

Спектральный метод расчета распространения лазерного излучения в двухосных кристаллах с учетом разориентации собственных поляризаций

С.Г.Гречин, П.П.Николаев, А.Г.Охримчук

Предложена методика расчета процесса распространения лазерного излучения в двухосных оптических кристаллах в произвольных направлениях, основанная на использовании спектрального метода и учитывающая как дифракцию, так и разориентацию собственных поляризаций компонент пространственного спектра, различия фазовых набегов для них с учетом всех порядков пространственной дисперсии, а также особенности краевых условий на входной и выходной гранях. На примере внутренней конической рефракции проведено сравнение полученных результатов расчетов с известными экспериментальными данными.

Ключевые слова: двухосные кристаллы, распространение лазерного излучения, спектральный метод.

1. Введение

Оптические кристаллы находят широкое применение при решении широкого круга прикладных задач [1]. Вначале в основном использовались одноосные кристаллы. Для них были получены уравнения, описывающие процесс распространения излучения [2]. В последние десятилетия синтезировано большое число двухосных кристаллов, использование которых значительно расширяет функциональные возможности различных приложений [3]. При решении многих прикладных задач применяются срезы кристаллов в главных плоскостях кристаллооптической системы координат, где их свойства с достаточно высокой точностью описываются уравнениями для одноосных кристаллов. Тем не менее в ряде случаев требуется использовать наиболее общие срезы. Это, в частности, реализация некритичных по длине волны и температуре взаимодействий – двулучепреломления и нелинейно-оптического преобразования частоты [4–6]. В таких случаях необходимо учитывать все действующие в кристалле процессы. Для двухосных кристаллов – это разориентация собственных поляризаций относительно кристаллооптической системы координат при изменении направления распространения излучения, которая для различных компонент пространственного спектра пучков излучения проявляется и при взаимодействии нескольких пучков с разными длинами волн. Учету таких процессов посвящена настоящая работа. Предложен метод расчета распространения лазерного излучения в произвольном направлении в двухосных кристаллах и краевых условий на входной и выходной гранях кристалла. На примере кони-

ческой рефракции сравниваются результаты расчета с экспериментальными данными.

2. Оптические свойства двухосных оптических кристаллов

Приведем основные выражения, определяющие оптические свойства двухосных кристаллов и особенности изменения параметров распространяющегося излучения. Выражения для показателей преломления s- и f-волн имеют следующий вид [2]:

$$\begin{aligned} n_f &= \sqrt{\frac{2}{B + \sqrt{B^2 - 4C}}}, \\ n_s &= \sqrt{\frac{2}{B - \sqrt{B^2 - 4C}}}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$B = s_x^2 \left(\frac{1}{n_y^2} + \frac{1}{n_z^2} \right) + s_y^2 \left(\frac{1}{n_x^2} + \frac{1}{n_z^2} \right) + s_z^2 \left(\frac{1}{n_x^2} + \frac{1}{n_y^2} \right),$$

$$C = \frac{s_x^2}{n_y^2 n_z^2} + \frac{s_y^2}{n_x^2 n_z^2} + \frac{s_z^2}{n_x^2 n_y^2},$$

где n_x, n_y, n_z – главные значения показателей преломления среды;

$$s_x = \sin\theta \cos\varphi, \quad s_y = \sin\theta \sin\varphi, \quad s_z = \cos\theta \quad (2)$$

– направляющие косинусы волнового вектора; θ, φ – углы, задающие направление волнового вектора относительно главных осей кристалла (рис.1).

Распределения характеристических поверхностей для обеих волн приведены на рис.1. Одним из значительных отличий двухосных кристаллов от одноосных является зависимость ориентации собственных поляризаций для обеих компонент от направления волнового вектора k . В одноосных кристаллах ориентации собственных поляризаций остаются неизменными во всем диапазоне углов ориентации волнового вектора в кристаллооптической системе координат. Для о-компоненты она параллельна плоскости xy , а для е-компоненты – перпендикулярна ей

С.Г.Гречин, П.П.Николаев. Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана, Россия, 105005 Москва, 2-я Бауманская ул., 5; e-mail: raneeque@gmail.com
А.Г.Охримчук. Научный центр волоконной оптики РАН, Россия, 119333 Москва, ул. Вавилова, 38

Поступила в редакцию 25 апреля, после доработки – 11 ноября 2013 г.

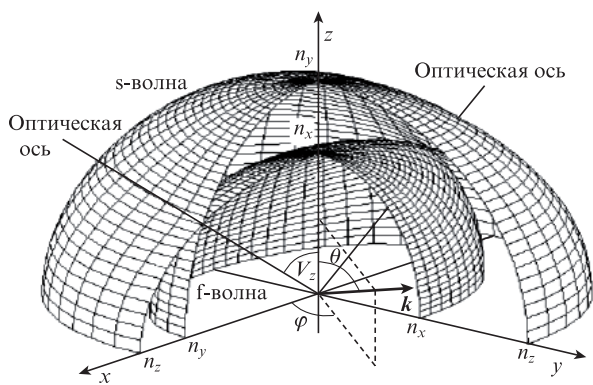


Рис.1. Нормальные поверхности для s- и f-волн в двухосном кристалле с соотношением показателей преломления $n_x < n_y < n_z$.

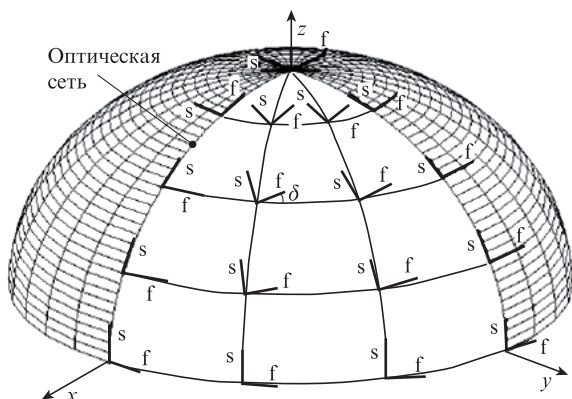


Рис.2. Ориентации собственных поляризаций для различных наборов углов θ и φ в двухосных кристаллах.

и лежит в секущей плоскости, проходящей через ось z и волновой вектор k . Ориентации собственных поляризаций для различных направлений распространения излучения в случае двухосных кристаллов показана на рис.2. Выражение для угла поворота (угол δ на рис.2) имеет следующий вид:

$$\tan 2\delta = \frac{\cos \theta \sin 2\varphi}{\sin^2 \theta / \tan^2 V_z + \sin^2 \varphi + \cos^2 \theta \cos^2 \varphi}, \quad (3)$$

где V_z – угол от оси z до оптической оси, который определяется выражением

$$\cos V_z = \frac{n_x}{n_y} \sqrt{\frac{n_z^2 - n_y^2}{n_z^2 - n_x^2}}. \quad (4)$$

Наиболее сильно угол δ изменяется в окрестности оптической оси (рис.3).

Некритичные по длине волны процессы реализуются в направлениях, расположенных в окрестности оптической оси кристалла [6]. Коль скоро угол V_z имеет дисперсию, то и угол разориентации собственных поляризаций для выбранного направления, соответствующего реализуемому процессу, также будет иметь дисперсию. На рис.4 приведены дисперсионные зависимости угла V_z для некоторых двухосных кристаллов. Из них следует, что для различных взаимодействующих волн угол разориентации собственных поляризаций, например при параметрической генерации излучения, может составлять несколько десятков градусов.

Очевидно, что в общем случае для пучков излучения с конечной расходимостью различные пространственные

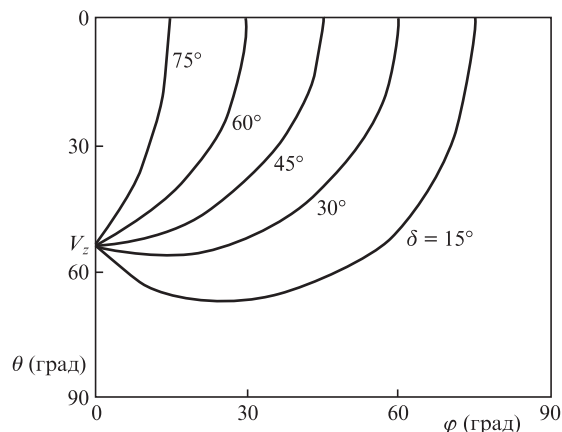


Рис.3. Зависимости угла поворота собственных поляризаций от направления распространения излучения.

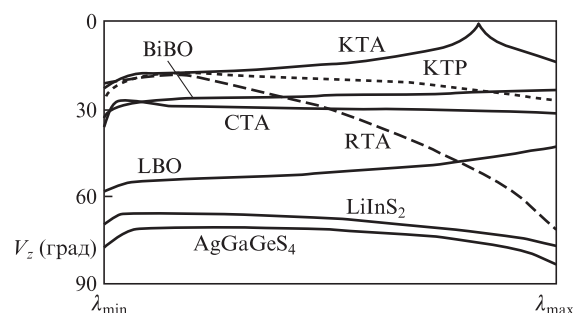


Рис.4. Дисперсия угла до оптической оси в двухосных кристаллах.

компоненты (компоненты пространственного спектра*) будут иметь разную ориентацию собственных поляризаций. В случае сфокусированного лазерного излучения разориентация собственных поляризаций между крайевыми компонентами пространственного спектра может достигать десятков угловых минут, в окрестности оптической оси кристалла – единиц градусов.

Таким образом, при решении задачи распространения излучения в двухосном кристалле в наиболее общем случае необходимо учитывать изменения угла разориентации собственных поляризаций.

3. Методы решения задачи распространения излучения в двухосном кристалле

Для расчета распространения излучения в кристаллах требуется использование численных методов. Уже в конце 1960-х годов были разработаны консервативные сеточные методы (см., напр., [10, 11]), которые могли эффективно использоваться для решения задач распространения излучения в одноосных кристаллах, а в некоторых частных случаях – в двухосных кристаллах. Однако эти методы имеют ограничения, обусловленные нарушением устойчивости, что, в частности, проявлялось при решении задач преобразования частоты, когда требовался учет не только расстройки групповых скоростей, но и дисперсионного расплывания импульсов второго, третьего и более высоких порядков.

* Здесь и далее под пространственной дисперсией среды понимается нелокальность отклика для диэлектрического тензора [7–9]. В рассматриваемом случае это определяет зависимость показателя преломления от угла ориентации вектора k .

Общий анализ показывает, что задачу распространения и взаимодействия следует решать в том представлении, в котором наиболее просто описывается проявление ограничивающих и сопутствующих механизмов. Совместное действие как дифракции, так и разориентации собственных поляризаций наиболее просто описывается в спектральном представлении распространяющихся (взаимодействующих) пучков излучения – компонент пространственного спектра. Спектральные методы решения задач преобразования пучков излучения в одноосных кристаллах были рассмотрены в [11–29], а импульсов фемтосекундной длительности – в [30]. В обоих случаях использовалось не приближенное описание дисперсии показателей преломления, а наиболее точное, описываемое уравнением Селлмейера, что дало хорошие результаты (см., напр., [24, 30–32]).

Одним из эффективных методов решения задачи распространения излучения является спектральный метод, основанный на решениях в спектральном пространстве и позволяющий наиболее точно учесть действие всех основных механизмов, проявляющихся в двухосных кристаллах (в англоязычной литературе – *fourier-space method*). Этот метод, математическое которого впервые представлено в работах [11–14], основан на решении системы дифференциальных уравнений параболического типа для медленно меняющихся амплитуд спектральных компонент. Развитием этого метода является метод разбиения на последовательные шаги (в англоязычной литературе – *split-step method*). Суть его заключается в раздельном и последовательном решении задач линейного распространения излучения и нелинейного взаимодействия со средой. Для одноосных кристаллов этот метод впервые комплексно рассмотрен в [19, 20].

Для анализа линейных процессов наиболее применим первый метод, тогда как при анализе нелинейного взаимодействия излучения со средой (нелинейно-оптическое преобразование частоты, вынужденное рассеяние и др.) – второй, что обусловлено более высоким быстродействием, т.к. свертка функций вычисляется медленнее, чем производится преобразование Фурье современными методами. В работах [25, 26] приведено сравнение этих двух методов при решении одной и той же задачи. Также необходимо отметить, что в случае, когда необходимо учитывать граничные условия на боковых образующих кристалла (например, при волноводном распространении излучения), применим только второй метод.

Здесь мы ограничимся рассмотрением распространения излучения в линейной среде, поскольку эту задачу в дальнейшем несложно обобщить на другие практические задачи.

4. Распространение излучения в двухосном кристалле с произвольным срезом

Процесс распространения излучения в двухосном кристалле с произвольным срезом будем рассматривать для линейной немагнитной и негиротропной среды. В этом случае задача может быть сведена к скалярной дифракционной задаче для распространения поля излучения между двумя слоями – входной и выходной гранями двухосного кристалла [33]. При объединении ее, например, с задачей нелинейного взаимодействия изменится лишь количество слоев, а все остальные подходы к решению останутся прежними.

Излучение на входе в двухосную среду всегда можно представить в виде суперпозиции линейно поляризованных монохроматических волн, напряженность поля которых представлена в комплексном виде:

$$E(x, y) = \frac{1}{2} \{ A_s(x, y) \exp[j\varphi_s(x, y)] + \text{компл. сопр.} \} + \frac{1}{2} \{ A_f(x, y) \exp[j\varphi_f(x, y)] + \text{компл. сопр.} \}, \quad (5)$$

где $A_i(x, y)$ – амплитудное распределение поля излучения; $\varphi_i(x, y)$ – фазовое распределение поля излучения.

Далее для определенности будем считать, что на двухосный кристалл падает одна линейно поляризованная волна. Полученные результаты несложно обобщить на случай деполаризованного излучения как с однородной, так и с неоднородной степенью деполаризации по сечению пучка излучения.

Математически процесс распространения излучения с учетом дифракции между двумя слоями в произвольной среде сводится к вычислению дифракционного интеграла (рис.5):

$$E_0(x_2, y_2) = -\frac{1}{\lambda z} \iint E_i(x_1, y_1) \times \exp[jk \sqrt{z^2 + (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}] dx_1 dy_1, \quad (6)$$

где x_i, y_i – поперечные координаты; $E_i(x_1, y_1)$ – исходное распределение поля излучения; $E_0(x_2, y_2)$ – результирующее распределение поля излучения; z – длина среды.

Волновое число k в (6) содержит всю информацию о пространственной дисперсии среды и ориентации собственных поляризаций излучения. Поскольку выражение (6) представляет собой интеграл свертки, будем его решать спектральным методом. Общая структура такого решения имеет следующий хорошо известный вид [34]:

$$F_i(k_x, k_y) = \iint E_i(x_1, y_1) \exp[j(k_x x + k_y y)] dx_1 dy_1, \quad (7)$$

$$F_{0s,of}(k_x, k_y) = F_i(k_x, k_y) \exp[jz \sqrt{k_{s,f}^2(k_x, k_y) - k_x^2 - k_y^2}], \quad (8)$$

$$E_0(x_2, y_2) = \iint F_0(k_x, k_y) \exp[-j(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y, \quad (9)$$

где k_x, k_y – компоненты пространственного спектра; $F_i(k_x, k_y)$ – пространственный спектр исходного излучения; $F_0(k_x, k_y)$ – пространственный спектр результирующего

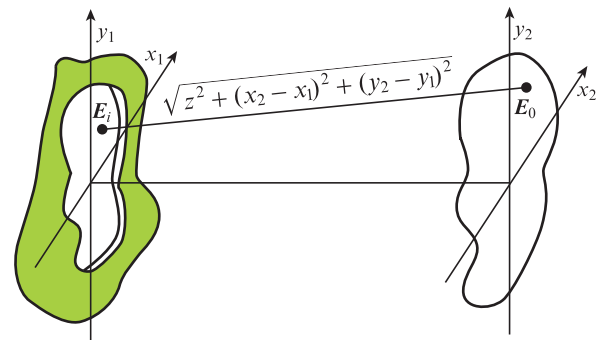


Рис.5. Геометрия дифракционной задачи.

щего излучения; $k_{s,f}(k_x, k_y)$ – волновое число ($k_{s,f} = 2\pi \times n_{s,f}(k_x, k_y)/\lambda$), зависящее от k_x и k_y ; $n_{s,f}(k_x, k_y)$ – показатель преломления для s- и f-компонент излучения.

В рассматриваемом случае исходное распределение поля $E_i(x_1, y_1)$ разлагается в ряд плоских монохроматических волн пространственного спектра $F_i(k_x, k_y)$ с учетом того, что каждая из этих пространственных компонент имеет свою ориентацию собственных поляризаций (s- и f-компоненты). Поэтому даже для линейно поляризованного входного излучения в общем случае в среде распространяется пара волн (пространственных компонент) с ортогональными поляризациями ($F_{is}(k_x, k_y)$ и $F_{if}(k_x, k_y)$), каждая из которых имеет свой фазовый набег. При этом учитываются все порядки пространственной дисперсии, т. к. используется выражение (1), а не его аппроксимация. При вычислении $E_0(x, y)$ учитываются все особенности разложения по собственным поляризациям и набегу фазы каждой из компонент.

Кроме перечисленных выше особенностей рассматриваемой задачи, необходимо также учитывать различия граничных условий на входной и выходной гранях кристалла, обусловленные различием коэффициентов пропускания компонент с параллельной и перпендикулярной плоскости падения ориентацией поляризации. Так как для каждой компоненты пространственного спектра $k_{x,y}$ разложение на σ - или π -поляризованные компоненты различно, то и коэффициенты пропускания для них также будут отличаться друг от друга.

На основе представленного выше подхода расчет распространения излучения в анизотропной среде состоит из последовательного решения следующих подзадач:

1. Расчет показателей преломления $n_f(k_x, k_y)$ и $n_s(k_x, k_y)$ для каждой компоненты пространственного спектра $k_{x,y}$ и для s- или f-собственных поляризаций излучения.
2. Расчет углов поворота $\delta(k_x, k_y)$ собственных поляризаций относительно секущей плоскости (плоскости, проходящей через ось z и вектор \mathbf{k} , см. рис.1) для каждой компоненты $k_{x,y}$ пространственного спектра.
3. Расчет коэффициентов пропускания излучения на входной грани и его разложения по собственным поляризациям анизотропного кристалла для каждой компоненты $k_{x,y}$ пространственного спектра.
4. Решение дифракционной задачи распространения излучения в анизотропной среде между входной и выходной гранями на основе уравнений (7)–(9).
5. Расчет коэффициентов пропускания для s- или f-поляризации излучения на выходной грани и разложения по двум ортогональным поляризациям для каждой компоненты $k_{x,y}$ пространственного спектра.

5. Расчет показателей преломления и угла поворота ориентаций собственных поляризаций

Расчет показателей преломления для каждой компоненты $k_{x,y}$ пространственного спектра сводится к решению обратной задачи – нахождению по заданным значениям k_x и k_y значений показателей преломления $n_{s,f}(k_x, k_y)$ и углов φ и θ . Необходимо отметить, что в анизотропной среде пространственный спектр является эквидистантным по параметрам разложения k_x и k_y , но не эквидистантным по угловым отклонениям волновых векторов соответствующих пространственных компонент.

Для вычисления показателей преломления $n_{s,f}(k_x, k_y)$ необходимо знать направляющие косинусы волнового вектора спектральных компонент в кристаллооптической системе координат. Однако из начальных данных для пучка излучения известно только распределение пространственного спектра в системе координат, привязанной к направлению его распространения. Для нахождения решения необходимо пересчитать известное распределение пространственного спектра из одной системы координат в направляющие косинусы волнового вектора в кристаллооптической системе координат.

На рис.6 показана кристаллооптическая система координат xuz и система координат, привязанная к направлению распространения пучка излучения, $x'y'z'$ (излучение распространяется вдоль оси z' – вектор \mathbf{k}_0). Ось x' лежит в плоскости zz' , ось y' – в ортогональной ей плоскости. Тогда каждая компонента пространственного спектра излучения с заданными значениями k_x и k_y в системе координат $x'y'z'$ будет иметь проекции на оси:

$$\begin{pmatrix} k_{x'} \\ k_{y'} \\ k_{z'} \end{pmatrix}, k_{z'} = \sqrt{|k|^2 - k_x^2 - k_y^2}, \quad (10)$$

где $|k| = |k(k_x, k_y)|$ – модуль волнового числа для компоненты пространственного спектра.

Матрица поворота для пересчета указанных проекций волновых чисел в кристаллооптическую систему координат имеет вид

$$M = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \varphi & -\sin \varphi & \sin \theta \cos \varphi \\ \cos \theta \sin \varphi & \cos \varphi & \sin \theta \sin \varphi \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Тогда с учетом (10) и (11) направляющие косинусы спектральных компонент для (1) вычисляются следующим образом:

$$\begin{pmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} k_{x'}/|k| \\ k_{y'}/|k| \\ k_{z'}/|k| \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где $|k_i(k_x, k_y)| = 2\pi n_i(k_x, k_y)/\lambda$ – модуль волнового числа каждой компоненты пространственного спектра.

Значения направляющих косинусов (12) подставляются в (1), и системы уравнений, полученные для каждой компоненты пространственного спектра, решаются итерационно.

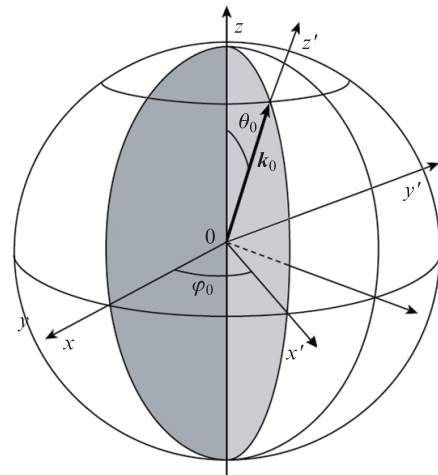


Рис.6. Преобразование системы координат пучка излучения к кристаллооптической системе координат.

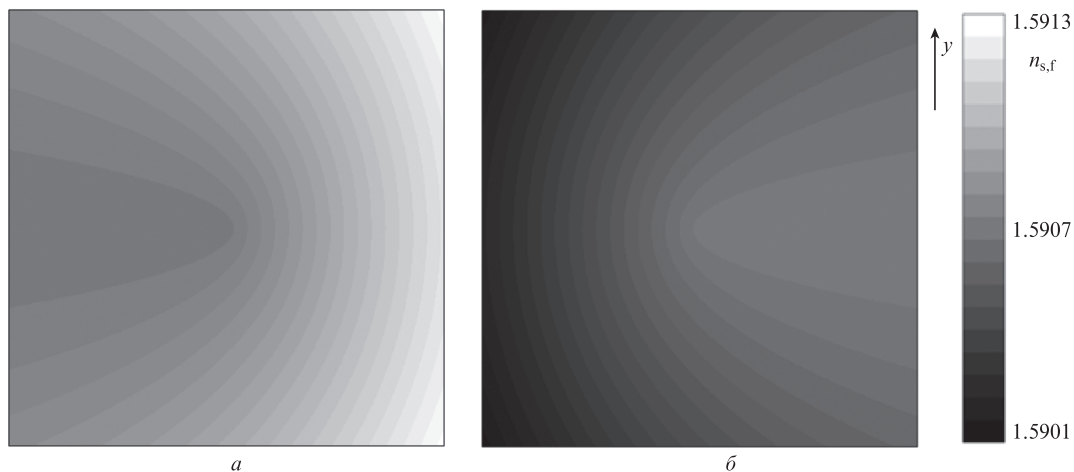


Рис.7. Распределения показателя преломления для s- (а) и f-поляризованных (б) компонент в направлении оптической оси кристалла LBO (плоскость xz направлена по горизонтали).

ционными численными методами (например, модифицированным методом Ньютона) в диапазоне показателей преломления $n_x \div n_z$. Минимизируемая функция, например для f-поляризованной компоненты, такова:

$$F = n_f - \sqrt{\frac{2}{B + \sqrt{B^2 - 4C}}} \leq \epsilon_{ps}, \tag{13}$$

где ϵ_{ps} – погрешность определения показателя преломления. Таким же образом для каждой спектральной компоненты определяются показатели преломления для s-поляризованной компоненты.

На рис.7 показан пример рассчитанных распределений показателя преломления для s- и f-поляризованных компонент в направлении оптической оси двухосного кристалла LBO для пространственного спектра, соответствующего диапазону угловых отклонений $\pm 0.3^\circ$ по обеим координатам.

Каждой компоненте пространственного спектра $k_{x,y}$ соответствует своя ориентация собственных поляризаций (3). На рис.8 приведен пример рассчитанного распределения угла поворота собственных поляризаций в направлении оптической оси двухосного кристалла LBO для пространственного спектра, соответствующего диапазону угловых отклонений $\pm 0.3^\circ$ по обеим координатам.

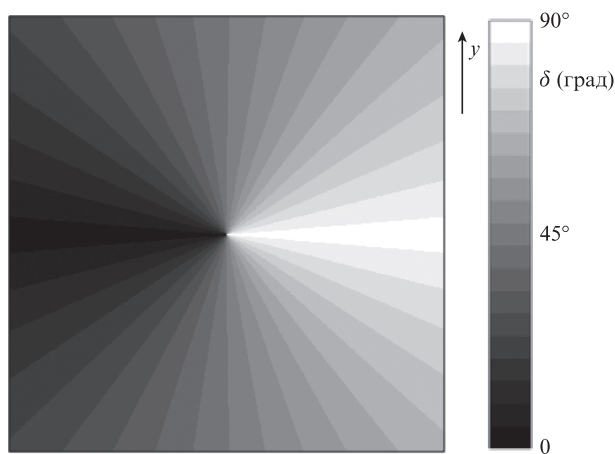


Рис.8. Распределение угла поворота собственных поляризаций в направлении оптической оси кристалла LBO (плоскость xz направлена по горизонтали).

где индекс i соответствует s- или f-поляризованной компоненте; α – угол падения волны; β_i – угол преломления волны s- или f-поляризованной компоненты.

Для каждой компоненты пространственного спектра $k_{x,y}$ угол падения волны на границу раздела сред для входной и выходной грани вычисляется одинаково:

$$\alpha = \arcsin \frac{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}}{|k(k_x, k_y)|}. \tag{15}$$

Выражения для углов преломления волны для s- и f-поляризованных компонент на входной и выходной границах различаются:

$$\beta_{s,f}^{in} = \arcsin \frac{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}}{|k(k_x, k_y)| n_{s,f}(k_x, k_y)}, \tag{16}$$

$$\beta_{s,f}^{out} = \arcsin \left(\frac{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}}{|k(k_x, k_y)|} \right) n_{s,f}(k_x, k_y). \tag{17}$$

Рассмотрим, как происходит разложение компоненты пространственного спектра линейно поляризованного излучения по собственным поляризациям двухосного кристалла на его входной грани (рис.9).

Остановимся на наиболее общем случае падения на границу раздела сред линейно поляризованной волны E_0 .

6. Граничные условия на входной и выходной гранях двухосного кристалла

Коэффициент отражения при падении излучения на границу раздела сред зависит от угла падения и поляризации излучения, описывается формулами Френеля и различен для ортогональных σ - и π -поляризованных компонент падающей волны. Вместе с этим в двухосной среде существуют две собственные s- и f-поляризованные компоненты волны с различными показателями преломления. Тогда для описания прохождения волны через границу раздела сред потребуются четыре коэффициента пропускания для напряженности поля, связывающие между собой четыре указанные поляризации. Это коэффициенты [2]

$$T_i^\sigma = 1 - \frac{\sin(\alpha - \beta_i)}{\sin(\alpha + \beta_i)}, \tag{14}$$

$$T_i^\pi = 1 - \frac{\tan(\alpha - \beta_i)}{\tan(\alpha + \beta_i)},$$

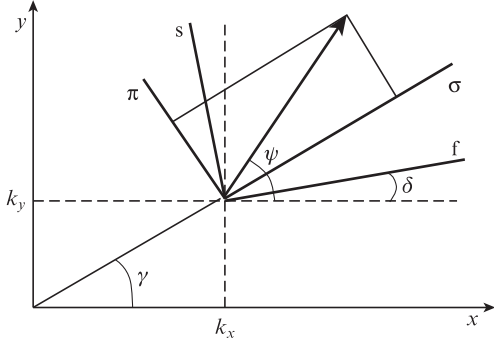


Рис.9. Разложение пространственной компоненты излучения по собственным поляризациям двухосного кристалла на его входной грани; σ и π – ориентации плоскостей поляризации падающего на кристалл излучения, перпендикулярные и параллельные плоскости раздела сред.

В этом случае существуют две проекции волнового вектора \mathbf{k} на границу раздела сред – k_x и k_y , ориентации и значения которых определяют взаимную ориентацию плоскости падения и собственных поляризаций излучения в кристалле. Это, в свою очередь, будет определять значения показателей преломления для каждой из компонент излучения по собственным поляризациям, распространяющимся в кристалле. В общем случае плоскость поляризации волны повернута относительно оси x на угол ψ . Каждая компонента пространственного спектра этой волны будет иметь такую же поляризацию. Каждая m -я компонента пространственного спектра в рабочей системе координат повернута на угол $\gamma = \arctan(k_y/k_x)$. Выбор системы координат (осей x и y) обусловлен необходимостью совпадения ориентации собственных поляризаций для нулевой компоненты пространственного спектра с ориентацией этих осей. Тогда разложение компонент пространственного спектра по σ - и π -поляризованным компонентам напряженности поля будет иметь следующий вид:

$$E_\sigma = E_0 \cos(\gamma - \psi), \quad E_\pi = E_0 \sin(\gamma - \psi). \quad (18)$$

Поскольку каждая компонента пространственного спектра имеет свой угол поворота ориентаций собственных поляризаций δ , с использованием выражений (11) и (18) выражения для s - и f -поляризованных компонент напряженности поля в двухосной среде таковы:

$$E_s = E_\sigma T_s^\sigma \sin(\gamma - \delta) - E_\pi T_s^\pi \cos(\gamma - \delta), \quad (19)$$

$$E_f = E_\sigma T_f^\sigma \cos(\gamma - \delta) + E_\pi T_f^\pi \sin(\gamma - \delta).$$

Прохождение компонент пространственного спектра излучения через выходную грань происходит следующим образом (рис. 10). На выходе из среды каждая компонента пространственного спектра в общем случае будет иметь эллиптическую поляризацию. Для определенности представим за выходной гранью каждую такую компоненту пространственного спектра в виде суммы двух ортогональных линейно поляризованных компонент E_1 и E_2 , направленных вдоль осей x и y соответственно. На выходную грань падают s - и f -поляризованные компоненты, плоскости которых повернуты на угол поворота ориентаций собственных поляризаций δ . Каждая компонента пространственного спектра повернута на угол $\gamma =$

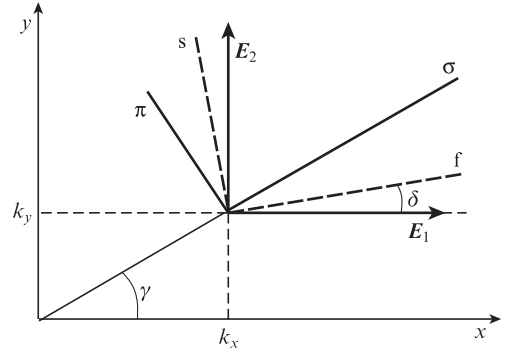


Рис.10. Прохождение излучения через выходную грань двухосного кристалла.

$\arctan(k_y/k_x)$. Тогда с учетом (11) разложение спектральной компоненты по σ - и π -поляризациям будет иметь следующий вид:

$$E_\sigma = E_f T_f^\sigma \cos(\gamma - \delta) + E_s T_s^\sigma \sin(\gamma - \delta), \quad (20)$$

$$E_\pi = E_f T_f^\pi \cos(\gamma - \delta) + E_s T_s^\pi \cos(\gamma - \delta),$$

где E_f, E_s – f - и s -поляризованные компоненты.

С учетом (20) на выходе двухосного кристалла две ортогональные линейно поляризованные компоненты таковы:

$$E_1 = E_\sigma \cos\gamma + E_\pi \sin\gamma, \quad (21)$$

$$E_2 = E_\sigma \sin\gamma - E_\pi \cos\gamma.$$

7. Результаты расчетов

Учет всех порядков пространственной дисперсии и разориентации собственных поляризаций для различных спектральных компонент в использованном методе решения позволяет точно рассчитать изменение профиля пучка излучения с широким угловым спектром и его снос при распространении в анизотропной среде.

Расчет проводился для нелинейного кристалла трибората висмута (BiB_3O_6) длиной 20 мм. Эта двухосная среда обладает сильным двулучепреломлением, что позволяет более наглядно наблюдать эффекты деформации профиля пучка. Главные значения показателей преломления для этого кристалла на длине волны 540 нм таковы: $n_x = 1.7869$, $n_y = 1.8185$, $n_z = 1.9613$. Угол среза кристалла θ был выбран близким к углу оптической оси кристалла и составлял 25° при $\varphi = 0^\circ$. На входе кристалла задается пучок с гауссовым амплитудным профилем (радиус 0,2 мм на уровне $1/e^2$, расходимость 4 мрад). Плоскость поляризации излучения на входе кристалла лежит под углом 45° к ориентациям его собственных поляризаций.

На рис.11 изображены профили пучка излучения до и после его прохождения через двухосный кристалл. Чтобы подчеркнуть деформацию профиля пучка, угол среза специально был выбран близким к оптической оси кристалла. Видно, что s - и f -поляризованные компоненты пучка при прохождении через двухосный кристалл деформируются в ортогональных направлениях. Кроме этого f -поля-

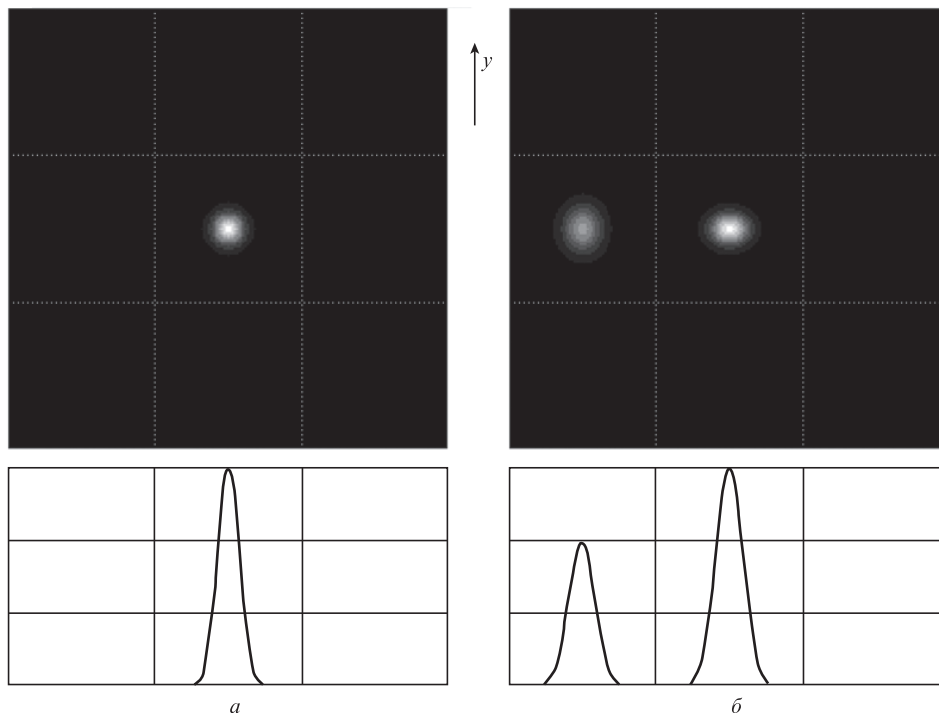


Рис.11. Профили пучка излучения до (а) и после (б) его прохождения через двухосный кристалл (главная плоскость xz двухосного кристалла направлена по горизонтали).

ризованная компонента испытывает снос при распространении. При распространении излучения в плоскости xz и угле среза $\theta < V_z$ угол сноса f -поляризованной компоненты волны в линейном приближении описывается выражением

$$\beta(\theta) = \frac{1}{2} \frac{(n_z^2 - n_x^2) \sin 2\theta}{n_x^2 + (n_z^2 - n_x^2) \cos^2 \theta}. \quad (22)$$

Для приведенных начальных данных угол сноса составляет 3.86° . Результаты расчетов по изложенной выше методике дают угол, равный 3.83° .

8. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными

Адекватность предложенного спектрального метода расчета распространения излучения в двухосной среде наиболее наглядно можно проверить на примере расчета внутренней конической рефракции – явления, которое наблюдается при распространении неполяризованного коллимированного пучка монохроматического излучения вдоль оптической оси двухосного кристалла. При распространении в среде поперечный профиль пучка излучения будет расходиться по траектории полого конуса, а после выхода из среды – полого цилиндра. Дифракция пучка излучения приводит к тому, что на выходе кристалла профиль пучка будет иметь вид двух тонких концентрических колец. Аналитическое описание внутренней конической рефракции для негиротропной двухосной среды рассмотрено в работах [35–37].

В работе [37] на примере двухосного кристалла арагонита ($n_x = 1.53$, $n_y = 1.68$, $n_z = 1.685$) результаты экспериментального исследования конической рефракции сравниваются с результатами теоретических расчетов. Оптическая ось арагонита лежит под углом $V_z = 80.4^\circ$ к оси z .

В эксперименте вдоль оптической оси арагонита (длина кристалла вдоль оси x кристаллооптической системы координат составляла 9.5 мм) пропускалось линейно поляризованное одномодовое излучение He–Ne-лазера с длиной волны $\lambda = 0,6328$ мкм. На входной грани кристалла пучок имел гауссов профиль и размер перетяжки $r = 34$ мкм. На рис.12,а, б изображены экспериментально измеренные [37] поперечные профили пучка излучения на выходной грани кристалла после конической рефракции для двух ортогональных поляризаций излучения, на рис.12,в, г – аналогичные профили, рассчитанные по описанному в настоящей работе методу.

На рис.13 представлены сечения пучков на выходе арагонита вдоль плоскости xz для двух ортогональных поляризаций линейно поляризованного излучения – в плоскости xz (левые максимумы) и в ортогональной ей плоскости (правые максимумы). Видно, что положения экстремумов экспериментальных и рассчитанных распределений совпадают с высокой точностью. Некоторое их несоответствие связано с тем, что точно смоделировать эксперимент из работы [37] не представилось возможным из-за отсутствия описания пространственной структуры пучка внутри кристалла.

9. Заключение

В работе представлена методика расчета распространения излучения в двухосном кристалле с произвольным направлением среза, в которой учитывались все порядки пространственной дисперсии среды, что определяет действие как дифракции, так и изменения ориентаций собственных поляризаций для различных пространственных компонент, а также особенности коэффициентов отражения на входной и выходной гранях.

Проведено сравнение экспериментальных данных и результатов моделирования в случае конической рефрак-

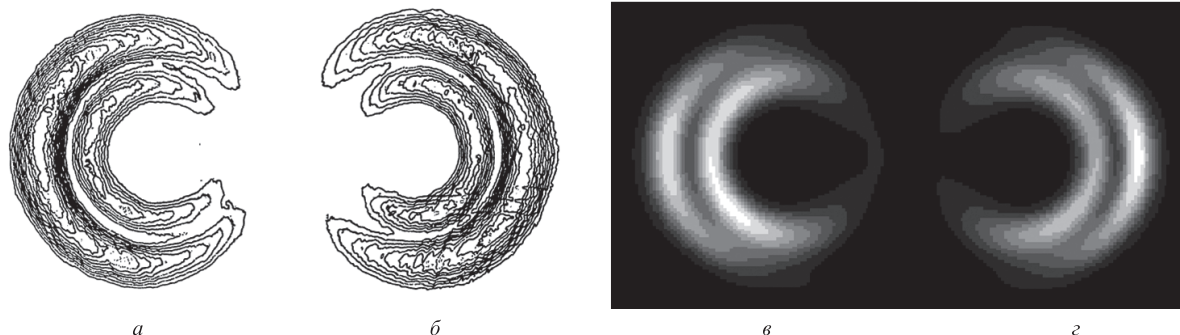


Рис.12. Экспериментально измеренные [37] (а, б) и рассчитанные (в, з) распределения пучка излучения на выходной грани арагонита для линейно поляризованного излучения в плоскости xz (а, в) и в ортогональной ей плоскости (б, з).

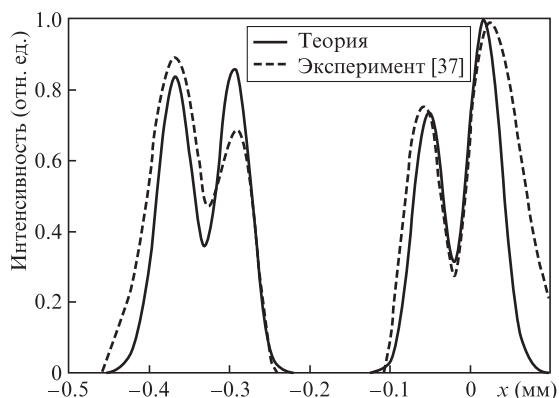


Рис.13. Сравнение экспериментально полученных [37] и рассчитанных сечений пучка излучения на выходной грани арагонита вдоль плоскости xz .

ции излучения, распространяющегося вдоль оптической оси кристалла. При конической рефракции требуется наиболее полный учет всех особенностей процесса распространения излучения в двухосной среде. Согласие результатов говорит о точности данных, получаемых с использованием предложенной методики расчета.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность А.С.Чиркину и В.В.Шувалову за ценные критические замечания.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 12-02-01116 и 13-02-00667) и госконтракта № 07.514.11.4159.

1. Гречин С.Г., Дмитриев В.Г., Чиркин А.С. *Квантовая электроника*, **41**, 1061 (2011).
2. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1973).
3. Dmitriev V.G., Gurzadyan G.G., Nikogosyan D.N. *Handbook of Nonlinear Optical Crystals* (Berlin: Springer, 1999).
4. Гречин С.Г., Дмитриев В.Г., Дьяков В.А., Прялкин В.И. *Изв. РАН. Сер. Физич.*, **66**, 1103 (2002).

5. Гречин С.Г., Дмитриев В.Г., Дьяков В.А., Прялкин В.И. *Квантовая электроника*, **34**, 461 (2004).
6. Гречин С.Г., Гречин С.С. *Квантовая электроника*, **36**, 45 (2006).
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Электродинамика сплошных сред* (М.: Наука, 1992).
8. *Физическая энциклопедия*. Под ред. А.М.Прохорова (М.: Советская энциклопедия, 1988, т. 1).
9. Агранович В.М., Гинзбург В.Л. *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теории экситонов* (М.: Наука, 1965).
10. Карамзин Ю.Н. *Журн. выч. мат. и мат. физ.*, **14**, 1058 (1974).
11. Карамзин Ю.Н., Сухоруков А.П., Трофимов В.А. *Математическое моделирование в нелинейной оптике* (М.: изд. МГУ, 1989).
12. Lalor E. *J. Math. Phys.*, **13**, 437 (1972).
13. Lalor E. *J. Math. Phys.*, **13**, 443 (1972).
14. Sheng S.C., Siegman A.E. *Phys. Rev. A*, **21**, 599 (1980).
15. Fleck J.A., Feit M.D. *J. Opt. Soc. Am. A*, **73**, 920 (1983).
16. Дмитриев В.Г., Копылов С.М. *Квантовая электроника*, **10**, 2008 (1983).
17. Гречин С.Г., Созинов Б.Л. *Тез. докл. конф. «Оптика лазеров»* (Л., 1986, с. 125).
18. Сухоруков А.П. *Нелинейные волновые взаимодействия в оптике и радиофизике* (М.: Наука, 1988).
19. Nieto-Vesperinas M., Lera G. *Opt. Commun.*, **69**, 329 (1989).
20. Dreger M.A., McIver J.K. *J. Opt. Soc. Am. B*, **7**, 776 (1990).
21. Plizka P., Banerjee P.P. *J. Opt. Soc. Am. B*, **10**, 1810 (1993).
22. Ma S.S., Guthals D.M., Campbell B.F., Hu P.H. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **1868**, 135 (1993).
23. Bowers M.S., Smith A.V. *OSA Proc.*, **20**, 471 (1994).
24. Smith A.V., Bowers M.S. *J. Opt. Soc. Am. B*, **12**, 49 (1995).
25. Smith A.V., Alford W.J., Raymond T.D., Bowers M.S. *J. Opt. Soc. Am. B*, **12**, 2253 (1995).
26. Arisholm G. *J. Opt. Soc. Am. B*, **14**, 2543 (1997).
27. Arisholm G. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **3685**, 86 (1999).
28. Smith A.V., Gehr R.J., Bowers M.S. *J. Opt. Soc. Am. B*, **16**, 609 (1999).
29. Копылов С.М. *Квантовая электроника*, **32**, 223 (2002).
30. Гречин С.С. *Квантовая электроника*, **35**, 257 (2005).
31. Rustad G., Stenersen K., Arisholm G. *Proc. XV Conf. Adv. Sol. State Lasers* (Davos: OSA, 2000, WC9).
32. Гречин С.С., Прялкин В.И. *Квантовая электроника*, **33**, 737 (2003).
33. Schlup P., Biegert J., Hauri C.P., Arisholm G., Keller U. *Appl. Phys. B*, **79**, 285 (2004).
34. Гудмен Дж. *Введение в фурье-оптику* (М.: Мир, 1970).
35. Portigal D.L., Burstein E. *J. Opt. Soc. Am.*, **59**, 1567 (1969).
36. Lalor E. *J. Math. Phys.*, **13**, 449 (1972).
37. Schell A.J., Bloembergen N. *J. Opt. Soc. Am.*, **68**, 1093 (1978).