# Чувствительность волоконного интерферометра рассеянного излучения к внешним фазовым воздействиям на оптическое волокно

#### А.Э.Алексеев, Б.Г.Горшков, В.Т.Потапов

Впервые исследуется вопрос о чувствительности волоконного интерферометра рассеянного излучения к внешним фазовым воздействиям. Получено выражение для средней мощности полезного сигнала на выходе интерферометра при внешнем гармоническом воздействии на сигнальное волокно интерферометра. Показана связь максимальной чувствительности интерферометра рассеянного излучения с дисперсией интенсивности интерферограммы. Теоретически и экспериментально определено среднее отношение сигнал/шум на выходе интерферометра при различных амплитудах внешних воздействий. С помощью найденных зависимостей отношения сигнал/шум определена пороговая чувствительность волоконного интерферометра рассеянного излучения к внешним фазовым воздействиям. Полученные результаты могут быть применены для оптимизации характеристик когерентных волоконно-оптических рефлектометоров и для создания отдельных фазовочувствительных волоконно-оптических датчиков.

**Ключевые слова:** обратнорассеянное излучение, волоконный интерферометр рассеянного излучения, мощность полезного сигнала, отношение сигнал/шум, пороговая чувствительность.

## 1. Введение

Волоконная когерентная рефлектометрия в последние годы получила значительное развитие благодаря ее уникальным возможностям фиксирования динамических воздействий на протяженный оптоволоконный тракт [1-5]. Однако несмотря на большое количество работ, посвященных данной тематике, многие параметры когерентных рефлектометров остаются малоизученными. Базовым объектом, позволяющим изучить основные свойства когерентного рефлектометра, является волоконный интерферометр рассеянного излучения (ВИРИ), который в простейшем случае представляет собой отрезок одномодового оптического волокна, рассеивающего когерентное лазерное излучение в обратном направлении. Волоконный тракт более сложного объекта - когерентного рефлектометра – может быть представлен как каскад ВИРИ, следующих друг за другом.

Ключевой особенностью интерференции рассеянного излучения является принципиально случайный характер процессов, происходящих при сложении квазимонохроматических рассеянных полей, поэтому интерферометрия рассеянного излучения, а также когерентная рефлектометрия могут быть корректно рассмотрены лишь с применением статистических методов. В предыдущих работах

Поступила в редакцию 28 мая 2015 г.

мы подробно рассмотрели статистические свойства обратнорассеянного когерентного излучения в одномодовом оптическом волокне [6–8], получили выражения для средней интенсивности и дисперсии интенсивности обратнорассеянного излучения, а также средние спектральные характеристики обратнорассеянного излучения [9]. В настоящей работе рассматривается вопрос об отклике ВИРИ на внешнее фазовое воздействие на оптическое волокно. Результаты этого исследования могут стать основой для оценки чувствительности когерентного фазовочувствительного рефлектометра [10, 11].

В отличие от классических интерференционных схем Майкельсона и Маха-Цендера, в ВИРИ происходит многолучевая интерференция случайных полей излучений, рассеянных различными центрами рассеяния - термодинамическими неоднородностями показателя преломления оптического волокна. В работе [9] показано, что ВИРИ (в среднем по ансамблю независимых распределений рассеивающих центров, который мы обозначим символом  $\{\rho\}$ ) может быть представлен в виде совокупности бесконечного количества элементарных, не зависимых друг от друга интерферометров Майкельсона, в качестве отражающих зеркал которых выступают эти центры рассеяния. Как и любой интерферометр, ВИРИ реагирует на внешнее возмущение, поэтому он может быть использован в качестве датчика внешних воздействий на оптическое волокно. Внешнее воздействие, при условии что оно не приводит к потерям мощности излучения, вызывает фазовую модуляцию оптического излучения, распространяющегося в ВИРИ. Отклик ВИРИ на внешнее воздействие, т.е. изменение интенсивности рассеянного излучения на его выходе при воздействии на чувствительное волокно, зависит как от положения рабочих точек всех составляющих его элементарных интерферометров Майкельсона, образованных рассеивающими центрами, так и от амплитуд рассеяния этих центров. В силу того что под влиянием окружающей среды амплитуды и фазы

А.Э.Алексеев. Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН, Фрязинский филиал, Россия, Московская обл., 141190 Фрязино, пл. Акад. Введенского, 1; ООО «ПетроФайбер», Россия, Тульская обл., 301664 Новомосковск, Клинский пр-д, 7; e-mail: aleksey.e.alekseev@gmail.com

Б.Г.Горшков. ООО «ПетроФайбер», Россия, Тульская обл., 301664 Новомосковск, Клинский пр-д, 7; Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38 В.Т.Потапов. Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН, Фрязинский филиал, Россия, Московская обл., 141190 Фрязино, пл. Акад. Введенского, 1

полей рассеянного излучения изменяются случайным образом, отклик интерферометра также изменяется случайным образом.

Изменение интенсивности рассеянного излучения на выходе ВИРИ при внешнем воздействии на него, которое мы также будем называть полезным сигналом, можно охарактеризовать его мощностью, варьирующейся при изменении реализации распределения коэффициентов рассеяния центров  $\{\rho\}$  в волокне. Для практических целей интерес представляет среднее значение этой мощности, т.е. мощность полезного сигнала, усредненная по  $\{\rho\}$ . В настоящей работе рассмотрен простейший, но важный случай гармонического внешнего возмущения оптического волокна.

Величина полезного сигнала на выходе ВИРИ и его средняя по ансамблю мощность зависят от конфигурации интерферометра, а также от места воздействия на рассеивающий участок. В настоящей работе рассмотрена схема симметричного двухканального ВИРИ (интерферометра с двумя рассеивающими участками одинаковой длины), в которой один отрезок волокна является измерительным, а второй - опорным. Выбор этой схемы обусловлен ее схожестью со схемой когерентного рефлектометра с двойным зондирующим импульсом [10,11]. Будем считать, что основной причиной фазовой модуляции излучения при воздействии на рассеивающий участок ВИРИ является его удлинение под действием внешней силы и что протяженность области воздействия много меньше протяженности всего рассеивающего участка, т. е. внешнее воздействие является точечным.

Моделируя рассеивающую среду, примем, что комплексный амплитудный коэффициент рассеяния центров  $\rho$  представляет собой круговую комплексную гауссову случайную величину с нулевым средним значением [6,7, 12–14], т.е. его действительная ( $\text{Re}\rho$ ) и мнимая ( $\text{Im}\rho$ ) части имеют гауссовы распределения по ансамблю, причем дисперсии действительной и мнимой частей равны друг другу. Физически это предположение эквивалентно тому, что при рассеянии происходит умножение комплексной амплитуды поля источника на случайные величины, имеющие гауссовы распределения действительной и мнимой частей с нулевыми средними значениями. Будем также считать, что комплексные амплитудные коэффициенты рассеяния различных центров рассеяния являются статистически не коррелированными друг с другом. Математи-

чески некоррелированность комплексных коэффициентов рассеяния центров с продольными координатами  $z_m$  и  $z_n$ , а также равенство дисперсий их действительных и мнимых частей можно записать в виде двух выражений [14]:

$$E_{\rho}\langle \rho(z_n)\rho(z_m)\rangle = 0, \qquad (1)$$

$$E_{\rho}\langle \rho^*(z_n)\rho(z_m)\rangle = \rho_0 \delta(z_n - z_m), \qquad (2)$$

где  $E_{\rho}(...)$  обозначает усреднение по { $\rho$ } (или усреднение по ансамблю независимых рассеивающих участков);  $\rho_0/2$  – дисперсия по ансамблю действительной и мнимой частей коэффициентов рассеяния  $\rho$ ;  $\delta(...)$  – дельта-функция.

Источник излучения будем считать квазимонохроматическим, его автокорреляционная функция комплексной амплитуды поля  $A_s(t)$  равна [6–8]

$$E_T \langle A_s(t+\tau) A_s^*(t) \rangle = I_s \exp(-|\tau|/\tau_{\rm coh}), \tag{3}$$

где  $E_T \langle ... \rangle$  – усреднение по времени;  $I_s$  – интенсивность излучения источника;  $\tau_{\rm coh}$  – время когерентности поля источника.

# 2. Средняя мощность полезного сигнала на выходе двухканального ВИРИ при внешнем гармоническом фазовом воздействии

Рассмотрим отклик двухканального ВИРИ, состоящего из двух рассеивающих участков одинаковой длины L (рис.1), причем дополнительные задержки полей для излучений, распространяющихся в интерферометре и рассеянных первым и вторым участками, будем считать равными друг другу, т.е. будем считать схему двухканального ВИРИ симметричной. Без ограничения общности будем считать, что рассеянное излучение является частично поляризованным со степенью поляризации P, случай полной поляризованности будет частным случаем.

Эрмитова матрица когерентности квазимонохроматического частично поляризованного излучения может быть диагонализирована с помощью некоторого унитарного преобразования [13]. В результате в новом базисе частично поляризованное квазимонохроматическое излучение с интенсивностью |*A*|<sup>2</sup> можно представить в виде



Рис.1. Схема экспериментальной установки двухканального ВИРИ:  $A_1 - A_4$  – комплексные амплитуды полей, рассеянных участками (см. (5)–(8)).

суммы двух некоррелированных излучений, поляризованных ортогонально, в смысле ортогональности векторов Джонса этих излучений. Интенсивности каждой из двух ортогональных поляризационных компонент при этом равны  $|A|^2(1 - P)/2$  и  $|A|^2(1 + P)/2$  [13].

Пусть на один из рассеивающих участков симметричного двухканального ВИРИ в некоторой точке О, отстоящей от начала рассеивающего участка на расстояние l, подается гармоническое воздействие с частотой  $\omega$  и амплитудой m вида

$$\varphi(t) = m\sin(\omega t),\tag{4}$$

которое приводит к периодическому удлинению этого участка волокна ВИРИ в указанной малой области, при этом отсутствует воздействие на второй участок. Подвергающийся внешнему воздействию участок назовем сигнальным, другой участок – опорным. Рассмотрим, как меняется интенсивность излучения на выходе двухканального интерферометра.

Воздействие приводит к фазовой модуляции излучения, рассеянного областью, расположенной после точки воздействия О. Мысленно разобьем опорный участок двухканального ВИРИ на два участка точкой О', также расположенной на расстоянии *l* от его начала. Предположив, что состояния поляризации для излучений, рассеянных двумя рассеивающими участками, сигнальным и опорным, совпадают, запишем комплексные амплитуды полей излучений для четырех рассматриваемых участков волокна в виде [6, 12]

$$[A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_{1} = \int_{0}^{t} A_{\text{s}}\left(t - \frac{2z}{v_{\text{gr}}}\right) \exp(-2ikz)\rho_{\text{sig}}(z)\,\mathrm{d}z\,,\tag{5}$$

$$[A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_2 = \int_l^L A_s \left(t - \frac{2z}{v_{\text{gr}}}\right) \exp[-2ikz - 2i\eta\varphi(t)]\rho_{\text{sig}}(z) dz, \quad (6)$$

$$[A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_{3} = \int_{0}^{t} A_{\text{s}}\left(t - \frac{2z}{v_{\text{gr}}}\right) \exp(-2ikz)\rho_{\text{ref}}(z)\,\mathrm{d}z\,,\tag{7}$$

$$[A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_4 = \int_l^L A_s \left(t - \frac{2z}{v_{\text{gr}}}\right) \exp(-2ikz)\rho_{\text{ref}}(z) dz, \qquad (8)$$

где k – постоянная распространения излучения; v<sub>gr</sub> – групповая скорость излучения; η – коэффициент пропорциональности между внешним и фазовым воздействиями на оптическое волокно; индексы sig и ref обозначают принадлежность центра рассеяния с продольной координатой z к сигнальному или к опорному рассеивающему участку, а индекс р показывает, что комплексные амплитуды записаны для некоторой фиксированной реализации распределения коэффициентов рассеяния центров  $\{\rho\}$  сигнального и опорного участков. Отметим также, что выражения (5)-(8) записаны в предположении, что в сигнальный и опорный участки двухканального ВИРИ заводятся излучения одинаковой мощности. Затуханием мощности излучения при его распространении по волокну мы пренебрегаем в силу его малости на характерных длинах участков 100-200 м. При записи (6) мы также пренебрегли изменением комплексной амплитуды поля источника, обусловленным дополнительной задержкой, возникающей при воздействии на волокно.

В силу того что обратнорассеянное излучение предполагается частично поляризованным со степенью поляризации *P*, интенсивности соответствующих компонент, поляризованных ортогонально [13], можно записать в виде

$$[I_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_{\text{pol1}} = \frac{1}{2}(1-P)E_T \langle ([A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_1 + [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_2 + [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_3 + [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_4 \rangle \times \text{компл. сопр.} \rangle,$$
(9)  
$$[I_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_{\text{pol2}} = \frac{1}{2}(1+P)E_T \langle ([A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_1 + [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_2 \rangle$$

+ 
$$[A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_3 + [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_4) \times$$
компл. сопр. $\rangle$ . (10)

Рассмотрим интенсивность полностью поляризованного рассеянного излучения, помня при этом, что интенсивности для частично поляризованного излучения для каждой из поляризационных компонент получаются ее умножением на (1 - P)/2 и (1 + P)/2 в соответствии с (9) и (10):

$$I_{\text{scat}}^{\rho}(t) = E_T \langle ([A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_1 + [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_2 + [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_3 + [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_4 \rangle \times \text{компл. сопр.} \rangle.$$
(11)

После перемножения получим 16 членов, десять из которых не зависят от внешнего воздействия  $\varphi(t)$ , они характеризуют интенсивность, меняющуюся при изменении реализации  $\{\rho\}$  в двух участках интерферометра. Шесть членов с  $\varphi(t)$  содержат информацию о внешнем воздействии. Выражение (11) представляет собой передаточную функцию двухканального ВИРИ, она определяет оклик интерферометра на внешнее воздействие  $\varphi(t)$ , соответствующий некоторой фиксированной реализации  $\{\rho\}$ двух участков. Отклик ВИРИ меняется при переходе от одной реализации распределения центров  $\{\rho\}$  к другой случайным образом. Отклик (11) является нелинейным по отношению к внешнему воздействию  $\varphi(t)$ , поэтому в сигнале на выходе интерферометра будут присутствовать частотные гармоники, не содержащиеся в исходном сигнале внешнего воздействия. Способ демодуляции такого сигнала ВИРИ рассмотрен нами ранее [10, 11].

Оценим мощность полезного сигнала – колебаний интенсивности рассеянного излучения при внешнем воздействии (4) для некоторой фиксированной реализации распределения коэффициентов рассеяния центров { $\rho$ } сигнального и опорного участков ВИРИ. Члены в (11), содержащие информацию о внешнем воздействии, имеют вид

$$E_T \langle [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_1 [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_2^* \rangle = \exp[2i\eta\varphi(t)]F^*, \qquad (12)$$

$$E_T \langle [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_1^* [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_2 \rangle = \exp[-2i\eta\varphi(t)]F,$$
(13)

$$E_T \langle [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_3 [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_2^* \rangle = \exp[2i\eta\varphi(t)]G^*, \tag{14}$$

$$E_T \langle [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_3^* [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_2 \rangle = \exp[-2i\eta\varphi(t)]G, \tag{15}$$

$$E_T \langle [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_4 [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_2^* \rangle = \exp[2i\eta\varphi(t)]H^*, \tag{16}$$

$$E_T \langle [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_4^* [A_{\text{scat}}^{\rho}(t)]_2 \rangle = \exp[-2i\eta\varphi(t)]H.$$
(17)

Здесь введены следующие обозначения для двойных интегралов:

$$F = E_T \left\langle \int_0^l \int_l^L A_s^* \left( t - \frac{2z_1}{v_{gr}} \right) A_s \left( t - \frac{2z_2}{v_{gr}} \right) \right.$$
  
$$\times \exp(2ikz_1 - 2ikz_2) \rho_{sig}^*(z_1) \rho_{sig}(z_2) dz_1 dz_2 \left\rangle,$$
  
$$G = E_T \left\langle \int_0^l \int_l^L A_s^* \left( t - \frac{2z_1}{v_{gr}} \right) A_s \left( t - \frac{2z_2}{v_{gr}} \right) \right.$$
  
$$\times \exp(2ikz_1 - 2ikz_2) \rho_{ref}^*(z_1) \rho_{sig}(z_2) dz_1 dz_2 \left\rangle,$$

$$H = E_T \left\langle \int_l^L \int_l^L A_s^* \left( t - \frac{2z_1}{v_{gr}} \right) A_s \left( t - \frac{2z_2}{v_{gr}} \right) \right.$$
$$\times \exp(2ikz_1 - 2ikz_2) \rho_{ref}^*(z_1) \rho_{sig}(z_2) dz_1 dz_2 \left\rangle,$$

а также сделано допущение о том, что внешнее воздействие изменяется медленно по сравнению с временными флуктуациями поля источника. Это позволяет вынести соответствующий экспоненциальный множитель из-под знака усреднения  $E_T\langle ... \rangle$ . Выражения (12) и (13), (14) и (15), (16) и (17) образуют комплексно-сопряженные пары. Обозначим сумму 10 членов в (11), не содержащих информации о внешнем воздействии, через  $I_0$ , тогда передаточная функция двухканального ВИРИ примет вид

$$I_{\text{scat}}^{\rho}(t) = I_0 + \exp[-i\Lambda\sin(\omega t)]F + \exp[-i\Lambda\sin(\omega t)]G$$
$$+ \exp[-i\Lambda\sin(\omega t)]H + \exp[i\Lambda\sin(\omega t)]F^*$$
$$+ \exp[i\Lambda\sin(\omega t)]G^* + \exp[i\Lambda\sin(\omega t)]H^*, \qquad (18)$$

где  $\Lambda = 2\eta m$ . Запишем (18) в виде

$$I_{\text{scat}}^{\rho}(t) = I_0 + 2\cos[\Lambda\sin(\omega t)]\text{Re}X + 2\sin[\Lambda\sin(\omega t)]\text{Im}X, \quad (19)$$

где введено обозначение X = F + G + H. Мощность полезного сигнала – временны́х колебаний интенсивности на выходе двухканального ВИРИ – для фиксированной реализации распределения коэффициентов рассеяния центров { $\rho$ } двух участков соответствует дисперсии выражения (19), иными словами, она равна разности полной выходной мощности сигнала и мощности постоянной составляющей сигнала на выходе интерферометра:

$$(\sigma_I^{\rho})^2 = E_t \langle I_{\text{scat}}^{\rho}(t) I_{\text{scat}}^{\rho}(t) \rangle - [E_t \langle I_{\text{scat}}^{\rho}(t) \rangle]^2,$$
(20)

где  $E_t \langle ... \rangle$  обозначает усреднение по времени внешнего воздействия *t*. Из выражения (20) получим (см. Приложение 1)

$$(\sigma_I^{\rho})^2 = 8(\operatorname{Re} X)^2 \sum_{k=1}^{\infty} [J_{2k}(\Lambda)]^2 + 8(\operatorname{Im} X)^2 \sum_{k=0}^{\infty} [J_{2k+1}(\Lambda)]^2 \quad (21)$$

или

$$(\sigma_I^{\rho})^2 = 2(\mathrm{Im}X)^2 \Lambda^2 \tag{22}$$

при малых  $\Lambda$ . Можно сказать, что мощности четных компонент с частотами  $2\omega$ ,  $4\omega$ , ...,  $2k\omega$  равны 8( $\operatorname{Re} X$ )<sup>2</sup>[ $J_{2k}(\Lambda)$ ]<sup>2</sup>, а нечетных компонент с частотами  $\omega$ ,  $3\omega$ , ...,  $(2k + 1)\omega$  равны 8( $\operatorname{Im} X$ )<sup>2</sup>[ $J_{2k+1}(\Lambda)$ ]<sup>2</sup>. Как видно, мощность полезного сигнала на выходе двухканального ВИРИ для конкретной реализации { $\rho$ } зависит от амплитуды внешнего воздействия  $\Lambda$ , а также от ( $\operatorname{Im} X$ )<sup>2</sup> и ( $\operatorname{Re} X$ )<sup>2</sup>.

Рассмотрим теперь среднее значение мощности полезного сигнала (21) по ансамблю независимых распределений коэффициентов рассеяния центров { $\rho$ } двух участков; будем называть эту величину средней мощностью полезного сигнала на выходе двухканального ВИРИ. Для этого усредним по ансамблю { $\rho$ } выражение (21):

$$\overline{\sigma_I^2} = E_\rho \langle (\sigma_I^\rho)^2 \rangle = E_\rho \langle 8(\operatorname{Re} X)^2 \rangle \sum_{k=1}^{\infty} [J_{2k}(\Lambda)]^2 + E_\rho \langle 8(\operatorname{Im} X)^2 \rangle \sum_{k=0}^{\infty} [J_{2k+1}(\Lambda)]^2.$$
(23)

Выражения для  $E_{\rho}\langle (\text{Re}X)^2 \rangle$  и  $E_{\rho}\langle (\text{Im }X)^2 \rangle$  вычислены в Приложении 2. В итоге выражение для усредненной по ансамблю { $\rho$ } мощности полезного сигнала на выходе двухканального ВИРИ с двумя одинаковыми рассеивающими участками длиной *L* при подаче на один из его участков гармонического фазового воздействия с амплитудой *A* в точке O, расположенной на расстоянии *l* от начала рассеивающего отрезка, имеет вид

$$\overline{\sigma_I^2} = \frac{4(I_{\text{scat}}^{\text{mean}})^2}{T^2} \times \left\{ \frac{\tau_{\text{coh}}^2}{2} \left[ \exp\left(-\frac{2T}{\tau_{\text{coh}}}\right) - \exp\left(-\frac{2\theta}{\tau_{\text{coh}}}\right) \right] + \tau_{\text{coh}}(T-\theta) \right\} \times \left[ \sum_{k=0}^{\infty} [J_{2k+1}(\Lambda)]^2 + \sum_{k=1}^{\infty} [J_{2k}(\Lambda)]^2 \right],$$
(24)

где  $I_{\text{scat}}^{\text{mean}} = I_{\text{s}}(v_{\text{gr}}/2)\rho_0 T$  – средняя по ансамблю { $\rho$ } интенсивность рассеянного излучения для одного рассеивающего участка [9];  $\theta = 2l/v_{\text{gr}}$ ;  $T = 2L/v_{\text{gr}}$ .

При малых  $\Lambda$  средняя мощность полезного сигнала принимает вид

$$\overline{\sigma_I^2} = \Lambda^2 \frac{(I_{\text{scat}}^{\text{mean}})^2}{T^2} \\ \times \left\{ \frac{\tau_{\text{coh}}^2}{2} \left[ \exp\left(-\frac{2T}{\tau_{\text{coh}}}\right) - \exp\left(-\frac{2\theta}{\tau_{\text{coh}}}\right) \right] + \tau_{\text{coh}}(T-\theta) \right\}. (25)$$

Рассмотрим случай частично поляризованного рассеянного излучения с состоянием поляризации, одинаковым для двух рассеивающих участков. В этом случае интенсивность каждой из ортогональных поляризационных компонент находится путем умножения интенсивности полностью поляризованного излучения на (1 - P)/2 и (1 + P)/2, в соответствии с (9) и (10). Следовательно, средние мощности полезного сигнала, содержащиеся в ортогональных поляризационных компонентах, могут быть выражены через средние мощности полезного сигнала полностью поляризованного рассеянного излучения (24) или (25):

$$[\sigma_I^2]_{\text{poll}} = \frac{1}{4}(1 - P^2)\sigma_I^2,$$

$$[\overline{\sigma_I^2}]_{\text{pol2}} = \frac{1}{4}(1 + P^2)\overline{\sigma_I^2}.$$
(26)

Суммарная средняя по ансамблю  $\{\rho\}$  мощность полезного сигнала для частично поляризованного рассеянного излучения, при внешнем гармоническом воздействии на сигнальный отрезок двухканального ВИРИ, равна



Рис.2. Зависимости средней нормированной мощности полезного сигнала на выходе двухканального ВИРИ при малом внешнем воздействии высококогерентного (верхняя кривая) и низкокогерентного (нижняя кривая) лазерных источников от относительного расположения области воздействия на сигнальный участок *IIL*.

сумме средних мощностей двух поляризационных компонент, поскольку они являются некоррелированными:

$$[\overline{\sigma_I^2}]_{\text{partpol}} = \frac{1}{2}(1+P^2)\overline{\sigma_I^2}.$$
(27)

Таким образом, средняя мощность полезного сигнала на выходе двухканального ВИРИ для частично поляризованного излучения меньше, чем для полностью поляризованного излучения, в (1 +  $P^2$ )/2 раз.

На рис.2 показаны зависимости средней мощности полезного сигнала при малом внешнем воздействии (25) на выходе двухканального ВИРИ, нормированной на квадрат среднего значения интенсивности на выходе двухканального ВИРИ,  $\overline{\sigma_i^2}/[\Lambda^2(2I_{\text{scat}}^{\text{mean}})^2]$ , от расположения точки внешнего воздействия вдоль сигнального волокна для двух значений  $T/\tau_{\text{coh}}$ .

# 3. Связь средней мощности полезного сигнала на выходе ВИРИ с дисперсией интенсивности рассеянного излучения по ансамблю независимых рассеивающих участков

Рассмотрим, как связана нормированная средняя по ансамблю { $\rho$ } мощность полезного сигнала на выходе двухканального ВИРИ с дисперсией интенсивности рассеянного излучения по ансамблю { $\rho$ }, определяющей контраст интерферограммы ВИРИ или контраст рефлектограммы когерентного рефлектометра [7,8]. Дисперсия интенсивности полностью поляризованного обратнорассеянного излучения для рассеивающего участка ВИРИ длиной *L* найдена нами в предыдущей работе [8]:

$$D(I_{\text{scat}}) = \frac{(I_{\text{scat}}^{\text{mean}})^2}{T^2} \left[ \frac{\tau_{\text{coh}}^2}{2} \exp\left(-\frac{2T}{\tau_{\text{coh}}}\right) - \frac{\tau_{\text{coh}}^2}{2} + T\tau_{\text{coh}} \right].$$
(28)

Дисперсия частично поляризованного рассеянного излучения имеет вид

$$[D(I_{\text{scat}})]_{\text{partpol}} = \frac{1}{2}(1+P^2)D(I_{\text{scat}}).$$
(29)

На рис.3 приведена экспериментальная интерферограмма на выходе двухканального ВИРИ. Из рис.2 видно, что максимальная средняя по ансамблю { $\rho$ } мощность полезного сигнала достигается при воздействии в начале сигнального рассеивающего участка, т.е. при l = 0, или



Рис.3. Экспериментальная интерферограмма ВИРИ. Белая штриховая линия – среднее значение интенсивности  $I_{scat}^{mean}$ , серая область – среднеквадратичное отклонение интенсивности (квадратный корень из дисперсии (28)).

при  $\theta = 0$ , тогда из (25) для полностью поляризованного рассеянного излучения получаем

$$\left[\overline{\sigma_I^2}\right]^{\max} = \Lambda^2 \frac{(I_{\text{scat}}^{\text{mean}})^2}{T^2} \left[\frac{\tau_{\text{coh}}^2}{2} \exp\left(-\frac{2T}{\tau_{\text{coh}}}\right) - \frac{\tau_{\text{coh}}^2}{2} + T\tau_{\text{coh}}\right],(30)$$

что совпадает с (28) с точностью до множителя, определяющего амплитуду внешнего воздействия  $\Lambda^2$ . Таким образом, мы получили важный результат: максимальная нормированная средняя мощность полезного сигнала на выходе двухканального ВИРИ достигается при воздействии на него внешнего гармонического сигнала в точке начала сигнального рассеивающего участка и равна дисперсии интенсивности рассеялного излучения одного рассеивающего участка. Следовательно, дисперсия интенсивности обратнорассеялнного излучения ограничивает сверху чувствительность двухканального ВИРИ к внешним фазовым воздействиям.

## 4. Экспериментальное измерение среднего отношения сигнал/шум на выходе двухканального ВИРИ

Используем полученные результаты определения средней мощности полезного сигнала на выходе ВИРИ при внешнем гармоническом воздействии, а также среднего уровня мощности шума на выходе ВИРИ, найденного в [9], для оценки среднего отношения сигнал/шум (ОСШ) и пороговой чувствительности двухканального ВИРИ. В работе [9] показано, что уровень шума на выходе двухканального ВИРИ вблизи нулевой частоты определяется в основном флуктуациями фазы источника излучения. Данное обстоятельство связано с тем, что ВИРИ, в отличие от интерферометра Маха-Цендера или Майкельсона, не может быть сбалансирован (между интерферирующими в нем полями рассеянных излучений всегда присутствует фазовая задержка). Спектральная плотность мощности шума (СПМШ) интенсивности на выходе ВИРИ имеет довольно громоздкое выражение (см. [9]), однако в области частот, близких к нулевым (меньше 200 кГц), СПМШ ВИРИ слабо зависит от частоты, поэтому там она может быть аппроксимирована постоянной величиной (не зависящей от частоты), имеющей вид [9]

$$S_I(f) = \frac{2(I_{\text{scat}}^{\text{mean}})^2}{T^2} \tau_{\text{coh}} \times$$

$$\times \left[\frac{T^2}{2} + \frac{3\tau_{\rm coh}^2}{4} - T\tau_{\rm coh} - \exp\left(-\frac{2T}{\tau_{\rm coh}}\right) \left(\frac{3\tau_{\rm coh}^2}{4} + \frac{T\tau_{\rm coh}}{2}\right)\right].$$
 (31)

Выражение (31) справедливо для полностью поляризованного рассеянного излучения с совпадающими состояниями поляризации на выходах сигнального и опорного рассеивающих участков ВИРИ. Можно показать, что в случае частичной поляризованности рассеянного излучения, в предположении совпадения состояния и степени поляризации на выходах сигнального и опорного рассеивающих участков, в (31) появится множитель (1 + *P*<sup>2</sup>)/2.

Оценки среднеквадратичных значений различных составляющих шумовых токов – дробового, теплового и когерентного – в полосе измерения  $\Delta f = 50$  кГц показывают, что преобладающий вклад в шумы на выходе ВИРИ (с превышением на 30 дБ) вносят когерентные шумы, вызванные флуктуациями фазы излучения полупроводникового лазера, поэтому при оценке среднего ОСШ, а также пороговой чувствительности ВИРИ корректно учитывать только этот вид шума со средней спектральной плотностью мощности вблизи нулевой частоты (31). Отметим также, что при измерении необходимо учитывать фликкер-шумы лазера и самой экспериментальной установки.

Схема экспериментальной установки соответствовала схеме, приведенной на рис.1, длина сигнального и опорного рассеивающих участков L = 47.5 м. Внешнее фазовое воздействие обеспечивалось пьезокерамическим цилиндром, на который было намотано волокно длиной около 1 м, l/L = 1/4. Пьезоэлектрический цилиндр с намотанным волокном предварительно был прокалиброван для установления точного соответствия между амплитудой подаваемого на него напряжения и амплитудой производимого им результирующего фазового воздействия. Гармонический сигнал, подаваемый на пьезокерамический цилиндр, имел частоту 5 кГц. Спектральная полоса измерения отклика ВИРИ составляла  $\Delta f = 50$  кГц и была ограничена фильтром нижних частот. В работе использовались два типа лазерных источников с длиной волны в области 1555 нм: лазер с высокой степенью когерентности и со спектральной шириной полосы  $\Delta v = 2 \kappa \Gamma \mu$ , а также лазер с малой длиной когерентности и  $\Delta v = 570 \text{ к} \Gamma \text{ц}$ .

Для определения среднего ОСШ при фиксированной амплитуде внешнего гармонического фазового воздействия на волокно проводилась оцифровка и запись в течение 30 с сигнала с фотоприемника, установленного на выходе ВИРИ, при воздействии на его сигнальное плечо внешнего модулирующего сигнала. Затем с помощью быстрого преобразования Фурье строилась периодограмма с использованием окна Ханна [15]. Типичный вид периодограммы, соответствующей оценке усредненной спектральной плотности мощности выходного сигнала интерферометра, для лазера с высокой степенью когерентности показан на рис.4. В усредненном спектре сигнала на выходе ВИРИ видны спектральные гармоники, имеющие частоты, кратные частоте, на которой происходит внешнее возмущение волокна. Появление дополнительных гармоник связано с нелинейностью отклика ВИРИ, что следует из (24). Из рис.4 видно, что фликкер- шум увеличивает общий уровень шумов на выходе интерферометра, поскольку его уровень находится выше уровня шума, даваемого теоретическим расчетом (31).

Таким образом, по экспериментальной спектральной характеристике проводились две различные оценки среднего ОСШ:



Рис.4. Периодограмма сигнала на выходе двухканального ВИРИ для оценки средней спектральной плотности мощности сигнала. Вертикальные черные линии соответствуют гармоникам полезного сигнала. Горизонтальная белая линия – уровень шума, вызванного флуктуациями фазы лазера (см. (31)). Спадающая белая кривая – уровень фликкер-шума лазера и экспериментальной установки.

 в предположении, что фликкер-шумы отсутствуют, за уровень шума принимался его средний уровень, показанный горизонтальной белой линией на рис.4 и связанный с флуктуациями фазы полупроводникового лазера;

 при учете полной мощности шума (включающей фликкер-шумы лазера и принимающей электроники), за уровень шума принимался его уровень, показанный спадающей белой линией на рис.4.

Средний уровень мощности полезного сигнала в регистрируемом излучении оценивался с помощью периодограммы по мощностям, содержащимся в первых гармониках. На рис.5 показаны результаты экспериментальных измерений средних ОСШ для двухканального ВИРИ с лазером с высокой и низкой степенью когерентности. Частота внешнего фазового воздействия на сигнальный участок *f* составляла 5 кГц, амплитуда внешнего гармонического фазового воздействия  $\Lambda$  изменялась от 0.0122 до 0.49 рад, спектральная полоса измерения  $\Delta f = 50$  кГц. Измерялось как среднее ОСШ без учета фликкер-шумов лазера и приемника, так и среднее ОСШ с учетом всех шумов в спектральной полосе  $\Delta f = 50$  кГц.

Сплошные кривые на рис.5 показывают теоретические значения средних ОСШ при учете только шума, связанного с флуктуациями фазы лазерного источника, спектральная плотность мощности которого определяется выражением (31), а уровень мощности полезного сигнала -(24) или (25). Штриховые кривые на рис.5 соответствуют теоретическим кривым, смещенным вниз по оси ординат на эмпирический поправочный коэффициент, равный 4.5 дБ для лазера с высокой степенью когерентности и 3.5 дБ для лазера с низкой степенью когерентности. Таким образом, учет фликкер-шумов приводит к уменьшению среднего ОСШ по сравнению с теоретическим на 4.5 дБ для высококогерентного лазера и на 3.5 дБ для низкокогерентного лазера соответственно. Из рис.5 видно, что расчеты совпадают с экспериментом в пределах погрешности ±1 дБ для обоих лазеров. В настоящей работе мы не пытаемся объяснить причины появления фликкершумов, возникающих на низких частотах на выходе ВИРИ.

Степень поляризации рассеянного излучения в предположении, что она одинакова для сигнального и опорного плеч ВИРИ, не влияет на итоговое значение среднего ОСШ на его выходе, т. к. для частично поляризованного рассеянного излучения в выражения для средней мощности полезного сигнала (27) и для СПМШ (31) входит множитель  $(1 + P^2)/2$ , который сокращается при делении.



Рис.5. Расчетные (кривые) и экспериментальные (точки) зависимости среднего ОСШ двухканального ВИРИ от амплитуды внешнего фазового воздействия при использовании лазера с высокой (*a*) и низкой ( $\delta$ ) степенью когерентности.

Аналогичным образом различие состояний поляризации излучений, рассеянных обоими плечами ВИРИ, не влияет на итоговое значение среднего ОСШ, поскольку в выражения и для средней мощности полезного сигнала, и для средней СПМШ входит одно и тоже скалярное произведение векторов поляризации интерферирующих рассеянных полей.

Пользуясь данными рис.5, можно оценить пороговую чувствительность и минимально детектируемый сигнал для двухканального ВИРИ с двумя типами источников. Будем считать, что сигнал можно отделить от шума при среднем ОСШ, равном 3 дБ в полосе измерения  $\Delta f =$ 50 кГц, а мощность шума будем рассчитывать с учетом всех шумов в данной спектральной полосе. Для лазера с  $\Delta v = 2$  кГц минимально экспериментально детектируемая фазовая амплитуда гармонического воздействия  $\Lambda_{min} =$ 0.012 рад, что соответствует амплитуде абсолютного удлинения участка волокна 2.6 нм (теоретическое значение амплитуды удлинения равно 1.52 нм). Для лазера с  $\Delta v =$ 570 кГц  $\Lambda_{min} = 0.17$  рад, что соответствует амплитуде абсолютного удлинения участка волокна 36 нм (теоретическое значение амплитуды удлинения равно 24 нм).

Таким образом, фликкер-шумы снижают чувствительность ВИРИ и увеличивают минимально детектируемый сигнал для высококогерентного лазера примерно на 70%, для низкокогерентного – примерно на 50%. Отметим, что в проведенном эксперименте область внешнего воздействия была смещена от начала сигнального рассеивающего участка на четверть его длины, если же точка воздействия будет располагаться ближе к началу этого участка, то уровень мощности полезного сигнала возрастет (см. рис.2), а ВИРИ будет иметь лучшую пороговую чувствительность.

### 5. Выводы

Таким образом, впервые рассмотрен вопрос о чувствительности волоконного интерферометра рассеянного излучения к внешним фазовым воздействиям. Введено понятие средней мощности полезного сигнала ВИРИ. Получены выражения для средней мощности полезного сигнала на выходе двухканального ВИРИ при внешнем точечном гармоническом воздействии на его чувствительное волокно. Показано, что наибольшее среднее значение мощности полезного сигнала достигается при положении точки воздействия в начале сигнального участка. Установлено, что максимальное среднее значение мощности полезного сигнала на выходе двухканального ВИРИ определяется дисперсией интенсивности обратнорассеянного излучения, которое соответствует контрасту интерферограммы ВИРИ. С использованием результатов предыдущих исследований теоретически и экспериментально определено среднее ОСШ на выходе двухканального ВИРИ при различных амплитудах внешних фазовых воздействий; теоретические данные хорошо согласуются с экспериментальными при учете фликкер-шумов в установке. По экспериментальным зависимостям среднего ОСШ на выходе ВИРИ впервые определена пороговая чувствительность двухканального ВИРИ и минимально детектируемый сигнал. Проведенные исследования и полученные результаты могут быть применены для оценки чувствительности когерентных волоконно-оптических рефлектометров и создания отдельных фазовочувствительных датчиков на основе ВИРИ.

#### Приложение 1

Рассмотрим выражение (20) с учетом (19):

$$\begin{split} (\sigma_{I}^{\rho})^{2} &= I_{0}^{2} + 4I_{0}E_{t}\langle [\operatorname{Re}X\cos(A\sin(\omega t)) \\ &+ \operatorname{Im}X\sin(A\sin(\omega t))] \rangle \\ &+ 4E_{t}\langle [\operatorname{Re}X\cos(A\sin(\omega t)) + \operatorname{Im}X\sin(A\sin(\omega t))]^{2} \rangle \\ &- \{I_{0} + 2E_{t}\langle [\operatorname{Re}X\cos(A\sin(\omega t)) + \operatorname{Im}X\sin(A\sin(\omega t))]^{2} \rangle \\ &= 4E_{t}\langle [\operatorname{Re}X\cos(A\sin(\omega t)) + \operatorname{Im}X\sin(A\sin(\omega t))]^{2} \rangle \\ &- 4\{E_{t}\langle [\operatorname{Re}X\cos(A\sin(\omega t)) + \operatorname{Im}X\sin(A\sin(\omega t))]^{2} \rangle \\ &- 4\{E_{t}\langle [\operatorname{Re}X\cos(A\sin(\omega t)) + \operatorname{Im}X\sin(A\sin(\omega t))]^{2} \} \\ &= 4(\operatorname{Re}X)^{2}\{E_{t}\langle \cos^{2}(A\sin(\omega t)) \rangle - [E_{t}\langle \sin(\Delta\sin(\omega t)) \rangle]^{2} \} \\ &+ 4(\operatorname{Im}X)^{2}\{E_{t}\langle \sin^{2}(A\sin(\omega t)) \rangle - [E_{t}\langle \sin(\Delta\sin(\omega t)) \rangle]^{2} \}. \end{split}$$

Пользуясь разложением синуса и косинуса в ряд по функциям Бесселя

$$\cos(z\sin\theta) = J_0(z) + 2\sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(z)\cos(2k\theta),$$
$$\sin(z\sin\theta) = 2\sum_{k=0}^{\infty} J_{2k+1}(z)\sin[(2k+1)\theta],$$

получаем в итоге (21).

#### Приложение 2

Вычислим средние значения  $E_{\rho}\langle (\text{Re}X)^2 \rangle$  и  $E_{\rho}\langle (\text{Im}X)^2 \rangle$ , где X = F + G + H. Заметим, что  $(\text{Im}X)^2 = -(X - X^*)^2/4$ ,  $(\text{Re}X)^2 = -(X + X^*)^2/4$ , поэтому рассмотрим средние значения  $E_{\rho}\langle XX^* \rangle$ ,  $E_{\rho}\langle XX \rangle$  и  $E_{\rho}\langle X^*X^* \rangle$ . Раскроем произведения:

$$E_{\rho}\langle XX \rangle = E_{\rho}\langle F^{2} + G^{2} + H^{2} + 2FG + 2GH + 2FH \rangle,$$

$$E_{\rho}\langle X^{*}X^{*} \rangle = E_{\rho}\langle F^{*2} + G^{*2} + H^{*2} + 2F^{*}G^{*} + 2G^{*}H^{*} + 2F^{*}H^{*} \rangle,$$

$$E_{\rho}\langle XX^{*} \rangle = E_{\rho}\langle FF^{*} + GF^{*} + HF^{*} + FG^{*} + GG^{*} + HG^{*} + FH^{*} + GH^{*} + HH^{*} \rangle.$$

Воспользуемся теоремой о гауссовом моменте для случайных комплексных величин, какими по предположению являются комплексные коэффициенты рассеяния *р* [16]:

$$\begin{split} E_{\rho} \langle \rho_{i1}^{*} \rho_{i2}^{*} \dots \rho_{iN}^{*} \rho_{j1} \rho_{j2} \dots \rho_{jM} \rangle \\ = \begin{cases} 0, N \neq M, \\ \sum_{i,j=1}^{N,M} E_{\rho} \langle \rho_{i1}^{*} \rho_{j1} \rangle E_{\rho} \langle \rho_{i2}^{*} \rho_{j2} \rangle \dots E_{\rho} \langle \rho_{iN}^{*} \rho_{jM} \rangle, N = M. \end{cases} \end{split}$$

С учетом (1) и (2) получим

$$E_{\rho}\langle \rho^{*}(z_{1})\rho(z_{2})\rho^{*}(z_{3})\rho(z_{4})\rangle = E_{\rho}\langle \rho^{*}(z_{1})\rho(z_{2})\rangle$$

$$\times E_{\rho}\langle \rho^{*}(z_{3})\rho(z_{4})\rangle + E_{\rho}\langle \rho(z_{2})\rho^{*}(z_{3})\rangle E_{\rho}\langle \rho^{*}(z_{1})\rho(z_{4})\rangle$$

$$= \rho_{0}^{2}\delta(z_{1}-z_{2})\delta(z_{3}-z_{4}) + \rho_{0}^{2}\delta(z_{2}-z_{3})\delta(z_{1}-z_{4}). \quad (\Pi 2.1)$$

В силу (П2.1), а также некоррелированности комплексных амплитуд рассеяния  $\rho$  для центров, которые расположены на разных (до и после точки воздействия О) отрезках сигнального участка и на разных отрезках опорного участка, разделенных симметричной точкой O', имеют место выражения

$$\begin{split} E_{\rho}\langle FF \rangle &= E_{\rho}\langle F^{*}F^{*} \rangle = 0, \quad E_{\rho}\langle GG \rangle = E_{\rho}\langle G^{*}G^{*} \rangle = 0, \\ E_{\rho}\langle HH \rangle &= E_{\rho}\langle H^{*}H^{*} \rangle = 0, \quad E_{\rho}\langle FG \rangle = E_{\rho}\langle F^{*}G^{*} \rangle = 0, \\ E_{\rho}\langle GH \rangle &= E_{\rho}\langle G^{*}H^{*} \rangle = 0, \quad E_{\rho}\langle FH \rangle = E_{\rho}\langle F^{*}H^{*} \rangle = 0. \end{split}$$

Поэтому  $E_{\rho}\langle XX \rangle = E_{\rho}\langle X^*X^* \rangle = 0$ , откуда следует, что

$$E_{\rho}\langle (\operatorname{Re} X)^{2} \rangle = E_{\rho} \langle (\operatorname{Im} X)^{2} \rangle = \frac{1}{2} E_{\rho} \langle XX^{*} \rangle. \tag{\Pi2.2}.$$

Аналогично для членов, входящих в выражение  $E_{\rho}\langle XX^*\rangle$ , имеем

$$E_{\rho} \langle FF^* \rangle = \rho_0^2 \int_0^l \int_l^L E_T \left\langle A_s^* \left( t - \frac{2z_1}{v_{gr}} \right) A_s \left( t - \frac{2z_2}{v_{gr}} \right) \right\rangle$$
$$\times E_T \left\langle A_s \left( t - \frac{2z_1}{v_{gr}} \right) A_s^* \left( t - \frac{2z_2}{v_{gr}} \right) \right\rangle dz_1 dz_2,$$

$$E_{\rho} \langle GG^* \rangle = \rho_0^2 \int_0^l \int_l^L E_T \left\langle A_s^* \left( t - \frac{2z_1}{v_{gr}} \right) A_s \left( t - \frac{2z_2}{v_{gr}} \right) \right\rangle$$
$$\times E_T \left\langle A_s \left( t - \frac{2z_1}{v_{gr}} \right) A_s^* \left( t - \frac{2z_2}{v_{gr}} \right) \right\rangle dz_1 dz_2,$$

$$\begin{split} E_{\rho} \langle HH^{*} \rangle &= \rho_{0}^{2} \int_{l}^{L} \int_{l}^{L} E_{T} \left\langle A_{s}^{*} \left( t - \frac{2z_{1}}{v_{gr}} \right) A_{s} \left( t - \frac{2z_{2}}{v_{gr}} \right) \right\rangle \times \\ &\times E_{T} \left\langle A_{s} \left( t - \frac{2z_{1}}{v_{gr}} \right) A_{s}^{*} \left( t - \frac{2z_{2}}{v_{gr}} \right) \right\rangle dz_{1} dz_{2}, \\ E_{\rho} \langle GF^{*} \rangle &= 0, E_{\rho} \langle HF^{*} \rangle = 0, E_{\rho} \langle FG^{*} \rangle = 0, \\ E_{\rho} \langle HG^{*} \rangle &= 0, E_{\rho} \langle FH^{*} \rangle = 0, E_{\rho} \langle GH^{*} \rangle = 0. \end{split}$$

Следовательно,  $E_{\rho}\langle XX^* \rangle = E_{\rho}\langle FF^* \rangle + E_{\rho}\langle GG^* \rangle + E_{\rho}\langle HH^* \rangle$ . Применяя (П2.1) и делая замены переменных  $\tau_1 = 2z_1/v_{\rm gr}$ ,  $\tau_2 = 2z_2/v_{\rm gr}$ , получаем

$$E_{\rho} \langle XX^{*} \rangle = \frac{v_{gr}^{2}}{4} \rho_{0}^{2} I_{s}^{2} \int_{0}^{\theta} \int_{\theta}^{T} \exp\left(-\frac{2|\tau_{2}-\tau_{1}|}{\tau_{\rm coh}}\right) d\tau_{1} d\tau_{2}$$
$$+ \frac{v_{gr}^{2}}{4} \rho_{0}^{2} I_{s}^{2} \int_{0}^{\theta} \int_{\theta}^{T} \exp\left(-\frac{2|\tau_{2}-\tau_{1}|}{\tau_{\rm coh}}\right) d\tau_{1} d\tau_{2}$$
$$+ \frac{v_{gr}^{2}}{4} \rho_{0}^{2} I_{s}^{2} \int_{\theta}^{T} \int_{\theta}^{T} \exp\left(-\frac{2|\tau_{2}-\tau_{1}|}{\tau_{\rm coh}}\right) d\tau_{1} d\tau_{2}.$$
(II2.3)

Отсюда после вычисления интегралов получаем

$$E_{\rho} \langle XX^* \rangle = \frac{v_{\rm gr}^2}{4} \rho_0^2 I_s^2$$
$$\times \left\{ \frac{\tau_{\rm coh}^2}{2} \left[ \exp\left(-\frac{2T}{\tau_{\rm coh}}\right) - \exp\left(-\frac{2\theta}{\tau_{\rm coh}}\right) \right] + \tau_{\rm coh}(T-\theta) \right\}. \quad (\Pi 2.4)$$

Искомые выражения  $E_{\rho}\langle (\text{Re}X)^2 \rangle$  и  $E_{\rho}\langle (\text{Im}X)^2 \rangle$  связаны с (П2.4) с помощью (П2.2).

- Shatalin S.V., Treschikov V.N., Rogers A.J. Appl. Opt., 37 (24), 5600 (1998).
- Juarez J.C., Maier E.W., Kyoo Nam Choi, Taylor H.F. J. Lightwave Technol., 23 (6), 2081 (2005).
- Горшков Б.Г., Парамонов В.М., Курков А.С., Кулаков А.Т., Зазирный М.В. Квантовая электроника, 36 (10), 963 (2006).
- Вдовенко В.С., Горшков Б.Г., Зазирный М.В., Кулаков А.Т., Курков А.С., Парамонов В.М. Квантовая электроника, 41 (2), 176 (2011).
- Нестеров Е.Т., Трещиков В.Н., Озеров А.Ж., Слепцов М.А., Камынин В.А., Наний О.Е., Сусьян А.А. Письма в ЖТФ, 37 (9), 55 (2011).
- Алексеев А.Э., Тезадов Я.А., Потапов В.Т. Радиотехника и электроника, 56 (12), 1522 (2011).
- 7. Алексеев А.Э., Тезадов Я.А., Потапов В.Т. *Квантовая электроника*, **42** (1), 76 (2012).
- Алексеев А.Э., Горшков Б.Г., Потапов В.Т. Квантовая электроника, 45 (8), 748 (2015).
- Алексеев А.Э., Потапов В.Т. Квантовая электроника, 43 (10), 968 (2013).
- Алексеев А.Э., Вдовенко В.С., Горшков Б.Г., Потапов В.Т. и др. Квантовая электроника, 44 (10), 965 (2014).
- Alekseev A.E., Vdovenko V.S., Gorshkov B.G., Potapov V.T., Simikin D.E. *Laser Phys.*, 24 (11), 115106 (2014).
- 12. Gysel P., Staubli R.K. J. Lightwave Technol., 8 (4), 561 (1990).
- 13. Гудмен Дж. Статистическая оптика (М.: Мир, 1988).
- Goodman J.W., in *Laser Speckle and Related Phenomena*. Ed. by J.C.Dainty (Berlin: Springer-Verlag, 1975).
- 15. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов (СПб.: Питер, 2003).
- Мандель Л., Вольф Э. Оптическая когерентность и квантовая оптика (М.: Физматлит, 2000).