

# Расчетное исследование фазировки многоканального лазерного пучка в турбулентной атмосфере

В.А.Волков, М.В.Волков, С.Г.Гаранин, Ф.А.Стариков

*Проведено численное исследование эффективности когерентного фазового сложения многоканального лазерного излучения при его фокусировке через турбулентную среду на мишень в случаях фазового сопряжения и облучения мишени в петле обратной связи в различных приближениях. Определены условия, при которых возможна эффективная фокусировка многоканального излучения на мишень. Показано, что облучение мишени в петле обратной связи, не требующее организации опорного пучка и измерения волнового фронта, по эффективности фокусировки не уступает методу фазового сопряжения. Установлено, что основной эффект фокусировки обеспечивается должными фазовыми сдвигами в каналах, а учет локальных наклонов волнового фронта относительно слабо влияет на результат.*

**Ключевые слова:** фазовое сложение многоканального непрерывного лазерного излучения, стохастический параллельный градиентный алгоритм.

## 1. Введение

Когерентное фазовое сложение (фазировка) параллельных лазерных каналов – один из перспективных путей наращивания мощности и яркости непрерывного лазерного излучения (см., напр., [1]). Фазировка многоканального лазерного излучения на выходе системы демонстрировалась в случае оптоволоконных лазеров (см., напр., [2–5]). Более сложной является задача фазировки (по сути – фокусировки) многоканального излучения через оптически неоднородную среду, например турбулентную атмосферу, вносящую искажения в волновой фронт излучения в процессе его распространения.

Один из возможных подходов к решению этой задачи – метод фазового сопряжения. Он требует формирования опорного пучка, распространяющегося от мишени в приемную апертуру лазерной системы и несущего информацию об оптических неоднородностях трассы. В одноканальном случае формирование с помощью адаптивного зеркала волнового фронта в исходящем пучке, сопряженного волновому фронту опорного пучка, позволяет компенсировать влияние оптически неоднородной среды и получить на мишени пучок дифракционного размера для излучающей апертуры [6]. В случае многоканальной лазерной системы эффективность фокусировки исходящего пучка на мишень будет зависеть, по-видимому, от степени заполнения общей апертуры. Управление адаптивным зеркалом можно осуществлять как на основе измерения волнового фронта опорного пучка, так и с помощью итеративных методов без использования датчика волнового фронта.

В.А.Волков, М.В.Волков, С.Г.Гаранин, Ф.А.Стариков. ФГУП «Российский федеральный ядерный центр – ВНИИЭФ», Россия, Нижегородская обл., 607190 Саров, просп. Мира, 37; e-mail: wolf-87ph@yandex.ru, garanin@otd13.vniief.ru, fstar@mail.ru

Поступила в редакцию 18 июня 2015 г., после доработки – 19 августа 2015 г.

Другой способ фазировки многоканального лазерного излучения через оптически неоднородную среду – облучение мишени в петле обратной связи (см., напр., [7–9]). Этот подход не требует формирования опорного пучка. Компенсация оптических неоднородностей трассы и фокусировка исходящего многоканального пучка на мишени осуществляется путем итеративного поиска экстремума некоторого параметра попавшего на мишень (или отраженного от нее) излучения исходящего пучка. Управлять фазой многоканального пучка, в идеале, можно с использованием гибких адаптивных зеркал в каждом канале или, в первом приближении, внося только сдвиги и наклоны фазы в каналы с применением электрооптических и пьезоэлектрических элементов.

Цель настоящей работы – расчетное сравнение эффективности облучения мишени многоканальным лазерным излучением через оптически неоднородную среду при фазовом сопряжении и в петле обратной связи в различных приближениях (с учетом и без учета локальных наклонов волнового фронта на субапертурах). Управление фазой в каналах исходящего излучения при облучении мишени в петле обратной связи осуществляется с помощью стохастического параллельного градиентного (СПГ) алгоритма [9].

## 2. Постановка задачи

В плоскости  $z = 0$  оптически неоднородной (турбулентной) среды расположен выход непрерывной лазерной системы из семи каналов. Распределение интенсивности исходящего пучка в ближней зоне показано на рис. 1, а, фаза излучения в каждом канале предполагается плоской. Расстояние между центрами субапертур  $R = 1.11d$ , где  $d$  – диаметр одного канала. В плоскости  $z = 0$  расположена также линза с фокусным расстоянием  $F = L$ , которая фокусирует излучение через оптически неоднородную среду на мишень в плоскости  $z = L$  ( $L$  – длина трассы). Для расчета распространения лазерного излучения в турбулентной атмосфере используется параболическое уравнение

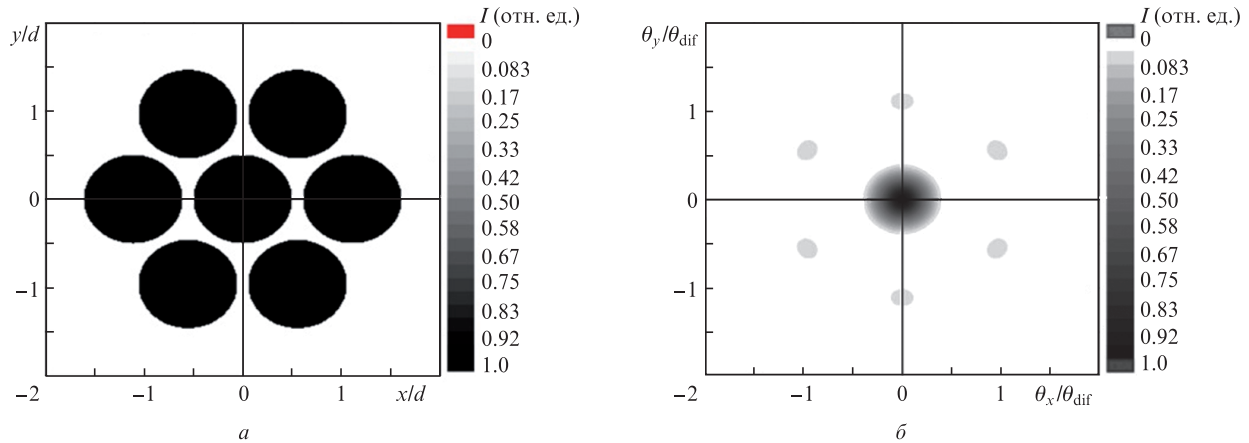


Рис.1. Распределение интенсивности  $I$  исходящего пучка на выходе системы в ближней зоне (а) и в фокальной плоскости линзы (б).

$$2ik \frac{\partial u}{\partial z} + \Delta u + k^2 \tilde{\epsilon} u = 0, \quad (1)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число;  $\lambda$  – длина волны;  $u(z, x, y)$  – медленно меняющаяся комплексная амплитуда электрического поля излучения, распространяющегося вдоль оси  $z$ ;  $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$  – оператор Лапласа по поперечным координатам  $x, y$ ;  $\tilde{\epsilon}$  – случайная функция, описывающая флуктуации диэлектрической проницаемости турбулентной атмосферы.

В численных расчетах используется конечно-разностная схема интегрирования уравнения (1), а также расщепление по физическим процессам (дифракция и рефракция) и направлениям  $x$  и  $y$ . Амплитудная погрешность при вычислении поперечного дифференциального оператора в (1) нулевая, а фазовая погрешность может быть доведена до четвертого-шестого порядков [10]. Точность вычислений, таким образом, существенно превышает точность широко применяемых спектральных методов [11], где ошибка довольно быстро накапливается с длиной трассы  $L$ . Число шагов сетки по направлениям  $x$  и  $y$  в расчетах составляло 1024, число шагов по направлению  $z$  определялось длиной трассы и числом Куранта, равным 0.1.

Влияние оптически неоднородной среды на процесс распространения излучения в нашей работе характеризуется радиусом когерентности сферической волны  $r_0$ , который для пучка со сферическим волновым фронтом (при  $\lambda = 1$  мкм) имеет следующий вид [12]:

$$r_0 = (0.159 C_n^2 k^2 L)^{3/5}, \quad (2)$$

где  $C_n^2$  – структурная постоянная показателя преломления среды, предполагающаяся на трассе постоянной. Длина трассы  $L$  ниже измеряется в единицах дифракционной длины излучения одного канала,  $L_{\text{dif}} = kd^2$ .

Для моделирования оптических неоднородностей среды используется метод фазовых экранов. Искажения фазы, которые испытывает пучок, проходя через слой непрерывной турбулентной среды, заменяются эквивалентными изменениями фазы на экране, и распространение излучения рассматривается как процесс последовательного прохождения его через слои вакуума и фазовые экраны. Расстояние между экранами в расчетах определялось следующим условием: дисперсия флуктуаций фазы на турбулентном слое много меньше единицы. Для пространственного спектра флуктуаций показателя преломления используется модель фон Кармана, а для реализа-

ции случайных искажений фазы на экране – спектральный метод [13]. Расстояние между экранами в расчетах выбиралось из условия, что дисперсия флуктуаций фазы на турбулентном слое должна быть много меньше единицы. Применимость спектрального метода для кармановского спектра атмосферной турбулентности имеет ограничения: необходимо, чтобы внешний масштаб турбулентности не превышал половины счетной области. Внешний масштаб турбулентности в нашей работе равен  $2d$ .

В идеальной ситуации, т.е. когда все пучки имеют одинаковые фазы и оптические неоднородности трассы отсутствуют, нормированное на максимальное значение распределение интенсивности исходящего излучения в плоскости  $z = L$  при его фокусировке линзой с фокусным расстоянием  $F = L$  показано на рис.1,б.

В реальных условиях картина излучения в дальней зоне искажается вследствие суммарного влияния исходной дефазировки в лазерных каналах и оптических неоднородностей на трассе распространения. Для снижения влияния этих факторов и достижения максимального эффекта фазировки многоканального лазерного излучения в работе сравниваются облучение мишени в петле обратной связи и в режиме фазового сопряжения в различных приближениях (с учетом и без учета наклонов волнового фронта на субапертурах). Эффективность фазировки оценивается по нормированной на идеальное значение доли мощности излучения, попадающего в диафрагму дифракционного размера для излучающей семиканальной апертуры.

### 3. Облучение мишени при фазовом сопряжении

Задача фазировки многоканального лазерного излучения через оптически неоднородную среду в случае фазового сопряжения рассматривается в следующей постановке. Излучение опорного источника с гауссовым распределением амплитуды на мишени

$$E(x, y; z = L) = A \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{w_0^2} - \frac{ik(x^2 + y^2)}{2F} \right],$$

где  $A = \text{const}$ . Радиус пучка  $w_0$  выбирается таким образом, чтобы угловой размер опорного пучка был одинаковым независимо от длины трассы и равнялся 0.22 дифракционной расходимости для семиканальной апертуры. Пучок излучения распространяется через турбулентную

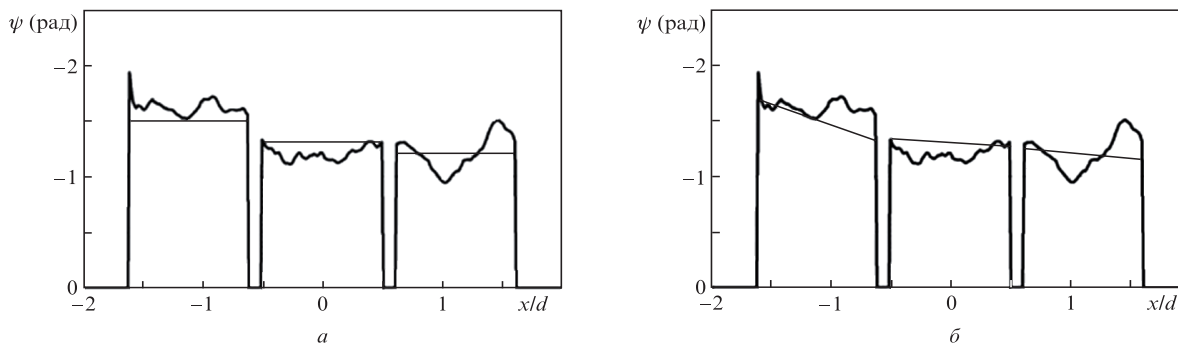


Рис.2. Аппроксимация (тонкие линии) комплексно-сопряженного волнового фронта (жирные линии) без учета (а) и с учетом (б) локальных наклонов ВФ по одной из осей.

среду к передающей апертуре лазера и проходит через линзу с фокусным расстоянием  $F = L$  в плоскости  $z = 0$ . Затем в лазере формируется исходящий многоканальный пучок с единичной амплитудой и с фазовым фронтом  $\psi(x, y; z = 0)$ , комплексно-сопряженным волновому фронту прошедшего опорного излучения на каждой субапертуре.

В расчетах рассматривается как точное фазовое сопряжение, так и приближенное, когда сопряженный волновой фронт исходящего пучка на субапертуре  $\psi(x, y)$  аппроксимируется плоскостью вида  $\alpha x + \beta y + \gamma$ . В одном случае  $\alpha = \beta = 0$ , а величина  $\gamma$  определяется как среднее значение фазы  $\psi(x, y)$  на субапертуре, т. е. волновой фронт аппроксимируется плоским фронтом без учета его локальных наклонов. В другом случае коэффициенты  $\alpha, \beta, \gamma$  определяются методом наименьших квадратов, т. е. волновой фронт исходящего пучка аппроксимируется плоскостью с учетом среднего наклона волнового фронта в пределах каждой субапертуры. Аппроксимация комплексно-сопряженного волнового фронта с учетом средних наклонов является более точной, но сложнее реализуемой в эксперименте. Пример аппроксимации комплексно-сопряженного волнового фронта опорного пучка показан на рис.2 при отношении радиуса когерентности сферической волны к размеру субапертуры  $r_0/d = 0.8$ . Исходящий пучок со сформированным таким образом комплексно-сопряженным волновым фронтом фокусируется линзой через оптически неоднородную среду на мишень. Для сравнения рассматривается также система с отсутствующей фокусирующей линзой.

В реальной ситуации реализовать комплексно-сопряженный волновой фронт в указанных выше приближениях можно, например, путем измерения волнового фронта опорного пучка датчиком Шака–Гартмана, вычисления среднего значения и локального наклона волнового фронта в пределах излучающих субапертур и последующей деформации общего адаптивного зеркала либо организации фазовых сдвигов и наклонов на субапертурах.

#### 4. Облучение мишени в петле обратной связи

Фазовое сложение многоканального лазерного излучения через турбулентную среду при оптическом контроле облучения мишени в петле обратной связи, когда опорный пучок отсутствует, рассматривается в следующей постановке. Выходное излучение семиканальной лазерной системы из плоскости  $z = 0$  фокусируется линзой с фокус-

ным расстоянием  $F = L$  через оптически неоднородную среду на мишень, расположенную в плоскости  $z = L$ . Фазировка осуществляется путем итеративного управления сдвигами и наклонами фазы исходящего излучения в каналах, которое нацелено на поиск экстремума некоторого параметра (целевой функции) попавшего на мишень излучения, например максимума доли мощности суммарного излучения в малом угле в окрестности оптической оси. Опять-таки, в данной постановке, кроме основной конфигурации системы, рассматривается также случай, когда фокусирующая линза на выходе системы отсутствует. Для управления фазой излучения в каналах в работе применяется стохастический параллельный градиентный (СПГ) алгоритм [9]. Используемый СПГ алгоритм состоит из двух этапов. На первом этапе осуществляется пробное изменение фазы в каналах (фазовый сдвиг или наклон волнового фронта), затем вычисляется соответствующее изменение выбранной целевой функции на мишени. На втором этапе на основе полученного изменения целевой функции выполняется коррекция фазы в каналах – до тех пор, пока целевая функция не достигнет предельного значения, соответствующего некоторому критерию.

Изначально фаза в каналах является случайной с равномерным распределением в интервале  $[0, 2\pi)$ . Весь процесс СПГ управления фазой исходящего пучка можно разделить на две части. Сначала корректируются только фазовые сдвиги в каналах, управление происходит без учета локальных наклонов волнового фронта на субапертурах. Когда дальнейшее изменение целевой функции прекращается, т. е. она достигает экстремума, с помощью СПГ алгоритма выполняется коррекция наклонов волнового фронта в каналах. В обоих случаях целевой функцией была доля мощности излучения в телесном угле, равном половине дифракционного угла для излучающей семиканальной апертуры. Расчеты показывают, что для достижения максимума целевой функции при оптимальных параметрах СПГ алгоритма достаточно 50–100 итераций как в первом, так и во втором случае.

#### 5. Результаты расчетов и их обсуждение

Расчеты проводились при трех длинах трассы:  $L = 0.13L_{dif}, 0.5L_{dif}$  и  $L_{dif}$ . Реализации фазовых экранов среды при численном моделировании облучения мишени многоканальным лазерным излучением с помощью фазового сопряжения и в петле обратной связи были одними и теми же. Интересно выяснить, насколько каждый подход эффективен по сравнению с заданием точного

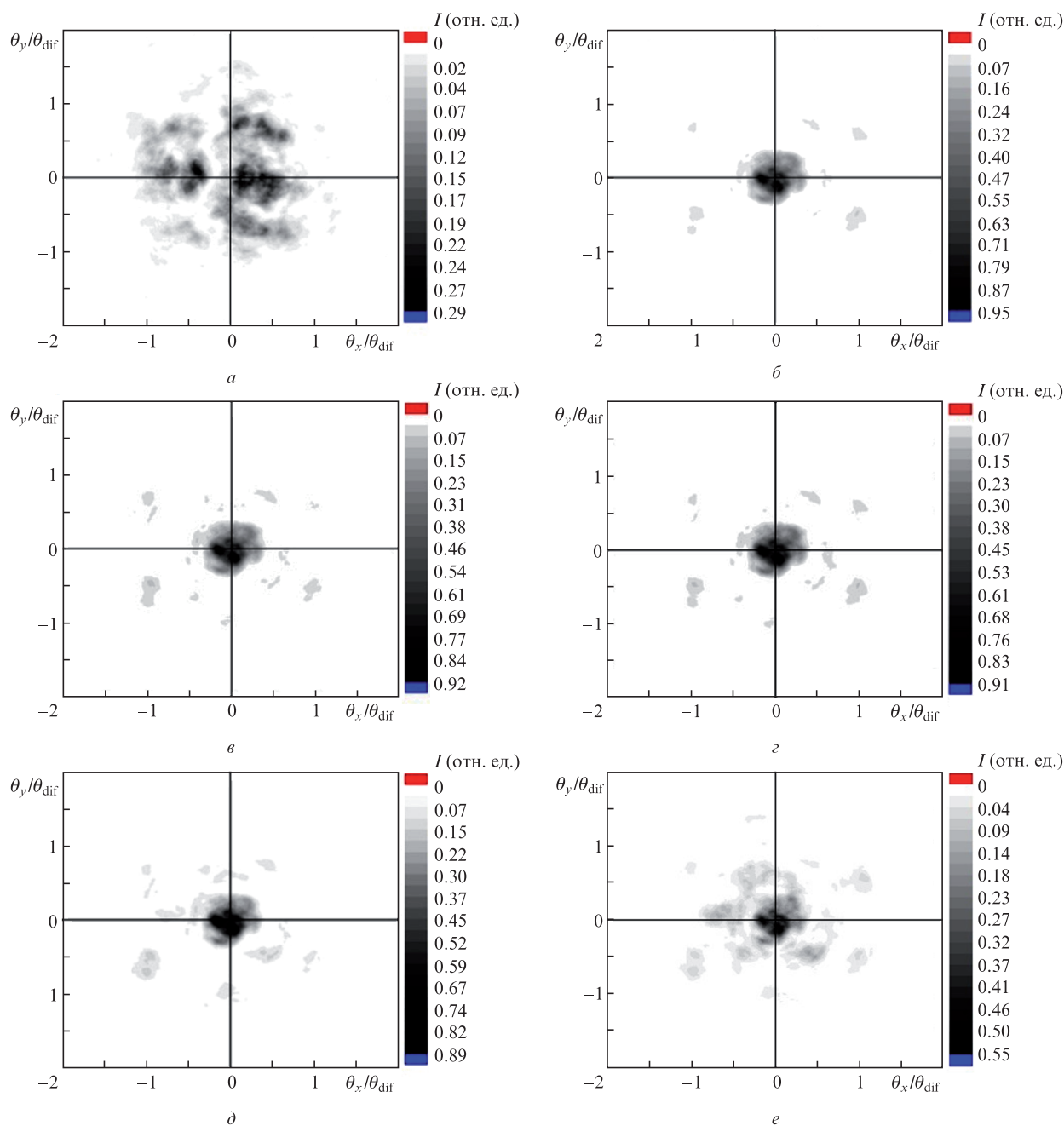


Рис.3. Распределения интенсивности в плоскости мишени: без фазировки (*a*), точное фазовое сопряжение (*б*), фазовое сопряжение с учетом (*в, д*) и без учета (*з, е*) локальных наклонов волнового фронта, а также при наличии (*а, б, в, з*) и в отсутствие (*д, е*) линзы на выходе системы;  $L = 0.5L_{\text{dif}}$ ,  $r_0/d = 0.8$ .

фазового сопряжения в пределах излучающих субапертур, которое, по-видимому, определяет наилучшие условия фазировки.

В качестве примера на рис.3 представлены нормированные на максимальное значение (в отсутствие турбулентности) распределения интенсивности суммарного излучения в плоскости мишени, полученные без фазового сопряжения (при простой фокусировке) и при фазовом сопряжении в различных приближениях. Длина оптически неоднородной трассы  $L = 0.5L_{\text{dif}}$ , отношение радиуса когерентности сферической волны к размеру субапертуры  $r_0/d = 0.8$ . На рис.4 представлены нормированные на максимальное значение (в отсутствие турбулентности) распределения интенсивности излучения в плоскости мишени, полученные при облучении мишени в петле обрат-

ной связи в тех же условиях. В обоих случаях также представлены результаты для конфигурации системы без фокусирующей линзы.

Из рис.3 видно, что при фазировке семиканального излучения через оптически неоднородную среду максимальную плотность потока энергии излучения на мишени действительно обеспечивает точное фазовое сопряжение (рис.3,б). Но даже в этом случае картина отличается от идеальной (см. рис.1,б).

Видно также, что распределения интенсивности при облучении мишени при фазовом сопряжении и в петле обратной связи не имеют существенных различий. Учет локальных наклонов волнового фронта на субапертурах относительно слабо влияет на результат в обоих подходах, но только в случае, когда собирающая линза на вы-

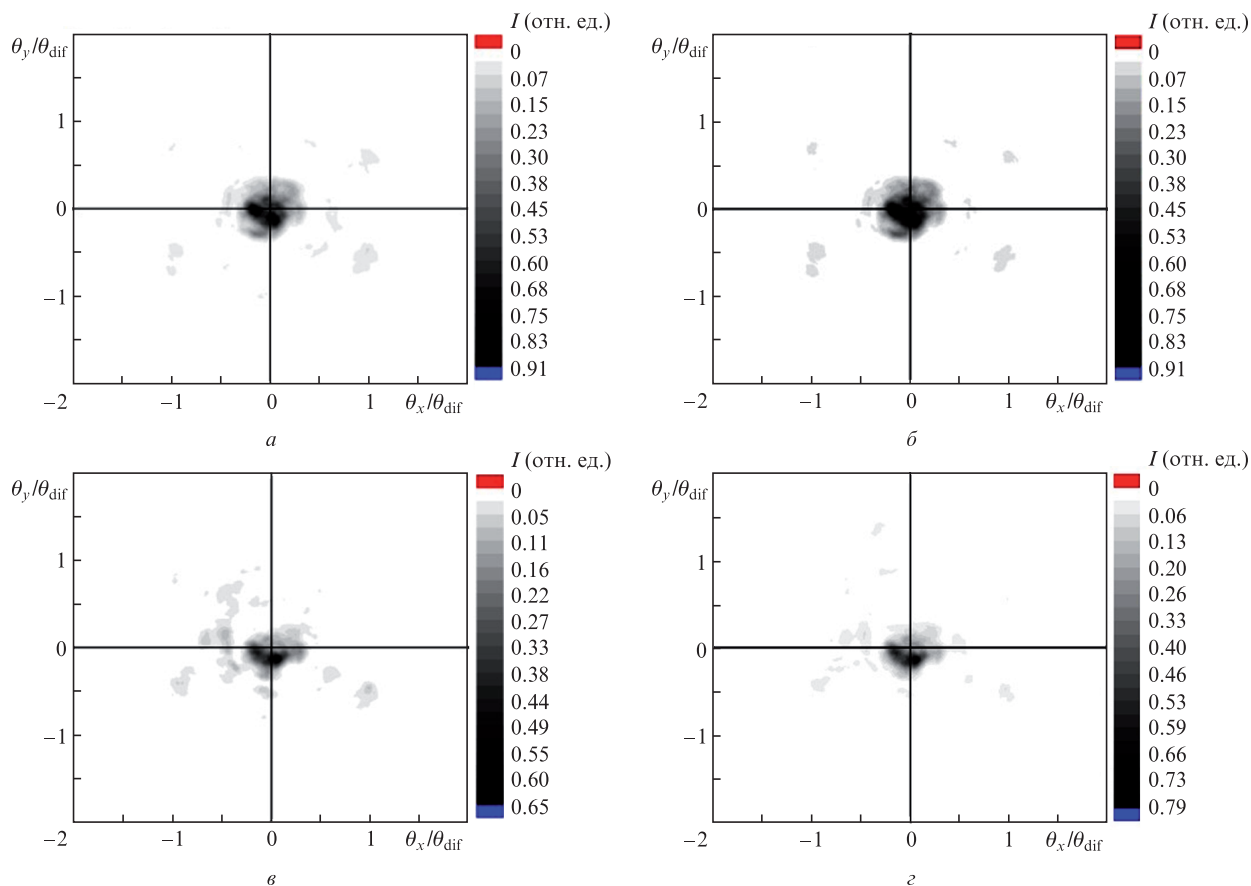


Рис.4. Распределения интенсивности  $I$  в плоскости мишени при облучении в петле обратной связи без учета ( $a, в$ ) и с учетом ( $б, г$ ) локальных наклонов волнового фронта, а также при наличии ( $a, б$ ) и в отсутствие ( $в, г$ ) линзы на выходе системы;  $L = 0.5L_{dif}$ ,  $r_0/d = 0.8$ .

ходе системы присутствует. Без линзы учет наклонов волнового фронта вносит более существенный вклад в эффективность фазировки.

На рис.5 для примера показана типичная зависимость доли мощности излучения в дифракционном угле  $\Delta P$ , нормированной на ту же долю в отсутствие турбулентности  $\Delta P_{max}$ , от номера итерации в процессе работы СПГ алгоритма при  $L = 0.5L_{dif}$  и  $r_0/d = 0.8$ .

На рис.3–5 иллюстрируется работа системы фазировки при одинаковых условиях. На рис.6 представлены обобщенные результаты – зависимости нормированной доли мощности от отношения радиуса когерентности сферической волны к размеру субапертуры при трех характерных длинах трассы, полученные при фазовом со-

пряжении в различных приближениях. Зависимости усреднены по трем реализациям случайных фазовых экранов трассы. На рис.7 показаны аналогичные результаты при облучении мишени в петле обратной связи.

Эффективность фокусировки при точном фазовом сопряжении (рис.6, $a-в$ ) и одним и тем же  $r_0$  уменьшается с увеличением длины трассы. Основная причина этого заключается, по-видимому, в появлении сильных флуктуаций интенсивности («сцинтилляций») опорного пучка [14, 15]. Действительно, параметр Рытова  $\sigma^2$  [16], характеризующий регулярный режим распространения пучка при  $\sigma^2 \ll 1$  и образование сингулярностей (спеклов) при  $\sigma^2 \geq 1$ , для колмогоровского спектра с учетом (1) можно записать как

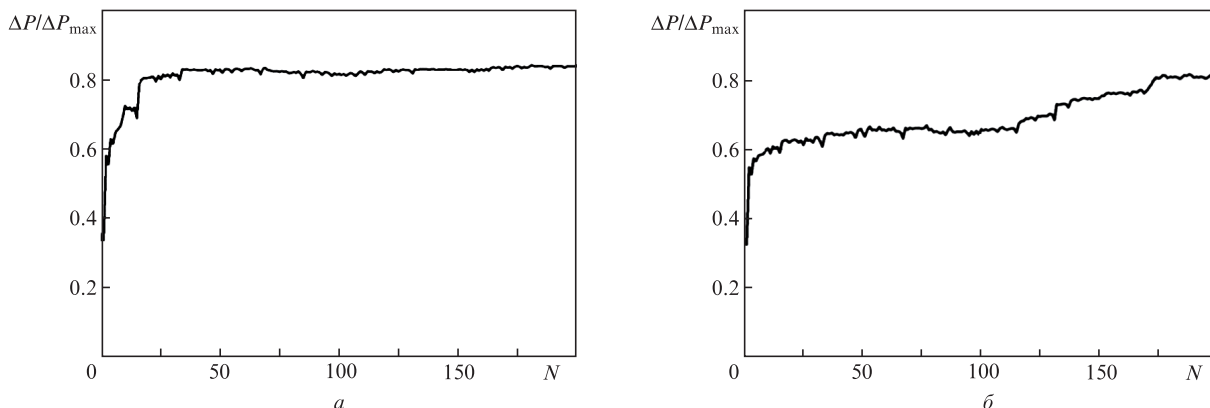


Рис.5. Типичная зависимость доли мощности в дифракционном угле от номера  $N$  итерации СПГ алгоритма в процессе фазировки при наличии ( $a$ ) и в отсутствие ( $б$ ) собирающей линзы на выходе системы.

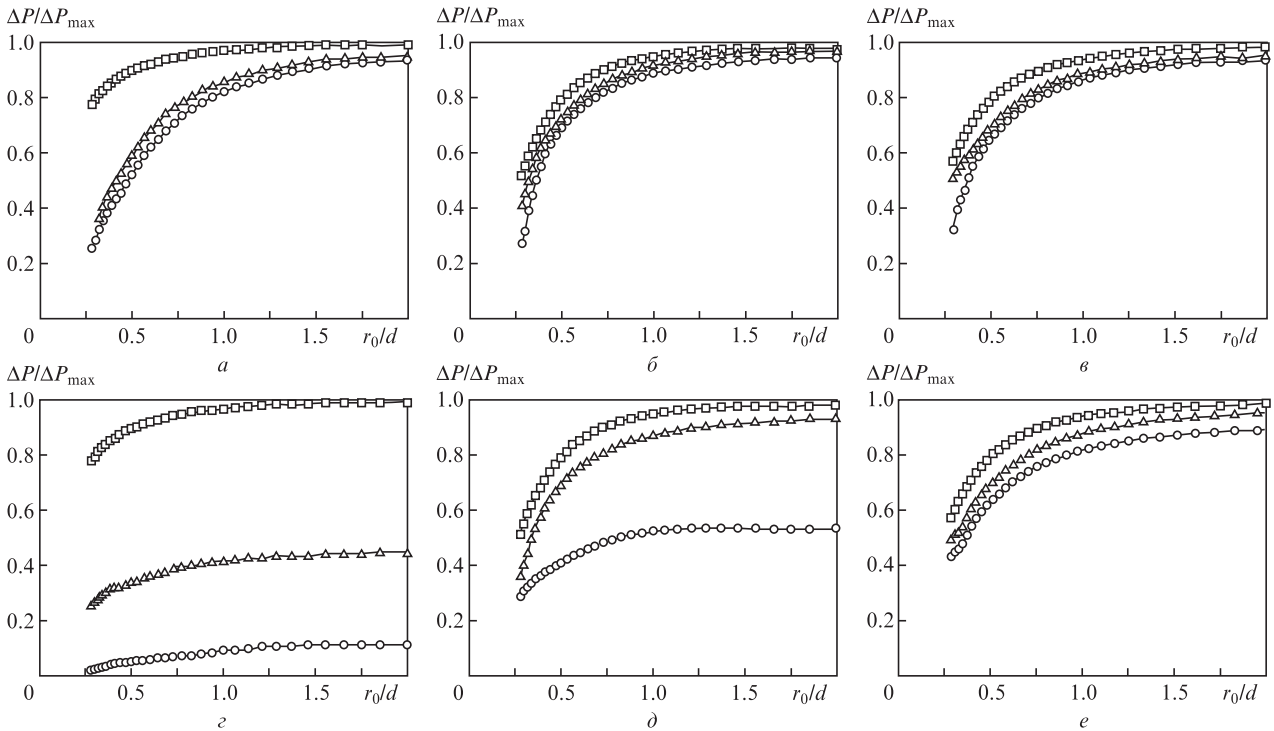


Рис.6. Зависимости  $\Delta P/\Delta P_{\max}$  на мишени от отношения радиуса когерентности сферической волны  $r_0$  к размеру субапертуры  $d$  при  $L/L_{\text{dif}} = 0.13$  (а, д), 0.5 (б, е) и 1 (в, е), а также при наличии (а–в) и отсутствии (г–е) линзы на выходе системы, полученные при точном фазовом сопряжении (квадраты) и приближенном фазовом сопряжении с учетом (треугольники) и без учета (кружки) локальных наклонов волнового фронта.

$$\sigma^2 \approx C_n^2 k^{7/6} L^{11/6} \approx \left[ \frac{d^2}{r_0^2} \frac{L}{L_{\text{dif}}} \right].$$

Видно, что с ростом  $L/L_{\text{dif}}$  он увеличивается. При наличии скintилляций более актуальным становится применение при фазировке амплитудно-фазовой коррекции, т.е. обращения волнового фронта [17].

Из представленных на рис.6,а–в и 7,а–в результатов можно заключить, что при наличии фокусирующей линзы на выходе системы о высокой эффективности фокусировки многоканального излучения можно говорить только в условиях, когда радиус когерентности сферической волны  $r_0$  примерно равен размеру субапертуры  $d$  или превышает его. С уменьшением отношения  $r_0/d$ , т.е. с усилением турбулентности, как фазовое сопряжение, так и облучение мишени в петле обратной связи теряют эффективность. При этом основной эффект обеспечивает правильный фазовый сдвиг в каналах, а дополнительный учет локальных наклонов волнового фронта на субапертуре влияет на результат относительно слабо. Также можно утверждать, что фокусировка семиканального лазерного излучения на мишень в петле обратной связи через оптически неоднородную среду, во всяком случае, не уступает по эффективности фазовому сопряжению.

В отсутствие собирающей линзы на выходе системы (рис.6,г–е и 7,г–е) ситуация более сложная. При фокусировке на относительно малые расстояния (менее половины дифракционной длины  $L_{\text{dif}}$ ) ее эффективность при любом отношении  $r_0/d$  низкая; учет наклонов волнового фронта ее увеличивает, но все-таки до весьма небольших значений. При фокусировке многоканального лазерного излучения на большие расстояния (около половины  $L_{\text{dif}}$ ) учет наклонов волнового фронта становится ключевым и позволяет добиться высокой эффективности при  $r_0/d \geq 1$ .

И наконец, при фокусировке на большие расстояния (приблизительно равные  $L_{\text{dif}}$  и более) можно обойтись без учета наклонов, а высокой эффективности фокусировки можно добиться при  $r_0/d \geq 1$  подбором только фазовых сдвигов в каналах.

## 6. Заключение

Настоящая работа посвящена численному исследованию задачи фазировки многоканального лазерного излучения на мишень через оптически неоднородную среду (турбулентную атмосферу). Проведено сравнение эффективности облучения мишени при фазовом сопряжении и в петле обратной связи в различных приближениях. Использование метода фазового сопряжения требует предварительного формирования опорного пучка, который, распространяясь от мишени в приемную апертуру лазерной системы, переносит информацию об оптических неоднородностях трассы распространения. Формирование волнового фронта в исходящем пучке, сопряженного волновому фронту опорного пучка, позволяет компенсировать влияние оптически неоднородной среды. При облучении мишени в петле обратной связи управление фазой исходящего излучения осуществляется на основе СПГ алгоритма путем максимизации некоторых параметров попавшего на мишень (или отраженного от нее) исходящего пучка.

Анализ полученных результатов показывает, что облучение мишени в петле обратной связи по эффективности фокусировки многоканального лазерного излучения через оптически неоднородную среду не уступает методу фазового сопряжения. Эта эффективность высока, когда радиус когерентности сферической волны  $r_0$  приблизительно равен субапертуре  $d$  или больше нее и когда на выходе

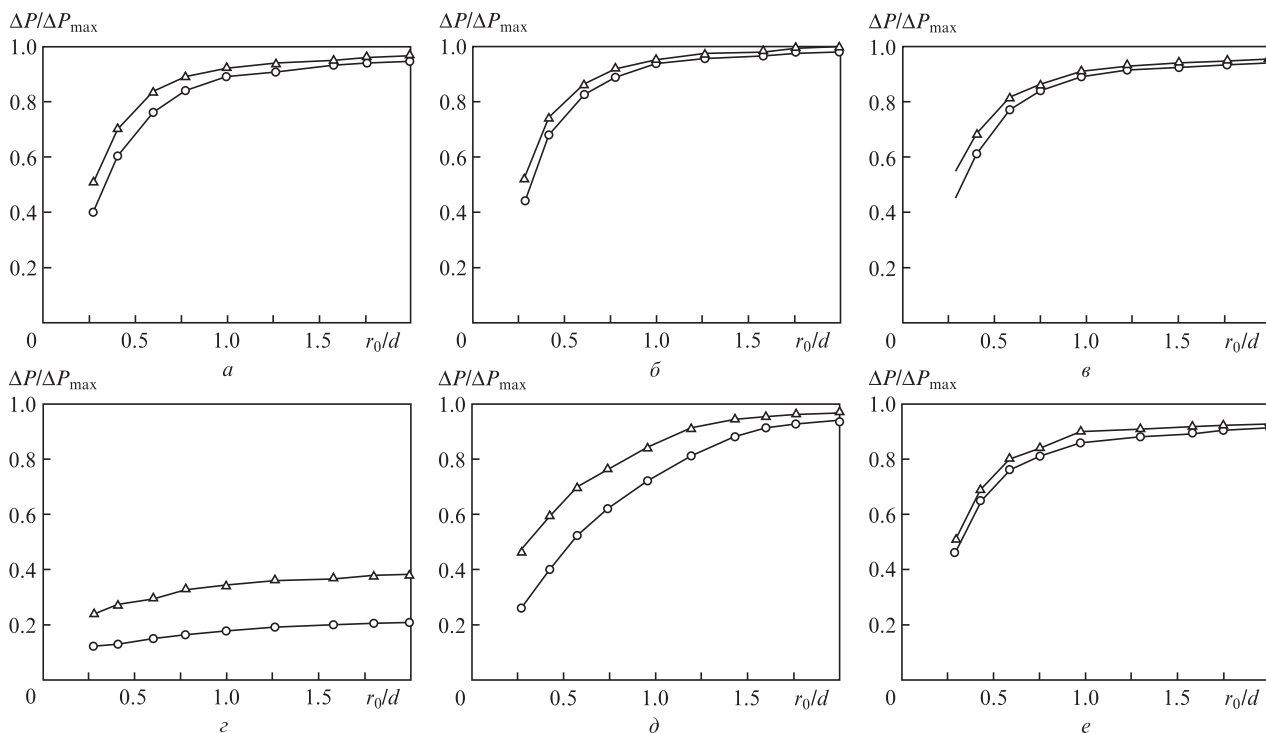


Рис.7. То же, что и на рис.6, но при облучении мишени в петле обратной связи в случае СПГ управления фазой.

системы используется фокусирующая линза. В этом случае основной вклад в эффективность вносят фазовые сдвиги в каналах, а учет локальных наклонов волнового фронта на субапертурах относительно слабо влияет на результат.

В отсутствие фокусирующей линзы высокой эффективности фокусировки не удастся добиться при длине фокусировки, заметно меньшей дифракционной длины для размера субапертуры  $L_{dif}$ , при любом отношении  $r_0/d$ . А при фокусировке многоканального лазерного излучения на большие расстояния, превышающие половину  $L_{dif}$ , высокой эффективности удастся достичь при  $r_0/d \geq 1$  подбором только фазовых сдвигов в каналах, без учета локальных наклонов волнового фронта.

1. Лиханский В.В., Напартович А.П. *УФН*, **160**, 101 (1990).
2. Fan T.Y. *IEEE J. Sel Topics Quantum Electron.*, **11**, 567 (2005).
3. Lhermite J., Suran E., Kermene V., et al. *Opt. Express*, **18**, 4783 (2010).
4. Anderegg J., Brosnan S., Cheung E., et al. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **6102**, 61020U-1 (2006).
5. Волков М.В., Гаранин С.Г., Долгополов Ю.В., Копалкин А.В., Куликов С.М., Стариков Ф.А., Сухарев С.А., Тютин С.В., Хохлов С.В., Чапарин Д.А. *Квантовая электроника*, **44**, 1039 (2014).

6. Лукин В.П. *УФН*, **184**, 599 (2014).
7. Weyrauch T., Vorontsov M., Carhart G. W., Beresnev L.A., Rostov A.P., Polnau E.E., Liu J.J. *Opt. Lett.*, **36**, 22 (2011).
8. Xinyang L., Geng C., Zhan X., Rao C. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **8178**, 81780M (2011).
9. Волков В.А., Волков М.В., Гаранин С.Г., Долгополов Ю.В., Копалкин А.В., Куликов С.М., Стариков Ф.А., Сухарев С.А., Тютин С.В., Хохлов С.В., Чапарин Д.А. *Квантовая электроника*, **43**, 852 (2013).
10. Ладагин В.К. *Вопросы атомной науки и техники. Сер. Методики и программы численного решения задач математической физики*, № 1, 19 (1985).
11. Feit M.D., Fleck J.A. *J. Opt. Soc. Am. B*, **7**, 633 (1988).
12. Fried D.L. *J. Opt. Soc. Am.*, **56** (10), 1380 (1966).
13. Кандидов В.П. *УФН*, **166**, 1309 (1996).
14. Татарский В.И. *Распространение волн в турбулентной атмосфере* (М.: Наука, 1967).
15. Лукин В.П., Фортес Б.В. *Оптика атмосферы и океана*, **9**, 1492 (1996).
16. Исимару А. *Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах* (М.: Наука, 1966).
17. Богачев В.А., Гаранин С.Г., Долгополов Ю.В., Копалкин А.В., Куликов С.М., Стариков Ф.А., Сухарев С.А., Феоктистов В.В. *Квантовая электроника*, **42**, 531 (2012).