

Оптимизация каскадов широкополосного параметрического усиления фемтосекундной лазерной системы с когерентным сложением полей

С.Н.Багаев, В.И.Трунов, Е.В.Пестряков, В.Е.Лещенко, С.А.Фролов, В.А.Васильев

В двухканальной фемтосекундной лазерной системе впервые экспериментально реализовано когерентное сложение усиленных в трёхкаскадных параметрических усилителях импульсов с энергией ~ 150 мДж и спектром, соответствующим спектрально-ограниченной длительности ~ 20 фс. Достигнута эффективность когерентного сложения более 90% при остаточном относительном временном джиттере усиленных импульсов 110 ас. Впервые экспериментально обнаружена модуляция спектра при параметрическом усилении широкополосного фемтосекундного излучения в последовательно расположенных кристаллах. Разработана модель развития параметрической люминесценции, позволяющая рассчитать полный диапазон её частотно-углового спектра, что даёт возможность, помимо расчёта контраста параметрически усиленных импульсов, оптимизировать эффективность усиления. Представлены результаты экспериментов по измерению контраста с последующим сравнением полученных данных с расчётами. Проведён анализ методов повышения контраста в созданной лазерной системе. Рассмотрены возможные схемы использования многопучковой накачки выходного каскада для достижения петаваттного уровня мощности в разрабатываемой в ИЛФ СО РАН лазерной системе на основе каскадов параметрического усиления в кристаллах LBO.

Ключевые слова: петаваттная лазерная система, параметрическое усиление, когерентное сложение, многопучковая накачка, фемтосекундные импульсы, контраст.

1. Введение

Развитие методов оптического параметрического усиления chirпированных импульсов (ОРСПА) открывает пути создания нового типа сверхмощных лазерных источников с предельно малой длительностью импульсов и интенсивностью, превышающей 10^{23} Вт/см². Достижение таких интенсивностей позволит экспериментально исследовать многочисленные эффекты ультрарелятивистской оптики [1].

В ИЛФ СО РАН ведутся исследования по разработке принципов генерации экстремальных световых полей и созданию многоканальной фемтосекундной лазерной системы ультрарелятивистской интенсивности, в основу которой положен метод когерентного сложения фемтосекундных импульсов, усиленных методом ОРСПА при пикосекундной накачке. Возможность достижения субпетаваттного уровня пиковой мощности усиленных импульсов в одноканальной системе с наносекундной накачкой продемонстрирована в [2, 3]. На данный момент только метод когерентного сложения позволяет преодолеть ограничения на апертуру усилителей и компрессоров и, как следствие, заметно повысить максимально достижимую пиковую интенсивность лазерных импульсов [4]. К настоящему времени в рамках разрабатываемой лазерной системы созданы два канала трёхкаскадного пара-

метрического усиления с энергией импульсов в каждом канале до 150 мДж, эффективность последующего когерентного сложения которых превышает 90%. Детальное описание реализованной системы представлено в разд. 2.

В дальнейшем энергию импульсов планируется увеличить путём добавления выходных каскадов, что с использованием разработанной системы стретчер-компрессор [5] позволит достичь петаваттного уровня пиковой мощности.

Значительное внимание при разработке системы было уделено выбору схемы первого усилительного каскада. На первом каскаде требуется при высоком контрасте достичь коэффициента усиления $\sim 10^6$, что приводит к необходимости выбора между однопроходной схемой с двумя кристаллами и двухпроходной схемой с одним кристаллом. Рассмотрению данного вопроса посвящён разд. 3.

Следует отметить, что величина контраста усиленных импульсов имеет принципиальное значение при разработке высокоинтенсивных фемтосекундных систем. Именно контраст является ключевым показателем качества излучения таких систем, т. к. низкий контраст импульса может приводить к нежелательным воздействиям, например к образованию плазмы преимпульсом [6].

Контраст импульса лазерной системы, основанной на параметрическом усилении, обусловлен рядом факторов, основным из которых является усиленная параметрическая люминесценция. К настоящему времени опубликован ряд работ, посвящённых экспериментальным исследованиям и оптимизации контраста импульсов мощных лазерных систем с каскадами параметрического усиления [7, 8]. Максимальное значение контраста, достигнутое с использованием плазменного зеркала и кросс-поляризованных волн, составляет $\sim 10^{-10}$ [9]. К недостаткам такого подхода улучшения контраста следует отнести высокую

С.Н.Багаев, В.И.Трунов, Е.В.Пестряков, В.Е. Лещенко, С.А.Фролов, В.А.Васильев. Институт лазерной физики СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. Акад. Лаврентьева, 13/3; e-mail: bagayev@laser.nsc.ru, vade@laser.nsc.ru

Поступила в редакцию 3 марта 2014 г., после доработки – 24 марта 2014 г.

сложность реализации и снижение энергии усиленных импульсов. Таким образом, проблема повышения контраста выходных импульсов в параметрических каскадах усиления остаётся актуальной. В разд.4 рассмотрены различные аспекты развития и подавления усиления параметрической люминесценции, представлена модель развития суперлюминесценции при параметрическом усилении с учётом дифракции, двулучепреломления, дисперсии групповых скоростей и насыщения усиления, позволяющая рассчитывать угловой и частотный спектры суперлюминесценции, предложены и проанализированы методы улучшения контраста.

Как показывают расчёты, для достижения петаваттной выходной мощности на последних усилительных каскадах разрабатываемой системы требуется значительная энергия пикосекундного импульса накачки [10], что сложно реализовать в однопучковой схеме. Для решения этой проблемы предлагается использовать многопучковую накачку, оптимальные схемы реализации которой рассмотрены в разд.5.

2. Трехкаскадная двухканальная лазерная система на основе параметрического усиления

К настоящему моменту в ИЛФ СО РАН создана двухканальная фемтосекундная лазерная система с тремя каскадами параметрического усиления в каждом канале и когерентным сложением усиленных импульсов. Схема экспериментальной установки представлена на рис.1. В качестве задающего лазера использован Ti:сапфировый фемтосекундный лазер Fusion Pro 400 (FemtoLasers), генерирующий импульсы с центральной длиной волны 800 нм, длительностью 10 фс и частотой следования 75 МГц. Затем фемтосекундные импульсы уширяются до ~ 50 пс с помощью двухпроходного решётчатого стретчера, состоящего из двух голографических решёток HoloGrate (JSC) с золотым покрытием и плотностью штрихов 1200 штр./мм; расстояние между решётками составляет ~ 54 мм. Эффективное параметрическое усиление возможно только при оптимальном перекрытии импульсов накачки и усиляемого импульса в нелинейном кристалле. Разработанная для этих целей система синхронизации фемтосекундного лазера и задающего пикосекундного лазера системы накачки позволяет поддерживать относительную нестабильность импульсов (джиттер) двух лазеров на уровне менее 200 фс [11]. В качестве лазера накачки в созданной системе используется четырёхканальный лазер APL 2106 (Ekspla), генерирующий в каждом канале импульсы с энер-

гией до 600 мДж и длительностью 90 пс при частоте следования 10 Гц и диаметре пучка по уровню e^{-2} порядка 16 мм. Для выделения усиляемого импульса плоскость его поляризации поворачивается на 90° с применением селектора импульсов OG8-1 (Avesta), синхронизованного с лазером накачки.

Оптические параметрические усилители chirпированных импульсов основаны на нелинейных кристаллах ВВО (β - BaV_2O_4) и ЛВО (LiB_3O_5). Первые каскады реализованы по двухпроходной схеме усиления на кристаллах ВВО (I тип, $\theta = 23.7^\circ$, $\varphi = 90^\circ$, длина 5 мм, апертура 8×8 мм), второй и третий каскады – по однопроходной. На втором каскаде в первом канале использован кристалл ЛВО (I тип, $\theta = 90^\circ$, $\varphi = 13.8^\circ$, длина 9 мм, апертура 18×18 мм), во втором канале – ВВО (I тип, $\theta = 23.7^\circ$, $\varphi = 90^\circ$, длина 3.5 мм, апертура 18×18 мм). На третьих каскадах усиление происходит в кристаллах ЛВО (I тип, $\theta = 90^\circ$, $\varphi = 13.8^\circ$, длина 4.3 мм, апертура 30 мм). Поскольку при распространении качество гипергауссова пучка накачки ухудшается, для сохранения его исходного качества необходимо передавать изображение с выхода лазера накачки на нелинейный кристалл. С этой целью в каждом каскаде использован вакуумированный двухлинзовый телескоп с передачей изображения и минимальной расходимостью. При этом на первых каскадах диаметр пучка накачки уменьшается до 3.5 мм, на вторых – до 13 мм, на третьих – сохраняется на уровне 16 мм. После первого каскада пучок усиленного излучения диаметром ~ 2 мм расширяется телескопом до ~ 15 мм для согласования с диаметром пучка накачки на втором каскаде.

В первом канале энергия усиленных импульсов после трёх каскадов составляла 150 мДж, во втором канале – 160 мДж, характерная среднеквадратичная нестабильность энергии усиленных импульсов была $\sim 3\%$. Энергии импульсов накачки и усиленных импульсов по каскадам в обоих каналах представлены в табл.1. Спектры усиленных импульсов в каналах показаны на рис.2. Угловая нестабильность усиленных импульсов, измеренная посред-

Табл.1. Энергии импульсов накачки и усиленных импульсов.

Номер каскада	Энергия импульсов накачки (мДж)		Энергия усиленных импульсов (мДж)	
	1-й канал	2-й канал	1-й канал	2-й канал
1	31	34	3	1.4
2	470	360	100	100
3	430	504	150	160

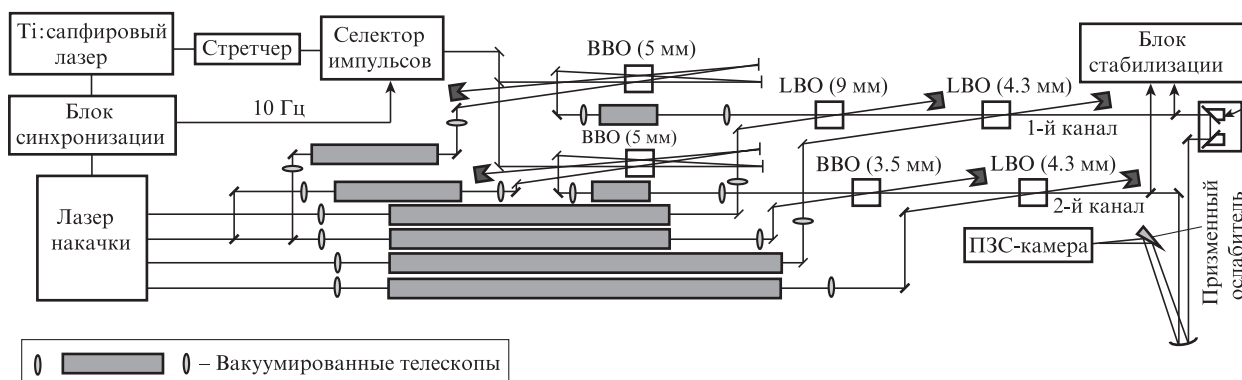


Рис.1. Схема экспериментальной установки.

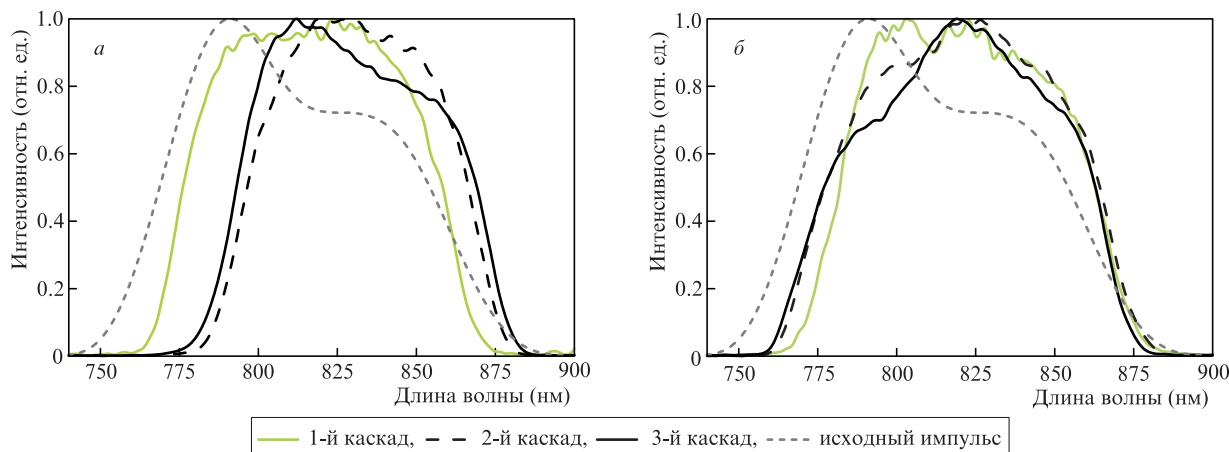


Рис.2. Спектры исходного и усиленных импульсов в первом (а) и втором (б) каналах.

ством регистрации флуктуаций положения центра масс пучка в фокальной плоскости сферического зеркала, составила 13 мкрад в первом канале и 15 мкрад во втором (при времени регистрации 100 с). Расходимость усиленных импульсов на полувысоте была равна 90 мкрад при диаметре пучков 11 мм.

Согласно расчётам, при увеличении энергии импульсов накачки на втором и третьем каскадах до 600 мДж выходная энергия усиленных импульсов может возрасти до 340 мДж.

Когерентное сложение усиленных импульсов осуществлялось в фокальной плоскости сферического зеркала с радиусом кривизны $R = 3$ м. Стабилизация относительного джиттера, необходимая для реализации когерентного сложения, выполнялась с использованием системы, описанной в [4, 11]. Профили пучков в фокальной плоскости после предварительного ослабления регистрировались ПЗС-камерой Spiricon L11058 (размер пикселя 9×9 мкм). Характерные зарегистрированные профили отдельного усиленного и суммарного импульсов представлены на рис.3.

Эффективность когерентного сложения, вычисленная из серии зарегистрированных профилей (длительность каждой ~ 10 с) и определяемая выражением

$$\eta = I_{\Sigma} [I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}]^{-1}, \tag{1}$$

составила $93 \pm 3\%$. Здесь I_1 , I_2 и I_{Σ} – пиковые плотности энергии усиленных импульсов в первом и втором каналах и суммарного импульса. При этом погрешность определяется, главным образом, нестабильностью энергии импульсов. Следует отметить, что поскольку спектры усиленных импульсов в каналах несколько различаются, максимально достижимая эффективность сложения, определяемая выражением (2), не превысит 98%:

$$\eta = \frac{1 + 2 \int \sqrt{I_1(\omega) I_2(\omega)} d\omega / A}{1 + 2 \sqrt{\int I_1(\omega) d\omega \int I_2(\omega) d\omega} / A}, \tag{2}$$

где

$$A = \int I_1(\omega) d\omega + \int I_2(\omega) d\omega;$$

$I_1(\omega)$ и $I_2(\omega)$ – спектры усиленных импульсов; ω – частота излучения.

Согласно анализу [4, 11], остаточный временной джиттер между усиленными импульсами на уровне 110 ас приводит к снижению эффективности когерентного сложения до 97%. Угловая нестабильность ~ 14 мкрад с учётом измеренных угловых спектров (рис.3,а) вызывает дополнительное снижение эффективности сложения до $\sim 91\%$.

Ещё одним немаловажным фактором реализации эффективного когерентного сложения является спектральная разность фаз [4, 11] складываемых импульсов. В настоящей работе контроль спектральной фазы усиленных импульсов не осуществлялся. Тем не менее спектральная разность фаз усиленных импульсов, которая могла бы отличаться от нуля вследствие использования разных кристаллов на втором каскаде и неконтролируемой дисперсии зеркал, экспериментально минимизировалась посредством внесения стеклянных пластинок разной толщины во второй канал. Оптимум определялся по максимальной эффективности когерентного сложения, шаг подстройки составлял ~ 45 фс² (стекло К8 толщиной ~ 1 мм). Точность выравнивания дисперсий с таким шагом с учётом экспериментально зарегистрированных спектров усиленных импульсов должна была обеспечить достижение максимума эффективности сложения с погрешностью, не превышающей 1% [4].

Таким образом, достигнутая эффективность когерентного сложения согласуется с теоретическими ожиданиями.

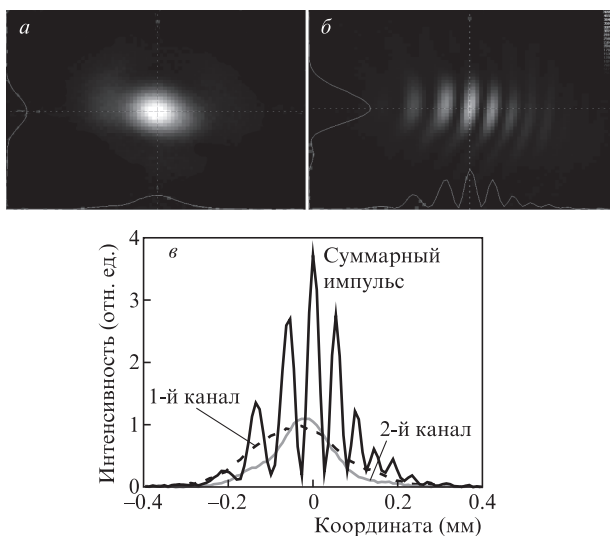


Рис.3. Профили отдельного (а) и суммарного (б) импульсов, а также горизонтальные проекции всех профилей (в) в фокальной плоскости сферического зеркала с $R = 3$ м.

ми, основанными на измеренных нестабильностях складываемых импульсов. Основным ограничением на данном этапе является угловая нестабильность усиленных импульсов, обусловившая проведение работ по созданию системы активной угловой стабилизации выходного излучения, направленной на дальнейшее повышение эффективности когерентного сложения и, следовательно, на улучшение стабильности пиковой интенсивности суммарного импульса.

Для сжатия усиленных импульсов нами разработана система стретчер–компрессор, позволяющая в создаваемой системе сжимать импульсы петаваттного (и более высокого) уровня мощности [5]. Последующая жёсткая фокусировка сжатых импульсов позволит достичь интенсивности $\sim 10^{20}$ Вт/см², что откроет возможность исследований в области релятивистской оптики.

3. Широкополосное параметрическое усиление в последовательно расположенных кристаллах

Оптимизация параметров первого каскада является важным фактором для достижения максимального контраста и высокого качества пучка в многокаскадной лазерной системе на основе параметрического усиления. При использовании длинного (~ 10 мм) кристалла ВВО на первом каскаде в однопроходной схеме имеет место значительное усиление параметрической люминесценции. Двухпроходная схема позволяет снизить энергию усиленной параметрической люминесценции, но возникает проблема, связанная со сложностью обеспечения высокого пространственного качества накачки на обоих проходах ввиду невозможности передачи изображения на них одновременно. В свою очередь, схема с двумя последовательно расположенными кристаллами решает эту проблему, т. к. небольшое расстояние между кристаллами позволяет сохранить качество пучка накачки, близкое к изображению. Кроме того, данная схема, хотя и не решает проблемы высокой энергии люминесценции, позволяет компенсировать двулучепреломление и отдельно настраивать каждый кристалл по синхронизму для оптимизации спектра усиления.

Последовательное расположение нелинейных кристаллов при нелинейных преобразованиях ранее уже рассматривалось. Исследовалось влияние дополнительной фазы, обусловленной зазором между кристаллами, на эффективность генерации второй гармоники [12] и спектрально-узкополосное параметрическое усиление [13].

Нами исследовано влияние зазора между кристаллами на параметры усиленного широкополосного излучения. Обнаружено, что при достаточно малом зазоре, когда холостая волна не успевает покинуть область перекрытия сигнала и накачки, в спектре широкополосного усиленного импульса появляется модуляция.

Возникновение модуляции обусловлено фазовой чувствительностью параметрического усиления. Между участвующими в процессе пучками при их распространении в кристалле и воздушном промежутке возникает разность фаз, обусловленная как дисперсией и дифракцией, так и неколлинеарностью пучков. В случае усиления широкополосных импульсов определяющей, как правило, является неколлинеарность, тогда как вклад других эффектов значительно меньше. Данный эффект в указанных выше

работах не наблюдался из-за малой ширины спектров излучения.

Важно отметить, что модуляция возникает только при перекрытии сигнальной и холостой волн в области усиления во втором кристалле, поскольку в её отсутствие разность фаз между сигналом и накачкой перейдёт в новую холостую волну.

Простая модель параметрического усиления на основе укороченных уравнений [14] позволяет оценить период модуляции. Параметрическое усиление наиболее эффективно, когда разность фаз волн (накачки φ_p , холостой φ_i и усиливаемой φ_s) удовлетворяет соотношению [14]

$$\Delta\varphi = \varphi_p - \varphi_s - \varphi_i = \pi/2. \quad (3)$$

При распространении между кристаллами взаимодействующие пучки приобретают различный дополнительный фазовый набег. При этом во втором кристалле наиболее эффективно будут усиливаться те компоненты, которые удовлетворяют соотношению (3), а наименее эффективно – те, у которых полная фаза в левой части равна $-\pi/2$. Из (3) следует, что период модуляции может быть рассчитан из следующего условия на разность фаз:

$$\Delta\varphi = \frac{L}{c} [\omega_p - \omega_s \cos \alpha - \omega_i \cos \frac{\omega_s}{\omega_i} \alpha] = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad (4)$$

где L – длина воздушного промежутка; c – скорость света в вакууме; ω_p , ω_s и ω_i – частоты волны накачки, усиливаемой и холостой волн; α – внешний угол неколлинеарности. Таким образом, период модуляции зависит от частоты, внешнего угла неколлинеарности и длины воздушного промежутка. Анализ показывает, что наиболее сильная зависимость будет определяться последними двумя факторами.

Для экспериментального исследования обсуждаемого эффекта была проведена серия экспериментов с параметрическим усилением в двух последовательно расположенных кристаллах ВВО (I тип, $\theta = 23.7^\circ$, $\varphi = 90^\circ$, толщина 5 мм, апертура 8 × 8 мм). Эксперименты были выполнены на первом каскаде схемы, представленной на рис.1, с небольшой его модификацией для реализации однопроходного усиления в двухкристальном варианте.

Рассчитанная согласно выражению (4) и измеренная экспериментально зависимости периода модуляции от расстояния между кристаллами представлены на рис.4. Экспериментально период определялся по набору пиков модуляции, интенсивность которых превышала половину максимальной интенсивности. Для сравнения с теоре-

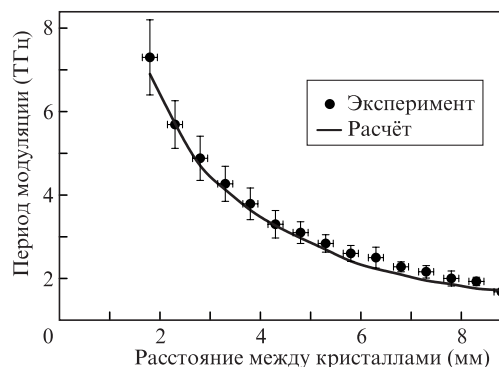


Рис.4. Зависимости периода модуляции спектра от расстояния между кристаллами.

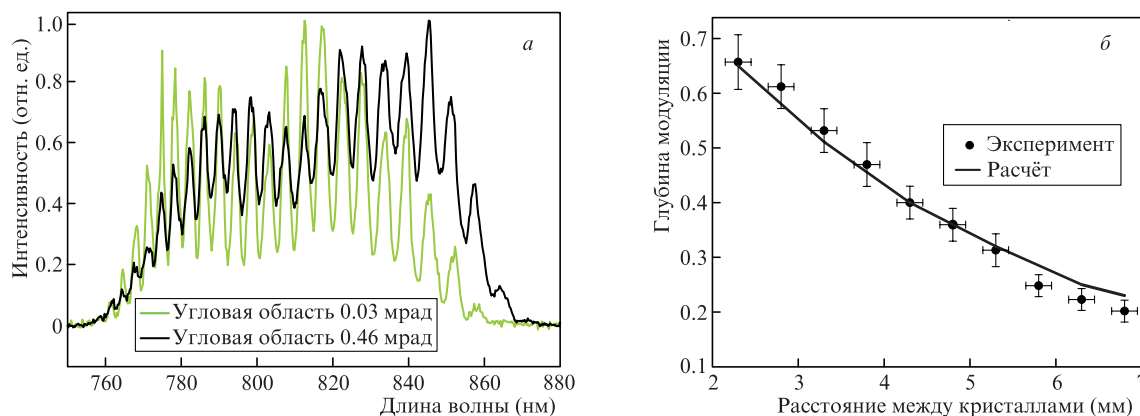


Рис.5. Экспериментально измеренные спектры в случае усиления в различных угловых диапазонах при расстоянии между последовательно расположенными кристаллами 6.3 мм (а) и сравнение зависимостей расчетной и экспериментально наблюдаемой глубины модуляции спектра от длины воздушного промежутка (б).

тическим значением периода использовался тот же спектральный диапазон, что и в эксперименте. Указанная методика определения периода модуляции позволяет учесть его зависимость от частоты, а также снизить погрешность, обусловленную флуктуациями профиля экспериментального спектра. Как показано на рис.4, расчётный и экспериментальные периоды модуляции совпадают с высокой точностью.

Из экспериментальных данных также следует, что глубина модуляции зависит от расстояния между кристаллами при регистрации как интегрального углового спектра, так и спектра в узком угловом диапазоне (рис.5,а). Уменьшение глубины модуляции при интегрировании по угловому спектру можно объяснить частичным уходом холостой волны из области взаимодействия (смещение в нашем случае составляет 1.3 мм на 1 см длины промежутка), а также расходимостью пучков. В последнем случае происходит небольшой сдвиг фазы модуляции, что при усреднении даёт уменьшение глубины модуляции в результате смещения минимумов для разных угловых компонент. Однако ни один из этих эффектов не объясняет в упрощённой модели неполную модуляцию в узком диапазоне углового спектра усиленного пучка, как показано на рис.5,а. Данное явление описывается при учёте линейных эффектов – дисперсии групповых скоростей, дифракции и двулучепреломления, которые нарушают соотношение фаз (3) уже в процессе усиления во втором кристалле.

Моделирование в соответствии с расширенной моделью параметрического усиления, разработанной нами и описанной в [15], показывает, что учёт экспериментально измеренных расходимостей пучков накачки и усиливаемого излучения (~ 1 мрад у каждого) позволяет корректно рассчитать глубину модуляции. На рис.5,б приведены зависимости экспериментально измеренной и полученной численным моделированием глубин модуляции от расстояния между кристаллами. Ввиду значительного числа факторов, обуславливающих глубину модуляции, например формы углового спектра накачки, усиливаемого излучения, а также степени насыщения, согласие с расчётами наблюдается в меньшей степени. Детальное исследование проблемы показывает, что определяющим фактором является расходимость излучения накачки, т.к. она снижает глубину модуляции в наших условиях почти в 4 раза эффективнее, чем это делает расходимость усиливаемого пучка.

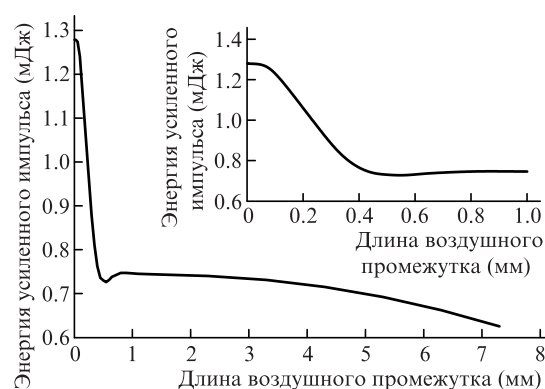


Рис.6. Расчётная зависимость энергии усиленного импульса от длины воздушного промежутка. На вставке показан увеличенный фрагмент кривой в области 0–1 мм.

Другая особенность использования двух последовательно расположенных кристаллов заключается в уменьшении эффективности усиления почти в 2 раза уже при расстояниях между ними в несколько сотен микрон. На рис.6 представлена расчётная зависимость энергии усиленного импульса от расстояния между кристаллами. Как следует из графиков, при величине воздушного промежутка свыше 100 мкм энергия усиленного импульса резко падает (почти в 1.7 раза при 550 мкм, когда минимум усиления близок к центру спектра импульса). Дальнейший слабый рост энергии при расстоянии ~ 850 мкм связан с уменьшением периода модуляции до величины, меньшей ширины спектра усиливаемого импульса, а последующее плавное уменьшение – с расхождением сигнала и накачки в пространстве.

Таким образом, усиление в двух последовательно расположенных кристаллах без блокировки холостой волны приводит не только к модулированию структуры спектра, но и к ухудшению эффективности усиления, что в целом делает такую схему малоприменимой для усиления предельно коротких фемтосекундных импульсов.

4. Параметрическая люминесценция и контраст при параметрическом усилении

К настоящему времени в работах, посвящённых методам расчёта усиления параметрической суперлюминесценции, предложен и проанализирован ряд моделей, которые, тем не менее, имеют некоторые ограничения и не-

достатки. К примеру, модель, рассматриваемая в [8], требует для расчёта контраста chirпированных импульсов ряд эмпирических данных, которые можно получить только на уже работающей лазерной системе. Кроме того, все ранее предложенные модели расчёта контраста нуждаются либо в огромной оперативной памяти компьютера [8, 16, 17], либо не описывают ряд пространственных эффектов [17].

4.1. Модель развития параметрической люминесценции

Нами разработана модель развития суперлюминесценции при параметрическом усилении с учётом дифракции, двулучепреломления, дисперсии групповых скоростей и насыщения усиления, позволяющая рассчитывать угловой и частотный спектры суперлюминесценции. Модель основана на выделении двух этапов усиления люминесценции. Первый из них, когда число фотонов люминесценции мало, что соответствует начальной стадии усиления, можно назвать «квантовым». Второй этап – «классический»: число фотонов на моду много больше единицы.

На «классическом» этапе усиления действуют хорошо известные укороченные уравнения [14], тогда как «квантовый» этап требует другого рассмотрения. Проанализировав ряд методов решения этой задачи, мы выбрали подход на основе так называемого стохастического метода Вигнера, позволяющего свести квантовое рассмотрение эволюции спектральной плотности распределения фотонов к классическому рассмотрению эволюции ряда начальных состояний [18]. На первой стадии ряд начальных состояний фотонов выбирается исходя из предположения, что на одну моду приходится один фотон, что можно рассматривать как плотность нулевых флуктуаций электромагнитного вакуума [19]. Численно такие состояния задаются в виде комплексного белого гауссова шума. Решение классических уравнений для ряда состояний позволяет найти набор конечных состояний, из осреднения которых вычисляется среднее число фотонов. В итоге как «классический», так и «квантовый» этапы усиления описываются классическими уравнениями (например, (1) в [15]).

Вывод уравнений, описывающих развитие люминесценции, осуществлялся в соответствии с формализмом работы [15]: поле волны представлялось в виде суммы основной волны и волны люминесценции, затем эта сумма подставлялась в систему укороченных уравнений (см. формулу (1) в [15]) и выполнялась линеаризация по слабой волне люминесценции. Для упрощения системы уравнений мы предположили, что основные волны имеют малую ширину частотно-углового спектра в заданной точке пространства и времени (это условие практически всегда выполняется при параметрическом усилении chirпированных импульсов). Итоговая система уравнений, использованная нами для описания эволюции люминесценции, достаточно громоздка. Она состоит из шести похожих друг на друга уравнений системы, одно из которых выглядит следующим образом:

$$\frac{dA_{s1}}{dz} = i \left(\frac{k_{s1}}{\cos k_{\perp 1} / k_{s1}} - k_{s0} - \frac{\omega_{s1} - \omega_{s0}}{v_{\text{grp}}} \right) A_{s1} - i\sigma_s (A_{p0} A_{i2}^* + A_{p1} A_{i0}^*) \exp(i\Delta k z), \quad (5)$$

где в индексах вида $m j$ индекс $m = s, i, p$ – усиливаемая и холостая волны и волна накачки; индекс $j = 0, 1$ и 2 , при-

чём нуль соответствует основной волне, а 1 и 2 – угловым компонентам люминесценции с нулевой суммой проекций волнового вектора на плоскость, ортогональную оси z ; A_{m0} – огибающая напряжённости электрического поля основной волны; A_{mj} – спектральное распределение фотонов в модах ($j = 1, 2$); σ_m – коэффициент нелинейности второго порядка; ω_{mj} – частота; ω_{m0} – частота несущей; k_{mj} – волновой вектор; v_{grp} – групповая скорость накачки; Δk – волновая расстройка. Для перехода от числа фотонов в модах к интенсивности A_m умножается на спектральную «яркость вакуума» $S_{\omega\Omega}^{\text{vac}} = \hbar\omega^3 / (8\pi^3 c^2)$ (Вт·Гц⁻¹ × ср⁻¹·см⁻²) [19] и интегрируется по частотам и углам.

Система уравнений (5) описывает развитие частотного и углового распределений фотонов при параметрическом усилении в заданной точке пространства и времени. Для получения распределения интенсивности суперлюминесценции в нашей модели необходимо проводить расчёты для ряда пространственных координат пучка (обычно достаточно 5–10 точек). С другой стороны, разработанная модель даёт возможность выполнить расчёт спектра люминесценции в широком диапазоне частот вне зависимости от выбранного пространственно-временного разрешения основных волн, что существенно снижает требования к объёму оперативной памяти. В целом, это позволяет проводить такие расчёты, выполнение которых затруднено при использовании других моделей. В частности, возможность вычисления всего частотно-углового спектра люминесценции позволяет оценить полную энергию люминесценции, а следовательно, открывает перспективы разработки методов ограничения её влияния на энергию усиленного импульса. Насколько нам известно, модель, обладающая указанными свойствами, предложена впервые.

4.2. Измерение и оптимизация контраста трехкаскадной лазерной системы

Для подтверждения достоверности разработанной нами модели развития параметрической люминесценции проведена серия экспериментов с использованием двухпроходного параметрического усилителя на основе кристалла ВВО (длина 8 мм, угол синхронизма 23.7°, внутренний угол неколлинеарности 2.3°). Энергия накачки (центральная длина волны 532 нм) на каскаде составляла 10–30 мДж при длительности импульса 90 пс и радиусе пучка (по уровню e^{-2}) около 2 мм. Начальная энергия усиливаемого импульса (центральная длина волны 800 нм) составляла ~1 нДж, длительность импульса до стретчера – 10 фс, после стретчера – 8 пс. Сжатие усиленного импульса осуществлялось в объёмном компрессоре на основе двух блоков из стекол ТФ10 и К8 длиной 140 и 90 мм соответственно. Усиленный сжатый импульс в наших экспериментах имел энергию 50–100 мкДж и длительность около 50 фс при длительности спектрально-ограниченного импульса 20 фс. Отмеченное увеличение обусловлено тем, что использованные объёмный компрессор и решёточный стретчер имеют одинаковый знак дисперсии третьего порядка, которая в сумме составляет ~60000 фс³, с учётом ширины зарегистрированного спектра это приводит к увеличению длительности до ~50 фс. Следует отметить, что нескомпенсированная дисперсия скажется на результатах измерения контраста только на временах, не превышающих нескольких пикосекунд [20]. Поскольку нас интересуют времена, соизмеримые с длительностью

накачки (десятки пикосекунд), при анализе получаемых данных влиянием некомпенсированной дисперсии можно пренебречь. Контраст усиленных импульсов измерялся контрастомером COMET 800-2 (Avesta Project Ltd.) с временным диапазоном 950 пс и максимальным динамическим диапазоном 10^9 .

Результаты измерения и расчётов контраста усиленных импульсов для двух задержек между усиливаемым импульсом и импульсом накачки представлены на рис.7. Видно, что разработанная модель с хорошей точностью описывает экспериментальные данные, и это позволяет использовать её для оптимизации параметров создаваемой лазерной системы. Приведённые результаты показывают, что оптимизация задержки между импульсами накачки и усиливаемыми импульсами даёт возможность улучшить контраст, что было также продемонстрировано в [21, 22].

На основе созданной модели рассчитан ожидаемый контраст создаваемой трёхкаскадной системы. Важным фактором, определяющим контраст системы в целом, является контраст импульсов задающего фемтосекундного лазера. Согласно данным [23], контраст Ti:сапфирового лазера составляет около 10^{-8} .

В наших расчётах контраст импульсов фемтосекундного лазера моделировался аналогично подходу для нулевых флуктуаций вакуума за исключением того, что частотно-угловой спектр усиливаемого импульса совпадал с таковым для основного импульса. Как показывают расчёты, при начальном уровне контраста 10^{-8} его результирующее значение после усиления соизмеримо с контрастом, развивающимся из нулевых флуктуаций. Таким образом, эффективное значение контраста, обусловленное параметрической суперлюминесценцией, при параметрах нашей системы составляет 10^{-8} .

Как уже отмечалось выше, контраст переднего фронта усиленного импульса может быть улучшен за счёт ухудшения контраста его заднего фронта путем оптимизации задержки между усиливаемым импульсом и импульсом накачки, при этом максимум сигнального импульса должен быть сдвинут вперёд относительно максимума импульса накачки (см. рис.7). В нашем случае это определяется гауссовым временным профилем импульсов накачки – при смещении сигнала вперед интенсивность

накачки в области его переднего фронта будет меньше. Однако излишнее увеличение задержки приведёт к падению эффективности усиления сигнальной волны и, следовательно, к общему ухудшению контраста. Важно отметить, что эффективность данной методики зависит от ряда факторов. Так, например, она будет наиболее эффективна при большом коэффициенте усиления в случае насыщения, а при гипергауссовом временном профиле накачки эффект будет минимальным либо будет отсутствовать вовсе. В этом случае следует подбирать такую длительность растянутого импульса, чтобы он перекрывал импульс накачки. В каждой конкретной конфигурации системы для достижения максимального контраста усиленных импульсов следует проводить оптимизацию путём численного моделирования.

Другая возможность улучшения контраста заключается в оптимизации насыщения усиления. Так, например, усиление в режиме обратной перекачки энергии из сигнала в накачку, несмотря на увеличение ширины спектра усиленного импульса, приводит к существенному ухудшению контраста. Данный эффект обусловлен неравномерным уменьшением интенсивности накачки при насыщении, и при гауссовых временных профилях сигнала и накачки наибольшее снижение интенсивности (вплоть до нуля) будет наблюдаться в центре импульса накачки, а на его краях сохранится более высокая интенсивность. Это приведёт к большему (по сравнению с усилением импульса в целом) усилению на краях спектра сигнала (в рассматриваемом нами случае chirпованного импульса) и люминесценции. В случае достижения максимума энергии усиленного импульса при гауссовом профиле накачки контраст также снижается, однако это снижение, как правило, невелико и может быть в значительной степени подавлено выбором задержки между усиливаемым импульсом и импульсом накачки. Очевидно, что с приближением форм сигнала и накачки к ступенчатой эффекты увеличения ширины спектра усиленного импульса и ухудшения контраста будут ослабляться.

Обсуждаемые выше зависимости проиллюстрированы на рис.8, где приведён расчётный контраст усиленного импульса для трёх каскадов нашей лазерной системы при двух значениях задержки и разных уровнях насыщения.

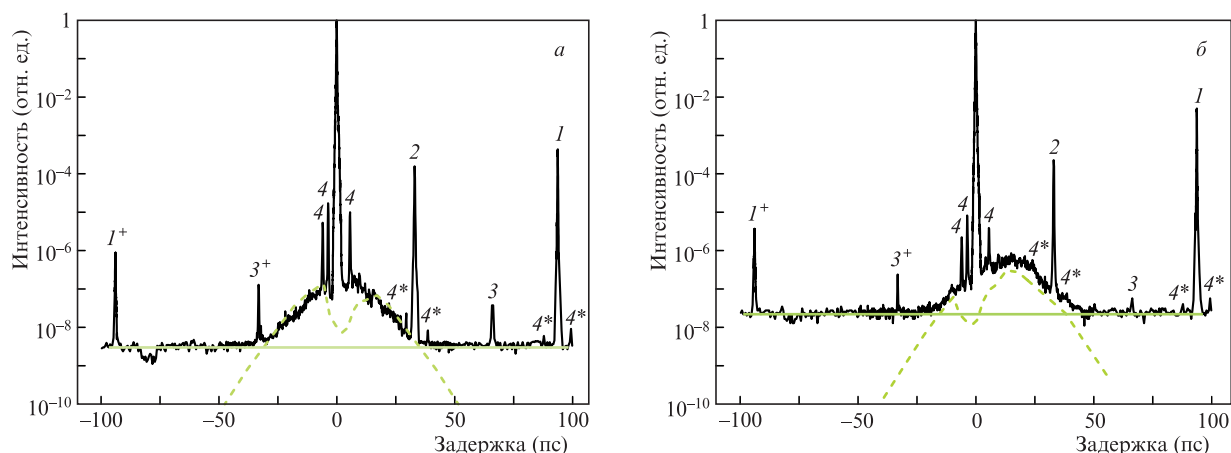


Рис.7. Сравнение измеренных контрастов для отличающихся на 20 пс двух задержек (сплошные кривые) с расчётными данными (серые штриховые кривые). Сплошные серые линии – уровень шумов системы регистрации. Отмечены следующие артефакты измерения: 1 (93.6 пс) – отражение импульса от граней кристалла длиной 8 мм; 2 (33 пс) – отражение от граней ослабителя контрастомера; 3 – повторное отражение от граней ослабителя контрастомера; 4 – отражения от граней кристаллов второй и третьей гармоник контрастомера; звездочкой обозначены артефакты, повторно появившиеся в результате отражений, плюсом – артефакты, обусловленные особенностями кросс-корреляционной функции за счёт наличия пост-импульсов, образованных в результате отражений.

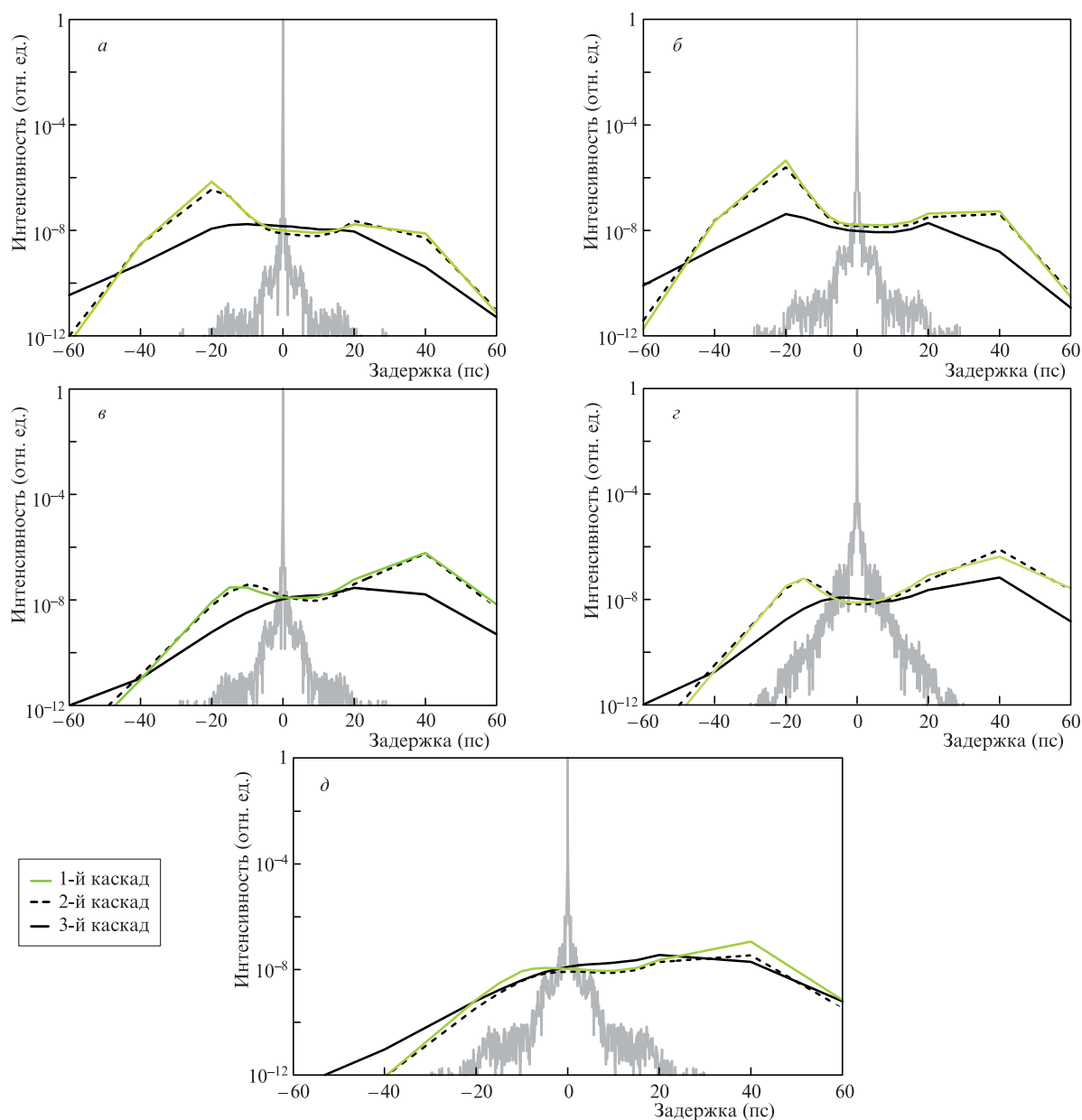


Рис.8. Расчётные контрасты импульсов для трёх каскадов разработанной лазерной системы:

a – усиление до 80% от максимума энергии на первом каскаде, на последующих – до максимума энергии при нулевой задержке; *b* – усиление до максимума энергии на всех каскадах при нулевой задержке; *в* – то же, что и *a*, но при задержке 20 пс; *г* – то же, что и *b*, но при задержке 20 пс; *д* – контраст, оптимизированный аналогично *в*, но с усилением на втором каскаде до 90% от максимума энергии.

Как следует из расчётов, наилучший контраст достигается при следующих параметрах: задержка между импульсами сигнала и накачки 20 пс (улучшение контраста примерно в 30 раз), усиление до 80% от максимума энергии на первом каскаде (улучшение примерно в 3 раза), снижение насыщения на втором каскаде до 90% от максимума энергии (еще примерно в 3 раза) (рис.8,д). В целом, оптимизация даёт улучшение контраста примерно на три порядка, с 3×10^{-6} (рис.8,б) до 10^{-8} (рис.8,д). При этом выходная энергия усиленного импульса в результате компенсации недобранной на втором каскаде энергии из-за насыщения усиления на последнем каскаде снижается менее чем на 3%, а увеличение длительности импульса в этом случае не превышает 15%.

Таким образом, при оптимизации разработанной системы следует ожидать контраста на уровне 10^{-8} , что сопоставимо с контрастом, достигнутым в [21, 23] для

систем на основе параметрического усиления. При этом разработанная нами система позволяет осуществлять масштабирование до петаваттного и мультипетаваттного уровней [4] с сохранением контраста около 2×10^{-8} . Дальнейшее улучшение контраста в нашей системе возможно при оптимизации первого каскада усиления с использованием известных методик генерации кросс-поляризованных волн и плазменного зеркала [9].

5. Оптимизация выходных каскадов лазерных систем на основе параметрических усилителей с многопучковой накачкой

Для увеличения пиковой мощности в каналах разрабатываемой системы до петаваттного уровня весьма важна возможность снижения требований на величину энергии

импульсов лазеров накачки ее выходных каскадов [4], что может быть реализовано с использованием схем многопучковой накачки. Данный метод в последнее время исследовался в ряде работ. Так, в [24] успешно продемонстрировано применение пяти пучков накачки при спектрально-узкополосном параметрическом усилении в кристалле ЛВО с некритическим синхронизмом. Показана возможность использования как когерентной [24–26], так и некогерентной [27] (с разными длинами волн) многопучковой накачки. В последнем случае появляется возможность увеличения выходной энергии за счёт того, что предельная суммарная плотность энергии на нелинейном кристалле достигается при больших индивидуальных интенсивностях накачек. При этом пары пучков накачек лежат в разных плоскостях на угловом расстоянии друг от друга, достаточном для подавления паразитного усиления.

Другая возможность применения нескольких пучков накачки заключается в увеличении полосы усиления за счёт разных углов неколлинеарности и синхронизма [26], однако при этом существенно ограничивается эффективность усиления. В [26] она в несколько раз меньше максимально достижимой при указанных в работе параметрах системы, что связано с конкуренцией холостых волн при различной волновой расстройке [28]. Данная ситуация типична при широкополосном усилении в случае различных углов синхронизма и неколлинеарности. При малой же амплитуде холостой волны в каком-либо спектральном диапазоне, например в области значительной волновой расстройки, конкуренция снижается. Однако в этом случае интенсивность накачки вследствие отсутствия насыщения уменьшаться не будет, что, как показано в предыдущей главе, приведёт к существенной деградации контраста. Далее многопучковая накачка рассматривается нами в контексте получения высокой эффективности усиления при минимальном увеличении длительности импульсов в процессе усиления, что предполагает почти полное совпадение спектров усиления, обеспечиваемого каждой из накачек, и, следовательно, малую разность волновых расстройок в спектральной области усиления.

Для анализа возможности и условий реализации многопучковой накачки разработана модель на основе системы уравнений (1) в [15]. Она отличается от (1) наличием не одной, а N волн накачки и столько же холостых волн, которые можно считать отдельными полями, каждое из которых находится в своей частотно-угловой области. Причём эти области для различных волн накачек и, соответственно, для холостых волн не перекрываются, т. к. расходимость пучков в нашем случае составляет десятки микроградусов, а углы между ними достигают 7 мрад и более. Система уравнений для N пучков накачки выглядит так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_s}{\partial z} &= \hat{L}_s^{(s)} A_s + i \sum_{j=1}^N \sigma_{sj} A_{ij}^* A_{pj} \exp(\Delta k_j z), \\ \frac{\partial A_{ij}}{\partial z} &= \hat{L}_{ij}^{(s)} A_{ij} + i \sigma_{ij} A_s^* A_{pj} \exp(\Delta k_j z), \\ \frac{\partial A_{pj}}{\partial z} &= \hat{L}_{pj}^{(s)} A_{pj} + i \sigma_{pj} A_{ij} A_s \exp(-\Delta k_j z), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\hat{L}_m^{(s)} A_m = i F_- \left[\left(\frac{k_m}{\cos(k_{\perp} / k_m)} - k_{m0} - \frac{\omega_m - \omega_{m0}}{v_{\text{grs}}} \right) F_+ [A_m] \right],$$

$$\Delta k_j = k_{pj0z} - k_{s0z} - k_{ij0z},$$

где v_{grs} – групповая скорость усиливаемой волны; Δk_j – волновая расстройка при взаимодействии с волной накачки j ; σ_{mj} – коэффициент нелинейности второго порядка для волны m при взаимодействии с волной j . Остальные обозначения аналогичны (1) из [15] за исключением $m = s, ij, pj$, где первые индексы определены ранее, а индекс j обозначает волну накачки; $\hat{L}_m^{(s)}$ – линейный оператор, аналогичный приведённому в (1) из [15].

Важным моментом является предельно допустимая суммарная интенсивность накачки. Если N пучков накачки когерентны и обладают одинаковой интенсивностью, их суммарная пиковая плотность энергии будет увеличиваться как N^2 . Таким образом, с увеличением числа пучков накачки их интенсивность необходимо снижать в соответствии с квадратичной зависимостью от их числа. С другой стороны, если они некогерентны (разные длины волн), то снижать их интенсивность следует как N^{-1} . Однако в случае близких длин волн суммарная интенсивность пропорциональна N только при усреднении, и мгновенная интенсивность будет определяться непрерывной последовательностью импульсов с длительностью, соответствующей разности частот, и интенсивностью, пропорциональной N^2 . В данной ситуации судить о том, приведёт ли это к пробое, невозможно без углубленного теоретического и экспериментального анализа. Всё это требует дополнительных исследований. Тем не менее в дальнейшем мы рассматриваем случай некогерентных накачек как оптимальный.

Отметим, что увеличение интенсивности пучков накачки на кристаллах приводит к необходимости увеличения поперечных размеров кристаллов, поэтому для схем с многопучковой накачкой нужны кристаллы больших размеров, чем для схем с последовательными каскадами усиления. Так, согласно проведённому анализу, при накачке шестью пучками требуемое увеличение поперечного размера кристалла составляет от 20% (при одинаковой энергии усиливаемого импульса и импульсов накачки) до 70% (в случае, если энергия усиливаемого импульса много меньше энергии накачки). Однако существенным преимуществом схемы многопучковой накачки при создании высокоинтенсивной лазерной системы является то, что она позволяет достичь большей эффективности и ширины спектра усиления за счёт большей пиковой интенсивности накачки, а следовательно, и большей пиковой мощности усиленного импульса.

Для достижения максимальной спектральной ширины импульса, параметрически усиленного при многопучковой накачке, нами проведена оптимизация углов накачек относительно осей кристалла и усиливаемого излучения. Пучки накачки рассматривались парами, поскольку при синхронизме первого типа можно выбрать два равных угла неколлинеарности в некритической плоскости. Данные об углах приведены в табл.2, где под углами синхронизма понимается угол между пучком накачки и осью кристалла, а под углом неколлинеарности – угол между

Табл.2. Угловые характеристики многопучковой накачки.

Номер пар пучков накачки	Длина волны (нм)	Угол неколлинеарности (град)	Угол синхронизма (град)
1	532	1.237	13.438
2	532	1.342	13.834
3	532	1.447	14.283

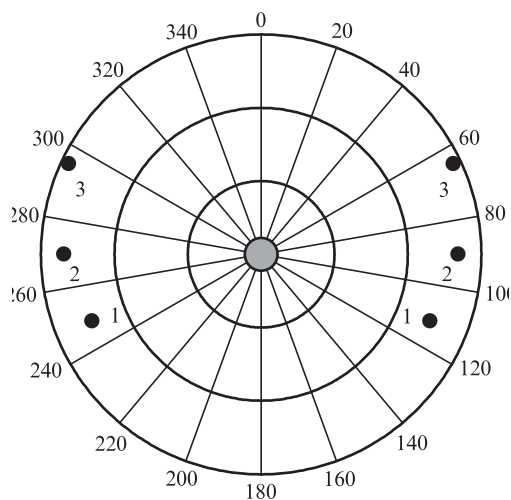


Рис.9. Схематическое изображение усиленного пучка (центральный серый кружок) и пучков накачки (черные кружки) в дальней зоне; цифры – номера пар, приведённые в табл.2. Шаг радиальной сетки 0.5°, проекция плоскости кристалла XY – вертикальная прямая.

усиливаемым пучком и пучком накачки (усиливаемый пучок и пучки накачки схематически представлены на рис.9). Интенсивности для каждого пучка накачки на кристалле рассчитаны на основе приведённых выше представлений о сложении излучений накачки и представлены в табл.3. Длины кристаллов, обеспечивающие достижение максимальной энергии, приведены в табл.4.

Табл.3. Интенсивности излучения для когерентных и некогерентных пучков накачки в кристалле LBO.

Число пучков накачки	Интенсивность излучения (ГВт/см ²)	
	Когерентные	Некогерентные
1	8	8
2	2	4
4	0.5	2
6	0.22	1.33

Табл.4. Длины кристаллов LBO для когерентных и некогерентных пучков накачки.

Число пучков накачки	Длина кристалла (см)	
	Когерентные	Некогерентные
1	0.5	0.5
2	0.8	0.55
4	1.2	0.6
6	1.6	0.65

На основе разработанной модели выполнены расчёты энергии и пиковой мощности усиленных импульсов в зависимости от числа (от одного до шести) пучков накачки с энергией 10 Дж при их длительности 90 пс и длине волны 532 нм (рис.10). Входным излучением при анализе служило усиленное после третьего каскада лазерной системы излучение с энергией ~100 мДж и длительностью 10 фс. Для одного и двух пучков накачки использовались оптимальные углы неколлинеарности и синхронизма 1.33° и 13.77° соответственно, а в качестве двух пар пучков накачки были выбраны первая и вторая (см. рис.9).

Отметим также, что при уменьшении длин волн накачки с 532 до 527.5 либо до 515 нм приведённые расчётные результаты, а также углы синхронизма и неколлине-

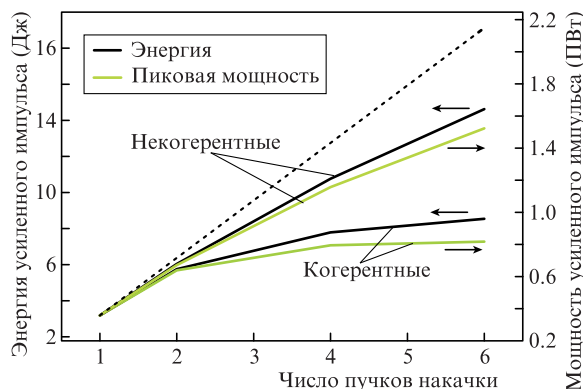


Рис.10. Энергии и пиковые мощности усиленных импульсов в зависимости от числа пучков накачки (параметры приведены в тексте); пунктир – «идеальное» масштабирование (энергия и мощность усиленного пучка умножены на число пучков накачки).

арности существенно не изменятся ввиду малой разности длин волн.

Рассчитанные спектры усиленных импульсов для когерентных и некогерентных пучков накачки представлены на рис.11. Длительность усиленных импульсов, рассчитанная из спектров рис.11,а (когерентные накачки), слабо зависит от числа накачек, изменяясь от 8.9 фс для одной накачки до 9.8 фс для четырёх накачек (увеличение по сравнению со случаем одной накачки вследствие меньшей интенсивности и худшего перекрытия спектров) и до 10.5 фс для шести накачек (увеличение по сравнению со случаем четырёх накачек из-за худшего перекрытия спектров со следующей парой), а в случае некогерентных накачек (рис.11,б) диапазон длительностей составляет 8.9–9.6 фс.

Из аналогичных расчётов для кристаллов DKDP следует возможность достижения существенно меньших энер-

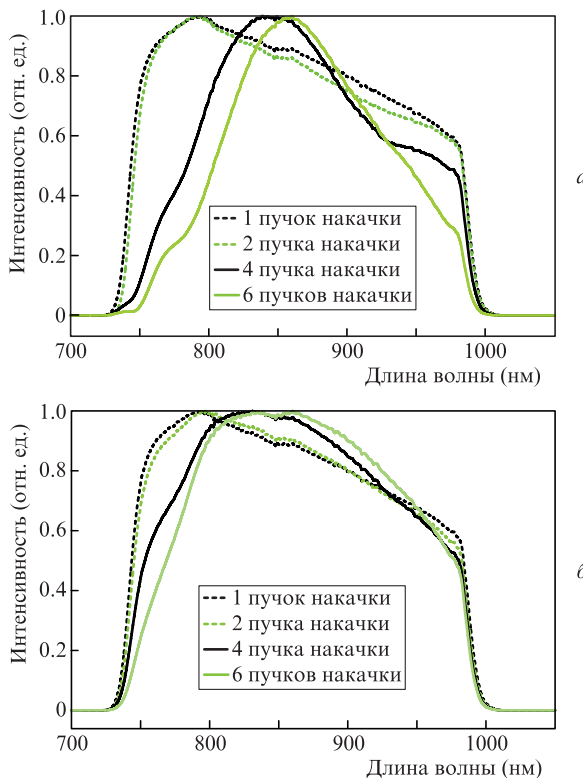


Рис.11. Спектры усиления при когерентных (а) и некогерентных (б) пучках накачках.

гий и большей длительности усиленных импульсов, что обусловлено меньшим коэффициентом квадратичной нелинейности, приводящим к снижению эффективности усиления. Отметим также, что одной из главных возможных проблем при реализации многопучковой накачки в мощных каскадах усиления является проблема ввода многих пучков накачки в нелинейный кристалл. При малых углах неколлинеарности для сведения пучков в нелинейном кристалле потребуются большие расстояния, что будет приводить к ухудшению угловой стабильности усиленного излучения, крайне важной для систем с когерентным сложением [4].

Таким образом, при использовании шести пучков накачки с энергией по 10 Дж в кристалле LBO возможно усиление до 8 Дж (когерентные пучки) либо до 14 Дж (некогерентные пучки), что в итоге даёт эффективность усиления 13% и 23% соответственно при её возможном максимальном значении 31%. При этом различие в энергиях и особенно в пиковых мощностях усиленного импульса для четырёх и шести когерентных пучков накачки минимально, т.е. использование более четырёх когерентных пучков накачки в данной конфигурации нецелесообразно.

6. Выводы

Разработана и создана двухканальная лазерная система, включающая в себя три каскада широкополосного параметрического усиления на основе кристаллов ВВО и LBO в каждом канале и систему стабилизации относительного джиттера усиленных импульсов до уровня 110 ас. Впервые экспериментально реализовано когерентное сложение двух последовательностей параметрически усиленных фемтосекундных импульсов с энергией ~150 мДж и частотой следования 10 Гц. Достигнута эффективность когерентного сложения более 90%.

Впервые экспериментально обнаружена модуляция спектра при усилении широкополосного фемтосекундного излучения в последовательно расположенных кристаллах, возникающая из-за фазовой чувствительности параметрического усиления и неколлинеарности участвующих в этом процессе волн. Разработана модель, позволяющая рассчитать зависимости периода и глубины модуляции спектра от расстояния между кристаллами и от расходимости участвующих в процессе излучений. Результаты численного моделирования параметрического усиления в рамках разработанной нами модели и полученные экспериментальные данные хорошо согласуются.

Разработана модель развития параметрической люминесценции с учётом дифракции, двулучепреломления, дисперсии групповых скоростей и насыщения усиления. Отличительной особенностью модели является возможность расчёта полного диапазона частотно-углового спектра усиленной люминесценции, генерируемой при параметрическом усилении чирпированных импульсов. Данная особенность позволяет, в частности, помимо контраста, оценить энергию суперлюминесценции с учётом полного диапазона угловых и спектральных компонент, что важно для оптимизации эффективности усиления.

Выполнена серия экспериментов по измерению контраста в лазерной системе с параметрическим усилением. Установлено, что результаты расчётов контраста усиленных импульсов с использованием разработанной нами

модели достаточно точно соответствуют экспериментальным данным, что позволяет применять её для расчёта и оптимизации контраста систем, основанных на каскадах параметрического усиления. На основе разработанной модели представлены рекомендации по улучшению контраста усиленных импульсов в мультитераваттной лазерной системе на основе каскадов параметрического усиления.

Проанализированы возможные схемы использования многопучковой накачки выходных каскадов для достижения петаваттного уровня пиковой мощности усиленных импульсов. Показано, что петаваттный уровень может быть достигнут в выходном параметрическом каскаде усиления на основе кристалла LBO с использованием шести некогерентных пучков накачки с энергией 10 Дж в каждом.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке программы фундаментальных исследований Президиума РАН «Экстремальные световые поля и их приложения» и гранта Президента РФ государственной поддержки ведущих научных школ РФ № НШ-4096.2014. Использовалось оборудование центра коллективного пользования «Фемтосекундный лазерный комплекс» (ИЛФ СО РАН).

1. Mourou G.A., Tajima T., Bulanov S.V. *Rev. Mod. Phys.*, **78**, 309 (2006).
2. Lozhkarev V.V., Freidman G.I., et al. *Laser Phys. Lett.*, **4**, 421 (2007).
3. Lu Xu, Lianghong Yu, et al. *Opt. Lett.*, **38**, 4837 (2013).
4. Bagayev S.N., Trunov V.I., Pestryakov E.V., Frolov S.A., Leshchenko V.E., Kokh A.E., Vasiliev V.A. *Laser Phys.*, (2014) (in press).
5. Лещенко В.Е., Трунов В.И., Пестряков Е.В., Фролов С.А. *Оптика атмосферы и океана*, **27**, 332 (2014).
6. Umstadter D. *Phys. Plasmas*, **8**, 1774 (2001).
7. Herrmann D., Veisz L., Tautz R., Tavella F., Schmid K., Pervak V., Krausz F. *Opt. Lett.*, **34**, 2459 (2009).
8. Tavella F., Marcinkevčius A., Krausz F. *New J. Phys.*, **8**, 219 (2006).
9. Mikhailova J.M., Buck A., Borot A., Schmid K., Sears C., Tsakiris G.D., Krausz F., Veisz L. *Opt. Lett.*, **36**, 3145 (2011).
10. Pestryakov E.V., Petrov V.V., Trunov V.I., Frolov S.A., et al. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **7994**, 799425 (2011).
11. Багаев С.Н., Трунов В.И., Пестряков Е.В., Лещенко В.Е. и др. *Оптика и спектроскопия*, **115**, 356 (2013).
12. Волосов В.Д., Калинин А.Г. *Письма в ЖТФ*, **2**, 373 (1976).
13. Smith A.V., Armstrong D.J., Alford W.J. *J. Opt. Soc. Am. B*, **15**, 122 (1998).
14. Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В. *Прикладная нелинейная оптика* (М.: Физматлит, 2004, с. 290).
15. Фролов С.А., Трунов В.И., Пестряков Е.В., Лещенко В.Е. *Квантовая электроника*, **43**, 481 (2013).
16. Chwedenczuk J., Wasilewski W. *Phys. Rev.*, **78**, 063823 (2009).
17. Manzoni C., Moses J., et al. *Opt. Express*, **19**, 8357 (2011).
18. Chwedenczuk J., Wasilewski W. *Phys. Rev. A*, **78**, 063823 (2008).
19. Клышко Д.Н. *Фотоника и нелинейная оптика* (М.: Наука, 1980, с. 20).
20. Hong K.-H., Hou B., Nees J.A., et al. *Appl. Phys. B*, **81**, 447 (2005).
21. Tavella F., Schmid K., Ishii N., et al. *Appl. Phys. B*, **81**, 753 (2005).
22. Dorrer C., Begishev I.A., et al. *Opt. Lett.*, **32**, 2143 (2007).
23. Antonetti A., Blasco F., et al. *Appl. Phys. B*, **65**, 197 (1997).
24. Mennerat G., Trophème B., Boulanger B., in *Nonlinear Optics. B. Boulanger, S. Cundiff, M. Kauranen, W. Knox, (Eds) OSA Techn. Dig.* (online) (New York: OSA, 2013, p. NTu1B.1).
25. Ališauskas S., Butkus R., Pyragaitė V., Smilgevičius V., Stabinis A., Piskarskas A. *Opt. Commun.*, **283**, 469 (2010).
26. Herrmann D., Tautz R., et al. *Opt. Express*, **18**, 4170 (2010).
27. Tamošauskas G., Dubietis A., et al. *Appl. Phys. B*, **91**, 305 (2008).
28. Marcinkevčius A., Piskarskas A., Smilgevičius V., Stabinis A. *Opt. Commun.*, **158**, 101 (1998).