

# Формирование распределений с заданными свойствами по импульсным состояниям двухуровневого атома с помощью дифракции Капицы–Дирака

А.Мовсисян, Г.Мурадян

*Проведено теоретическое исследование возможности получения разных видов импульсных распределений путем двух последовательных резонансных дифракций Капицы–Дирака. Показаны возможности получения столбчатого и гауссова распределений, а также почти полного восстановления начального моноимпульсного состояния к концу второго этапа рассеяния. Указаны интерферометрические цели, для которых эти распределения могут быть перспективными. Преимуществом предлагаемого метода является слабая зависимость представляющих интерес картин рассеяния от таких параметров системы, как интенсивность поля и время взаимодействия.*

**Ключевые слова:** атомная оптика, атомная интерферометрия.

## 1. Введение

Методы когерентного манипулирования поступательными движениями центров тяжести атомов и молекул с помощью когерентного лазерного излучения являются основой атомной оптики и атомной интерферометрии [1–5]. Как правило, они опираются на разделение и слияние атомных волновых пакетов путем использования потенциальных ям [6–8] и оптических решеток [9].

Для работы атомного интерферометра принципиально важное значение имеет подготовка начального состояния поступательного движения атома [10]. Методы подготовки импульсных состояний весьма разнообразны, и один из них – резонансная дифракция Капицы–Дирака атома в поле стоячей волны [11, 12]. Интерес при этом представляет, в основном, область малых интенсивностей стоячей волны (включая брэгговский режим рассеяния), поскольку при больших интенсивностях появившиеся высокие гармоники дифракции будут иметь сложные и быстро меняющиеся во времени огибающие, которые усложняют возможность интерпретации конечных результатов.

В настоящей статье показано, что двухэтапное применение дифракции Капицы–Дирака позволяет формировать вполне регулярные виды импульсных распределений, которые к тому же слабо зависят от времени и параметров задачи в области их оптимальных значений. Это дает основание полагать, что двухэтапное применение может заметно расширить границы применимости дифракции Капицы–Дирака как инструмента конструирования импульсных состояний атома для интерферометрических и других смежных исследований, в частности со сверхохлажденными квантовыми газами.

А.Мовсисян, Г.Мурадян. Ереванский государственный университет, Армения, 002 Ереван, ул. Алека Манукяна, 1; e-mail: artmovsissyan@yandex.ru, gmurad@ysu.am

Поступила в редакцию 3 июня 2013 г., после доработки – 18 апреля 2014 г.

## 2. Теоретическая модель

Рассмотрим рассеяние двухуровневого атома массой  $M$  с частотой оптического перехода  $\omega_0$  в поле стоячей волны с частотой  $\omega$ . Движение атома (атомного пучка) считается перпендикулярным направлению дифрагирующей стоячей волны (ось  $z$ ). Тогда динамика системы «двухуровневый атом + квантованное поле стоячей волны» может быть описана волновой функцией

$$\Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} |N\rangle \sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l(t) \exp\left[\frac{i}{\hbar}(p - 2l\hbar k)z\right] + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} |N-1\rangle \sum_{l=-\infty}^{\infty} b_l(t) \exp\left\{\frac{i}{\hbar}[p - (2l+1)\hbar k]z\right\} \quad (1)$$

и гамильтонианом

$$\hat{H} = \frac{1}{2M}\hat{p}^2 + \frac{1}{2}(1 + \sigma_3)\hbar\omega_0 + \hbar\omega a^+ a + \frac{1}{4}\hbar\Omega_0(\sigma_+ a + \sigma_- a^+) [\exp(ikz) + \exp(-ikz)], \quad (2)$$

которые записаны в дипольном приближении и в приближении вращающейся волны соответственно. Здесь матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

описывают соответственно основное и возбужденное внутренние состояния атома, а начальное состояние центра тяжести дается функцией  $\exp(ipz/\hbar)$ ;  $|N\rangle$  – число возбуждений в системе (число фотонов в поле стоячей волны, когда атом находится в основном внутреннем состоянии);  $k$  – волновой вектор фотона;  $a_l$  и  $b_l$  – амплитуды вероятности для основного и возбужденного состояния атома соответственно;  $\Omega_0$  – вакуумная частота Раби;  $a^+$  и  $a^-$  – операторы рождения и уничтожения фотонов стоячей волны;

$$\sigma_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

– матрицы Паули.

После подстановки (1) в уравнение Шредингера  $i\hbar d\Psi/dt = \hat{H}\Psi$  и выполнения стандартных преобразований для амплитуд вероятностей заселения внутренних состояний двухуровневого атома  $a_l(t)$  и  $b_l(t)$  получаем систему рекуррентно-дифференциальных уравнений

$$\left\{ i\hbar \frac{d}{dt} - N\hbar\omega - \frac{(p - 2\hbar k l)^2}{2M} \right\} a_l(t) = \frac{\hbar\Omega_0\sqrt{N}}{4} [b_{l-1}(t) + b_l(t)], \tag{3}$$

$$\left\{ i\hbar \frac{d}{dt} + \hbar\Delta - N\hbar\omega - \frac{[p - 2\hbar k(1 + l)]^2}{2M} \right\} b_l(t) = \frac{\hbar\Omega_0\sqrt{N}}{4} [a_{l+1}(t) + a_l(t)], \tag{4}$$

где  $\Delta = \omega - \omega_0$  – частотная расстройка резонанса.

В дальнейшем ограничимся случаем больших расстройек резонанса  $|\Delta|$ , когда в левосторонней скобке уравнения (4) можно пренебречь слагаемыми  $i\hbar d/dt$  и  $[p - 2\hbar k(l + 1)]^2 \times (2M)^{-1}$  (приближение адиабатического отслеживания). Тогда, исключив амплитуду возбужденного состояния  $b_l(t)$ , для амплитуды нижнего энергетического уровня

$$\tilde{a}_l(t) = a_l(t) \exp \left[ i \left( N\omega + \frac{\Omega_0^2 N}{8\Delta} \right) t \right]$$

получим рекуррентно-дифференциальное уравнение

$$\left\{ i \frac{d}{d\tau} - \text{sign}\omega_r \left( \frac{p}{\hbar k} - 2l \right) \right\} \tilde{a}_l(\tau) = V [\tilde{a}_{l+1}(\tau) + \tilde{a}_{l-1}(\tau)], \quad -\infty < l < \infty, \tag{5}$$

где  $\tau = |\Delta|t$  и  $V = \Omega_0^2 N / (16\Delta^2)$  – безразмерные время и параметр взаимодействия соответственно;  $\omega_r = \hbar k^2 / (2M|\Delta|)$  – частота однофотонной отдачи в единицах расстройки резонанса. Отметим, что (5) имеет вид уравнения Шредингера для бесструктурной частицы в импульсном пространстве, поэтому амплитуда  $\tilde{a}_l(\tau)$ , для которой записано это уравнение, может быть интерпретирована как волновая функция поступательного движения атома, находящегося на нижнем энергетическом уровне.

Уравнение (5) составляет основу нашего дальнейшего исследования. Уравнение не имеет точного аналитического решения, и анализ ситуации мы проводим на основе стандартных алгоритмов вычислительной программы Wolfram Mathematica. Обрезание бесконечного числа уравнений при этом мы выполнили, исходя из следующих соображений. Во первых, представляют интерес малые значения начального импульса атома  $p$  вдоль линии стоячей волны (в единицах фотонного импульса  $\hbar k$ ),  $p/\hbar k < 1$ , поэтому границы изменения порядкового числа  $l$  выбируются симметричными относительно нуля. Для определения же граничного значения  $l_{\max}$  ( $-l_{\max} \leq l \leq l_{\max}$ ) мы основывались на том, что система (5) имеет приближенное аналитическое решение, которое с точностью до фазового множителя совпадает с функцией Бесселя  $l$ -го по-

рядка  $J_l(V\tau)$  (это известное приближение Рамана–Ната [10, 13]). Из аналитических свойств функции Бесселя хорошо известно, что она как функция порядкового числа  $l$  экспоненциально спадает в области  $l > V\tau$ . Такое поведение в контексте рассматриваемой задачи имеет ясный физический смысл и поэтому может быть использовано для оценки  $l_{\max}$ . Действительно, порядковое число  $l$  есть число фотонов, поглощенных из одной световой волны и переизлученных в волну, распространяющуюся в противоположном направлении; эти волны и составляют стоячую волну. В результате данного процесса атом, оставаясь на нижнем энергетическом уровне, получает импульс отдачи  $2\hbar k$ . Аргумент же бесселевой функции  $V\tau$  представляет собой число вынужденных переходов  $n_{st}$  из основного энергетического уровня на возбужденный энергетический уровень и обратно за безразмерное время  $\tau$ , за счет которых фотоны и переизлучаются из одной световой волны в другую. Поэтому реализация актов с  $l > n_{st}$  связана исключительно с квантово-механической неопределенностью энергия– время и всегда будет сильно подавлена при условии  $V\tau \approx 1$ , имеющем квазиклассический характер. Обнадешивает и то, что в системе (5) слагаемое  $\omega_r(p/\hbar k - 2l)$ , не соответствующее дифракции Раман–Ната, из-за малости множителя  $\omega_r \approx 10^{-4}$  не вносит значительного вклада в частоту атомных переходов. Поэтому при выборе  $l_{\max}$  мы исходили из значения  $V\tau$ , увеличенного для надежности в пять раз. Для представленных в настоящей работе распределений все это сводилось к выбору  $l_{\max} = 100$ . Этот диапазон индекса  $l$  был вполне достаточным для корректных вычислений искомых амплитуд рассеяния.

### 3. Численные расчеты и их обсуждение

Численный анализ мы проводили для атомов натрия, взаимодействующих со встречными волнами вблизи оптической линии D2. Частота однофотонной отдачи  $\omega_R = \hbar k^2 / 2M$ , являющаяся характерным масштабом процесса многофотонной отдачи, составляет при этом примерно  $10^5$  Гц. Однородная ширина линии D2  $\Gamma = 6 \times 10^7$  Гц, поэтому для подавления некогерентно-спонтанного излучения и сохранения рекуррентного уравнения (5) расстройки резонанса были выбраны равными  $10^9 - 10^{10}$  Гц. При этом предельные значения безразмерного параметра  $\omega_r = \omega_R / |\Delta|$  составляют  $10^{-3} - 10^{-4}$  соответственно, а подавление спонтанного излучения обусловлено очень малым возбуждением верхнего энергетического уровня, которое для экспериментально возможных мощностей стоячих волн в 100 мВт не превышает нескольких процентов. Поиск искомых распределений проводился для времен взаимодействия с каждой из встречных волн порядка нескольких наносекунд и более.

Первоначально атомы имеют определенный импульс и на первом этапе рассеяния приобретают некое дискретное распределение, близкое к гауссову, которое затем служит в качестве начального на завершающем (втором) этапе. Отметим, что выбор двухэтапного рассеяния с ориентацией на гауссово распределение частично обусловлен результатами работ [14, 15], где были получены распределения, отличные от стандартного, например дискретного гауссова, вида. С этой точки зрения настоящая работа может быть рассмотрена и как некое обобщение этого подхода, поскольку нас интересует также вопрос о том, может ли гауссово или близкое к нему распределение

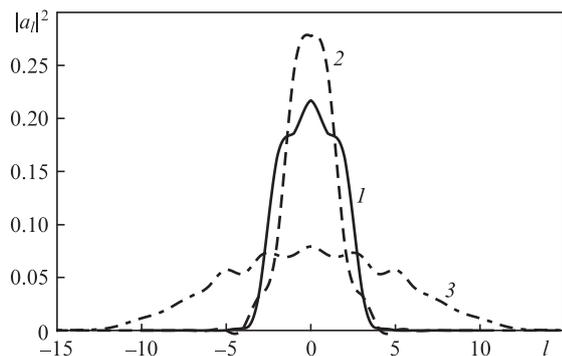


Рис.1. Огибающие распределений дифракции Капицы–Дирака атома на стоячей волне при  $\omega_r = 10^{-3}$ ,  $V = 10^{-2}$  и  $\tau = 1040$  (1),  $\omega_r = 10^{-4}$ ,  $V = 10^{-3}$  и  $\tau = 31380$  (2); кривая 3 – результат второго этапа рассеяния с начальным распределением 2 при  $\omega_r = 10^{-4}$ ,  $V = 8 \times 10^{-2}$  и  $\tau = 76$ .

быть получено путем дифракции моноимпульсного атомного пучка. Ответ, можно сказать, оказался положительным. Нам удалось найти ряд значений интенсивности дифрагирующей стоячей волны и соответствующие им времена взаимодействия, при которых огибающие распределения дифрагировавших мод волновой функции атома действительно хорошо ложатся на гауссову кривую. Две такие огибающие импульсного распределения показаны на рис.1. Кривая 3 представляет собой результат уже последующей дифракции для одного из них. Видно, что импульсное распределение, сформированное на первом этапе, существенно уширяется на втором этапе, сохраняя при этом гауссов вид. Следовательно, есть принципиальная возможность генерации гауссова распределения путем простого рассеяния моноэнергетичного атомного пучка на лазерном поле стоячей волны, а после соответствующего изменения интенсивности поля – и его уширения.

Следует добавить, что, отталкиваясь от результатов, полученных на основе гауссовых распределений [14, 15], нужно иметь в виду и чувствительность дифракционной картины к разности фаз соседних мод состояния, приготовленного вследствие первого рассеяния. Важность указанного фактора проиллюстрирована на рис.2, где в результате первого этапа дифракции формируется распределение амплитуд мод, максимально близкое к гауссову, а вследствие второго этапа рассеяния распределение становится нерегулярным (рис.2, штриховая кривая). Если же разность фаз вероятностных амплитуд  $\bar{a}_l$  соседних мод искусственно делается постоянной, то второй этап рассеяния дает хорошо расщепленную пару симметрично расположенных импульсных групп, столь важных для многолучевой атомной интерферометрии. Поэтому замечательно, что представленные на рис.1 и 3 импульсные распределения регулярной формы получены при заметных отклонениях от указанного постоянства разности фаз соседних мод. Более того, для данных видов распределений изменение интенсивности поля или продолжительности каждого этапа взаимодействия в пределах 4%–5% не приводит к каким-либо заметным изменениям на рисунках.

Вторым видом импульсных распределений, который мы получили двухэтапным рассеянием на стоячих волнах при подобранных интенсивностях и временах, является столбчатое распределение (см. рис.3). Оно представляет интерес в первую очередь для многолучевой атом-

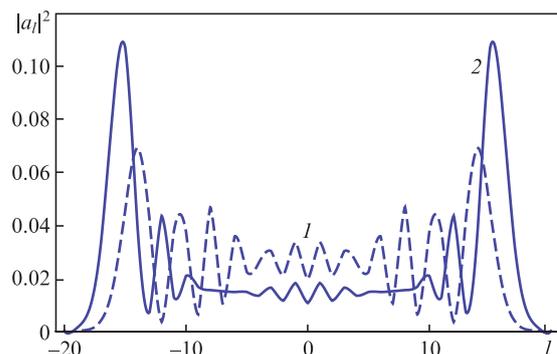


Рис.2. Огибающая импульсного распределения атома после двухэтапного рассеяния на стоячей волне ( $\omega_r = 10^{-3}$ ,  $V = 0.3$  и  $\tau = 37$ ) при случайной (1) и постоянной и равной  $\pi/2$  (2) разности фаз соседних амплитуд после первого этапа рассеяния. Первый этап реализуется из моноимпульсного атомного пучка (при  $\omega_r = 10^{-4}$ ,  $V = 10^{-2}$  и  $\tau = 69$ ) и на рисунке не показан.

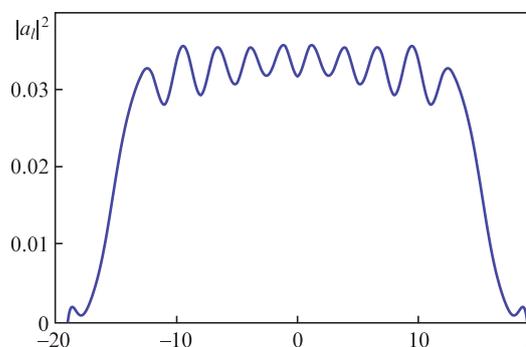


Рис.3. Столбчатое распределение импульсных состояний атома после двухэтапного рассеяния в поле стоячих волн. Первое рассеяние соответствует кривой 2 на рис.1, параметры второго этапа рассеяния таковы:  $\omega_r = 10^{-4}$ ,  $V = 3 \times 10^{-2}$  и  $\tau = 284$ .

ной интерферометрии [16, 17], когда увеличение чувствительности интерферометра путем увеличения числа его плеч становится возможным в сочетании с обработкой выходного сигнала. Это может также оказаться полезным для диагностики холодного атомарного газа при использовании времяпролетного метода регистрации состояния, поскольку быстрый разлет атомарного облака будет ослаблять межатомное взаимодействие и подавлять связанные с ним нежелательные эффекты [18].

Не менее перспективным является, на наш взгляд, и возможность почти полного восстановления начального моноимпульсного распределения к окончанию второго этапа рассеяния (рис.4). В случае реального поперечноограниченного атомного пучка при режиме рассеяния генерируется такой же моноимпульсный пучок, но с большим поперечным сечением. Тем самым одновременно с ростом чувствительности атомного интерферометра облегчается задача контролируемого, иногда частичного, размещения исследуемого образца (или внешних полей) на пути атомного пучка.

#### 4. Заключение

Методы подготовки импульсных состояний атомов в настоящее время весьма разнообразны – от использования последовательности коллимирующих щелей, выбирающих тепловые атомы с ограниченным поперечным импульсом, до применения оптических сил, действующих

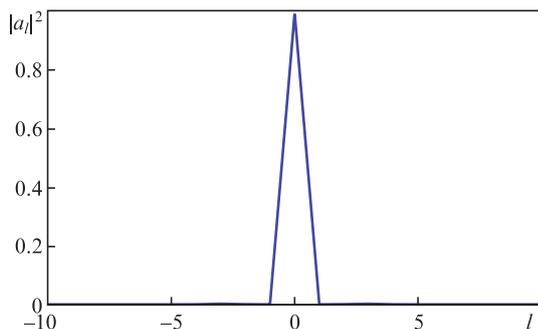


Рис.4. Моноимпульсное распределение после двухэтапного рассеяния атома в поле стоячих волн. Первое рассеяние дает кривую 2 на рис.1, параметры второго рассеяния таковы:  $\omega_r = 10^{-3}$ ,  $V = 10^{-2}$  и  $\tau = 630$ .

на бозе-эйнштейновской конденсат атомов. В атомной интерферометрии ими обычно являются стоячие волны, которые в области малых интенсивностей и/или при условии Брэгга обеспечивают двухлучевое расщепление моноэнергетичного атомного пучка. Следует отметить, что расщепление всего на два пучка не является в интерферометрии самоцелью, а обусловлено требованием максимально надежного истолкования экспериментальных результатов и их высокой повторяемости. Здесь, однако, атомная интерферометрия сталкивается с серьезными трудностями, связанными с увеличением угла между двумя пучками. Технические возможности на этом пути, по видимому, исчерпаны [19], и поэтому многолучевая структура расщепления, предмет настоящей работы, рассматривается в качестве кандидата для использования с целью дальнейшего повышения чувствительности атомных интерферометров вплоть до уровня детектирования гравитационных волн [20].

И последнее. Представленная теория подразумевает наличие моноимпульсных атомных пучков. В действительности они имеют некие распределения вблизи средних значений как в продольном, так и в поперечном направлениях. Минимально возможные в настоящее время разбросы составляют 10% скорости однофотонной отдачи для поперечного направления,  $\Delta v_z = 0.1\hbar k/M$  [21], и около 5% средней скорости 900 м/с [22] для продольного направления. Пространственная поперечная протяженность при этом определяется диафрагмами коллиматора диаметром 10 мкм. Продольный разброс скорости определяет меру неопределенности во времени взаимодействия со встречными волнами и находится в допустимых пределах (4%–5%), указанных выше. Для оценки роли конечных поперечных размеров (поперечного разброса скоростей) атомного волнового пакета будем исходить из немного упрощающего представления о том, что в процессе дифракции образуются порядковые субпакеты, идентичные по форме падающему волновому пакету. Без наличия расплывания они быстро отошли бы друг от друга и каждый порядок мог бы определиться простой регистрацией атомов. Однако расплывание на величину начальной ширины  $\Delta z$  (в мкм), которое происходит за вре-

мя  $\Delta t = M(\Delta z)^2/\hbar$ , приведет к перекрытию соседних порядков [23] и к невозможности регистрации дифракции атомов путем определения их распределения в поперечной плоскости. Простая оценка даже при минимальной ширине  $\Delta z = 10$  мкм дает  $\Delta t \approx 4 \times 10^{-2}$  с, что намного превышает как спонтанное время жизни, так и использованные в работе времена взаимодействия. При выбранной скорости атомов 900 м/с это значение  $\Delta t$  определяет характерное расстояние  $\Delta l = 36$  м, существенно превышающее желательное расстояние между атомными детекторами, а также дифракционными решетками встречных волн. Заметим, что тальботовское расстояние [24], на котором следовало бы поместить вторую стоячую волну относительно первой, для рассматриваемой системы чуть больше 1 см.

Работа выполнена при финансовой поддержке Государственного комитета науки МОиН Республики Армения и гранта ANSEF nano-3488.

- Ott H., Fortagh J., Schlotterbeck G., Grossmann A., Zimmermann C. *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 230401 (2001).
- Hänsel W., Hommelhoff P., Hänsch T.W., Reichel J. *Nature*, **41**, 498 (2001).
- Leanhardt A.E., Chikkatur A.P., Kielpinski D., Shin Y., Gustavson T.L., Ketterle W., Pritchard D.E. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 040401 (2002).
- Schneider S., Kasper A., vom Hagen C., Bartenstein M., Engeser B., Schumm T., Bar-Joseph I., Folman R., Feenstra L., Schmiedmayer J. *Phys. Rev. A*, **67**, 023612 (2003).
- Dumke R., Mütter T., Volk M., Ertmer W., Birkl G. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 220402 (2002).
- Hinds E.A., Vale C.J., Boshier M.G. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 1462 (2001).
- Hänsel W., Reichel J., Hommelhoff P., Hänsch T.W. *Phys. Rev. A*, **64**, 063607 (2001).
- Andersson E., Calarco T., Folman R., Andersson M., Hessmo B., Schmiedmayer J. *Phys. Rev. Lett.*, **88**, 100401 (2002).
- Kasevich M., Chu S. *Phys. Rev. Lett.*, **67**, 181 (1991).
- Cronin A.D., Schmiedmayer J., Pritchard D.E. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 1051 (2009).
- Batelaan H. *Contem. Phys.*, **41**, 369 (2000).
- Muradyan A.Zh., Muradyan G.A., Berman P.R. *Phys. Rev. A*, **70**, 065601 (2004).
- Arutyunyan V.M., Muradyan A.Zh. *Izvestia AN Arm. SSR*, **60**, 275 (1975).
- Hovhannisyanyan L., Muradyan A. *Zh. J. Phys.: Conf. Ser.*, **350**, 012011 (2012).
- Ishkhanyan A.M. *Phys. Rev. A*, **61**, 063611 (2000).
- Giovannetti V., Lloyd S., Maccone L. *Science*, **306**, 1330 (2004).
- Chwedeńczuk J., Piazza F., Smerzi A. *Phys. Rev. A*, **87**, 033607 (2013).
- Ketterle W., Durfee D.S., Stamper-Kurn D.M. *Proc. Intern. School Phys. «Enrico Fermi», Course CXL* (Amsterdam: IOS Press, 1999).
- Chiu S.-W., Kovachy T., Chien H.-C., Kasevich M.A. *Phys. Rev. Lett.*, **107**, 130403 (2011).
- Vetrano F., Guidi G. M., Vicerè A., Bodart Q., Lien Y., Prevedelli M., Rosi G., Sorrentino F., Tino G.M. *Int. J. Mod. Phys.: Conf. Ser.*, **23**, 135 (2013).
- Jendrzejewski F., Müller K., Richard J., Date A., Plisson T., Bouyer P., Aspect A., Josse V. *Phys. Rev. Lett.*, **109**, 195302 (2012).
- Holmgren W.F., Revelle M.C., Lonij V.P.A., Cronin A.D. *Phys. Rev. A*, **81**, 53607 (2010).
- Бакланов Е.В., Миногин В.Г. *ЖЭТФ*, **92**, 417 (1987).
- Dubetsky B., Berman P.R. *Atom Interference Using Microfabricated Structures. Atom Interferometry* (New York: Acad. Press, 1997).