

# Поляризационный анализ оптимальных условий стационарной генерации второй гармоники в твердотельном лазере

П.А.Хандохин, Ю.А.Мамаев

*С помощью матричного метода Джонса рассмотрены оптимальные условия достижения стационарной генерации при внутрирезонаторном преобразовании частоты в твердотельном лазере в условиях фазового синхронизма второго типа на основе модели слабоанизотропной активной среды (амплитудная и фазовая анизотропия) и нелинейного элемента. Найдены оптимальные углы поворота нелинейного элемента.*

**Ключевые слова:** твердотельный лазер с внутрирезонаторным удвоением частоты, фазовая анизотропия, амплитудная анизотропия, поляризационная мода, наведенная накачкой анизотропия усиления, резонатор Фабри–Перо, матричный метод Джонса.

С практической точки зрения представляется важной проблема стабильности выходного излучения многомодовых твердотельных лазеров с внутрирезонаторным удвоением частоты. В экспериментах с многомодовыми Nd:YAG-лазерами с нелинейным кристаллом КТР внутри резонатора было показано [1], что связь мод в процессе внутрирезонаторного удвоения частоты приводит к неустойчивости стационарной генерации (green problem). Анализ балансной модели такого лазера подтвердил существование динамической неустойчивости в некоторой области параметров [1–4]. Было показано, что эта неустойчивость обусловлена суммированием частот, которое обычно сопровождает процесс генерации второй гармоники в многомодовых лазерах с внутрирезонаторным удвоением частоты.

При внутрирезонаторном удвоении частоты возможны два типа фазового синхронизма световых волн в нелинейном кристалле: при первом типе синхронизма происходит суммирование частот лазерных мод одинаковой поляризации, а при синхронизме второго типа, рассматриваемом в настоящей работе, в процессе нелинейного преобразования частоты участвуют волны с ортогональными поляризациями. При совпадении поляризаций мод лазера с направлениями осей двулучепреломления нелинейного элемента (НЭ) реализуется случай суммирования частот ортогонально поляризованных мод, приводящий к нестационарной генерации при превышении эффективностью нелинейного преобразования некоторого критического значения [5]. Несовпадение собственных поляризаций лазера с направлениями осей НЭ приводит к возникновению процесса удвоения частот, способствующего повышению устойчивости режима стационарной генерации. Максимальная устойчивость получается при развороте осей на  $45^\circ$ , что обеспечивается введением в резона-

тор дополнительной четвертьволновой фазовой пластинки [6].

Настоящая работа посвящена рассмотрению лазеров со слабоанизотропными активными средами типа алюмоиттриевого граната, активированного ионами неодима, и с нелинейным элементом для внутрирезонаторного удвоения частоты. Фазовая анизотропия может быть обусловлена малым остаточным двулучепреломлением в кристалле активного элемента, в то время как амплитудная анизотропия активной среды – анизотропией усиления, наведенной линейно поляризованным излучением накачки [7]. Показано, что изменением ориентации осей НЭ (поворотом в плоскости, перпендикулярной оси резонатора, на  $45^\circ$  относительно направлений поляризаций мод биполяризационного лазера) без дополнительных фазовых пластинок можно добиться оптимальных условий для устойчивой генерации.

Схематически твердотельный лазер со слабоанизотропным резонатором Фабри–Перо и с нелинейным элементом показан на рис.1. Активная среда представлена в виде частичного поляризатора П, который в общем случае может быть повернут на угол  $\alpha$  в плоскости  $xu$  (относительно оси  $x$ ), и фазоанизотропного элемента (фазовой пластинки) Ф1 с разностью фаз  $\delta_a$ , ориентированного быстрой и медленной осями по  $x$  и  $y$ . Нелинейный элемент, обеспечивающий преобразование частоты в условиях фазового синхронизма второго типа, представлен также в виде фазоанизотропного элемента Ф2 с разностью фаз  $\Delta_n = 2mt + \delta_n$ , где  $m$  – целое число, а  $\delta_n$  – дополнительная

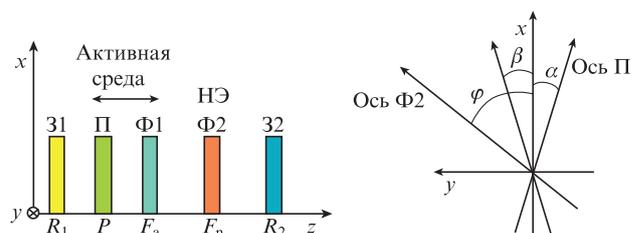


Рис.1. Схема твердотельного лазера со слабоанизотропным резонатором Фабри–Перо и нелинейным элементом.

П.А.Хандохин, Ю.А.Мамаев. Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: khando@appl.sci-nnov.ru, myua@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 30 июня 2014 г., после доработки – 22 октября 2014 г.

разность фаз, которую будем считать малой ( $\delta_n \ll 1$ ; это условие удовлетворяется при соответствующем выборе длины нелинейного кристалла и его небольшим наклоном в плоскости  $xу$ ).

Поляризации собственных волн анизотропного резонатора будем находить с помощью матричного метода Джонса. Его применение для расчета собственных состояний поляризации резонатора заключается в построении матрицы  $M$  при полном обходе контура резонатора [8] и в нахождении собственных векторов  $\mathbf{u}$  и собственных значений  $\lambda$  данной матрицы из следующего уравнения:

$$M\mathbf{u} = \lambda\mathbf{u}. \quad (1)$$

Матрица  $M$  анизотропного резонатора в зоне А (на выходе лазера) может быть представлена в виде

$$M = R_1 R_2 S(\varphi) F_n^2 S(-\varphi) F_a S(\alpha) P^2 S(-\alpha) F_a, \quad (2)$$

где

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 - b \end{pmatrix}$$

– матрица Джонса частичного поляризатора (величина  $b < 1$  определяет амплитудную анизотропию);

$$S = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$$

– матрица поворота на угол  $\varphi$ ;

$$F_a = \begin{pmatrix} \exp(i\delta_a/2) & 0 \\ 0 & \exp(-i\delta_a/2) \end{pmatrix}, \quad F_n = \begin{pmatrix} \exp(i\delta_n/2) & 0 \\ 0 & \exp(-i\delta_n/2) \end{pmatrix}$$

– матрицы Джонса фазовых пластинок  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , моделирующих активную среду и нелинейный элемент соответственно;  $R_{1,2}$  – коэффициенты отражения зеркал 31 и 32.

Будем рассматривать собственный вектор в виде

$$\mathbf{u} = E_x \begin{pmatrix} 1 \\ \chi \end{pmatrix}.$$

Здесь  $\chi = E_y/E_x$  – комплексный поляризационный параметр, позволяющий определить эллиптичность  $\varepsilon$  (отношение малой оси эллипса поляризации к большой) и азимут  $\beta$  (угол наклона большой полуоси эллипса поляризации к оси  $x$ ) в следующем виде:

$$\varepsilon = \tan \left[ \frac{1}{2} \arcsin \left( \frac{2 \operatorname{Im} \chi}{1 + |\chi|^2} \right) \right], \quad (3)$$

$$\beta = \arctan \left( \frac{2 \operatorname{Re} \chi}{1 + |\chi|^2} \right) + \frac{n\pi}{2},$$

где  $n = 0$  для одной поляризационной моды и 1 для другой.

Уравнение (1) имеет решение в виде двух собственных векторов  $\mathbf{u}_{1,2}$  и, следовательно, двух собственных значений  $\lambda_{1,2}$ . Элементы матрицы  $M_{ij}$  позволяют определить собственные значения

$$\lambda_{1,2} = \operatorname{Tr} M / 2 \pm \sqrt{\operatorname{Tr}^2 M / 4 - \det M} \quad (4)$$

и комплексные поляризационные параметры

$$\chi_{1,2} = \frac{\lambda_{1,2} - M_{11}}{M_{12}} = \frac{M_{21}}{\lambda_{1,2} - M_{22}}, \quad (5)$$

где  $\operatorname{Tr} M = M_{11} + M_{22}$ , а  $\det M = M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}$ .

В работе [9] детально изучено взаимное влияние фазовой и амплитудной анизотропий активной среды на ориентацию поляризационных мод резонатора. Добавление фазовой анизотропии НЭ  $\delta_n$  приводит к изменению ориентации поляризационных мод. Нами проводился численный расчет поляризационных состояний собственных волн в резонаторе в зоне А и рассматривалось влияние поворота НЭ в плоскости  $xу$  на ориентацию собственных поляризаций (точнее, главной оси эллипсов поляризации слабо эллиптических волн) относительно обыкновенной и необыкновенной осей НЭ, при этом изменение азимуты собственных поляризаций существенно зависит от соотношения между  $\delta_n$  и величинами  $\delta_a$  и  $b$ . Обозначим через  $\psi = \varphi - \beta$  угол между обыкновенной осью нелинейного кристалла и азимутом  $\beta$  собственной поляризации одной из волн (азимут собственной поляризации другой поляризационной моды отличается практически на  $90^\circ$ ).

На рис.2 приведены зависимости  $\psi$  от угла поворота  $\varphi$  НЭ для случая, когда фазовая анизотропия активной среды отсутствует ( $\delta_a = 0$ ), а имеет место лишь амплитудная анизотропия с фиксированной ориентацией по оси  $x$  ( $\alpha = 0$ , см. рис.1), при этом фазовый сдвиг  $\delta_n = 1^\circ$  (0.0175 рад). Видно, что при малой амплитудной анизотропии ( $b < \delta_n$ ) величина  $\psi$  не достигает  $45^\circ$  ни при каких  $\varphi$ , поскольку азимуты собственных поляризаций резонатора отслеживают поворот НЭ. В то же время при сильной амплитудной анизотропии ( $b > \delta_n$ ) имеем  $\psi = 45^\circ$  при  $\varphi_{\text{опт}} = 45^\circ$  и  $\psi = -45^\circ$  при  $\varphi_{\text{опт}} = 135^\circ$ .

На рис.3 приведены результаты расчета для случая слабой ( $b = 0.015$ ) амплитудной анизотропии (частичный поляризатор не повернут,  $\alpha = 0$ ) и большой ( $\delta_a = 5^\circ$  (0.0873 рад)) фазовой анизотропии активной среды при различных значениях  $\delta_n$ . При достаточно малых  $\delta_n$  ( $\delta_n \ll \delta_a$ ) угол  $\varphi_{\text{опт}}$ , при котором  $\psi_{\text{опт}} = \pm 45^\circ$ , либо несколько больше  $45^\circ$ , либо несколько меньше  $135^\circ$ , но достаточно близок к этим значениям; с ростом же  $\delta_n$  величина  $\varphi_{\text{опт}}$  приближается к  $90^\circ$  (когда фазовый сдвиг  $\delta_n$  становится сравнимым с фазовой анизотропией  $\delta_a$ ). В области, где  $\delta_n > \delta_a$ , величина  $\psi$  не достигает оптимальных значений ( $\pm 45^\circ$ ).

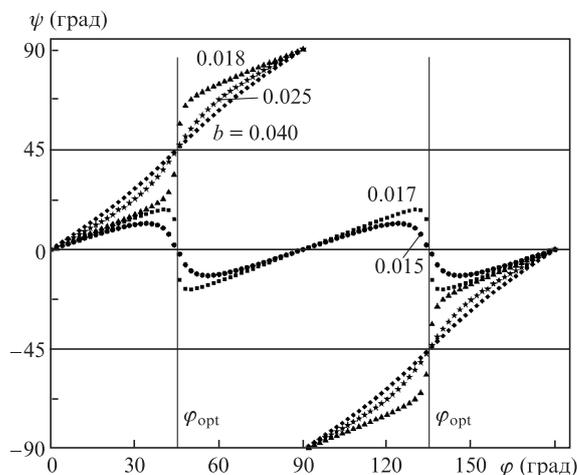


Рис.2. Зависимости угла  $\psi = \varphi - \beta$  от угла поворота  $\varphi$  нелинейного элемента для случая амплитудной анизотропии ( $\alpha = 0$ ) при  $\delta_n = 1^\circ$  и различных значениях  $b$ .

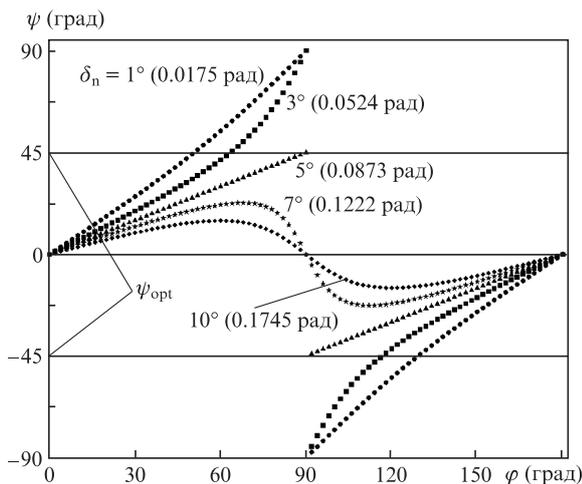


Рис.3. Зависимости угла  $\psi$  от угла поворота  $\varphi$  нелинейного элемента для случая амплитудной ( $\alpha = 0, b = 0.015$ ) и фазовой ( $\delta_a = 5^\circ$ ) анизотропии при различных значениях  $\delta_n$ .

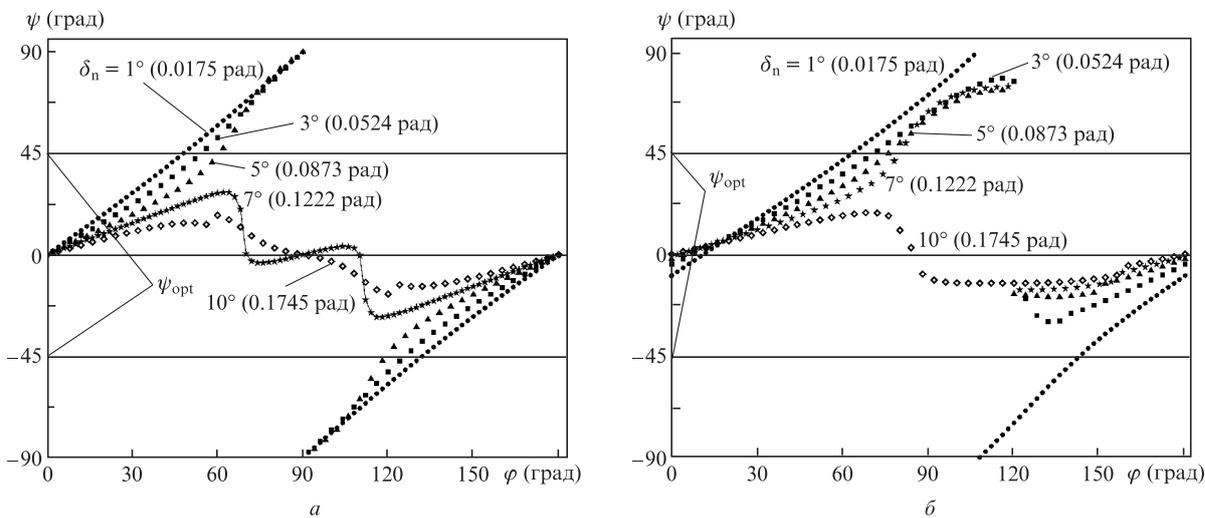


Рис.4. Зависимости угла  $\psi$  от угла поворота  $\varphi$  нелинейного элемента для случая амплитудной ( $b = 0.08$ ) и фазовой ( $\delta_a = 5^\circ$ ) анизотропии при различных значениях  $\delta_n$  для углов поворота частичного поляризатора  $\alpha = 0$  (а) и  $30^\circ$  (б).

Изменение ориентации частичного поляризатора (угла  $\alpha$ ) вызывает изменение оптимального угла поворота  $\varphi_{\text{опт}}$  НЭ. На рис.4 приведены результаты расчета для случая, когда амплитудная анизотропия становится сравнима с фазовой анизотропией:  $b = 0.08, \delta_a = 5^\circ (0.0873 \text{ рад})$ , при различных значениях  $\delta_n$  и для углов поворота частичного поляризатора  $\alpha = 0$  и  $30^\circ$ . Видно, что сохраняется принципиальная возможность найти такую ориентацию НЭ, которая позволяет оптимизировать процесс внутрирезонаторного нелинейного преобразования частоты при фазовом набеге в НЭ, меньшем некоторого критического значения, сравнимого со значениями фазовой и амплитудной анизотропий активной среды.

Таким образом, из проведенных расчетов можно сделать следующие выводы. Оптимальные условия стационарной генерации второй гармоники в твердотельном

лазере, рассмотренные на основе поляризационного анализа, могут быть достигнуты соответствующим поворотом нелинейного элемента лишь в случае, если фазовый сдвиг  $\delta_n$  меньше фазовой анизотропии  $\delta_a$  или амплитудной анизотропии  $b$  активной среды. Этого можно добиться соответствующим подбором толщины НЭ и его небольшим наклоном (относительно оси резонатора), как отмечалось выше. Угол, на который требуется повернуть НЭ, меняется от  $45^\circ$  до  $135^\circ$  в зависимости от соотношения между указанными выше параметрами активной среды (как величинами амплитудной и фазовой анизотропии, так и ориентацией частичного поляризатора, моделирующего амплитудную анизотропию) и НЭ. Собственные поляризации в рассматриваемых в настоящей работе случаях, вообще говоря, являются эллиптическими, но поскольку из-за малости амплитудной и фазовой анизотропии эллиптичность достаточно мала ( $\epsilon < 0.1$ ), то мы остановились лишь на вопросе об ориентации главной оси эллипса поляризации относительно быстрой и медленной осей нелинейного элемента.

Работа поддержана грантом Президента РФ НШ № 2001.2014.2.

1. Baer T. *J. Opt. Soc. Am. B*, **3**, 1175 (1986).
2. Wang J., Mandel P. *Phys. Rev. A*, **48**, 671 (1993).
3. James G.E., Harrell II E.M., Roy R. *Phys. Rev. A*, **41**, 2778 (1990).
4. Vladimirov A.G., Viktorov E.A., Mandel P. *Phys. Rev. E*, **60**, 1616 (1999).
5. Czeranowsky C., Baev V.M., Huber G., Khandokhin P.A., Khanin Ya.I., Koryukin I.V., Shirokov E.Yu. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **47**, 807 (2004).
6. Oka M., Kubota S. *Opt. Lett.*, **13**, 805 (1988).
7. Bouwmans G., Segard B., Glorieux P., Milovsky N.D., Khandokhin P.A., Shirokov E.Yu. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **47**, 813 (2004).
8. Молчанов В.Я., Скоццкий Г.В. *Квантовая электроника*, № 4, 3 (1971).
9. Хандохин П.А., Мамаев Ю.А. *Квантовая электроника*, **41** (6), 571 (2011).