamma_2 & -\gamma_1 \\ \gamma_1 & q + \omega + \gamma_3 \end{pmatrix}$$

равен нулю. Здесь были введены следующие параметры:

$$\gamma_1 = 2c_1 \cos \phi, \quad \gamma_2 = 2c_2 \cos 2\phi, \quad \gamma_3 = 2c_3 \cos 2\phi.$$

Требование равенства нулю определителя приводит к уравнению

$$(\omega + \omega_0)^2 = \gamma_1^2 + (q - q_0)^2,$$

где

$$2\omega_0 = \gamma_2 + \gamma_3, \quad 2q_0 = \gamma_2 - \gamma_3.$$

Таким образом, получен спектр линейных волн в АЗЛНВ с чередованием знака показателя преломления:

$$\omega^{(\pm)}(q) = -\omega_0 \pm \sqrt{\gamma_1^2 + (q - q_0)^2}. \quad (5)$$

Отсюда видно, что в спектре линейных волн имеется щель шириной $\Delta\omega = 2\gamma_1$ и что спектр сдвинут по шкалам частоты и волнового числа. В остальном спектр такой же, как и в линейке волноводов [17, 18]. Бесщелевой спектр возможен только при выполнении условия $\phi = \pi/2$. В этом случае излучение распространяется по волноводам с одинаковым знаком показателя преломления, а соседние волноводы энергией не обмениваются.

4. Нелинейные волны в АЗЛНВ

Наиболее простое приближенное решение, которое позволяет рассмотреть аналитически распространение волн в АЗЛНВ, описываемой уравнениями (1) и (2), имеет следующий вид:

$$e_n(\zeta, \tau) = A(\zeta, \tau) \exp(i\phi n), \quad e_{n+1}(\zeta, \tau) = B(\zeta, \tau) \exp[i\phi(n+1)].$$

В линейном приближении A и B были амплитудами квазигармонических волн. Здесь эти величины являются огибающими квазигармонических волн. Из системы уравнений (1) и (2) следуют уравнения для этих огибающих:

$$i\left(\frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\partial}{\partial \tau}\right)A + \gamma_1 B + \gamma_2 A + r|A|^2 A = 0, \quad (6)$$

$$i\left(\frac{\partial}{\partial \zeta} - \frac{\partial}{\partial \tau}\right)B - \gamma_1 A - \gamma_3 B = 0. \quad (7)$$

При $\phi = \pi/2$ эта система расщепляется на два независимых уравнения, одно из которых является линейным, а другое – нелинейным. При $\phi = \pi/4$ система уравнений (6) и (7) сводится к той, что обсуждалась прежде в [15, 16]. Оба эти случая здесь рассматриваться не будут.

Систему уравнений (6) и (7) можно представить в вещественной форме, полагая $A = a_1 \exp(i\varphi_1)$ и $B = a_2 \exp(i\varphi_2)$:

$$\left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \tau}\right)a_1 = \gamma_1 a_2 \sin \Phi, \quad \left(\frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\partial}{\partial \tau}\right)a_2 = \gamma_1 a_1 \sin \Phi,$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \tau}\right)\varphi_1 = \gamma_1 \frac{a_2}{a_1} \cos \Phi + \gamma_2 + r a_1^2,$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\partial}{\partial \tau}\right)\varphi_2 = -\gamma_1 \frac{a_1}{a_2} \cos \Phi - \gamma_3,$$

где $\Phi = \varphi_1 - \varphi_2$.

4.1. Стационарные волны

Среди многообразия волн выделяются стационарные волны (иногда их называют бегущими волнами). Таким волнам отвечают решения соответствующих уравнений, которые зависят только от одной переменной. Пусть такой переменной в рассматриваемом случае будет

$$\xi = \gamma_1 \frac{\zeta + \beta \tau}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где β – параметр, определяющий скорость распространения волны. Если ввести новые огибающие u_1 и u_2 , такие, что $u_1 = \sqrt{1 + \beta} a_1$, $u_2 = \sqrt{1 - \beta} a_2$, то u_1 , u_2 и Φ будут определяться следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial u_1}{\partial \xi} = u_2 \sin \Phi, \tag{8}$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial \xi} = u_1 \sin \Phi, \tag{9}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \delta + \left(\frac{u_1}{u_2} + \frac{u_2}{u_1}\right) \cos \Phi + \vartheta u_1^2, \tag{10}$$

где введены два параметра –

$$\vartheta = \frac{r}{\gamma_1(1 + \beta)} \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}, \quad \delta = \left(\frac{\gamma_3}{\gamma_1} \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}\right).$$

Из уравнений (8) и (9) следует первый интеграл этой системы

$$u_1^2 - u_2^2 = C_1 = \text{const}. \tag{11}$$

Если умножить обе части уравнения (10) на $u_1 u_2 \cos \Phi$ и вновь использовать (8) и (9), то можно получить второй интеграл

$$u_1 u_2 \cos \Phi + \frac{\delta}{2} u_1^2 + \frac{\vartheta}{4} u_1^4 = C_2 = \text{const}. \tag{12}$$

В зависимости от граничных условий могут существовать различные решения уравнений (8)–(10), описывающие стационарные волны.

4.2. Уединенные волны

Стационарные уединенные волны отвечают решениям уравнений (8)–(10) при условии, что $u_{1,2} \rightarrow 0$ при $|\xi| \rightarrow \infty$. При этом значения констант C_1 и C_2 в (11) и (12) могут быть вычислены, так что

$$u_1^2 - u_2^2 = 0, \quad \alpha \cos \Phi + \frac{\delta}{2} + \frac{\vartheta}{4} u_1^2 = 0, \quad \alpha = \pm 1.$$

Система уравнений (8)–(10) с учетом равенства $u_2 = \alpha u_1$ сводится к следующей системе:

$$\frac{\partial u_1}{\partial \xi} = \alpha u_1 \sin \Phi,$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} = \delta + 2\alpha \cos \Phi + \vartheta u_1^2.$$

Учитывая второй интеграл движения, уравнение для u_1 можно записать в виде

$$\left(\frac{\partial u_1}{\partial \xi}\right)^2 = u_1^2 \left[1 - \left(\frac{\delta}{2} + \frac{\vartheta}{4} u_1^2\right)^2\right].$$

Подстановка $u_1 = w^{-1/2}$ и некоторые простые преобразования приводят это уравнение к виду

$$\left(\frac{\partial w}{\partial \xi}\right)^2 = 4\Delta^2(w - w_1)(w + w_2),$$

где

$$\Delta^2 = 1 - \frac{\delta^2}{4}; \quad w_1 = \frac{\vartheta}{4(1 - \delta/2)}; \quad w_2 = \frac{\vartheta}{4(1 + \delta/2)}.$$

Уравнение для w может быть проинтегрировано (как в [16]), в результате чего получим

$$w = w_0 + w_3 \cosh[2\Delta(\xi - \xi_0)],$$

где ξ_0 – постоянная интегрирования;

$$w_0 = \frac{\delta \vartheta}{4(1 - \delta^2/4)}; \quad w_3 = \frac{\vartheta}{4(1 - \delta^2/4)}.$$

Возвращаясь к исходным переменным, можно записать соотношение

$$u_1^2(\xi) = u_2^2(\xi) = \frac{4\Delta^2 |\vartheta|}{\cosh[2\Delta(\xi - \xi_0)] + \delta/2}. \tag{13}$$

Таким образом, вещественные огибающие уединенной волны, распространяющейся в рассматриваемой системе волноводов, даются следующими выражениями:

$$a_1^2(\xi) = \frac{4\Delta^2}{|\vartheta| (1 + \beta) \{ \cosh[2\Delta(\xi - \xi_0)] + \delta/2 \}}, \tag{14}$$

$$a_2^2(\xi) = \frac{4\Delta^2}{|\vartheta| (1 - \beta) \{ \cosh[2\Delta(\xi - \xi_0)] + \delta/2 \}}. \tag{15}$$

Найденные решения являются обобщением решений, полученных в [16]. Разность фаз Φ изменяется согласно выражению

$$\Phi(\xi) = \Phi(-\infty) + \text{sgn}(\vartheta) S(\delta/2, 2\Delta(\xi - \xi_0)),$$

где использована функция

$$S(\rho, y) = \arctan \frac{(1 - \rho^2)^{1/2} e^y}{1 + \rho e^y}.$$

Значение $\Phi(-\infty)$ следует выбрать таким, чтобы при стремлении ξ к $-\infty$ производная $\partial u / \partial \xi$ была положительной.

4.3. Уединенные волны алгебраического типа

Найденные выше решения уравнений (8)–(10) характеризуются экспоненциально спадающими фронтами, но иной раз встречаются ситуации, когда фронты уединенных волн спадают к нулю медленнее, например как $\sim 1/\xi^2$.

В полученных решениях (14), (15) присутствует параметр Δ , который обращается в нуль в пределе $|\delta| \rightarrow 2$. Поэтому найденные решения имеют смысл, когда $-2 < \delta < 2$, но на границах этого интервала поведение уединенной волны может быть другим. Для уточнения решения можно рассмотреть поведение функции u^2 при малых значениях Δ . Из (13) следует, что при $\Delta \ll 1$

$$\begin{aligned} u^2(\xi) &\approx \frac{4\Delta^2/\vartheta}{1 + 2\Delta^2(\xi - \xi_0)^2 + \delta/2} \\ &= \frac{4}{\vartheta} \left[\frac{(1 - \delta^2/4)}{1 + \delta/2 + 2(1 - \delta^2/4)(\xi - \xi_0)^2} \right] \\ &= \frac{4}{\vartheta} \left[\frac{(1 - \delta/2)(1 + \delta/2)}{(1 + \delta/2) + 2(1 - \delta/2)(1 + \delta/2)(\xi - \xi_0)^2} \right] \\ &= \frac{4}{\vartheta} \left[\frac{1 - \delta/2}{1 + 2(1 - \delta/2)(\xi - \xi_0)^2} \right]. \end{aligned}$$

Вблизи левой границы интервала допустимых значений параметра δ можно найти функцию u^2 , положив $\delta = -2 + \varepsilon$, где $\varepsilon \ll 1^*$. Тогда

$$u^2(\xi) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{4}{\vartheta} \left[\frac{2 - \varepsilon/2}{1 + 2(2 - \varepsilon/2)(\xi - \xi_0)^2} \right] = \frac{8}{\vartheta[1 + 4(\xi - \xi_0)^2]}.$$

Вблизи правой границы интервала допустимых значений параметра δ можно найти функцию u^2 , положив $\delta = 2 - \varepsilon$. Тогда

$$u^2(\xi) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{4}{\vartheta} \left[\frac{\varepsilon/2}{1 + \varepsilon(\xi - \xi_0)^2} \right] = 0.$$

Таким образом, при приближении параметра δ к значению -2 решения уравнений (8)–(10) переходят в алгебраический солитон:

$$a_1^2(\xi) = \frac{8}{\vartheta(1 + \beta_1)[1 + 4(\xi - \xi_0)^2]}, \quad (16)$$

$$a_2^2(\xi) = \frac{8}{\vartheta(1 - \beta_1)[1 + 4(\xi - \xi_0)^2]}. \quad (17)$$

Здесь β_1 соответствует $\delta = -2$. Если δ стремится к значению $+2$, амплитуды решений уравнений (8)–(10) обращаются в нуль.

* Непосредственное решение уравнений (8)–(10) при $\delta = -2$ дает тот же результат.

4.4. Ограничения на параметр скорости β

Поскольку параметр δ ограничен, связанный с ним параметр скорости β также ограничен. Исходя из определения параметра δ , можно ввести функцию

$$F(\mu) = \frac{\gamma_3}{\gamma_1} \mu + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \frac{1}{\mu},$$

аргумент которой

$$\mu = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}}.$$

Это нечетная функция μ . Поэтому условие $|\delta| \leq 2$ будет выполняться в интервалах $\mu_- \leq \mu \leq \mu_+$ и $-\mu_- \geq \mu \geq -\mu_+$, где μ_- и μ_+ – положительные вещественные корни уравнения $|F(\mu)| = 2$. Вещественные корни существуют, если $\min F(\mu) \leq 2$ для положительных μ . Можно показать, что эта функция достигает минимума* при $\mu = +\sqrt{\gamma_2/\gamma_3}$, причем само значение функции в данной точке равно $2\sqrt{\gamma_2\gamma_3}$. Таким образом, условие существования уединенных волн выражается неравенством

$$\sqrt{\gamma_2\gamma_3} \leq |\gamma_1|.$$

Из определения параметров $\gamma_{1,2,3}$ следует, что $\gamma_2\gamma_3 = 4c_2c_3 \cos^2 2\phi$. В модели связанных волн коэффициенты связи $c_{1,2,3}$ всегда могут быть выбраны положительными. Следовательно, произведение $\gamma_2\gamma_3$ тоже положительно или равно нулю при $\phi = \pi/4$.

Выражение для параметра δ можно переписать в виде

$$\delta = \left(\frac{c_2}{c_1} \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} + \frac{c_3}{c_1} \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \right) \frac{\cos 2\phi}{\cos \phi}.$$

Отсюда следует, что знак этого параметра определяется фазовым сдвигом волн в соседних волноводах. Следовательно, δ будет отрицательным в интервалах $\pi/2 < \phi < \pi$ и $3\pi/2 < \phi < 2\pi$.

Корни уравнения $F(\mu) = 2$ в области положительных значений μ даются следующими выражениями:

$$\mu_- = \frac{|\gamma_1|}{|\gamma_2|} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\gamma_2\gamma_3}{\gamma_1^2}} \right),$$

$$\mu_+ = \frac{|\gamma_1|}{|\gamma_2|} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{\gamma_2\gamma_3}{\gamma_1^2}} \right).$$

Параметры скорости стационарной уединенной волны β_{\pm} , являющиеся границами своих допустимых значений, определены как

$$\beta_{\pm} = \frac{\mu_{\pm}^2 - 1}{\mu_{\pm}^2 + 1}.$$

Для примера, пусть $\gamma_2 = \gamma_3 = 0.5\gamma_1$. Тогда

$$\mu_+ \approx 3.73, \quad \beta_+ \approx 0.866, \quad \mu_- \approx 0.266, \quad \beta_- \approx -0.865.$$

* Экстремумы $F(\mu)$ существуют в точках $\mu = \pm\sqrt{\gamma_2/\gamma_3}$, но при положительных μ это минимум, а при отрицательных – максимум.

В отсутствие взаимодействия со следующими за ближайшими соседями волноводами уединенные стационарные волны существуют при $|\beta| < 1$ [16].

5. Численное моделирование взаимодействия уединенных волн

Для исследования устойчивости уединенных волн, являющихся решениями системы уравнений (6) и (7), проведено моделирование столкновений этих волн между собой и с локализованным гармоническим волновым пакетом. В качестве исходных брались импульсы, отвечающие решениям в виде уединенных волн, амплитуды которых определены выражениями (14), (15), а фазы компонент волн в волноводах с положительным и отрицательным показателями преломления выбраны следующими:

$$\varphi_1(\zeta_j, \tau) = \frac{3}{2} \operatorname{sgn}(\vartheta) S(0, 2\xi_j),$$

$$\varphi_2(\zeta_j, \tau) = -\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(\vartheta) S(0, 2\xi_j).$$

Здесь $\xi_j = \gamma_1[\zeta_j - \beta(\tau - \tau_j)](1 - \beta^2)^{1/2}$, а параметры ζ_j и τ_j определяют начальное расположение входных импульсов.

При исследовании устойчивости относительно столкновений использовались стационарные импульсы, характеризуемые параметрами $\beta = 0.4$ и -0.4 . Импульс с $\beta = 0.4$ задан на выходе из волноводной системы (при $\zeta = 50$), а импульс с $\beta = -0.4$ задан на входе в волноводную систему (при $\zeta = 0$). Величина связи γ_1 , определяющей взаимодействие между ближайшими положительно и отрицательно преломляющими волноводами равна единице, а взаимодействие между одинаковыми волноводами (положительно или отрицательно преломляющими), характеризуемое константами γ_2 и γ_3 , предполагалось одинаковым, т. е. $\gamma_2 = \gamma_3$.

В отсутствие связей между одинаковыми волноводами ($\gamma_2 = \gamma_3 = 0$) столкновение между импульсами происхо-

дит упруго, что иллюстрирует рис.2 (см. также работу [16]). При варьировании величины связи между одинаковыми волноводами оказалось, что в интервале значений $\gamma_2 = \gamma_3 = 0.001 - 0.0075$ столкновение между встречными импульсами также происходит почти упруго.

В интервале $0.0075 - 0.01$ столкновение импульсов сопровождается образованием слабой гармонической волны (рис.3), а в интервале $0.01 - 0.021$ эта линейная волна усиливается с увеличением связи между одинаковыми волноводами.

Дальнейшее увеличение величины связи между одинаковыми волноводами (интервал $\gamma_2 = \gamma_3 = 0.0215 - 0.03$) приводит к тому, что прошедшая линейная волна ослабевает, сливаясь с прошедшей основной волной (рис.4), а на-

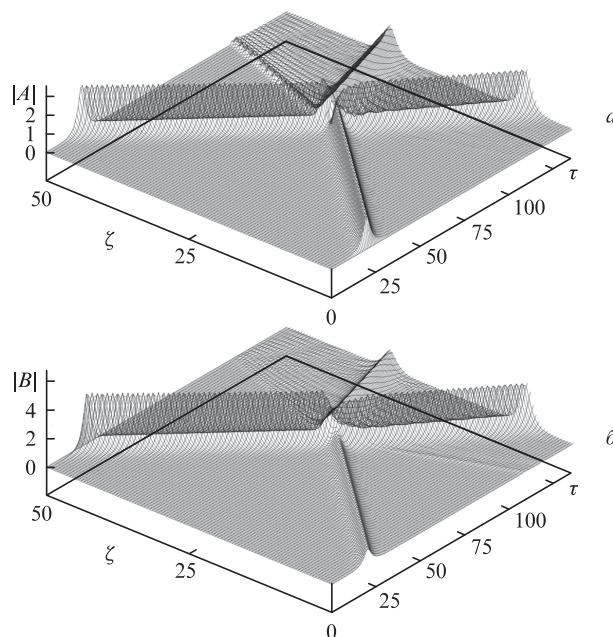


Рис.3. Столкновение между импульсами при $\gamma_2 = \gamma_3 = 0.01$ для волноводов с положительным (а) и отрицательным (б) показателями преломления.

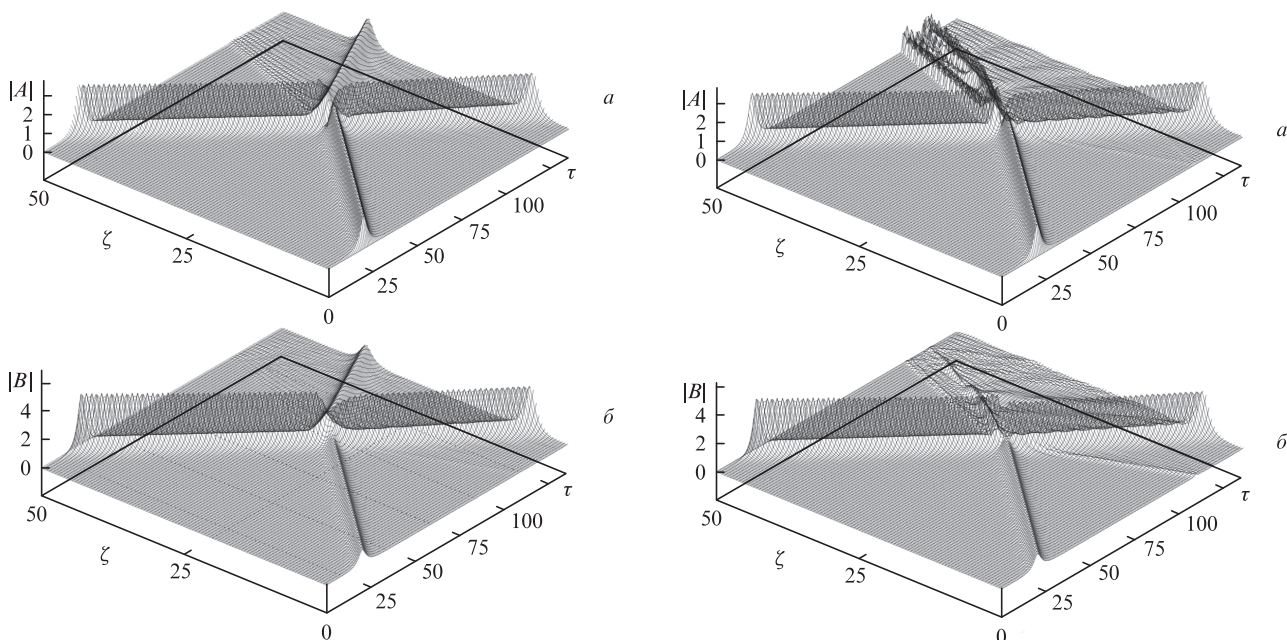


Рис.2. Столкновение между импульсами при $\gamma_2 = \gamma_3 = 0$ для волноводов с положительным (а) и отрицательным (б) показателями преломления.

Рис.4. Столкновение между импульсами при $\gamma_2 = \gamma_3 = 0.022$ для волноводов с положительным (а) и отрицательным (б) показателями преломления.

чина со значений $\gamma_{2,3} = 0.02$ появляется отраженная волна, возникшая в результате отражения исходного импульса с $\beta = -0.4$ от импульса с $\beta = 0.4$, движущегося с противоположной стороны волноводной системы.

Отраженная волна усиливается в интервале 0.025–0.07, а далее ослабевает (рис.5) и при $\gamma_{2,3} = 0.075$ почти исчезает. В интервале 0.08–0.135 импульсы взаимодействуют без образования отраженной и прошедшей линейных волн, меняется только характер столкновения, что приводит к значительному изменению скоростей импульсов, образовавшихся в результате столкновения, по сравнению с первоначальными скоростями (ср. с рис.6).

В интервале 0.14–0.15 снова появляется прошедшая линейная волна, ослабевающая на интервале 0.151–0.16 (эта линейная волна сливается с прошедшей волной)

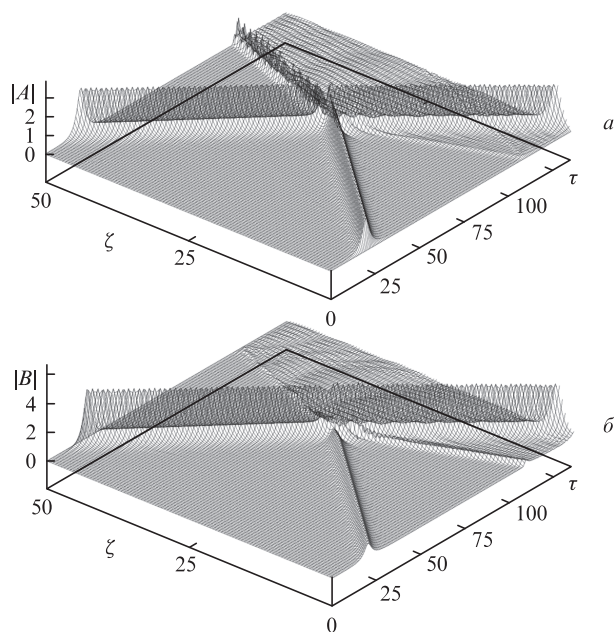


Рис.5. Столкновение между импульсами при $\gamma_2 = \gamma_3 = 0.06$ для волноводов с положительным (а) и отрицательным (б) показателями преломления.

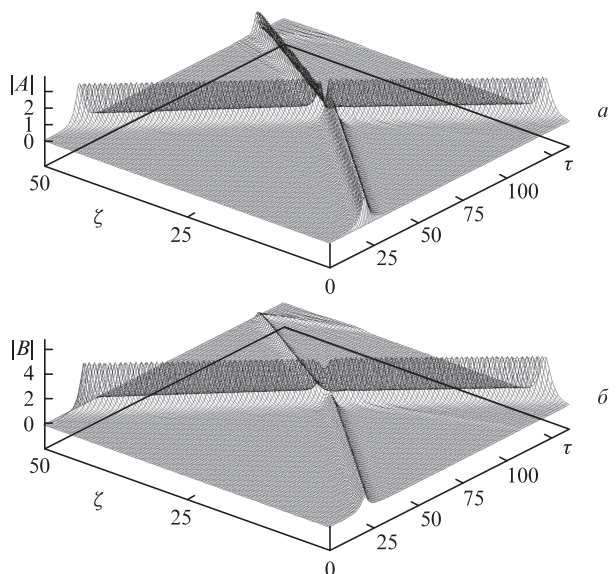


Рис.6. Столкновение между импульсами при $\gamma_2 = \gamma_3 = 0.08$ для волноводов с положительным (а) и отрицательным (б) показателями преломления.

(рис.7). В интервалах 0.17–0.2 и 0.31–0.34 часть импульса с $\beta = -0.4$ отражается при столкновении со встречным импульсом ($\beta = 0.4$) и появляется отраженная волна (рис.8). В интервале 0.21–0.3 изменения величин связей $\gamma_2 = \gamma_3$ между одинаковыми волноводами столкновения между импульсами происходят без образования линейных волн, но характер столкновений различен. Так, при $\gamma_2 = \gamma_3 \approx 0.22$ импульсы движутся по траекториям, близким к исходным, т.е. обмен количеством движения при столкновении незначителен, а при $\gamma_2 = \gamma_3 \approx 0.25$ траектории импульсов после столкновения сильно отличаются от тех, которые были до столкновения.

При моделировании столкновения импульса с $\beta = 0.4$, движущегося от выхода ($\zeta = 50$) волноводной системы, со встречным локализованным гармоническим возмущением

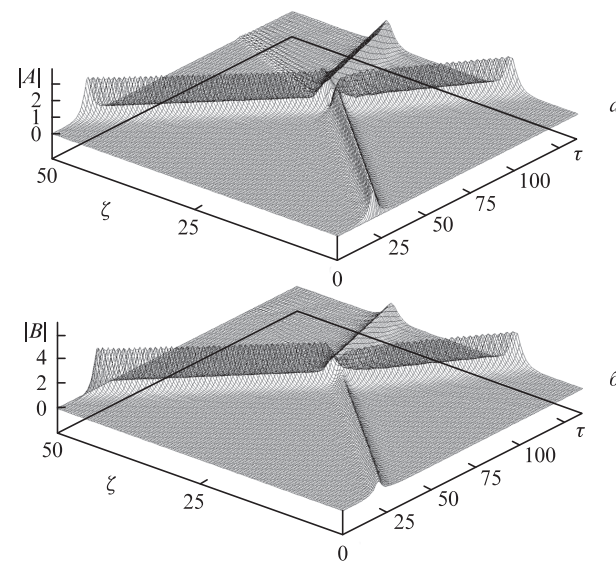


Рис.7. Столкновение между импульсами при $\gamma_2 = \gamma_3 = 0.13$ для волноводов с положительным (а) и отрицательным (б) показателями преломления.

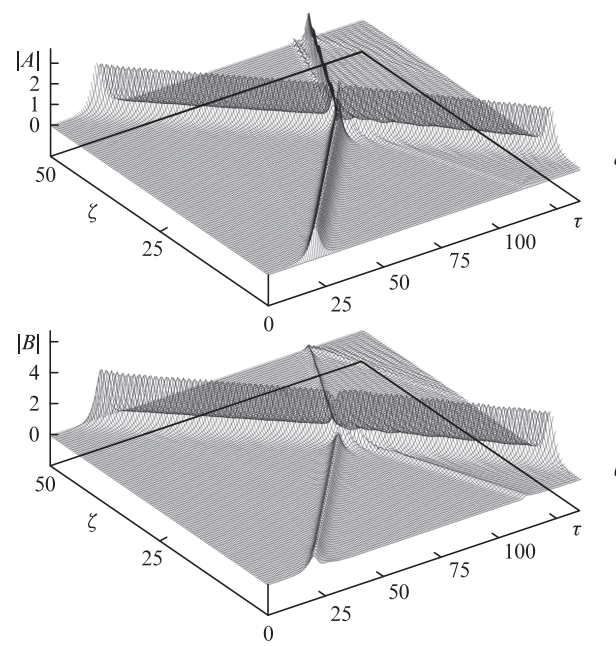


Рис.8. Столкновение между импульсами при $\gamma_2 = \gamma_3 = 0.2$ для волноводов с положительным (а) и отрицательным (б) показателями преломления.

$$f(0, \tau) = (A_{\text{mod}}/2)[\tanh(\tau - 40) - \tanh(\tau - 70)]\sin \omega_{\text{mod}} \tau,$$

заданным на входе в волноводную систему при $\zeta = 0$, оказалось, что результат столкновения для малых значений $\gamma_2 = \gamma_3$, лежащих в интервале 0.001–0.05, не сильно отличается от полученного в том случае, когда связи между одинаковыми волноводами отсутствуют ($\gamma_2 = \gamma_3 = 0$). Моделирование проводилось для случая, когда амплитуда возмущения A_{mod} бралась из интервала 0.1–3, а частота периодической модуляции ω_{mod} выбиралась равной 0.7 или 3. Взаимодействие уединенной волны с таким возмущением приводит к тому, что импульс преломляется в области пространства, заполненного модулированным волновым пакетом. Это преломление тем сильнее, чем больше амплитуда и частота модуляции (для частот, лежащих в интервале 0.7–3). На выходе из модулированной области импульс распространялся в виде уединенной волны со скоростью, отличной от первоначальной.

6. Заключение

Локализация полей в волноводах ведет к росту напряженности электрических и магнитных полей. Это делает неизбежным как самовоздействие, так и нелинейное взаимодействие между спектральными или пространственными компонентами локализованных полей. В данной работе рассмотрено распространение электромагнитного импульса в линейке волноводов с чередующимися по знаку показателями преломления. В отличие от прежних работ учтено взаимодействие с соседними волноводами, следующими за ближайшими соседями. Зигзагообразная конфигурация позволяет осуществить такой тип связи между волноводами. Из-за чередования знака показателя преломления в спектре линейных волн возникает запрещенная зона. Этим свойством рассмотренная модель отличается от изученной в работе [20].

Нелинейные волны в нашей модели исследованы в случае, когда нелинейными свойствами обладают только положительно преломляющие волноводы. Предположение о линейной зависимости фазы связанных волн от номера волновода позволило найти частное решение соответствующих уравнений связанных волн. Показано, что помимо уединенных волн с экспоненциально спадающими фронтами существует волна, передний и задний фронты которой спадают медленнее. Это – уединенная волна алгебраического типа, существующая только при определенных значениях параметров волноводной системы.

Надо подчеркнуть, что в случае цепочки волноводов, связанных только с ближайшими соседями, известные нелинейные уединенные волны – это щелевые солитоны стандартного вида, т.е. их огибающая описывается гиперболическим секансом, как и у солитонов в оптических волокнах с керровской нелинейностью.

Для недеформированной линейки волноводов угол ϑ_b между линиями, соединяющими соседние волноводы, равен π . При этом связь со следующими за соседними волноводами пренебрежимо мала. (Предполагается, что излучение локализовано в волноводах.) Если цепочку деформировать, так чтобы угол ϑ_b уменьшался, получится зигзагообразная линейка волноводов. Следовательно, меняя угол ϑ_b , можно управлять величиной связи между следующими за ближайшими соседями волноводами [20].

Численное решение нелинейных уравнений связанных волн продемонстрировало, что взаимодействие уединенных волн является неупругим. После столкновения изменяется скорость распространения уединенных волн и даже одна из них может разрушиться, превратившись в волновой пакет линейных волн. Изменение скорости, как показали численные расчеты, зависит от угла деформации линейки волноводов ϑ_b , что позволяет считать этот угол управляющим параметром.

Если АЗЛНВ образована из двух линеек волноводов (рис.1,б), то смещение верхней линейки относительно нижней позволяет в определенных пределах управлять параметром связи c_1 . Так, смещение в вертикальном направлении изменяет величину этого параметра и, следовательно, величину щели в спектре. Смещение в горизонтальном направлении нарушает симметрию относительно замены правого волновода на левый. Возникает ненулевой поток энергии вдоль цепочки волноводов либо справа налево, либо слева направо.

Таким образом, АЗЛНВ имеет большие возможности для управления распределением электромагнитного поля на выходе из нее по сравнению с обычной линейной цепочкой.

Работа частично поддерживалась РФФИ (грант № 12-02-00561).

1. Bergamin L. *Phys. Rev. A*, **78**, 043825 (2008).
2. Urzhumov Ya.A., Smith D.R. *Phys. Rev. Lett.*, **105**, 163901 (2010).
3. Kundtz N., Gaultney D., Smith D.R. *New J. Phys.*, **12**, 043039 (2010).
4. Shalaev V.I., Pendry J. *J. Opt.*, **13**, 020201 (2011).
5. Кильдишев А.В., Шалаев В.М. *УФН*, **181**, 59 (2011).
6. Diedrich D., Rottler A., Heitmann D., Mendach S. *New J. Phys.*, **14**, 053042 (2012).
7. Chen H., Wu B.-I., Kong J.A. *J. Electromagn. Waves Appl.*, **20**, 2137 (2006).
8. Boltasseva A.I., Shalaev V.I. *Metamaterials*, **2**, 1 (2008).
9. Eleftheriades G.V., Balmain K.G. (Eds) *Negative-refraction Metamaterials: Fundamental Principles and Applications* (New York: Wiley, 2005).
10. Noginov M.A., Podolskiy V.A. (Eds) *Tutorials in Metamaterials* (Boca Raton–London–New York: Taylor and Francis Group, LLC / CRC Press, 2012).
11. Dolling G., Wegener M., Soukoulis C.M., Linden S. *Opt. Lett.*, **32**, 53 (2007).
12. Agranovich V.M., Shen Y.R., Baughman R.H., Zakhidov A.A. *Phys. Rev. B*, **69**, 165112 (2004).
13. Агранович В.М., Гартштейн Ю.Н. *УФН*, **176**, 1052 (2006).
14. Zharova N.A., Shadrivov I.V., Zharov A.A., Kivshar Yu.S. *Opt. Express*, **13**, 1291 (2005).
15. Маймистов А.И., Габитов И.Р., Личиницер Н.М. *Оптика и спектроскопия*, **104**, 292 (2008).
16. Kazantseva E.V., Maimistov A.I., Ozhenko S.S. *Phys. Rev. A*, **80**, 43833 (2009).
17. Maimistov A.I., Gabitov I.R. *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, **147**, 265 (2007).
18. Маймистов А.И., Казанцева Е.В., Десятников А.С. В кн. *Когерентная оптика и оптическая спектроскопия: XVI Всероссийская молодежная научная школа: сборник лекционных заметок* (Казань, КГУ, 2012, с. 21–31).
19. *Интегральная оптика*. Под ред. Т.Тамира (М.: Мир, 1978).
20. Efremidis N.K., Christodoulides D.N. *Phys. Rev. E*, **65**, 056607 (2002).
21. Maimistov A.I., Basharov A.M. *Nonlinear Optical Waves* (Dordrecht–Boston–London: Kluwer Academic Publishers, 1999).
22. Fleischer J.W., Bartal G., Cohen O., Schwartz T., Manela O., Freedman B., Segev M., Buljan H., Efremidis N.K. *Opt. Express*, **13**, 1780 (2005).
23. Moison J.M., Belabas N., Minot C., Levenson J.A. *Opt. Lett.*, **34**, 2462 (2009).
24. Маломед Б.А. *Контроль солитонов в периодических средах* (М.: Физматлит, 2009).