НАНОФОТОНИКА

PACS 42.50.Wk; 78.67.Bf

# О радиационных силах, действующих на прозрачную наночастицу в поле сфокусированного лазерного пучка

А.А.Афанасьев, Л.С.Гайда, Д.В.Гузатов, А.Н.Рубинов, А.Ч.Свистун

В рэлеевском режиме рассеяния теоретически исследованы радиационные силы, действующие на прозрачную сферическую наночастицу в поле сфокусированного гауссова лазерного пучка. Получены выражения для силы рассеяния и декартовых компонент градиентной силы. Найдена результирующая сила, действующая на наночастицу, находящуюся в центре лазерного пучка. Определены параметры сфокусированного пучка и оптические свойства наночастицы, для которых продольная компонента градиентной силы превышает силу рассеяния. Обсуждены характеристики поперечной градиентной силы.

**Ключевые слова:** наночастица, радиационные силы, рассеяние света, поляризуемость, диэлектрическая проницаемость, фокусное расстояние, гауссов пучок, перетяжка.

### 1. Введение

Пионерские работы А.Эшкина [1,2] по оптической левитации и перемещению малых пластмассовых частиц лазерным излучением стимулировали интерес к исследованию воздействия радиометрических сил (сил светового давления) на частицы из различных материалов (как прозрачных пластмассовых, так и поглощающих металлических). Воздействие радиационных сил на малые частицы в лазерных пучках с относительно небольшой мощностью имеет интересные перспективы практического использования в различных технологиях, медицинских и биологических исследованиях (см., напр., обзор [3]). Оптическая транспортировка малых частиц радиационными силами является неразрушающей техникой с широким практическим применением для манипуляции вирусами, бактериями, клетками крови и дрожжей и в других исследованиях, таких, например, как распространение и рассеяние света в аэрозолях. Радиационные силы позволяют сортировать и удерживать в ловушке малые частицы в соответствии с их размерами и оптическими свойствами [4].

Одним из перспективных направлений использования радиометрических сил является исследование нелинейных оптических явлений в жидких суспензиях диэлектрических прозрачных частиц, концентрация которых модулируется лазерным излучением вследствие действия этих сил. Впервые на возможность применения таких суспензий (гетерогенных сред) в качестве нелинейно-оптического материала было обращено внимание в работе [5]. В [6] была осуществлена запись динамических концен-

Поступила в редакцию 5 марта 2015 г.

трационных решеток в жидкой суспензии полистирольных микросфер встречными пучками непрерывного лазерного излучения. Эксперимент по четырехволновому смешению в водной суспензии латексных микросфер с использованием излучения аргонового лазера для определения оптического коэффициента Керра n<sub>2</sub> был выполнен в [7]. Измеренный в [7] коэффициент Керра при концентрации микросфер  $N_0 = 6.5 \times 10^{10}$  см<sup>-3</sup> оказался в 10<sup>5</sup> раз больше, чем в CS2. Заметим, что, хотя каждый из компонентов суспензии является оптически линейной средой, т.е. диэлектрические проницаемости компонентов не зависят от действия излучения, сама суспензия проявляет высокоэффективную оптическую нелинейность. Имея большой коэффициент Керра n2, жидкая суспензия прозрачных микросфер может служить широкополосной нелинейной средой для низкоинтенсивного излучения большой длительности. В работах [8,9] была развита теория концентрационного четырехволнового смешения в жидкой суспензии прозрачных микросфер.

В экспериментах по манипуляции малыми частицами с помощью радиационных сил обычно используются сфокусированные пучки непрерывного лазерного излучения [1]. Несмотря на большое число работ по данной тематике, теоретические исследования радиационных сил в сфокусированных лазерных пучках, насколько нам известно, не проводились. В настоящей работе рассмотрены радиационные силы, действующие на прозрачную сферическую наночастицу в поле сфокусированного гауссова лазерного пучка.

### 2. Основные соотношения

В пространственно-неоднородном лазерном пучке на прозрачную частицу действуют две радиационные силы:  $F_{\text{scat}}$  – сила, обусловленная рассеянием излучения и действующая вдоль направления распространения пучка, и  $F_{\text{grad}}$  – градиентная сила, связанная с неоднородностью интенсивности излучения ( $F_{\text{grad}x}$  и  $F_{\text{grad}z}$  – компоненты силы, действующая вдоль пучка).

**А.А.Афанасьев, А.Н.Рубинов.** Институт физики им. Б.И.Степанова НАНБ, Белоруссия, 220072 Минск, просп. Независимости, 68; e-mail: vladzimirov@rambler.ru

**Л.С.Гайда, Д.В.Гузатов, А.Ч.Свистун.** Гродненский государственный университет им. Янки Купалы, Белоруссия, 230023 Гродно, ул. Ожешко, 22; e-mail: gls@grsu.by, laser777@gmail.com

Входную амплитуду гауссова пучка с плоским волновым фронтом в декартовой системе координат в плоскости z = 0 представим в виде

$$E(x, y, 0) = E_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2r_0^2}\right),$$
(1)

где  $E_0$  и  $r_0$  – соответственно амплитуда и радиус пучка. В рассматриваемой задаче лазерный пучок (1) фокусируется тонкой линзой в кювету с жидкостью, в которую погружена наночастица. Схема фокусировки пучка линзой с фокусным расстоянием *f* представлена на рис.1.

Амплитуда сфокусированного гауссова пучка в произвольной точке z > 0 определяется выражением (см., напр., [10])

$$E(x, y, z) = \frac{E_0}{\sqrt{(1 - z/f)^2 + (z/z_d)^2}} \\ \times \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2r_0^2 \left[(1 - z/f)^2 + (z/z_d)^2\right]} + i\psi(x, y, z)\right\}, \quad (2)$$

где  $z_d = kr_0^2$  – дифракционная длина пучка;  $k = (\omega/c)n$  – волновое число;  $\omega$  – частота излучения; n – показатель преломления жидкости;  $\psi(x, y, z)$  – фаза амплитуды пучка,  $\psi(x, y, 0) = 0$ .

Соответственно из (2) для интенсивности пучка находим соотношение

$$I(x, y, z) = \frac{I_0}{(1 - z/f)^2 + (z/z_d)^2} \times \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{r_0^2 \left[(1 - z/f)^2 + (z/z_d)^2\right]}\right\}.$$
(3)

В приближении Рэлея [11], когда размеры частицы малы по сравнению с длиной волны излучения, выражения для сил  $F_{\rm scat}$  и  $F_{\rm grad}$  можно записать в виде

$$F_{\rm scat} = z \frac{8}{3} \pi \frac{n}{c} k^4 \alpha^2 I(x, y, z), \qquad (4)$$

$$F_{\text{grad}} = zF_{\text{grad}z} + xF_{\text{grad}x} + yF_{\text{grad}y}$$
$$= 2\pi \frac{n}{c} \alpha \left( z \frac{\partial}{\partial z} + x \frac{\partial}{\partial x} + y \frac{\partial}{\partial y} \right) I(x, y, z), \qquad (5)$$

где

$$\alpha = a^3 \frac{\overline{m}^2 - 1}{\overline{m}^2 + 2} \tag{6}$$



Рис.1. Схема фокусировки пучка тонкой линзой с фокусным расстоянием *f* в кювету с жидкостью, в которую погружена наночастица; *b* – конфокальный параметр.

– поляризуемость сферической наночастицы радиусом *a* ( $ka \ll 1$ );  $\overline{m} = n_0/n$ ;  $n_0$  – показатель преломления частицы; **x**, **y**, **z** – орт-векторы осей декартовых координат. Из (3)–(5) для силы рассеяния  $F_{\text{scat}}$  и декартовых компонент градиентной силы  $F_{\text{grad}}$  находим выражение

$$F_{\text{scat}} = zF_{s}^{0} \frac{I_{0}}{(1 - z/f)^{2} + (z/z_{d})^{2}} \times \exp\left\{-\frac{x^{2} + y^{2}}{r_{0}^{2} \left[(1 - z/f)^{2} + (z/z_{d})^{2}\right]}\right\},$$
(7)

$$F_{\text{grad}z} = z F_{\nabla}^{0} \frac{2I_{0}(1 - z/z_{\text{w}})}{f[(1 - z/f)^{2} + (z/z_{\text{d}})^{2}]^{2}} \\ \times \left\{ 1 - \frac{x^{2} + y^{2}}{r_{0}^{2} [(1 - z/f)^{2} + (z/z_{\text{d}})^{2}]} \right\} \\ \times \exp\left\{ - \frac{x^{2} + y^{2}}{r_{0}^{2} [(1 - z/f)^{2} + (z/z_{\text{d}})^{2}]} \right\},$$
(8)

$$F_{\text{grad}x} = -xF_{\nabla}^{0} \frac{2I_{0}x}{r_{0}^{2}[(1-z|f)^{2} + (z|z_{d})^{2}]^{2}} \times \exp\left\{-\frac{x^{2} + y^{2}}{r_{0}^{2}[(1-z|f)^{2} + (z|z_{d})^{2}]}\right\},$$
(9a)

$$F_{\text{grad }y} = -y F_{\nabla}^{0} \frac{2I_{0}y}{r_{0}^{2} [(1 - z/f)^{2} + (z/z_{d})^{2}]^{2}} \times \exp\left\{-\frac{x^{2} + y^{2}}{r_{0}^{2} [(1 - z/f)^{2} + (z/z_{d})^{2}]}\right\},$$
(96)

где

$$F_{s}^{0} = \frac{8}{3}\pi \frac{n}{c}k^{4}\alpha^{2}; \quad F_{\nabla}^{0} = 2\pi \frac{n}{c}\alpha;$$

$$z_{w} = \frac{f}{1 + (f/z_{d})^{2}}$$
(10)

- координата перетяжки пучка.

Отметим, что сила рассеяния  $F_{\text{scat}} \propto a^6$ , а градиентная сила  $F_{\text{grad}} \propto a^3$ . Поэтому только для относительно малых радиусов сферических наночастиц, как будет показано ниже, продольная компонента градиентной силы  $F_{\text{grad}z}$  может превышать силу рассеяния  $F_{\text{scat}}$ . Подобная форма записи выражений для радиационных сил в гауссовом пучке без фокусировки приведена в работе [12]. Полученные выше выражения (7)–(9) переходят в соответствующие формулы этой работы при  $f \rightarrow \infty$ .

## 3. Результаты и их обсуждения

При нахождении наночастицы на оси пучка (x = y = 0) на нее будут действовать сила рассеяния  $F_{\text{scat}}$  и продольная компонента градиентной силы  $F_{\text{grad}z}$ . В этом случае при  $\overline{m} > 1$  поперечные компоненты градиентной силы  $F_{\text{grad}x}$  и  $F_{\text{grad}y}$  будут способствовать удержанию частицы на оси z. Заметим, что в случае  $\overline{m} < 1$ , реализованном А.Эшкиным [2] для частиц из воздуха в смеси глицерина с водой, нахождение их на оси пучка неустойчиво, поскольку при смещении частиц от центра пучка поперечные градиентные силы будут уводить их на его периферию. Из (7) и (8) для результирующей силы  $F_z = F_{\text{scat}} + F_{\text{grad}z}$ находим выражение

$$\begin{split} F_{z} &= z F_{\nabla}^{0} \frac{I_{0}}{f[(1-z/f)^{2} + (z/z_{d})^{2}]} \left[ \Re + \frac{2(1-z/z_{w})}{(1-z/f)^{2} + (z/z_{d})^{2}} \right], (11) \\ \text{где} \\ \Re &= \frac{F_{s}^{0}}{F_{\nabla}^{0}} f = \frac{4}{3} k^{4} \alpha f \,. \end{split}$$

Из (11) следует, что при  $\alpha > 0$  ( $\overline{m} > 1$ ) продольная компонента градиентной силы  $F_{\text{grad}\,z}$  в области  $z < z_w$  действует в одном направлении с силой рассеяния  $F_{\text{scat}}$ . В точке перетяжки  $z = z_w$  она равна нулю, а в области  $z > z_w$  начинает действовать в обратном направлении. Заметим, что в отсутствие фокусировки (при  $f \rightarrow \infty$ ) вследствие дифракционного расплывания пучка сила  $F_{\text{grad}\,z}$  всегда направлена противоположно силе  $F_{\text{scat}}$  [12]. Легко показать, что в области

$$z_{\mathrm{w}} + \frac{f}{\Re} (1 - \sqrt{1 - \Gamma^2}) \leq z \leq z_{\mathrm{w}} + \frac{f}{\Re} (1 + \sqrt{1 - \Gamma^2}) \qquad (12)$$

при  $\Gamma = \Re(z_w/z_d) < 1$  результирующая сила  $F_z < 0$ , т.е. действует в обратном направлении относительно направления распространения пучка. Отметим, что в области  $F_z < 0$  возможна локализация наночастицы. В случае  $\Gamma = 1$ , т.е. при

$$a = a_0 = \sqrt[3]{\frac{3z_{\rm d}(\overline{m}^2 + 2)}{4k^4 z_{\rm w} f(\overline{m}^2 - 1)}} \sim \left(\frac{r_0}{f}\right)^{2/3},\tag{13}$$

 $F_z = 0$  в точке  $\hat{z}_0 = z_w + f/\Re$ . Очевидно, что для  $\Gamma > 1$  ( $a > a_0$ ) области (12) не существует и соответственно сила  $F_z$  для всех *z* действует только в направлении распространения пучка. Таким образом, формула (13) определяет максимальный радиус наночастиц для их возможной локализации результирующей силой.

Из (7), (8) для отношения действующих по оси z сил находим выражение

$$R(z) = \frac{F_{\text{grad}z}}{F_{\text{scat}}} = \frac{2}{\Re} \frac{1 - z/z_{\text{w}}}{(1 - z/f)^2 + (z/z_{\text{d}})^2}.$$
 (14)

Можно показать, что коэффициент *R*(*z*) достигает экстремальных значений

$$R_{\text{extr}} = \mp \frac{1}{\Re} \left( \frac{z_{\text{d}}}{z_{\text{w}}} \right) = \mp \frac{1}{\Gamma}$$
(15)

в точках  $z_{\mp} = z_w(1 \pm f/z_d)$  из области (12) (при  $\Gamma = 1, z_+ = \hat{z}_0$ ). Легко убедиться в том, что расстояние между этими точками  $\Delta z = z_+ - z_-$  меньше конфокального параметра  $b = 2f^2/z_d$ .

Оценки для сферической наночастицы из латекса, находящейся в воде ( $n_0 = 1.58$  и n = 1.33), при f = 5 см,  $r_0 = 0.1$  см и  $k = 10^5$  см<sup>-1</sup> показывают, что параметр  $\Gamma = 1$  для радиуса  $a_0 = 13.6$  нм. Следовательно, результирующая сила  $F_z$  при данных параметрах может изменять знак для наночастицы с радиусом  $a < a_0$ .

На рис.2 и 3 показаны зависимости нормированных сил  $F_{\text{scat}}$  и  $F_{\text{grad}z}$  от приведенной координаты  $\bar{z} = z/f$  для трех радиусов наночастицы. Из рис.2 видно, что  $F_{\text{scat}}(\bar{z})$  имеет вид симметричной кривой с максимумом в точке перетяжки ( $\bar{z} \approx 1$ ). Из (7) следует, что максимальное значение силы  $F_{\text{scat}}$  есть

$$F_{\text{scat}}^{\max}(\overline{z} \approx 1) = F_{\text{s}}^0 I_0 \frac{z_{\text{d}}^2}{z_{\text{w}} f},$$
(16)



Рис.2. Зависимости нормированной силы рассеяния  $F_{\text{scat}}$  от  $\overline{z} = z l f$  при радиусах наночастицы a = 10 (1), 13.6 (2) и 17.1 нм (3).



Рис.3. Зависимости нормированной продольной компоненты градиентной силы  $F_{\text{grad}z}$  от  $\overline{z} = z/f$  при радиусах наночастицы a = 10(1), 13.6 (2) и 17.1 нм (3).

поскольку в точке  $z = z_w$  интенсивность пучка на оси z достигает наибольшего значения (для приведенных выше параметров  $I(z_w) = 4 \times 10^4 I_0$ ), а его радиус имеет минимум, определяемый выражением

$$r(z_{\rm w}) = r_0 \frac{\sqrt{z_{\rm w} f}}{z_{\rm d}}.$$
(17)

Зависимость продольной компоненты градиентной силы  $F_{\text{grad}z}(\bar{z})$  имеет вид дисперсионной кривой (см. рис.3) и, как следует из (8),  $F_{\text{grad}z}$  достигает экстремальных значений

$$F_{\text{grad}z}^{\text{extr}} = \mp \frac{9}{8\sqrt{3}} F_{\nabla}^0 I_0 z_d \left(\frac{z_d}{z_w f}\right)^2 \tag{18}$$

соответственно в точках  $z_{\pm}^{\nabla} = z_{w} [1 \pm f / (\sqrt{3} z_{d})]$ . Можно показать, что в этих точках

$$F_{\text{scat}}(z_{\pm}^{\nabla}) = \frac{3}{4} F_{\text{s}}^{0} I_{0} \frac{z_{\text{d}}^{2}}{z_{\text{w}} f} = \frac{3}{4} F_{\text{scat}}^{\text{max}}$$
(19)

и соответственно

$$R(z_{\pm}^{\nabla}) = \mp \frac{3\sqrt{3}}{8k^{3}\alpha} \frac{r_{0}^{2}}{z_{w}f} = \mp \frac{\sqrt{3}}{2} R_{\text{extr}}.$$
 (20)

На рис.4 приведены зависимости нормированной результирующей силы  $F_z$  от приведенной координаты  $\bar{z}$ при тех же параметрах, что и для рис.2 и 3. Из рис.4 видно, что при  $a = a_0 = 13.6$  нм в соответствии с (12) результирующая сила  $F_z$  в точке  $\bar{z} = \hat{z}_0/f$  равна нулю, а при  $a < a_0$ сила  $F_z < 0$  в области, определяемой неравенствами (12). В отличие от влияния  $F_{\rm scat}$ , влияние  $F_{\rm gradz}$  приводит к смещению максимума  $F_z$  влево от точки  $\bar{z} = 1$ .

На рис.5 показаны зависимости предельного радиуса наночастицы  $a_0$  от фокусного расстояния линзы f для различных  $r_0$ , рассчитанные по формуле (13). Очевидно, что чем меньше f и чем больше входной радиус пучка  $r_0$ , тем более крупные наночастицы могут быть локализованы в области (12).

Теперь кратко обсудим поперечные компоненты градиентной силы. Вследствие цилиндрической симметрии сфокусированного пучка ограничимся рассмотрением только одной компоненты  $F_{\text{grad}x}$ . Из (9a) следует, что  $F_{\text{grad}x}$  принимает максимальное значение

$$F_{\text{grad }x}^{\max}(z) = -\sqrt{\frac{2}{e}} F_{\nabla}^{0} \frac{I_{0}}{r_{0} [(1 - z/f)^{2} + (z/z_{d})^{2}]^{3/2}}$$
(21)

в точках  $x_0^{\pm} = \pm r_z/\sqrt{2}$ , смещенных от оси *z* на расстояния, в  $\sqrt{2}$  раз меньшие текущего радиуса пучка  $r_z = r_0 \times \sqrt{(1 - z/f)^2 + (z/z_0)^2}$ . В точке фокуса имеем  $x_0^{\pm} = \pm (r_0/\sqrt{2}) \times (f/z_0)$  и соотвественно



Рис.4. Зависимости нормированной результирующей силы  $F_z$  от  $\overline{z} = z/f$  при радиусах наночастицы a = 10 (1), 13.6 (2) и 17.1 нм (3).



Рис.5. Зависимости предельного радиуса наночастицы  $a_0$  от фокусного расстояния линзы f, рассчитанные из условия  $\Gamma(a_0, f, r_0) = 1$ , при котором результирующая сила  $F_z = 0$ , для  $r_0 = 0.1$  (I), 0.05 (2) и 0.01 см (3).

$$F_{\operatorname{grad} x}^{\max}(z=f) = -\sqrt{\frac{2}{\mathrm{e}}} F_{\nabla}^0 I_0 \left(\frac{z_{\mathrm{d}}}{f}\right)^3.$$
<sup>(22)</sup>

Таким образом, поперечная компонента градиентной силы в точке фокуса z = f достигает максимального значения вблизи оси z (при  $r_0 = 0.1$  см, f = 5 см и  $k = 10^5$  см<sup>-1</sup> смещение  $x_0^{\pm}$  от оси z составляет ~3.5×10<sup>-4</sup> см).

#### 4. Заключение

В настоящей работе теоретически исследованы особенности радиационных сил, действующих на прозрачную сферическую наночастицу в поле сфокусированного лазерного пучка с гауссовым распределением интенсивности. Определена результирующая сила, действующая на наночастицу, находящуюся в центре лазерного пучка, и показано, что до точки перетяжки пучка продольная компонента градиентной силы, как и сила рассеяния, действуют в направлении его распространения. В области за точкой перетяжки продольная компонента градиентной силы изменяет знак и становится направленной противоположно силе рассеяния. При этом для наночастиц малых размеров ( $a < a_0 \sim (r_0/f)^{2/3}$ ) результирующая сила  $F_z$ изменяет свое направление на обратное. В этом случае реализуются возможности захвата и локализации наночастиц, а также пространственного разделения наночастиц, имеющих разные размеры и оптические свойства.

- 1. Ashkin A. Sci. Am., 226 (2), 63 (1972).
- 2. Эшкин А. *УФН*, **110** (1), 101 (1973).
- 3. Хлебцов Н.Г. Квантовая электроника, **38** (6), 504 (2008).
- Ng L.N., Zervas M.N., Wilkinson J.S. Appl. Phys. Lett., 76 (15), 1993 (2000).
- 5. Palmer A.J. Opt. Lett., 5, 54 (1980).
- Афанасьев А.А., Катаркевич В.М., Рубинов А.Н., Эфендиев Т.Ш. ЖПС, 69, 675 (2002).
- 7. Smith P.W., Ashkin A., Tomlinson W.J. Opt. Lett., 6, 284 (1981).
- 8. Rogovin D., Sari O. Phys. Rev. A, 31, 2375 (1985).
- Афанасьев А.А., Рубинов А.Н., Михневич С.Ю., Ермолаев И.Е. ЖЭТФ, 128, 451 (2005).
- Ахманов С.А., Никитин С.Ю. Физическая оптика (М.: Изд-во МГУ, 1998).
- Ван де Хюлст Г. Рассеяние света малыми частицами (М.: ИЛ, 1961).
- 12. Harada Y., Asakura T. Opt. Commun., 124, 529 (1996).