

Особенности переходных процессов при параметрическом взаимодействии встречных волн

В.В.Слабко, А.К.Попов, С.А.Мысливец, Е.В.Рассказова, В.А.Ткаченко, А.К.Москалёв

Приведен сравнительный анализ переходных процессов, характерных для сред с отрицательным показателем преломления, при параметрическом взаимодействии попутных и встречных волн. Показано, что время переходного процесса при взаимодействии встречных волн значительно превышает аналогичную величину при взаимодействии попутных волн. Для случая встречных волн приведены аппроксимации зависимостей амплитуды генерируемой волны от времени и постоянной времени переходных процессов от амплитуды волны накачки и длины среды.

Ключевые слова: нестационарные параметрические процессы, встречные волны, отрицательный показатель преломления.

Достиженные в последние годы успехи в разработке и создании сред с отрицательным показателем преломления (NIM – negative index metamaterials) в СВЧ [1] и оптическом [2, 3] диапазонах частот электромагнитного излучения возродили интерес к процессам параметрического взаимодействия встречных волн. Предсказанное в работе [4] аномально большое усиление в процессе параметрического распада волны накачки с участием встречных волн открывает широкие перспективы практического использования этого явления для создания безрезонаторного параметрического генератора света [5, 6], усилителей и генераторов оптического и СВЧ диапазонов электромагнитного излучения. Однако реализовать эти возможности в средах с положительной дисперсией экспериментально до сих пор не удалось из-за необходимости одновременного выполнения условий фазового синхронизма и встречного распространения взаимодействующих волн. Режим параметрического взаимодействия встречных волн наиболее естественно может реализовываться в NIM, если для одной из усиливаемых волн нелинейная среда – это NIM, в которой направления волнового вектора и вектора Пойнтинга противоположны. Это позволяет одновременно выполнить условия фазового синхронизма и наличия встречной волны [7, 8]. В работах [9–11] рассматривался процесс комбинационного рассеяния света в кристаллах, являющийся аналогом параметрических процессов в NIM. При импульсной накачке были замечены существенные различия зависящих от времени процессов усиления встречных и попутных волн. Цель настоящей работы – численный сравнительный анализ переходных параметрических

процессов для попутных и встречных волн и поиск количественных закономерностей этих процессов.

Рассмотрим взаимодействие распространяющихся вдоль оси z в среде длиной L , обладающей квадратичной нелинейностью, трех волн, напряженность электрического поля которых $E_j(z, t) = A_j(z, t) \exp[i(\omega_j t - k_j z)]$, где $A_j(z, t)$ – комплексные амплитуды; ω_j – частоты; k_j – волновые числа; t – время. При этом выполняются условия для частот ($\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$) и волновых чисел ($k_3 = k_1 + k_2$). Система уравнений в приближениях медленно меняющихся амплитуд и заданной накачки ($A_3 \gg A_1, A_2$) имеет следующий вид [8, 9, 12]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_1}{\partial z} + \frac{1}{v_1} \frac{\partial a_1}{\partial t} &= -i g a_2^*, \\ \frac{\partial a_2}{\partial z} + \frac{1}{v_2} \frac{\partial a_2}{\partial t} &= -i g a_1^*, \end{aligned} \quad (1)$$

где a_j – нормированная амплитуда, связанная с амплитудой поля A_j выражением $a_j = \sqrt{\epsilon_j / (\mu_j \omega_j^2)} A_j(z, t)$; v_j – групповые скорости взаимодействующих волн; $g = \chi^{(2)} (8\pi/c) a_3 \times \sqrt{\mu_1 \mu_2 / (\epsilon_1 \epsilon_2 \omega_1^2 \omega_2^2)}$ – параметр усиления; $\chi^{(2)}$ – квадратичная нелинейная восприимчивость среды; ϵ_1, ϵ_2 и μ_1, μ_2 – диэлектрические и магнитные проницаемости среды для волн на частотах ω_1 и ω_2 соответственно.

Будем рассматривать зависимость решения системы (1) от времени $a_2(z = L, t)$ на выходе из среды в режиме включения (полубесконечный импульс накачки, фронт которого перемещается со скоростью v_3). Пусть $a_3 = a_{30} \times \{1 - \tanh[(z/v_3 - t)/t_f]\}/2$, где a_{30} – максимальное значение нормированной амплитуды волны накачки; t_f – крутизна фронта, которая в расчетах берется равной $0.05L/v_3$. Тогда для случая попутных волн (рис. 1, а) граничные условия задаются следующим образом: $a_1(z = 0) = 0, a_2(z = 0) = u$. Здесь u – малая величина, в расчетах принимаемая равной $10^{-4} a_{30}$. В случае встречных волн (рис. 1, б) условия фазового синхронизма выполняются благодаря противоположной направленности волнового вектора k_1 и вектора Пойнтинга S_1 , характерной для NIM. Этот случай может быть описан системой (1), если поменять знак правой части первого уравнения [8, 9], при этом необходимо учесть,

В.В.Слабко, Е.В.Рассказова, В.А.Ткаченко, А.К.Москалёв. Сибирский федеральный университет, Россия, 660041 Красноярск, просп. Свободный, 79; e-mail: vslabko49@mail.ru

А.К.Попов. Purdue University, 1205 W State St, West Lafayette, IN 47907 USA; e-mail: popov@purdue.edu

С.А.Мысливец. Институт физики им. Л.В.Киренского СО РАН, Россия, 660036 Красноярск, Академгородок, 50, стр. 38; e-mail: sam@iph.krasn.ru

Поступила в редакцию 17 апреля 2015 г., после доработки – 10 августа 2015 г.

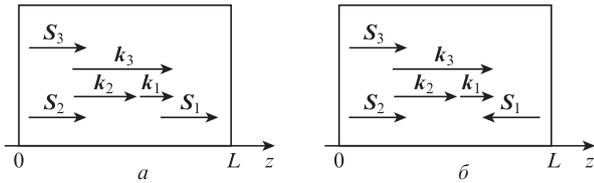


Рис.1. Взаимная ориентация волновых векторов k_j и векторов Пойнтинга S_j для попутных (а) и встречных (б) взаимодействующих волн.

что групповая скорость входит в это уравнение с отрицательным знаком. Тогда граничные условия для встречных волн запишутся в виде $a_1(z = L) = 0$ и $a_2(z = 0) = u$.

Решения стационарной задачи хорошо известны: $a_2(z = L) \propto \exp(gL)$ в случае попутных волн и $a_2(z = L) \propto [\cos(gL)]^{-1}$ в случае встречных волн [4, 5]. Как видно из этих решений, для встречных волн рост амплитуды в зависимости от величины gL быстрее экспоненциального и эта зависимость испытывает разрыв при $gL \rightarrow \pi/2$.

Решение системы (1) было получено методами численного моделирования с использованием программного пакета MATLAB. На вставке к рис.2 показано решение $a_2(z = L, t)$ нестационарной задачи для случаев попутных (штриховая линия) и встречных (пунктирная линия) волн при $|v_1| = |v_2| = |v_3| = v$ и $gL = 0.984\pi/2$. Хорошо видно, что время установления стационарного процесса в случае попутных волн примерно равно L/v и не превышает времени, за которое фронт импульса накачки проходит через среду с учетом его крутизны t_f . В случае же встречных волн амплитуда продолжает расти при $t > L/v$. Из рис.2 видно, что взаимодействие встречных волн характеризуется аномально большой продолжительностью переходного процесса, зависящей от gL . Для демонстрации преимуществ усиления встречных волн показана временная зависимость a_2 (с увеличением в 10 раз) для случая попутных волн. Отметим, что качественно аналогичные результаты получаются при различных граничных условиях для a_2 и при $|v_1| \neq |v_2| \neq |v_3|$.

Рассматриваемые зависимости были аппроксимированы кривой вида $a_2(z = L, t)/a_{30} = (a_2/a_{30})_{\max} \{1 - \exp(-(t - t_c)/\tau)\}$, которая хорошо согласуется с данными, полученными при численном моделировании (рис.2). Отклонения от аппроксимирующей зависимости становятся несущественными

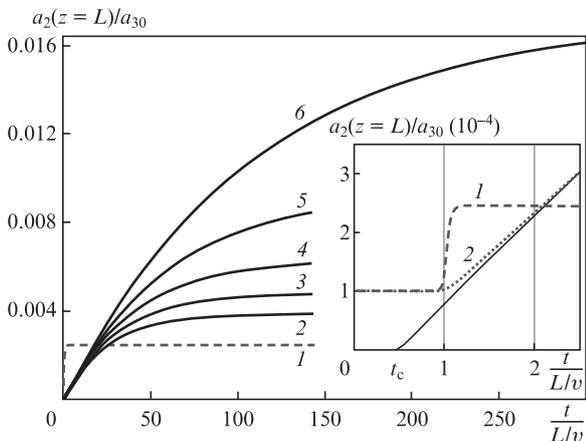


Рис.2. Зависимости $a_2(z = L)/a_{30}$ от нормированного времени $t/(L/v)$ для попутных (1) и встречных (2–6) волн при $gL = 0.984\pi/2$ (1, 2), $0.987\pi/2$ (3), $0.990\pi/2$ (4), $0.993\pi/2$ (5) и $0.996\pi/2$ (6). Сплошная линия на вставке – аппроксимация.

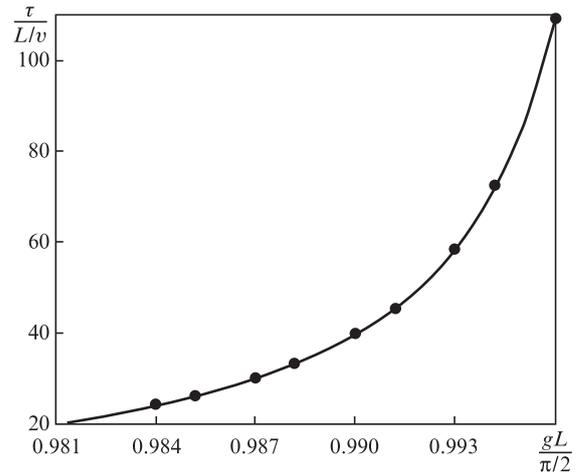


Рис.3. Рассчитанная зависимость $\tau/(L/v)$ от gL (точки). Сплошная кривая – аппроксимация.

к моменту времени $t = 2L/v$, равному сумме времен прохождения фронтов волны накачки и встречной волны через среду. Из рис.2 видно, что постоянная времени переходного процесса τ растет при приближении gL к $\pi/2$, так же как и $a_2(z = L, t)$. Зависимость постоянной времени τ от gL приведена на рис.3, на котором точками показаны рассчитанные значения τ при различных значениях gL , а сплошная линия аппроксимирует эту зависимость функцией, пропорциональной $1/\cos(gL)$ и имеющей точку разрыва при $gL = \pi/2$.

Таким образом, в работе впервые показано резкое различие переходных процессов при параметрическом взаимодействии встречных и попутных волн. Длительность переходного процесса для попутных волн равна времени прохождения фронта волны накачки через среду. Переходный процесс в случае встречных волн описывается хорошо известной в импульсной технике зависимостью $a_2(z = L, t) \propto [1 - \exp(-t/\tau)]$ и соответствует переходному процессу, протекающему в системах с обратной связью [13] (например, при прохождении через резонатор импульса излучения на резонансной частоте). При этом роль добротности резонанса играет величина gL , а длительность переходного процесса значительно превышает величину L/v . Отмеченные различия связаны с существованием распределенной обратной связи и, следовательно, с пространственно-временной нелокальностью отклика при параметрическом взаимодействии встречных волн.

Работа выполнена в СФУ в рамках госзадания Минобрнауки России на 2014–2016 гг. (проекты №2014/71, 2014/К и 3470).

- Shelby R.A., Smith D.R., Schultz S. *Science*, **292**, 77 (2001).
- Shalaev V.M., Cai W., et al. *Opt. Lett.*, **30**, 3356 (2005).
- Drachev V.P., Cai W., et al. *Laser Phys. Lett.*, **3**, 49 (2006).
- Bobroff D.L. *J. Appl. Phys.*, **36**, 1760 (1965).
- Harris S.E. *Appl. Phys. Lett.*, **9**, 114 (1966).
- Canalias C., Pasiskevicius V. *Nat. Photonics*, **1**, 459 (2007).
- Popov A.K., Slabko V.V., Shalaev V.M. *Laser Phys. Lett.*, **3** (6), 293 (2006).
- Popov A.K., Shalaev V.M. *Appl. Phys. B*, **84**, 131 (2006).
- Shalaev M.I., Myslivets S.A., et al. *Opt. Lett.*, **36**, 3861 (2011).
- Popov A.K., Shalaev M.I., et al. *Appl. Phys. A*, **115**, 523 (2013).
- Popov A.K., Nefedov I.S., et al. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **8725**, 87252E (2013).
- Shadrivov I.V., Zharov A.A., Kivshar Y.S. *J. Opt. Soc. Am. B*, **23**, 529 (2006).
- Гиббс Х. *Оптическая бистабильность* (М.: Мир, 1988).