

# О возможности генерации высоких гармоник с энергиями квантов более 10 кэВ при взаимодействии интенсивного излучения среднего ИК диапазона с нейтральными газами

А.С.Емелина, М.Ю.Емелин, М.Ю.Рябкин

*На основе аналитических квантово-механических расчётов в рамках модифицированного приближения сильного поля исследована генерация высоких гармоник лазерного излучения среднего ИК диапазона в нейтральных газах с учётом опустошения связанных уровней атомов рабочей среды и магнитного дрейфа электрона в высокоинтенсивном лазерном поле. Показана возможность генерации высоких гармоник с энергиями фотонов более 10 кэВ при воздействии на атомы гелия фемтосекундными импульсами мощного лазерного излучения с центральной длиной волны 8–10,6 мкм.*

**Ключевые слова:** лазеры среднего ИК диапазона, атомы, ионизация, генерация высоких гармоник, рентгеновское излучение.

## 1. Введение

В последние несколько лет достигнут значительный прогресс в создании мощных фемтосекундных параметрических лазерных источников излучения ближнего и среднего ИК диапазонов. Созданы различные типы источников, генерирующих импульсы с энергией порядка или более миллиджоуля; центральные длины волн излучения этих источников лежат в диапазоне 1,5–4 мкм [1–3]. Создание таких источников открывает новые перспективы при исследовании взаимодействия высокоинтенсивного лазерного излучения с веществом. Одной из областей исследований, где эти новые возможности проявляются особенно ярко [4–9], является физика процессов, связанных с перерасеянием электронов [10, 11] при туннельной ионизации. К числу таких процессов относится, в частности, генерация гармоник высокого порядка (ГВП) лазерного излучения [12, 13].

Важной характеристикой различных процессов, обусловленных ионизацией газов интенсивным лазерным излучением, является средняя энергия  $U_p$  осцилляций электрона в переменном электрическом поле с амплитудой  $E$  и частотой  $\omega$ :

$$U_p = \frac{e^2 E^2}{4m\omega^2} \sim I\lambda^2, \quad (1)$$

где  $e$  и  $m$  – заряд и масса электрона;  $I$  и  $\lambda$  – интенсивность и длина волны лазерного излучения. Величина  $U_p$ , в частности, определяет высокоэнергетическую границу платообразного распределения в спектре ГВП в газах; положение этой границы задается универсальным выражением [11, 14]

А.С.Емелина, М.Ю.Емелин, М.Ю.Рябкин. Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского, Россия, 603950 Н.Новгород, просп. Гагарина, 23; e-mail: ana\_b@rambler.ru, emelin@ufp.appl.sci-nnov.ru, mike@ufp.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 3 марта 2014 г.

$$\hbar\Omega_{\max} \approx I_p + 3.17U_p, \quad (2)$$

где  $I_p$  – потенциал ионизации атома.

Пропорциональность осцилляторной энергии электрона  $U_p$  квадрату длины волны лазерного излучения указывает на принципиальную возможность значительного расширения плато в спектре ГВП в высокочастотную область [4, 15] при использовании источников среднего ИК диапазона. Яркой демонстрацией такой возможности стал недавний эксперимент [5], где при ионизации атомов гелия излучением источника [2] с центральной длиной волны  $\lambda = 3.9$  мкм был получен когерентный широкополосный суперконтинуум с максимальной энергией фотонов, достигающей 1.6 кэВ.

Эксперименты [5] по генерации ГВП с использованием источника излучения на  $\lambda = 3.9$  мкм проводились при относительно невысокой ( $3.3 \times 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>) пиковой интенсивности лазерных импульсов. Эта интенсивность лишь незначительно превышает порог ионизации атома гелия и была выбрана исходя из условия малости концентрации плазмы, образующейся при ионизации гелия, что позволяло реализовать условия фазового синхронизма [16, 17] для получения ультраяркого излучения ГВП в капилляре, наполненном газом при высоком давлении. Вместе с тем большой интерес представляет вопрос о предельно достижимой ширине спектра ГВП, которая в принципе (при соответствующем решении проблемы фазового синхронизма или квазисинхронизма) может быть получена с использованием источников среднего ИК диапазона.

При заданной длине волны излучения лазерного источника ширина плато в спектре ГВП, согласно (1), (2), может быть в принципе увеличена за счёт роста интенсивности лазерного излучения. Однако одним из серьёзных ограничивающих факторов при этом является опустошение атомарных уровней при высоких интенсивностях падающего излучения; этот эффект приводит к уменьшению выхода гармоник и прекращению роста ширины спектра ГВП при интенсивностях, значительно превышающих порог ионизации [18, 19]. Другим фактором, который может ограничивать эффективность генерации гармоник и их максимальную энергию при высоких интенсивностях лазерного излучения, является влияние магнитного поля ла-

зерного излучения. Это влияние выражается в отклонении («магнитном дрейфе») траекторий электронов, движущихся с субрелятивистскими скоростями, от прямолинейных и, как следствие [20–22], в уменьшении эффективности механизма генерации ГВП, в основе которого лежат столкновения электронов с родительскими ионами. При взаимодействии излучения видимого или ближнего ИК диапазона с нейтральными атомами этот фактор не существен, т.к. скорость свободного электрона при тех интенсивностях излучения, при которых происходит ионизация атомов, в этих случаях значительно меньше скорости света. Следует, однако, ожидать, что, в силу приведённого выше скейлинга осцилляторной энергии электрона (1), при использовании длинноволновых источников влияние этого фактора может оказаться значительным даже при весьма умеренных пиковых интенсивностях лазерных импульсов.

Совместное рассмотрение указанных факторов важно как для выяснения их относительной роли в процессе генерации ГВП при различных условиях, так и для формулировки общих выводов о предельных возможностях генерации высокоэнергетичных фотонов при генерации ГВП лазерного излучения в газах. Проведённые нами в работе [23] предварительные исследования в этом направлении были основаны на численных расчётах в приближении одного активного электрона [14, 24] с использованием двумерной модели атома. Эти расчёты, выполненные за рамками электродипольного приближения, показали возможность получения в инертных газах ГВП с максимальными энергиями, составляющими, в зависимости от конкретного атома, примерно 1–7 кэВ, при использовании лазерного источника с  $\lambda = 3.9$  мкм. Генерация ГВП при этом может быть в значительной степени подавлена из-за влияния магнитного поля лазерного импульса, а предельная ширина их спектра определяется в основном эффектом опустошения атомарных уровней.

Для проведения более реалистических трёхмерных расчётов, а также для рассмотрения генерации ГВП в более широком диапазоне параметров лазерного излучения и рабочего вещества нами было развито аналитическое описание данного процесса [25]. Это описание основано на наиболее широко используемой аналитической теории генерации ГВП – теории Левенштейна [26], модифицированной таким образом, чтобы учесть оба вышеупомянутых фактора, ограничивающих процесс генерации ГВП. Для атомов и ионов с различными потенциалами ионизации (атомы водорода, гелия и ион гелия с потенциалами ионизации  $I_p$ , равными соответственно 13.6, 24.6 и 54.4 эВ) с помощью развитого аналитического подхода в [25] были оценены достижимые предельные значения ширины спектра ГВП с учётом указанных ограничивающих эффектов; расчёты были проведены для лазерных источников с длинами волн  $\lambda = 0.8–3.9$  мкм. Для иона гелия в поле излучения с  $\lambda = 3.9$  мкм была показана возможность генерации ГВП с энергиями до 30 кэВ. При этом ограничения как на ширину спектра гармоник, так и на эффективность их генерации обусловлены в основном фактором, связанным с магнитным дрейфом электрона; распределение интенсивности в спектре ГВП в этом случае приобретает вместо платообразной дугообразную форму с максимумом интенсивности в области 15–20 кэВ.

Таким образом, из описанных выше расчётов следует, что использование излучения недавно созданного фемтосекундного источника с  $\lambda = 3.9$  мкм [2] даёт принципиаль-

ную возможность генерации ГВП с энергиями в десятки килоэлектронвольт при его взаимодействии с ионами. Следует, однако, отметить, что в экспериментах по генерации ГВП предпочтительным является использование нейтральных газов, а интенсивность лазерных импульсов не должна сильно превышать порог ионизации атомов, чтобы концентрация возникающей плазмы оставалась относительно невысокой, что уменьшало бы влияние нежелательных эффектов, обусловленных дисперсией электромагнитных волн и дефокусировкой лазерного пучка в плазме. В связи с этим остается актуальной задача поиска оптимальных условий для эффективной генерации высокоэнергетичных фотонов в процессе генерации ГВП в нейтральных газах. В настоящей работе исследованы возможности реализации таких условий при использовании интенсивного лазерного излучения среднего ИК диапазона с центральной длиной волны  $\lambda \approx 10$  мкм.

## 2. Аналитическое описание

В основе применяемого в настоящей работе теоретического подхода лежит предложенная нами в [25] модификация развитой М.Левенштейном с соавторами аналитической теории генерации ГВП.

Теория Левенштейна [26] (см. также [27]) представляет собой квантово-механическое обобщение полуклассической модели [11], давшей объяснение механизма и основных закономерностей генерации ГВП в газах. В полуклассической модели [11] генерация ГВП рассматривается как трёхступенчатый процесс, состоящий из туннельного отрыва электрона от атома, его движения в осциллирующем электрическом поле и возврата к родительскому иону с испусканием высокоэнергетичного фотона. В теории Левенштейна используется приближение одного активного электрона; волновая функция электрона в рамках этой теории представляется в виде суперпозиции невозмущённой собственной функции основного связанного состояния в атоме и набора функций непрерывного спектра, представляемых, в соответствии с приближением сильного поля, в виде плоских волн без учёта влияния кулоновского потенциала. Зависящий от времени средний дипольный момент системы при этом выражается как интеграл по времени и компонентам канонического импульса электрона, содержащий быстро осциллирующий подынтегральный множитель в виде экспоненты, показатель которой представляет собой квазиклассическое действие электрона  $S(\mathbf{p}, t, t')$  ( $\mathbf{p}$  – канонический импульс электрона,  $t$  – текущее время,  $t'$  – временная переменная интегрирования). Основной вклад в интегралы по импульсу дают стационарные точки действия:  $\nabla_{\mathbf{p}} S(\mathbf{p}, t, t') = 0$ . Наличие таких точек, с одной стороны, значительно упрощает вычисления, позволяя использовать метод стационарной фазы. С другой стороны, эти стационарные точки имеют наглядный физический смысл: их вклад в высокочастотный нелинейный отклик системы соответствует траекториям свободного электрона, начинающимся на ядре и заканчивающимся на нём же в более поздние моменты времени; эта картина отвечает предположениям полуклассической теории [11]. Таким образом, квантово-механическая теория [26] позволила сохранить наглядность полуклассической модели и подтвердила её основные выводы, обеспечив при этом возможность включить в описание такие чисто квантовые эффекты, как тунелирование и квантовая интерференция.

В [25] теория Левенштейна была модифицирована таким образом, чтобы в её рамках стало возможным одно-временное описание эффектов опустошения атомарных уровней и магнитного дрейфа электрона. Следует отметить, что в предшествующих исследованиях генерации ГВП в рамках аналитических подходов по отдельности рассматривались как влияние магнитного поля лазерного импульса [22, 28, 29], так и опустошение основного состояния атома или молекулы [26, 30, 31]. Разработанный в [25] подход позволяет учитывать два этих фактора одновременно. Полученное в [25] выражение для переменного дипольного момента атома во внешнем, линейно поляризованном электромагнитном поле выглядит следующим образом (здесь и далее используются атомные единицы):

$$\begin{aligned} x(t) = & i \int_0^\infty dt' \left( \frac{\pi}{\varepsilon + i\pi/2} \right)^{3/2} d_x^*(\mathbf{p}_{st}(t, \tau) - A(t)) \\ & \times d_x(\mathbf{p}_{st}(t, \tau) - A(t - \tau)) E(t - \tau) \\ & \times \exp \left[ -iS(p_{st,x}, t, \tau) - iS_m(\mathbf{p}_{st}, t, \tau) - \int_0^t \frac{W(t')}{2} dt' \right. \\ & \left. - \int_0^{t-\tau} \frac{W(t')}{2} dt' \right] + \text{компл. сопр.} \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $E(t)$  и  $A(t)$  – электрическое поле и векторный потенциал лазерного импульса соответственно;  $\tau$  – время движения электрона в свободном пространстве;  $\varepsilon$  – параметр регуляризации, который может быть выбран малым;  $d_x(\mathbf{p})$  –  $x$ -компонента дипольного матричного элемента, соответствующего переходу из основного связанного состояния в непрерывный спектр; проводя рассмотрение для атома гелия в приближении одного активного электрона, мы используем для данного матричного элемента такое же выражение, как и для водородоподобных атомов:

$$d_x(\mathbf{p}) = i \frac{2^{7/2} (2I_p)^{5/4}}{\pi} \frac{p_x}{(p^2 + 2I_p)^3}; \quad (4)$$

$S(p_x, t, \tau)$  – квазиклассическое действие, описывающее свободное движение электрона в поле лазерного импульса без учёта влияния магнитного поля:

$$S(p_x, t, \tau) = \int_{t-\tau}^t \left\{ \frac{1}{2} \left[ p_x - \frac{A(t')}{c} \right]^2 + I_p \right\} dt'; \quad (5)$$

$S_m(\mathbf{p}, t, \tau)$  – найденная аналогично [22] поправка к действию, возникающая в результате разложения векторного потенциала  $A(t - z/c)$  в ряд по координате распространения лазерного излучения (мы ограничиваемся линейным членом этого разложения, дающим поправку первого порядка по  $\dot{x}/c$  к  $A(t)$  в электродипольном приближении, что в случае длинноволнового лазерного излучения достаточно для адекватного учёта влияния магнитного поля [20]); в случае линейно поляризованного вдоль оси  $x$  лазерного импульса, распространяющегося в направлении оси  $z$ , интересующая нас поправка к действию

$$S_m(\mathbf{p}, t, \tau) = \int_{t-\tau}^t \frac{1}{2} \left\{ p_z - \left[ \frac{p_x A(t')}{c^2} - \frac{A^2(t')}{2c^3} \right] \right\}^2 dt'; \quad (6)$$

$\mathbf{p}_{st}(t, \tau)$  – стационарный канонический импульс электрона, соответствующий траектории, начинающейся на ядре в

момент времени  $t - \tau$  и заканчивающейся на нём же в момент времени  $t$ , с компонентами

$$p_{st,x}(t, \tau) = \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \frac{A(t')}{c} dt', \quad (7)$$

$$p_{st,z}(t, \tau) = \frac{p_{st,x}^2}{c} - \frac{1}{2c\tau} \int_{t-\tau}^t \frac{A^2(t')}{c^2} dt'. \quad (8)$$

Входящие в выражение (3) для переменного дипольного момента подынтегральные множители  $d_x(\mathbf{p}_{st}(t, \tau) - A(t - \tau))E(t - \tau)$  и  $d_x^*(\mathbf{p}_{st}(t, \tau) - A(t))$  определяют соответственно амплитуды вероятностей переходов из основного состояния в непрерывный спектр в момент времени  $t - \tau$  и из непрерывного спектра в основное состояние в момент времени  $t$ . Учёт опустошения основного состояния атома сводится к умножению этих амплитуд соответственно на амплитуды основного состояния в моменты времени  $t - \tau$  и  $t$ . Последние могут быть вычислены как

$$a(t) = \exp \left[ - \int_0^t \frac{W(t')}{2} dt' \right],$$

где  $W(t)$  – мгновенная скорость ионизации атома. В качестве выражения для  $W(t)$  мы используем выражение для скорости туннельной ионизации атома в статическом поле с поправкой для надбарьерного режима, предложенной в [32]:

$$W(t) = C_1^2 \left( \frac{4I_p}{|E(t)|} \right)^{\frac{2Z}{\sqrt{2I_p}} - 1} \exp \left[ - \frac{2(2I_p)^{3/2}}{3|E(t)|} \right] \exp \left[ - \frac{6Z^2|E(t)|}{I_p(2I_p)^{3/2}} \right], \quad (9)$$

где  $C_1^2$  – числовой коэффициент, который определяется из условия нормировки волновой функции;  $Z$  – эффективный заряд ядра. Второй экспоненциальный множитель в (9) необходим для адекватного описания скорости ионизации в надбарьерном режиме: без него, как хорошо известно [32, 33], скорость ионизации при больших значениях  $E$  (интересующая нас в рассматриваемой задаче) получается сильно завышенной.

Из (3) хорошо видно, что каждый из обсуждаемых здесь эффектов независимо от другого может быть включён или исключён из расчёта путем включения или исключения соответствующих поправочных множителей.

### 3. Результаты расчётов

Ниже приведены результаты расчётов, полученные с помощью развитой аналитической теории. Во всех расчётах лазерное поле задавалось в виде гауссова импульса с длительностью на полувысоте максимума интенсивности, равной шести периодам поля; расчёты выполнены для атома гелия в приближении одного активного электрона.

Проведенные расчёты показывают, что для заданной атомарной мишени доминирующий механизм ограничения ширины спектра ГВП и эффективности их генерации зависит от длины волны  $\lambda$  лазерного излучения. Это иллюстрирует рис.1, где для различных  $\lambda$  приведены спектры ГВП, полученные в атомарном гелии в условиях, соответствующих максимально широкому спектру генерируемого излучения.

Спектры для  $\lambda = 2$  мкм,  $I = 3.7 \times 10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup> (чёрная кривая на рис.1,а) и  $\lambda = 3.9$  мкм,  $I = 2.35 \times 10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup> (рис.1,б) имеют ступенчатый вид. Возникновение этих ступе-

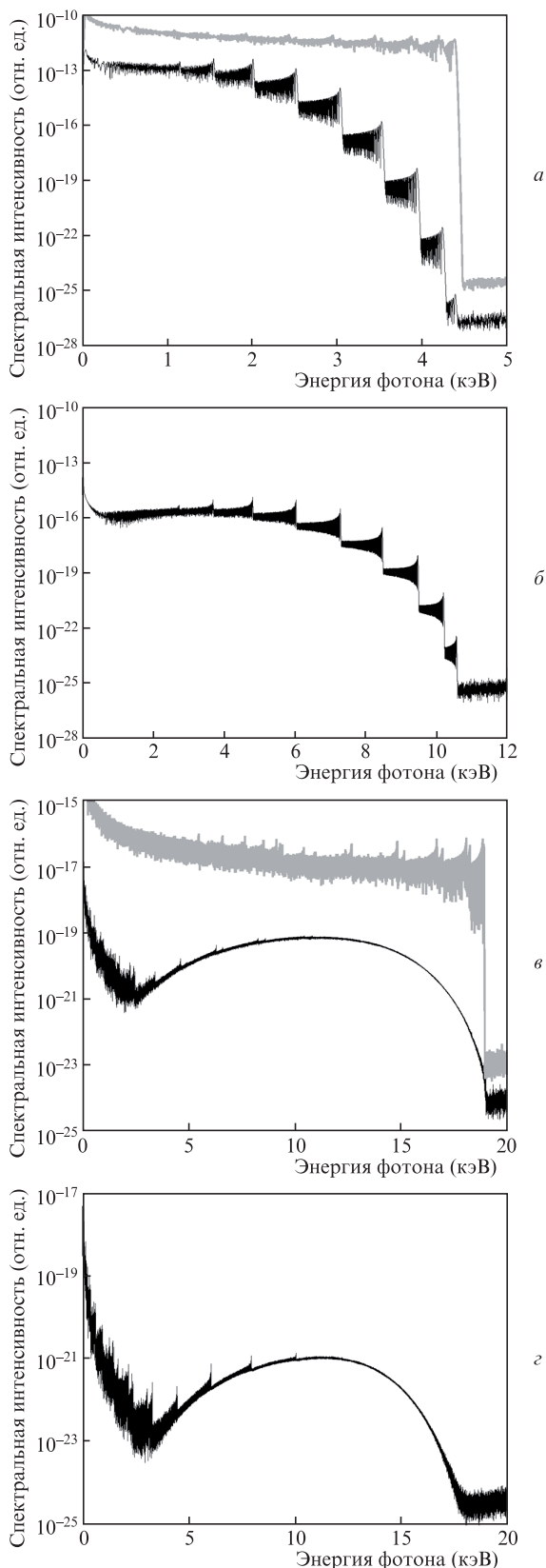


Рис.1. Спектры ГВП для атома гелия в поле лазерных импульсов (импульсы с гауссовым профилем и длительностью на полувысоте  $6T$ , где  $T$  – период лазерного поля) с различными центральными длинами волн излучения и пиковыми интенсивностями:  $\lambda = 2$  мкм,  $I = 3.7 \times 10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup> (а),  $\lambda = 3.9$  мкм,  $I = 2.35 \times 10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup> (б),  $\lambda = 8$  мкм,  $I = 10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup> (в) и  $\lambda = 10.6$  мкм,  $I = 5.5 \times 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> (г). Серые кривые – результаты вычислений в рамках теории Левенштейна без учёта ограничивающих факторов.

ней связано с тем, что в приведённых примерах пиковая интенсивность лазерного импульса в несколько раз превышает значение, соответствующее насыщению ионизации атома гелия, поэтому ионизация атомов происходит на фронте импульса. Вследствие ионизации населённость основного атомного состояния на каждом полупериоде лазерного поля уменьшается, а следовательно, уменьшается и интенсивность генерируемых гармоник. В то же время, по мере того как амплитуда лазерного поля на фронте импульса возрастает, спектр излучения, генерируемого при столкновениях электронов с родительскими ионами, с каждым последующим полупериодом поля становится всё шире. В результате формируется спектр гармоник с распределением интенсивностей, качественно отличающимся от случая слабой ионизации (для сравнения на рис.1,а приведён спектр ГВП (серая кривая), рассчитанный без учёта опустошения основного состояния и влияния магнитного поля). При наличии сильной ионизации спектр гармоник представляет собой наблюдаемую на рис.1,а, б совокупность платообразных участков с отсечками при энергиях, отвечающих максимальным энергиям возвращающегося к родительскому иону электрона, для соответствующих полупериодов осцилляций электрического поля лазерного импульса; средний выход гармоник в пределах этих участков уменьшается по мере увеличения энергии отсечки. При дальнейшем увеличении пиковой интенсивности лазерного импульса ширина спектра гармоник перестаёт возрастать, а выход всех генерируемых гармоник уменьшается. В случаях, представленных на рис.1,а, б, магнитное поле тоже приводит к уменьшению интенсивности генерируемых гармоник (на десятки процентов для  $\lambda = 2$  мкм и в несколько раз для  $\lambda = 3.9$  мкм), но из-за опустошения основного состояния эффективность генерации ГВП в этих случаях на много порядков меньше, чем при учёте влияния только магнитного поля.

Расчёты для длин волн  $\lambda = 8$  и  $10.6$  мкм показывают, что в случае длинноволновой накачки относительная роль рассматриваемых факторов подавления генерации ГВП кардинально изменяется. Об этом, в частности, свидетельствует изменившийся по сравнению со случаем коротковолновой накачки характер спектров ГВП: в спектрах на рис.1,в, г вместо платообразных структур с резкими отсечками наблюдаются плавные дугообразные распределения, характерные для ситуации, когда существенную роль в динамике электрона играет магнитный дрейф [25, 29]. Возникновение таких распределений связано с обусловленным этим эффектом подавлением вкладов так называемых длинных траекторий в высокочастотный отклик системы в сильном поле (см. ниже).

Возрастающая при больших  $\lambda$  роль эффектов, связанных с влиянием магнитного поля, становится ещё более очевидной, если обратиться к рис.2, 3, демонстрирующим зависимость выхода ГВП от интенсивности лазерного излучения для атома гелия, находящегося в поле лазерного импульса ( $\lambda = 8$  мкм). На рис.2 показаны зависимости интегральной энергии ГВП в высокочастотной области спектра от интенсивности лазерного излучения, вычисленные в различных приближениях (без учёта опустошения основного состояния и влияния магнитного поля, с учётом опустошения основного состояния, с учётом магнитного поля, с учётом опустошения основного состояния и магнитного поля). Интегрирование проводилось по гармоникам с энергиями квантов, превышающими  $I_p + 0.1\Delta$ , где  $\Delta = 3.17U_p$  – ширина плато. Приведённые зави-



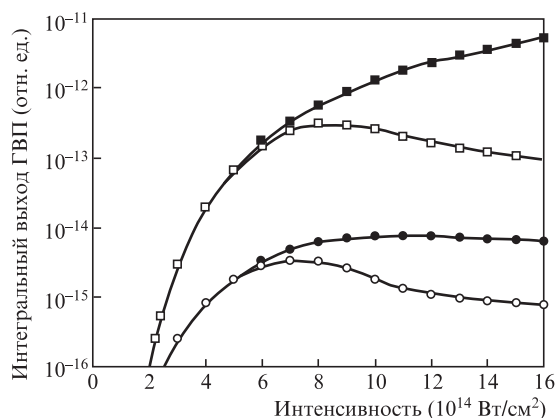


Рис.2. Зависимости интегрального выхода ГВП с энергиями квантов, превышающими  $I_p + 0.1\Delta$ , для атомарного гелия от пиковой интенсивности лазерного импульса ( $\lambda = 8$  мкм), рассчитанные без учёта опустошения основного состояния и влияния магнитного поля (■), а также с учётом опустошения основного состояния (□), магнитного поля (●) и опустошения основного состояния и магнитного поля (○).

симости свидетельствуют о том, что при  $\lambda = 8$  мкм магнитное поле оказывает сильное влияние на динамику электрона уже при интенсивности, соответствующей порогу ионизации атомов гелия, и далее во всем диапазоне интенсивностей этот эффект является доминирующим при подавлении генерации ГВП. В то время как при учёте только опустошения атомарных уровней интенсивность лазерного излучения, отвечающая насыщению генерации ГВП, составляет  $\sim 9 \times 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>, а выход ГВП при этом уменьшается всего в несколько раз, учёт влияния магнитного поля приводит к тому, что насыщающая интенсивность уменьшается до  $7 \times 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>, а выход ГВП – более чем на два порядка.

Более детальную информацию об относительной роли рассматриваемых факторов подавления генерации ГВП дают представленные на рис.3 «контурные карты», которые демонстрируют, как и на рис.2, зависимости выхода ГВП от пиковой интенсивности лазерного излучения, вычисленные в различных приближениях; в отличие от рис.2, эти зависимости представлены на рис.3 с разрешением по спектру генерируемых ГВП.

Согласно рис.3,а расчёты в рамках теории Левенштейна без учёта ограничивающих факторов дают монотонный рост выхода ГВП с увеличением интенсивности  $I$ ; спектры ГВП при этом имеют платообразную форму с энергией отсечки, линейно возрастающей в соответствии с универсальным выражением (2).

Опустошение основного состояния, учтённое в расчётах, результаты которых представлены на рис.3,б, приводит к монотонному снижению выхода ГВП с ростом  $I$ , начиная с некоторой интенсивности, при которой скорость ионизации достигает критического значения (см. также рис.2). Эффективность генерации ГВП падает с ростом их номера, что в конечном счёте приводит к ограничению ширины спектра генерируемых ГВП (см. рис.3,б при больших  $I$ ).

Магнитный дрейф электрона, учтённый в расчётах, результаты которых представлены на рис.3,в, приводит, как отмечалось выше, к формированию дугообразного распределения интенсивностей в спектре ГВП: практически во всём рассмотренном диапазоне интенсивностей выход ГВП имеет максимум в центральной области спек-

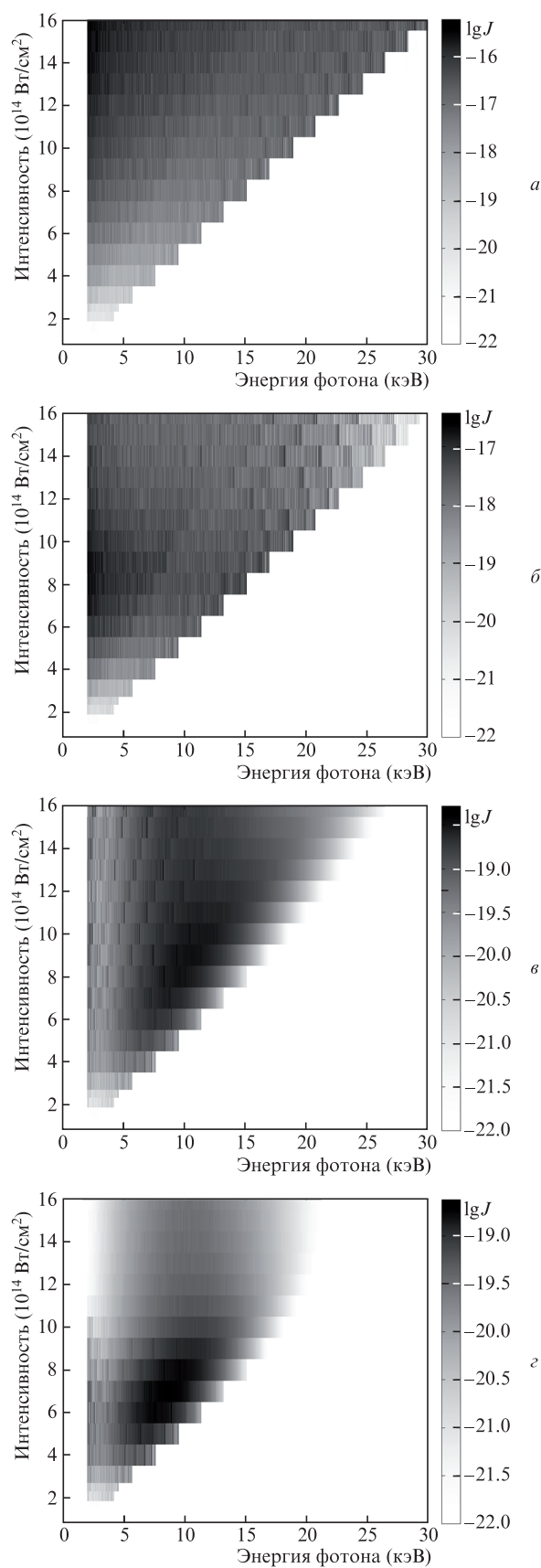


Рис.3. Спектры ГВП для атома гелия в поле излучения с  $\lambda = 8$  мкм в зависимости от пиковой интенсивности лазерного импульса, рассчитанные без учёта опустошения основного состояния и влияния магнитного поля (а), а также с учётом опустошения основного состояния (б), магнитного поля (в) и опустошения основного состояния и магнитного поля (г) ( $J$  – спектральная интенсивность).

тра, в то время как и низшие, и высшие гармоники сильно подавлены. Это изменение характера спектра ГВП объясняется тем, что вклады различных типов электронных траекторий в поляризационный отклик системы оказываются в различной степени подавленными из-за магнитного дрейфа электронов [29]. В отсутствие магнитного дрейфа сигнал ГВП содержит вклады коротких (с временем движения электрона от момента отрыва до момента возврата к родительскому иону  $\tau < 0.65T$ , где  $T$  – период лазерного поля) и длинных ( $\tau \geq 0.65T$ ) электронных траекторий; когерентное сложение вкладов этих траекторий приводит к формированию платообразного распределения с чётко выраженной высокочастотной отсечкой и спектральной интерференцией (см., напр., серые кривые на рис.1). При высоких интенсивностях  $I$ , соответствующих субрелятивистскому режиму взаимодействия электрона с лазерным полем, электроны испытывают магнитный дрейф, причём для траекторий с большим  $\tau$  этот дрейф больше; следовательно, при достаточно больших  $I$  вклады длинных траекторий оказываются полностью подавленными, а коротких – частично. В результате спектр приобретает дугообразную форму (см. рис.1,в,г), а спектральная интерференция вкладов различных траекторий исчезает, за исключением низкочастотной области. С увеличением интенсивности лазерного излучения максимум спектра ГВП сдвигается в сторону больших энергий, однако, начиная с некоторого значения  $I$ , выход ГВП уменьшается с ростом  $I$ , а рост ширины их спектра замедляется.

Полные расчёты, результаты которых представлены на рис.3,г, демонстрируют влияние обоих рассматриваемых ограничивающих факторов. В случае атомарного гелия в поле излучения с  $\lambda = 8$  мкм при относительно невысоких интенсивностях лазерного излучения (от порога ионизации примерно до  $I = 7 \times 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>) характер спектра ГВП определяется прежде всего влиянием магнитного дрейфа электронов; в этой области спектры на рис.3,в и г практически совпадают; положение максимума спектра ГВП при  $I = 7 \times 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> соответствует почти 10 кэВ. При более высоких  $I$ , однако, начинает сказываться опустошение основного состояния, в результате чего выход ГВП с ростом  $I$  довольно быстро уменьшается (см. также рис.2), а ширина их спектра ограничивается величиной  $\sim 18$  кэВ.

Всё сказанное выше о вкладах различных электронных траекторий в сигнал ГВП наглядно иллюстрируется приведёнными на рис.4 спектрограммами этого сигнала для атомов гелия в поле лазерного импульса ( $\lambda = 8$  мкм,  $I = 1.2 \times 10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup>). Представлены временные зависимости квадратов коэффициентов вейвлет-преобразования сигнала ГВП; вейвлет-анализ осуществлялся с помощью анализирующей функции

$$T_{t_0, \Omega}(t) = \sqrt{\Omega} \Phi(\Omega(t - t_0)),$$

где в качестве материнского вейвлета использовался вейвлет Морле

$$\Phi(\eta) = \frac{1}{\sqrt{\tilde{\tau}}} \exp(i\eta) \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\tilde{\tau}^2}\right)$$

(см., напр., [34]);  $t_0$  и  $\Omega$  – переменные, применяемые соответственно для сдвига и масштабирования окна вейвлет-преобразования; при выборе параметра  $\tilde{\tau}$  равным  $5\pi/\sqrt{2 \ln 2} \approx 13.34$  полная ширина анализирующей функ-

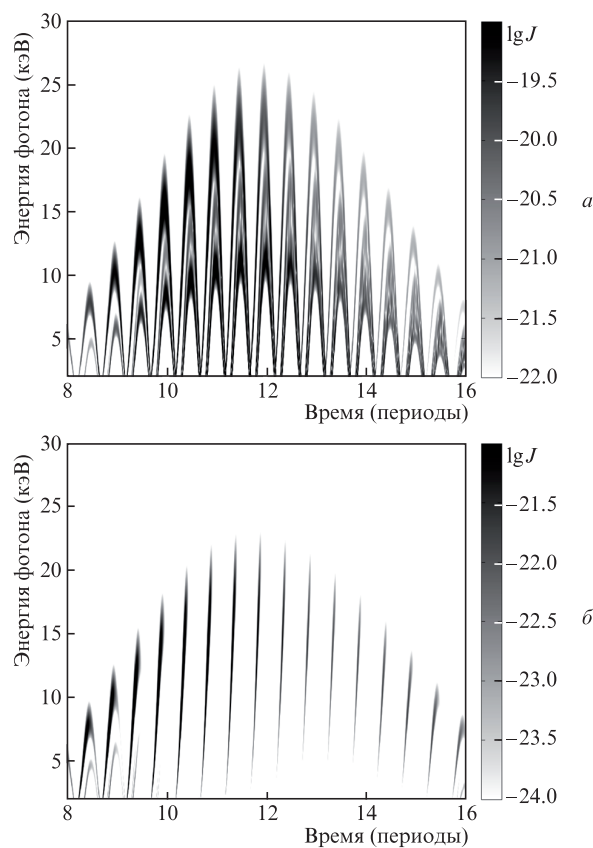
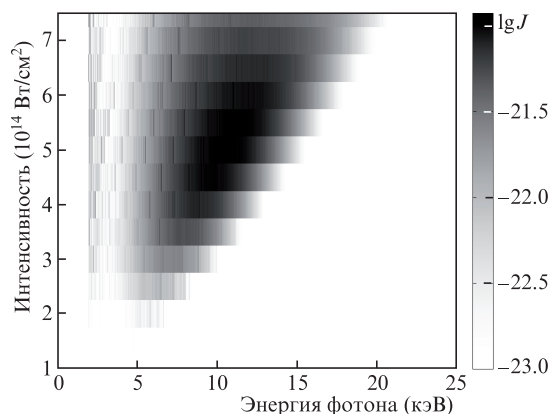
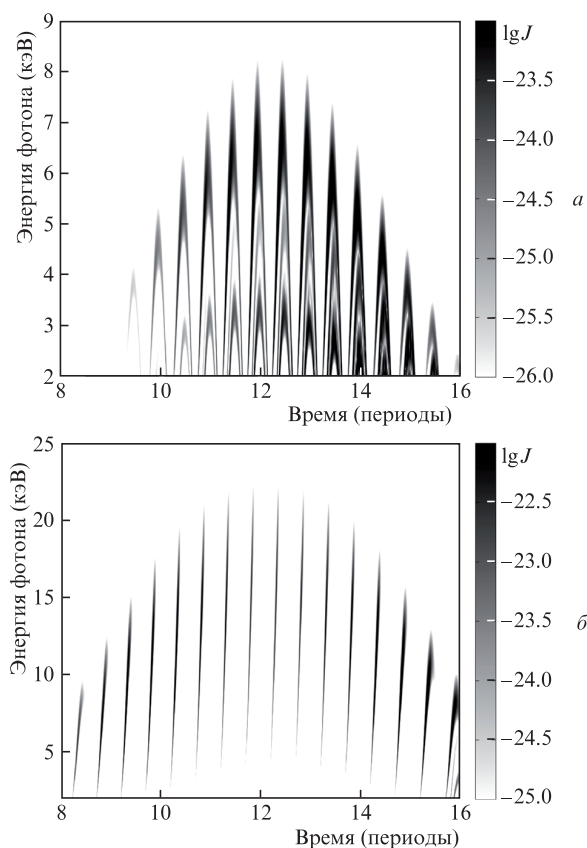


Рис.4. Спектрограммы сигнала ГВП для атома гелия в поле лазерного импульса ( $\lambda = 8$  мкм,  $I = 1.2 \times 10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup>), рассчитанные в электродипольном приближении (а) и за его рамками (б).

ции на полувысоте составляет пять периодов лазерного поля. Приведены результаты анализа сигнала ГВП, рассчитанного как в электродипольном приближении, так и за его рамками. В отсутствие магнитного дрейфа электрона (электродипольное приближение, рис.4,а) сигнал ГВП, как отмечалось выше, содержит вклады различных типов траекторий, причём коротким траекториям соответствуют высокочастотные компоненты с положительным чирпом, длинным ( $0.65T \leq \tau \leq T$ ) – высокочастотные компоненты с отрицательным чирпом, а ещё более длинным ( $\tau > T$ ) – низкочастотные компоненты как с положительным, так и с отрицательным чирпом. Из-за влияния магнитного дрейфа (расчёты за рамками электродипольного приближения, рис.4,б) вклады всех длинных траекторий полностью подавлены, а коротких – частично (наиболее интенсивным оказывается сигнал в области энергий  $\sim 12$  кэВ, что согласуется с рис.3,г). В обоих случаях на рис.4 видно и влияние опустошения основного состояния со временем, в результате чего представленные спектрограммы выглядят асимметричными.

На рис.1,г, 5 и 6 приведены результаты такого же анализа для лазерного излучения с  $\lambda = 10.6$  мкм. В целом они оказываются похожими на результаты для  $\lambda = 8$  мкм. Следует, однако, отметить, что при  $\lambda = 10.6$  мкм ограничения как на эффективность генерации ГВП, так и на ширину их спектра практически целиком определяются магнитным дрейфом электрона. Об этом, в частности, свидетельствует тот факт, что даже при интенсивности  $I = 2 \times 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>, лишь незначительно превышающей порог ионизации гелия, вклады длинных траекторий в сигнал

Рис.5. То же, что и на рис.3,з, но для  $\lambda = 10.6$  мкм.Рис.6. То же, что и на рис.4,б, но для  $\lambda = 10.6$  мкм,  $I = 2 \times 10^{14}$  (а) и  $7.5 \times 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> (б).

ГВП оказываются сильно подавленными по сравнению со вкладом коротких траекторий (см. рис.6,а). Максимум эффективности генерации ГВП достигается при  $I \approx 5.5 \times 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> (рис.5); соответствующая этому максимуму энергия фотона составляет  $\sim 12$  кэВ (см. также рис.1,з). Важно отметить, что при указанных оптимальных условиях степень ионизации среды остается невысокой, что имеет большое значение с точки зрения реализации условий фазового синхронизма [16, 17] для получения ультраяркого излучения ГВП в протяжённой среде. Даже при  $I = 7.5 \times 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> опустошение основного атомарного состояния незначительно. Это подтверждается симметричностью спектрограммы на рис.6,б: сигнал ГВП, генерируемых на спадающем участке лазерного импульса, не слабее, чем на его фронте.

## 4. Заключение

Проведённые в данной работе теоретические расчёты позволяют выяснить роль факторов, связанных с опустошением уровней атомов рабочей среды и с влиянием магнитного поля лазерного импульса, при генерации ГВП лазерного излучения среднего ИК диапазона в нейтральных газах и сделать выводы о максимально достижимых энергиях генерируемых фотонов в этих условиях. Относительная роль исследованных ограничивающих факторов в значительной степени определяется длиной волны лазерного излучения. При воздействии на атомы гелия интенсивными фемтосекундными импульсами излучения с центральной длиной волны  $\lambda = 2-3.9$  мкм основным ограничивающим эффектом является опустошение связанных состояний, в то время как при воздействии более длинноволнового излучения ( $\lambda = 8-10.6$  мкм) основным фактором подавления генерации ГВП является влияние магнитного поля лазерного излучения. В последнем случае следует ожидать генерации ГВП с энергиями фотонов до 20 кэВ с максимумом эффективности при интенсивности излучения  $(5-7) \times 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>; при этом энергия наиболее эффективно генерируемых фотонов достигает 10-12 кэВ. Результаты проведённого исследования представляют интерес с точки зрения выяснения перспектив создания компактных источников ультракоротких импульсов жёсткого когерентного рентгеновского излучения, способных составить конкуренцию крупномасштабным синхротронным источникам.

Работа выполнена при финансовой поддержке Президиума РАН (программа «Экстремальные световые поля и их приложения»), РФФИ (гранты № 12-02-12101-офи\_м и 14-02-00762), Министерства образования и науки РФ (договор № 11.G34.31.0011) и гранта Президента РФ государственной поддержки ведущих научных школ РФ № НШ-2001.2014. А.С.Емелина благодарит за поддержку фонд «Династия». Авторы благодарны МСЦ РАН и SNIC за предоставленные вычислительные ресурсы.

- Schmidt B.E., Béjot P., Giguère M., Shiner A.D., Trallero-Herrero C., Bisson E., Kasparian J., Wolf J.-P., Villeneuve D.M., Kieffer J.-C., Corkum P.B., Légaré F. *Appl. Phys. Lett.*, **96**, 121109 (2010).
- Andriukaitis G., Balciunas T., Ališauskas S., Pugžlys A., Baltuška A., Popmintchev T., Chen M.-C., Murnane M.M., Kapteyn H.C. *Opt. Lett.*, **36**, 2755 (2011).
- Deng Y., Schwarz A., Fattahi H., Ueffing M., Gu X., Ossiander M., Metzger T., Pervak V., Ishizuki H., Taira T., Kobayashi T., Marcus G., Krausz F., Kienberger R., Karpowicz N. *Opt. Lett.*, **37**, 4973 (2012).
- Colosimo P., Doumy G., Blaga C.I., Wheeler J., Hauri C., Catoire F., Tate J., Chirla R., March A.M., Paulus G.G., Muller H.G., Agostini P., DiMauro L.F. *Nat. Phys.*, **4**, 386 (2008).
- Popmintchev T., Chen M.-C., Popmintchev D., Arpin P., Brown S., Ališauskas S., Andriukaitis G., Balciunas T., Mücke O.D., Pugžlys A., Baltuška A., Shim B., Schrauth S.E., Gaeta A., Hernández-Garsía C., Plaja L., Becker A., Jaron-Becker A., Murnane M.M., Kapteyn H.C. *Science*, **336**, 1287 (2012).
- Blaga C.I., Xu J., DiChiara A.D., Sistrunk E., Zhang K., Agostini P., Miller T.A., DiMauro L.F., Lin C.D. *Nature*, **483**, 194 (2012).
- DiChiara A.D., Sistrunk E., Blaga C.I., Szafruga U.B., Agostini P., DiMauro L.F. *Phys. Rev. Lett.*, **108**, 033002 (2012).
- Vozzi C., Negro M., Stagira S. *J. Mod. Opt.*, **59**, 1283 (2012).
- Hernández-Garsía C., Pérez-Hernández J.A., Popmintchev T., Murnane M.M., Kapteyn H.C., Jaron-Becker A., Becker A., Plaja L. *Phys. Rev. Lett.*, **111**, 033002 (2013).
- Schafer K.J., Yang B., Krause J.L., Kulander K.C. *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 1599 (1993).
- Corkum P.B. *Phys. Rev. Lett.*, **71**, 1994 (1993).

12. McPherson A., Gibson G., Jara H., Johann U., Luk T.S., McIntyre I.A., Boyer K., Rhodes C.K. *J. Opt. Soc. Am. B*, **4**, 595 (1987).
13. Ferray M., L'Huillier A., Li X.F., Lompre L.A., Mainfray G., Manus C. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **21**, L31 (1988).
14. Krause J.L., Schafer K.J., Kulander K.C. *Phys. Rev. Lett.*, **68**, 3535 (1992).
15. Shan B., Chang Z. *Phys. Rev. A*, **65**, 011804(R) (2001).
16. Yakovlev V.S., Ivanov M., Krausz F. *Opt. Express*, **15**, 15351 (2007).
17. Popmintchev T., Chen M.-C., Bahabad A., Gerrity M., Sidorenko P., Cohen O., Christov I.P., Murnane M.M., Kapteyn H.C. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, **106**, 10516 (2009).
18. Moreno P., Plaja L., Malyshev V., Roso L. *Phys. Rev. A*, **51**, 4746 (1995).
19. Strelkov V.V., Sterjantov A.F., Shubin N.Yu., Platonenko V.T. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **39**, 577 (2006).
20. Ким А.В., Рябкин М.Ю., Сергеев А.М. *УФН*, **169**, 58 (1999).
21. Taranukhin V.D. *Laser Phys.*, **10**, 330 (2000).
22. Walsler M.W., Keitel C.H., Scrinzi A., Brabec T. *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 5082 (2000).
23. Емелин М.Ю., Рябкин М.Ю. *Квантовая электроника*, **43**, 211 (2013).
24. Krause J.L., Schafer K.J., Kulander K.C. *Phys. Rev. A*, **45**, 4998 (1992).
25. Emelina A., Emelin M., Ryabikin M. *Techn. Dig. Conf. «Research in Optical Sciences»* (Berlin, Germany, Optical Society of America, 2014, paper JW2A.19); <http://www.opticsinfobase.org/abstract.cfm?URI=HILAS-2014-JW2A.19>.
26. Lewenstein M., Balcou Ph., Ivanov M.Yu., L'Huillier A., Corkum P.B. *Phys. Rev. A*, **49**, 2117 (1994).
27. Salières P., Carré B., Le Déroff L., Grasbon F., Paulus G.G., Walther H., Kopold R., Becker W., Milošević D.B., Sanpera A., Lewenstein M. *Science*, **292**, 902 (2001).
28. Kylstra N.J., Potvliege R.M., Joachain C.J. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **34**, L55 (2001).
29. Chirilă C.C., Kylstra N.J., Potvliege R.M., Joachain C.J. *Phys. Rev. A*, **66**, 063411 (2002).
30. Платоненко В.Т. *Квантовая электроника*, **31**, 55 (2001).
31. Le A.T., Tong X.M., Lin C.D. *Phys. Rev. A*, **73**, 041402(R) (2006).
32. Tong X.M., Lin C.D. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **38**, 2593 (2005).
33. Scrinzi A., Geissler M., Brabec T. *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 706 (1999).
34. Strelkov V.V., Khokhlova M.A., Gonoskov A.A., Gonoskov I.A., Ryabikin M.Yu. *Phys. Rev. A*, **86**, 013404 (2012).