

# Спонтанное излучение киральной молекулы вблизи кластера из двух киральных сферических частиц

Д.В.Гузатов, В.В.Климов

*Получены и исследованы аналитические выражения для радиационной скорости спонтанного распада киральной (оптически активной) молекулы, расположенной вблизи кластера из двух одинаковых киральных (би-изотропных) сферических частиц. Показано, что состав вещества частиц, их расположение и размер оказывают существенное влияние на спонтанное излучение киральных молекул. В частности, показано, что в случае наночастиц из киральных метаматериалов радиационные скорости спонтанного распада для «правых» и «левых» энантиомеров киральных молекул, расположенных в зазоре кластера, существенно различаются.*

**Ключевые слова:** спонтанное излучение, киральная молекула, энантиомер, двухчастичный кластер, метаматериал.

## 1. Введение

Киральность – это геометрическое свойство трехмерных тел не совмещаться со своим отражением в зеркале ни при каких сдвигах и поворотах. Таким свойством, например, обладают человеческая рука и пружина. Киральность играет важную роль в биологии и фармацевтике, поскольку множество сложных органических соединений (аминокислоты, белки) имеют киральные свойства. По этой причине организм может совершенно по-разному реагировать на различные изомеры одного и того же вещества. Например, один и тот же препарат, в зависимости от того, из молекул какого типа он состоит, может иметь различные вкус и запах или оказывать различное воздействие. В физике значительный интерес представляют киральные среды [1], в которых наблюдается различие между распространением электромагнитных волн с левой и правой циркулярными поляризациями, что приводит к ряду интересных оптических явлений, таких как вращение плоскости поляризации, круговой дихроизм и др. В настоящее время исследование киральных свойств снова находится в центре внимания, что обусловлено возможностью создания метаматериалов на основе киральных метаатомов [2–5].

Исследованию спонтанного излучения атомов и молекул, расположенных вблизи материальных тел, посвящено большое число работ. Влияние диэлектрических микросфер на спонтанное излучение атомов рассмотрено в [6–8];

спонтанный распад атома, находящегося вблизи микросферы из метаматериала с отрицательным показателем преломления, рассмотрен в [9]; спонтанное излучение атомов и молекул вблизи кластера из двух сферических наночастиц исследовалось в [10–12]. В то же время только недавно начались исследования влияния киральных частиц на излучение киральных молекул. В частности, в [13–15] было рассмотрено влияние одной сферической наночастицы на излучение киральной молекулы. Более интересными свойствами обладает кластер из двух наночастиц. Фактически такой кластер является киральной наноантенной, с помощью которой можно эффективно управлять как излучением, так и детектированием поля.

Насколько нам известно, излучение киральных молекул вблизи кластеров из киральных сферических частиц до сих пор не было рассмотрено в литературе, и поэтому цель настоящей работы состоит в теоретическом исследовании влияния кластера из двух одинаковых киральных (би-изотропных) сферических частиц на спонтанное излучение киральной (оптически активной) молекулы. Все аналитические результаты будут получены для произвольных размеров частиц и расстояний между ними, произвольного состава вещества частиц, а также произвольных соотношений между электрическим и магнитным дипольными моментами киральной молекулы.

Статья имеет следующую структуру. В разд.2 рассмотрено электромагнитное поле в присутствии кластера из двух киральных сферических частиц. При этом, несмотря на то что саму киральность можно считать проявлением пространственной дисперсии, мы используем обычные (локальные) граничные условия на поверхностях разделов сред. Более общий подход с использованием нелокальных граничных условий разработан в [16, 17]. В разд.3 найдены общие выражения для радиационной скорости спонтанного распада киральной молекулы, расположенной вблизи кластера. В разд.4 приведены графические иллюстрации полученных результатов и их обсуждение, а в разд.5 (Заключение) – основные результаты работы.

Д.В.Гузатов. Гродненский государственный университет им. Янки Купалы, Белоруссия, 230023 Гродно, ул. Ожешко, 22; e-mail: dm\_guzatov@mail.ru

В.В.Климов. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; e-mail: vklim@sci.lebedev.ru

Поступила в редакцию 21 января 2014 г., после доработки – 11 июня 2014 г.

## 2. Электромагнитное поле киральной молекулы в присутствии кластера из двух киральных сферических частиц

При описании электрического и магнитного полей в киральной среде мы будем использовать материальные уравнения в форме Друде–Борна–Федорова [18–20]:

$$\mathbf{D} = \varepsilon(\mathbf{E} + \eta \operatorname{rot} \mathbf{E}), \quad \mathbf{B} = \mu(\mathbf{H} + \eta \operatorname{rot} \mathbf{H}), \quad (1)$$

где  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{H}$  – индукция и напряженность электрического и магнитного полей соответственно;  $\varepsilon$  и  $\mu$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости кирального материала;  $\eta$  – размерный параметр киральности; зависимость полей от времени определяется множителем  $\exp(-i\omega t)$ , который здесь и далее опускаем.

Выбор материальных уравнений в форме (1) является в некоторой степени произвольным. Другая возможность – использование, например, материальных уравнений в форме Бойза–Поста:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} + i \frac{\kappa}{c} \mathbf{B}, \quad \mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B} + i \frac{\kappa}{c} \mathbf{E}, \quad (2)$$

где  $\kappa$  – параметр киральности;  $c$  – скорость света. Имеются даже некоторые указания на то, что материальные уравнения в форме (2) являются более фундаментальными, чем (1) [21]. Дискуссия о выборе материальных уравнений представлена, например, в монографии [22]. Выбор конкретной формы материальных уравнений приводит к своим граничным условиям, которые в случае киральных сред, к счастью, не препятствуют решению задачи методом разделения переменных. Поэтому для определенности мы рассмотрим соотношения (1), для которых граничные условия сводятся к непрерывности тангенциальных компонент электрических и магнитных полей.

Для решения задачи об излучении молекулы вблизи кластера из двух киральных сферических частиц мы воспользуемся стандартным методом Т-матрицы. Данный метод часто применяется для описания кластеров сферических частиц. В принципе этот метод является точным и базируется на теории Ми для каждой частицы и теореме сложения для векторных сферических гармоник [23–31]. Первоначально метод был разработан Ватерманом [32] и в дальнейшем значительно усовершенствован в работах [33–37]. Процедура аналитического вычисления Т-матрицы для кластера из сфер описана в деталях в [28]. Подробная библиография, посвященная данному методу, имеется в монографии [38].

В нашем случае кластера из двух киральных сферических частиц метод Т-матрицы сводится к введению двух локальных систем координат, связанных с каждой частицей кластера. Для определенности будем считать, что локальные декартовы системы координат имеют параллельные и одинаково направленные оси и общую ось  $z$ , а их начала расположены в центрах сферических частиц (рис. 1). Координаты и все другие величины, относящиеся к  $s$ -й ( $s = 1, 2$ ) частице, будем выделять дополнительным индексом 1 или 2. В дальнейшем мы рассмотрим кластер из двух одинаковых сферических частиц с радиусами  $a$ , изготовленных из кирального материала, определяемого проницаемостями  $\varepsilon$  и  $\mu$ , а также безразмерным параметром киральности  $\chi$ . Пусть кластер будет расположен в среде с единичными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей. Случай кластера из двух раз-

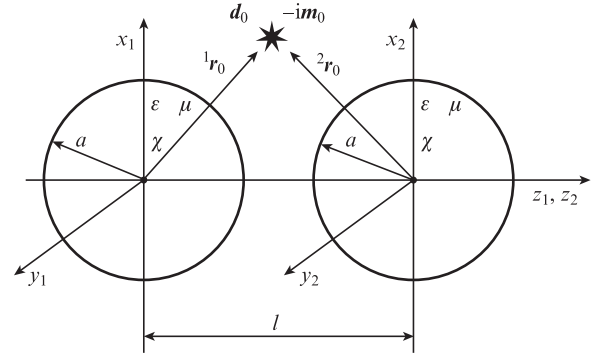


Рис. 1. Геометрия задачи о киральной молекуле, расположенной вблизи кластера из двух киральных сферических частиц.

личных киральных сферических частиц может быть рассмотрен аналогично.

Как обычно, для решения задачи об излучении молекулы вблизи кластера надо выписать произвольные выражения для полей вне частиц с учетом излучающей молекулы и произвольные выражения для полей внутри частиц, а затем с помощью граничных условий на поверхности частиц найти неизвестные коэффициенты разложения.

Выпишем сначала выражения для полей вне частиц. Напряженности электрического и магнитного полей киральной молекулы с электрическим и магнитным дипольными моментами  $\mathbf{d}_0$  и  $-i\mathbf{m}_0$  соответственно в свободном пространстве определяются электрическим и магнитным векторами Герца, и в локальной системе координат, связанной с центром  $s$ -й частицы, выражения для них имеют вид

$$\begin{aligned} {}^s\mathbf{E}_0 = & \{(\mathbf{d}_0 \nabla) \nabla + \mathbf{d}_0 k_0^2 - ik_0[(-i\mathbf{m}_0), \nabla]\} \\ & \times \frac{\exp(ik_0|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}, \quad {}^s\mathbf{H}_0 = \frac{1}{ik_0} \operatorname{rot} {}^s\mathbf{E}_0, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\nabla$  – оператор градиента;  ${}^s\mathbf{r}$  и  ${}^s\mathbf{r}_0$  – радиусы-векторы точек наблюдения и расположения киральной молекулы соответственно;  $k_0 = \omega/c$  – волновое число в вакууме. Используемое выше фазовое соотношение между электрическим  $\mathbf{d}_0$  и магнитным  $-i\mathbf{m}_0$  дипольными моментами обусловлено выбором киральной молекулы в виде спирали. Заметим, что декартовы компоненты векторов  $\mathbf{d}_0$  и  $-i\mathbf{m}_0$ , а также декартовы компоненты операторов градиента и ротора не будут меняться при переходе из одной локальной системы координат в другую, поскольку оси локальных систем параллельны и одинаково направлены.

Пользуясь представлением электрического поля диполя в сферических координатах [39], найдем для напряженности электрического поля киральной молекулы (3) в локальных сферических координатах, связанных с  $s$ -й частицей, следующие выражения:

$${}^s\mathbf{E}_0 = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [{}^sA_{mn}^{(0)} {}^s\mathbf{N}\psi_{mn}^{(0)} + {}^sB_{mn}^{(0)} {}^s\mathbf{M}\psi_{mn}^{(0)}], & |\mathbf{r}| < |\mathbf{r}_0|, \\ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [{}^sC_{mn}^{(0)} {}^s\mathbf{N}\zeta_{mn}^{(0)} + {}^sD_{mn}^{(0)} {}^s\mathbf{M}\zeta_{mn}^{(0)}], & |\mathbf{r}| > |\mathbf{r}_0|, \end{cases} \quad (4)$$

где  ${}^s\mathbf{N}\psi_{mn}^{(0)}$ ,  ${}^s\mathbf{M}\psi_{mn}^{(0)}$ ,  ${}^s\mathbf{N}\zeta_{mn}^{(0)}$  и  ${}^s\mathbf{M}\zeta_{mn}^{(0)}$  – векторные сферические гармоники [14, 29], а коэффициенты  ${}^sA_{mn}^{(0)}$ ,  ${}^sB_{mn}^{(0)}$ ,  ${}^sC_{mn}^{(0)}$  и  ${}^sD_{mn}^{(0)}$  даны в Приложении. Напряженность магнитного поля молекулы можно найти из выражения (3).

Рассеянные электрическое и магнитное поля, индуцированные снаружи кластера, можно представить в виде суммы парциальных полей от каждой частицы, выраженных в локальных координатах [29]:

$$\mathbf{E}^{\text{out}} = \sum_{s=1}^2 {}^s\mathbf{E}^{\text{out}}, \quad \mathbf{H}^{\text{out}} = \sum_{s=1}^2 {}^s\mathbf{H}^{\text{out}}, \quad (5)$$

где

$${}^s\mathbf{E}^{\text{out}} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n ({}^sC_{mn} {}^s\mathbf{N}\boldsymbol{\zeta}_{mn} + {}^sD_{mn} {}^s\mathbf{M}\boldsymbol{\zeta}_{mn});$$

$${}^s\mathbf{H}^{\text{out}} = \frac{1}{ik_0} \text{rot} {}^s\mathbf{E}^{\text{out}};$$
(6)

коэффициенты  ${}^sC_{mn}$  и  ${}^sD_{mn}$  необходимо найти с помощью граничных условий. Полное поле вне частиц определяется, таким образом, суммой выражений (4) и (5).

Для описания электромагнитных полей внутри каждой частицы, воспользовавшись преобразованием Борена [40], решение (1) можно представить в виде

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} = \hat{A} \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_L \\ \mathbf{Q}_R \end{pmatrix}, \quad \hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & -iZ \\ -i/Z & 1 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где  $Z = \mu/\sqrt{\varepsilon\mu}$ , а компоненты преобразованного поля удовлетворяют уравнениям [40]

$$\begin{aligned} \text{rot} \mathbf{Q}_L &= +k_L \mathbf{Q}_L, \quad \text{div} \mathbf{Q}_L = 0, \\ \text{rot} \mathbf{Q}_R &= -k_R \mathbf{Q}_R, \quad \text{div} \mathbf{Q}_R = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

в которых

$$k_L = \frac{k_0 \sqrt{\varepsilon\mu}}{1 - \chi \sqrt{\varepsilon\mu}}, \quad k_R = \frac{k_0 \sqrt{\varepsilon\mu}}{1 + \chi \sqrt{\varepsilon\mu}} \quad (9)$$

– волновые числа волн с левой (L) и правой (R) циркулярными поляризациями;  $\chi = k_0 \eta$  – безразмерный параметр киральности, считающийся малым:  $|\chi \sqrt{\varepsilon\mu}| < 1$ . Противоположный случай  $|\chi \sqrt{\varepsilon\mu}| > 1$  соответствует другой физике и будет рассмотрен в отдельной публикации. Заметим, что в настоящей работе мы принимаем  $\sqrt{\varepsilon\mu} = \sqrt{\varepsilon} \sqrt{\mu}$ . Такое определение квадратных корней обеспечивает правильные показатели преломления материалов различных типов, а также положительность коэффициентов экстинкции.

Выражения для напряженностей электрического и магнитного полей внутри  $s$ -й киральной частицы в соответствии с (7) имеют вид

$${}^s\mathbf{E}^{\text{in}} = {}^s\mathbf{Q}_L - iZ {}^s\mathbf{Q}_R, \quad {}^s\mathbf{H}^{\text{in}} = -\frac{i}{Z} {}^s\mathbf{Q}_L + {}^s\mathbf{Q}_R, \quad (10)$$

где

$${}^s\mathbf{Q}_L = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n {}^sA_{mn} ({}^s\mathbf{N}\boldsymbol{\psi}_{mn}^L + {}^s\mathbf{M}\boldsymbol{\psi}_{mn}^L);$$

$${}^s\mathbf{Q}_R = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n {}^sB_{mn} ({}^s\mathbf{N}\boldsymbol{\psi}_{mn}^R - {}^s\mathbf{M}\boldsymbol{\psi}_{mn}^R);$$
(11)

${}^s\mathbf{N}\boldsymbol{\psi}_{mn}^{(J)}$  и  ${}^s\mathbf{M}\boldsymbol{\psi}_{mn}^{(J)}$  ( $J = L, R$ ) – векторные сферические гармоники [14]; коэффициенты разложения  ${}^sA_{mn}$  и  ${}^sB_{mn}$  могут

быть найдены с помощью граничных условий. Из (11) следует, что  ${}^s\mathbf{Q}_L$  и  ${}^s\mathbf{Q}_R$  выражаются через фиксированные комбинации векторных гармоник  ${}^s\mathbf{N}\boldsymbol{\psi}_{mn}^L + {}^s\mathbf{M}\boldsymbol{\psi}_{mn}^L$  и  ${}^s\mathbf{N}\boldsymbol{\psi}_{mn}^R - {}^s\mathbf{M}\boldsymbol{\psi}_{mn}^R$ , которые всегда имеют отличную от нуля компоненту вдоль радиуса и, следовательно, не сводятся к обычным ТМ или ТЕ полям.

Для нахождения неизвестных коэффициентов разложений (11) и (6) необходимо воспользоваться граничными условиями непрерывности тангенциальных компонент напряженностей электрического и магнитного полей на поверхностях сфер [41], а также теоремой сложения векторных сферических гармоник [29–31]. Эта теорема позволяет векторные гармоники, описывающие поля вне кластера в одних локальных координатах (например, для  $s = 2$ ), представить в виде разложений по гармоникам, записанных в других локальных координатах ( $s = 1$ ), как это указано в Приложении. Подставляя данные разложения в (6), получаем выражения для напряженностей  ${}^2\mathbf{E}^{\text{out}}$  и  ${}^2\mathbf{H}^{\text{out}}$  ( $s = 2$ ) в виде рядов по векторным сферическим гармоникам в координатах первой сферы ( $s = 1$ ). Найденные таким образом выражения складываются с выражениями для  ${}^1\mathbf{E}^{\text{out}}$  и  ${}^1\mathbf{H}^{\text{out}}$  ( $s = 1$ ) (см. формулы (5)) и уже могут применяться для сшивки полей на поверхности первой частицы. Аналогичные действия проводятся при использовании граничных условий на поверхности второй частицы.

Поскольку рассматриваемая молекула находится вне сферических частиц, то для нахождения скорости спонтанного распада, которая выражается через поток энергии на бесконечности, соотношения для коэффициентов  ${}^1A_{mn}$ ,  ${}^1B_{mn}$ ,  ${}^2A_{mn}$  и  ${}^2B_{mn}$ , входящих в формулы для полей внутри сфер, нам не понадобятся. Для коэффициентов  ${}^1C_{mn}$ ,  ${}^1D_{mn}$ ,  ${}^2C_{mn}$  и  ${}^2D_{mn}$ , которые описывают рассеянное поле, можно получить следующие системы уравнений:

$$\begin{aligned} {}^1C_{mn} + \sum_{q=|m|}^{\infty} (V_{mnq} \alpha_n - iW_{mnq} \delta_n) {}^2C_{mq} \\ + \sum_{q=|m|}^{\infty} (W_{mnq} \alpha_n - iV_{mnq} \delta_n) {}^2D_{mq} = -\alpha_n {}^1A_{mn}^{(0)} + i\delta_n {}^1B_{mn}^{(0)}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} {}^1D_{mn} + \sum_{q=|m|}^{\infty} (V_{mnq} \beta_n - iW_{mnq} \delta_n) {}^2D_{mq} \\ + \sum_{q=|m|}^{\infty} (W_{mnq} \beta_n - iV_{mnq} \delta_n) {}^2C_{mq} = -\beta_n {}^1B_{mn}^{(0)} + i\delta_n {}^1A_{mn}^{(0)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}^2C_{mn} + \sum_{q=|m|}^{\infty} (-1)^{q+n} (V_{mnq} \alpha_n + iW_{mnq} \delta_n) {}^1C_{mq} \\ - \sum_{q=|m|}^{\infty} (-1)^{q+n} (W_{mnq} \alpha_n + iV_{mnq} \delta_n) {}^1D_{mq} = -\alpha_n {}^2A_{mn}^{(0)} + i\delta_n {}^2B_{mn}^{(0)}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} {}^2D_{mn} + \sum_{q=|m|}^{\infty} (-1)^{q+n} (V_{mnq} \beta_n + iW_{mnq} \delta_n) {}^1D_{mq} \\ - \sum_{q=|m|}^{\infty} (-1)^{q+n} (W_{mnq} \beta_n + iV_{mnq} \delta_n) {}^1C_{mq} = -\beta_n {}^2B_{mn}^{(0)} + i\delta_n {}^2A_{mn}^{(0)}, \end{aligned}$$

где нижний предел суммирования по  $q$  следует полагать равным 1 при  $m = 0$  и равным  $|m|$  при  $m \neq 0$ ; функции  $V_{mnq}$  и  $W_{mnq}$  даны в Приложении. Выражения для коэффициентов рассеяния  $\alpha_n$ ,  $\beta_n$  и  $\delta_n$  имеют вид

$$\alpha_n = \frac{A_n^L W_n^R + A_n^R W_n^L}{V_n^L W_n^R + V_n^R W_n^L}, \quad \beta_n = \frac{V_n^L B_n^R + V_n^R B_n^L}{V_n^L W_n^R + V_n^R W_n^L}, \quad (14)$$

$$\delta_n = -i \frac{V_n^L A_n^R - V_n^R A_n^L}{V_n^L W_n^R + V_n^R W_n^L} = i \frac{B_n^L W_n^R - B_n^R W_n^L}{V_n^L W_n^R + V_n^R W_n^L},$$

где введены обозначения ( $J = L, R$ )

$$\begin{aligned} A_n^{(J)} &= \psi_n(k_J a) \psi_n'(k_0 a) - Z \psi_n'(k_J a) \psi_n(k_0 a); \\ B_n^{(J)} &= Z \psi_n(k_J a) \psi_n'(k_0 a) - \psi_n'(k_J a) \psi_n(k_0 a); \\ V_n^{(J)} &= \psi_n(k_J a) \zeta_n'(k_0 a) - Z \psi_n'(k_J a) \zeta_n(k_0 a); \\ W_n^{(J)} &= Z \psi_n(k_J a) \zeta_n'(k_0 a) - \psi_n'(k_J a) \zeta_n(k_0 a); \end{aligned} \quad (15)$$

функции Риккати–Бесселя  $\psi_n(k_J a)$  и  $\zeta_n(k_0 a)$  определены в Приложении; штрих при функции означает производную по ее аргументу.

Как видно из (12) и (13), структура полученных уравнений такова, что индекс  $n$  в них меняется, в то время как индекс  $m$  может быть зафиксирован. При численном решении (12) и (13) используются укороченные уравнения с ограничением  $n \leq N_{\max}$ . При этом, чем больше  $N_{\max}$ , тем точнее результаты для коэффициентов  ${}^s C_{mn}$  и  ${}^s D_{mn}$ , что обусловлено их стремлением к нулю при  $n \rightarrow \infty$  [42]. Следует также принимать во внимание взаимное расположение сферических частиц: чем ближе они находятся друг к другу, тем большее  $N_{\max}$  необходимо использовать для достижения заданной точности [42].

### 3. Радиационная скорость спонтанного распада киральной молекулы вблизи кластера из двух киральных сферических частиц

Относительную радиационную скорость спонтанного распада киральной молекулы вблизи кластера из двух киральных сферических частиц можно вычислить как отношение полной мощности излучения системы молекула + кластер  $P_{\text{rad}}$  к мощности излучения молекулы в отсутствие кластера  $P_{\text{rad}0}$  [43]. Мощность  $P_{\text{rad}}$  вычисляется по формуле [41]

$$P_{\text{rad}} = \frac{c}{8\pi} \int_S dS \text{Re}([(E^{\text{out}} + {}^s E_0), (H^{\text{out}*} + {}^s H_0^*)]n), \quad (16)$$

где интегрирование проводится по замкнутой поверхности  $S$ , охватывающей молекулу и частицы;  $n$  – внешняя нормаль к этой поверхности. Мощность  $P_{\text{rad}0}$  легко может быть найдена из (16), если положить рассеянные поля равными нулю:

$$P_{\text{rad}0} = \frac{ck_0^4}{3} (|d_0|^2 + |m_0|^2). \quad (17)$$

Естественно, это выражение совпадает с суммарной мощностью излучения электрического и магнитного диполей, т. к. между ними нет интерференции.

В качестве поверхности  $S$ , по которой проводится интегрирование в (16), удобно взять сферу бесконечно большого радиуса с центром, совпадающим с центром какой-либо из локальных систем координат. Например, прово-

дя вычисления в локальных координатах, связанных с первой частицей ( $s = 1$ ), и нормируя на мощность излучения в свободном пространстве, находим для радиационной скорости  $\gamma_{\text{rad}}$  выражение

$$\frac{\gamma_{\text{rad}}}{\gamma_0} = \frac{P_{\text{rad}}}{P_{\text{rad}0}} = \frac{3}{2k_0^6 (|d_0|^2 + |m_0|^2)} \times \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{n(n+1)(n+m)!}{2n+1(n-m)!} (|{}^1 C_{mn}^{(0)} + {}^1 \tilde{C}_{mn}|^2 + |{}^1 D_{mn}^{(0)} + {}^1 \tilde{D}_{mn}|^2), \quad (18)$$

где  $\gamma_0 = P_{\text{rad}0}/(\hbar\omega)$  – скорость спонтанного распада киральной молекулы в свободном пространстве;

$${}^1 \tilde{C}_{mn} = {}^1 C_{mn} + \sum_{q=|m|}^{\infty} (\tilde{V}_{mnq} {}^2 C_{mq} + \tilde{W}_{mnq} {}^2 D_{mq}), \quad (19)$$

$${}^1 \tilde{D}_{mn} = {}^1 D_{mn} + \sum_{q=|m|}^{\infty} (\tilde{V}_{mnq} {}^2 D_{mq} + \tilde{W}_{mnq} {}^2 C_{mq}).$$

В выражениях (19) нижний предел суммирования по  $q$  следует полагать равным 1 при  $m = 0$  и равным  $|m|$  при  $m \neq 0$ ; функции  $\tilde{V}_{mnq}$  и  $\tilde{W}_{mnq}$  даны в Приложении. Следует отметить, что соотношение (18) соответствует переходу в молекуле с некоторого возбужденного состояния в основное, т. е. случаю двухуровневой молекулы. При этом  $d_0$  и  $-im_0$  должны рассматриваться как электрический и магнитный дипольные моменты такого перехода. Для учета возможности перехода в несколько состояний надо лишь просуммировать соответствующие парциальные ширины линий (18).

### 4. Анализ полученных результатов и графические иллюстрации

Процесс спонтанного излучения киральной молекулы, расположенной вблизи кластера из двух киральных сферических частиц, является весьма сложным, и ниже для наглядности будут приведены графические иллюстрации некоторых возможных режимов взаимодействия киральной молекулы с кластерами различного состава. При этом мы ограничимся рассмотрением только наиболее интересного случая, когда киральная молекула находится в зазоре между киральными частицами на общей оси  $z$ , проходящей через центры частиц (рис. 1), т. к. в этом случае локальные поля максимальны. В данной геометрии положение молекулы описывается углами  ${}^1\theta_0 = 0$  и  ${}^2\theta_0 = \pi$ , и выражения для коэффициентов  ${}^s A_{mn}^{(0)}$ ,  ${}^s B_{mn}^{(0)}$ ,  ${}^s C_{mn}^{(0)}$  и  ${}^s D_{mn}^{(0)}$  существенно упрощаются (см. Приложение), поэтому отличными от нуля являются лишь коэффициенты  ${}^s C_{mn}$  и  ${}^s D_{mn}$  с  $m = 0, \pm 1$ .

Далее мы рассмотрим киральную молекулу с равными декартовыми проекциями электрического ( $d_{0x} = d_{0y} = d_{0z}$ ) и магнитного ( $m_{0x} = m_{0y} = m_{0z}$ ) дипольных моментов. Такой выбор молекулы позволяет изучать все особенности спонтанного излучения одновременно, т. к. в сферах возбуждаются моды всех типов. При этом будем называть молекулы с параллельными  $m_0$  и  $d_0$  правыми молекулами, а молекулы с антипараллельными  $m_0$  и  $d_0$  – левыми молекулами.

На рис. 2 показаны зависимости от размера частиц  $k_0 a$  радиационной скорости спонтанного распада киральной молекулы, расположенной в зазоре кластера из двух диэлектрических частиц вблизи поверхности первой частицы, для случаев частиц без киральных свойств (рис. 2, а) и с



небольшой киральностью (рис.2,б) при различных относительных расстояниях  $l/(2a)$  между частицами. Хорошо видно, что при больших расстояниях между частицами скорость спонтанного распада стремится к скорости распада для одной частицы. Это не выполняется в случае близкого расположения частиц. Весьма важным здесь является то, что максимум радиационной скорости спонтанного распада возникает для сфер малых размеров (или для больших длин волн).

Киральность сферических частиц приводит как к перераспределению положения максимумов радиационной скорости спонтанного распада, так и к возникновению высокодобротных, по сравнению со случаем кластера из некиральных частиц, резонансов (ср. рис.2,а и б). В целом наличие киральности увеличивает скорость спонтанного распада. При этом очень важным является то, что, по сравнению с некиральными сферами, имеется заметное различие между радиационными скоростями спонтанного распада для правых и левых молекул (рис.2,б).

На рис.3 показана скорость спонтанного распада киральной молекулы, расположенной вблизи одной кираль-

ной сферической частицы (рис.3,а) и в зазоре между двумя киральными частицами вблизи поверхности первой из них (рис.3,б), как функция параметра киральности  $\chi$ . Хорошо видно, что зависимость радиационной скорости спонтанного распада для молекулы в зазоре кластера от параметра киральности существенно изменяется по сравнению со случаем молекулы вблизи одиночной сферы. Наиболее значительные различия возникают для киральных частиц, изготовленных из метаматериала с отрицательным показателем преломления ( $\epsilon = -4, \mu = -1.1$ ). Видно также, что при близком расположении таких частиц ( $l/(2a) = 1.1$ ) возникает большое число высокодобротных максимумов в зависимости радиационной скорости от  $\chi$ , а сама зависимость становится значительно сложнее, чем для одиночной частицы. По-видимому, это является следствием того, что в кластере из двух киральных сферических частиц с отрицательным показателем преломления возбуждаются сильно локализованные в зазоре моды, которые отсутствуют в случае одиночной частицы. Такие моды возникают также в случае кластера из двух металлических наночастиц [11].

Для кластера из двух киральных сферических частиц со свойствами диэлектрика ( $\epsilon = 4, \mu = 1$ ) также имеются отличия от случая одной киральной диэлектрической сферы. В частности, хорошо видно, что возрастает число макси-

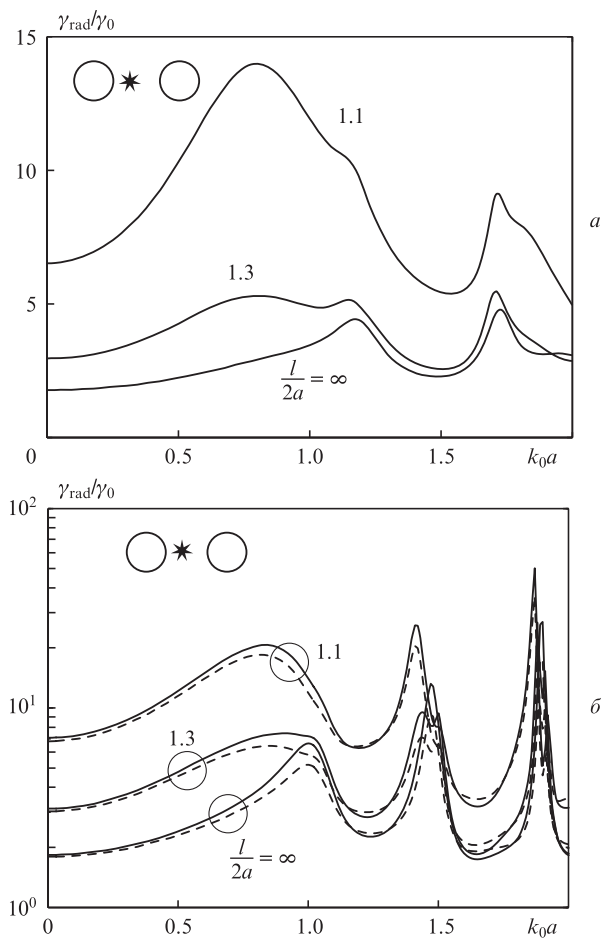


Рис.2. Радиационная скорость спонтанного распада киральной молекулы, расположенной вблизи поверхности первой сферической частицы кластера ( $^1r_0 \rightarrow a, ^2r_0 = l - a$ ), как функция размера частиц  $k_0a$  при различных относительных расстояниях между частицами  $l/(2a)$ . Диэлектрическая и магнитная проницаемости частиц  $\epsilon = 6$  и  $\mu = 1$ , параметр киральности  $\chi = 0$  (а) и 0.1 (б). Случай одиночной частицы ( $l/(2a) = \infty$ ) отвечает положению молекулы вблизи поверхности частицы на положительной части оси  $z$ . Сплошные кривые соответствуют правой молекуле ( $\mathbf{m}_0 = +0.1\mathbf{d}_0$ ), а штриховые – левой молекуле ( $\mathbf{m}_0 = -0.1\mathbf{d}_0$ ). В случае некиральных частиц зависимости для правых и левых молекул совпадают.

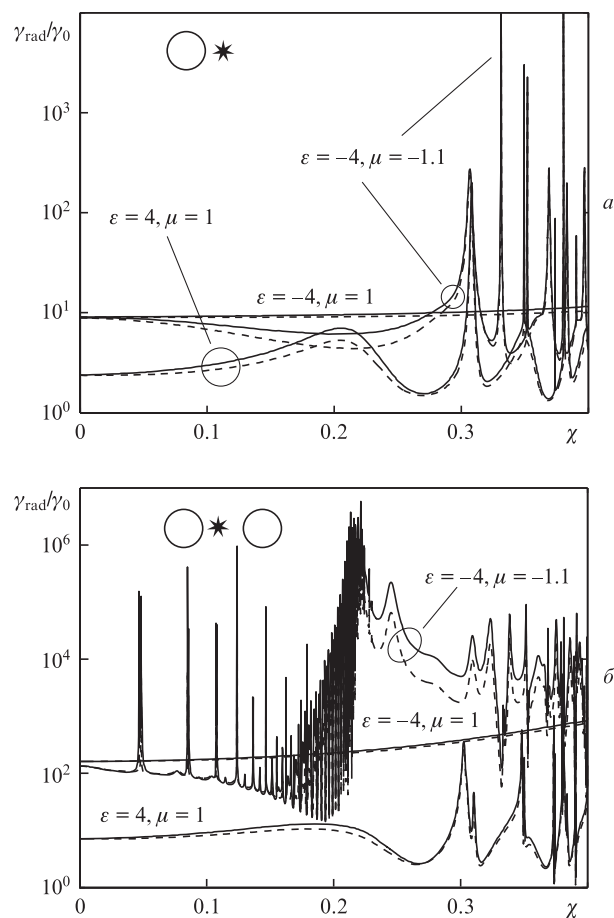


Рис.3. Зависимости радиационной скорости спонтанного распада киральной молекулы от параметра киральности  $\chi$ . Молекула расположена вблизи поверхности одиночной сферической частицы на положительной части оси  $z$  ( $^1r \rightarrow a, ^2r \rightarrow \infty$ ) (а) и вблизи поверхности первой сферической частицы кластера ( $^1r_0 \rightarrow a, ^2r_0 = l - a$ ) (б). Сплошные кривые соответствуют правой молекуле ( $\mathbf{m}_0 = +0.1\mathbf{d}_0$ ), а штриховые – левой молекуле ( $\mathbf{m}_0 = -0.1\mathbf{d}_0$ ). Относительное расстояние между частицами кластера  $l/(2a) = 1.1$ , размер частиц  $k_0a = 1$ .

мумов радиационной скорости спонтанного распада, но не столь значительно, как для частиц из метаматериала.

Для киральных частиц со свойствами металла ( $\varepsilon = -4$ ,  $\mu = 1$ ) зависимость радиационной скорости спонтанного распада от  $\chi$  выражена слабо, что обусловлено мнимостью показателя преломления  $\sqrt{\varepsilon\mu}$ , т. е. отсутствием распространяющихся в сферах волн. Заметно лишь увеличение радиационной скорости спонтанного распада для молекулы в зазоре кластера по сравнению с молекулой вблизи одной частицы (ср. рис.3,*a* и *b*).

Отметим здесь, что для наблюдения значительного различия между скоростями спонтанного распада для правых и левых молекул необходимо достаточно большое значение параметра киральности. В настоящее время для киральных метаматериалов это возможно в радиодиапазоне [44, 45]. Тем не менее уменьшение размера киральных метаатомов [46] позволяет надеяться на получение аналогичных результатов в микроволновом и оптическом диапазонах.

На рис.4 показана радиационная скорость спонтанного распада киральной молекулы, расположенной вблизи одиночной киральной сферической наночастицы (рис.4,*a*) и в зазоре между наночастицами кластера вблизи поверхности первой наносферы (рис.4,*b*), как функция диэлектрической проницаемости при заданном значении магнитной проницаемости ( $\mu = -1.6$ ). Видно, что для правых и левых энантиомеров молекул радиационная скорость

спонтанного распада принимает существенно различные значения, и, следовательно, возможно эффективное управление их свойствами [13]. При этом в случае кластера из наночастиц наблюдается увеличение, по сравнению со случаем одиночной наночастицы, числа максимумов радиационной скорости спонтанного распада, что обусловлено большим числом возбуждаемых поверхностных (кирально-плазмонных) мод в кластере. Увеличение числа возбуждаемых мод позволяет управлять спонтанным излучением киральной молекулы, расположенной в зазоре кластера, путем изменения расстояния между наночастицами. Кроме того, из сравнения рис.4,*a* и *b* следует, что радиационная скорость спонтанного распада для киральной молекулы в зазоре между наносферами принимает существенно большие значения, чем для молекулы вблизи одной наночастицы.

Киральные молекулы играют особенно важную роль в биологии и фармацевтике. Поэтому чрезвычайно важно уметь проводить селекцию правых и левых энантиомеров киральных молекул в рацемических смесях. На рис.5 показаны отношение скорости спонтанного излучения для левой молекулы к скорости распада для правой молекулы ( $\gamma_{\text{rad}}^L/\gamma_{\text{rad}}^R$ ) и обратное отношение ( $\gamma_{\text{rad}}^R/\gamma_{\text{rad}}^L$ ) в зависимости от диэлектрической и магнитной проницаемостей кластера из двух киральных сферических наночастиц. Молекула расположена в зазоре между наночастицами вблизи поверхности первой наносферы. Видно, что при определен-

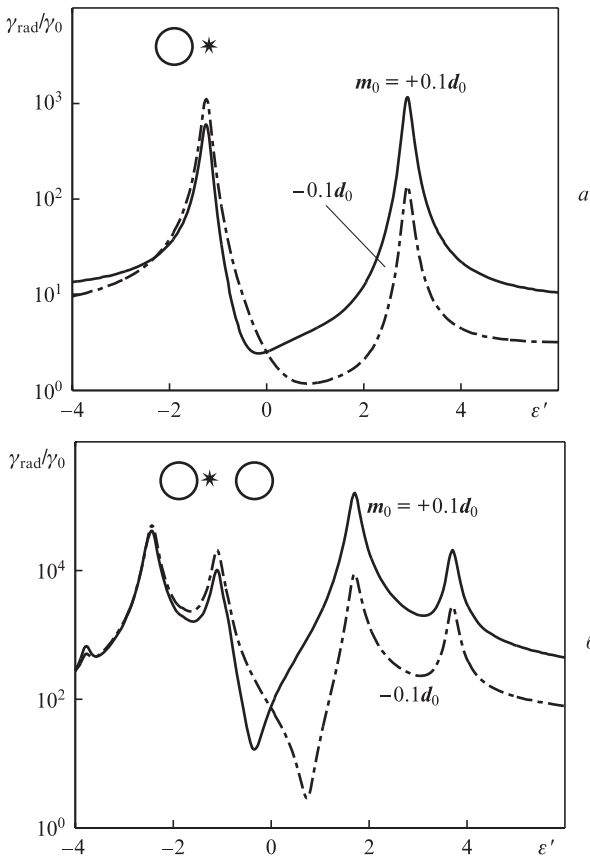


Рис.4. Зависимости радиационной скорости спонтанного распада правой ( $m_0 = +0.1d_0$ ) и левой ( $m_0 = -0.1d_0$ ) киральных молекул от действительной части диэлектрической проницаемости  $\varepsilon = \varepsilon' + i0.1$  при  $\mu = -1.6$ ,  $k_0a = 0.1$  и  $\chi = 0.2$ . Молекула расположена вблизи поверхности одиночной сферической частицы на положительной части оси  $z$  ( $^1r \rightarrow a$ ,  $^2r \rightarrow \infty$ ) (*a*) и вблизи поверхности первой сферической частицы кластера ( $^1r_0 \rightarrow a$ ,  $^2r_0 = l - a$ ) (*b*). Относительное расстояние между частицами  $l/(2a) = 1.1$ .

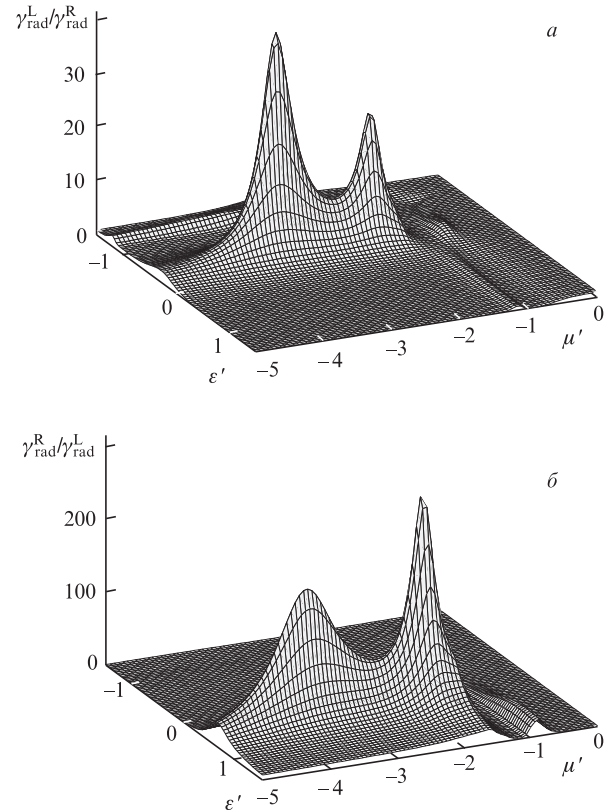


Рис.5. Отношение радиационной скорости спонтанного распада левой ( $m_0 = -0.1d_0$ ) киральной молекулы к радиационной скорости спонтанного распада правой ( $m_0 = +0.1d_0$ ) киральной молекулы (*a*) и обратное отношение (*b*) в зависимости от действительных частей диэлектрической ( $\varepsilon = \varepsilon' + i0.1$ ) и магнитной ( $\mu = \mu' + i0.1$ ) проницаемостей материала, из которого сделан кластер из двух сферических киральных частиц с  $k_0a = 0.1$  и  $\chi = 0.2$ . Молекула расположена вблизи поверхности первой сферической частицы кластера ( $^1r_0 \rightarrow a$ ,  $^2r_0 = l - a$ ). Относительное расстояние между частицами  $l/(2a) = 1.1$ .

ных значениях  $\varepsilon$  и  $\mu$  имеется значительное различие в радиационных скоростях спонтанного распада для правых и левых энантиомеров молекул: в  $\sim 40$  или даже в  $\sim 300$  (и более) раз в зависимости от того, молекулу с какой киральностью рассматривать как реперную. В случае аналогичных одиночных киральных наносфер различие в радиационных скоростях спонтанного распада энантиомеров тоже очень значительно: в  $\sim 15$  и в  $\sim 60$  раз [13].

Существенное различие между скоростями излучения правых и левых молекул, расположенных в зазоре кластера из двух киральных наночастиц из метаматериалов, может быть основой для создания приборов, позволяющих проводить обнаружение и селекцию энантиомеров киральных молекул в рацемических смесях по аналогии с тем, как это может быть сделано в случае одиночных наночастиц [13]. Из рис.5 видно, что кластер из наночастиц с одновременно отрицательными  $\varepsilon$  и  $\mu$  будет ускорять распад для левых молекул и замедлять его для правых молекул, а кластер из наночастиц с  $\varepsilon > 0$  и  $\mu < 0$  будет, наоборот, ускорять распад для правых молекул и замедлять его для левых молекул. При этом с практической точки зрения наиболее подходящими являются киральные частицы из метаматериала с  $\varepsilon > 0$  и  $\mu < 0$ , поскольку технология их создания (технология разомкнутых кольцевых резонаторов) в настоящее время хорошо отработана [47, 48].

## 5. Заключение

Таким образом, в настоящей работе получены аналитические выражения для радиационной скорости спонтанного распада киральной (оптически активной) молекулы, расположенной вблизи кластера из двух одинаковых киральных (би-изотропных) сферических частиц с произвольными материальным составом, размерами и взаимным расположением. Исследованы особенности спонтанного излучения правых и левых энантиомеров киральных молекул для киральных кластеров из различных материалов.

Показано, что для киральных молекул в зазоре между наночастицами кластеров из кирального метаматериала с одновременно отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями, а также из кирального метаматериала с отрицательной магнитной и положительной диэлектрической проницаемостями имеется значительное различие между радиационными скоростями спонтанного распада для правых и левых энантиомеров молекул, которое может быть существенно больше, чем в случае одиночных киральных наночастиц.

Полученные результаты можно использовать для расчета радиационной скорости спонтанного распада для киральных молекул, расположенных вблизи кластера из двух киральных сферических частиц, для интерпретации экспериментальных данных по взаимодействию киральных молекул и киральных частиц, а также для проектирования нанобиосенсоров.

В настоящей работе мы рассмотрели лишь радиационную скорость спонтанного распада (скорость спонтанного излучения), т. к. именно эта величина измеряется детекторами. Нерадиационный канал спонтанного распада, т. е. канал, связанный с джоулевыми потерями в веществе сфер, будет рассмотрен в отдельной публикации.

Авторы выражают благодарность Белорусскому республиканскому фонду фундаментальных исследований (грант № Ф12Р-006), РФФИ (гранты № 14-02-00290

и 15-52-52006) и фонду «Сколково» за финансовую поддержку данной работы.

## Приложение. Коэффициенты разложений электромагнитных полей по векторным сферическим гармоникам

Входящие в (4) коэффициенты  ${}^sA_{mn}^{(0)}$ ,  ${}^sB_{mn}^{(0)}$ ,  ${}^sC_{mn}^{(0)}$  и  ${}^sD_{mn}^{(0)}$  могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{Bmatrix} {}^sA_{mn}^{(0)} \\ {}^sB_{mn}^{(0)} \end{Bmatrix} = ik_0^3 \left( \begin{Bmatrix} {}^sF_{mn}(\mathbf{d}_0) \\ {}^sG_{mn}(\mathbf{d}_0) \end{Bmatrix} + i \begin{Bmatrix} {}^sG_{mn}(-i\mathbf{m}_0) \\ {}^sF_{mn}(-i\mathbf{m}_0) \end{Bmatrix} \right), \quad (\text{П.1})$$

$$\begin{Bmatrix} {}^sC_{mn}^{(0)} \\ {}^sD_{mn}^{(0)} \end{Bmatrix} = ik_0^3 \left( \begin{Bmatrix} {}^s\tilde{F}_{mn}(\mathbf{d}_0) \\ {}^s\tilde{G}_{mn}(\mathbf{d}_0) \end{Bmatrix} + i \begin{Bmatrix} {}^s\tilde{G}_{mn}(-i\mathbf{m}_0) \\ {}^s\tilde{F}_{mn}(-i\mathbf{m}_0) \end{Bmatrix} \right),$$

где

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} {}^sF_{mn}(c_0) \\ {}^s\tilde{F}_{mn}(c_0) \end{Bmatrix} &= -\frac{1}{2}(c_{0x} - ic_{0y}) \\ &\times \left[ \frac{1}{n} \begin{Bmatrix} {}^sb_{m-1,n-1} \\ {}^s\tilde{b}_{m-1,n-1} \end{Bmatrix} - \frac{1}{n+1} \begin{Bmatrix} {}^sb_{m-1,n+1} \\ {}^s\tilde{b}_{m-1,n+1} \end{Bmatrix} \right] + \frac{1}{2}(c_{0x} + ic_{0y}) \\ &\times \left[ \frac{(n-m-1)(n-m)}{n} \begin{Bmatrix} {}^sb_{m+1,n-1} \\ {}^s\tilde{b}_{m+1,n-1} \end{Bmatrix} \right. \\ &\left. - \frac{(n+m+1)(n+m+2)}{n+1} \begin{Bmatrix} {}^sb_{m+1,n+1} \\ {}^s\tilde{b}_{m+1,n+1} \end{Bmatrix} \right] \\ &+ c_{0z} \left[ \frac{n-m}{n} \begin{Bmatrix} {}^sb_{m,n-1} \\ {}^s\tilde{b}_{m,n-1} \end{Bmatrix} + \frac{n+m+1}{n+1} \begin{Bmatrix} {}^sb_{m,n+1} \\ {}^s\tilde{b}_{m,n+1} \end{Bmatrix} \right]; \quad (\text{П.2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} {}^sG_{mn}(c_0) \\ {}^s\tilde{G}_{mn}(c_0) \end{Bmatrix} &= \frac{1}{2}(c_{0y} + ic_{0x}) \frac{(2n+1)}{n(n+1)} \begin{Bmatrix} {}^sb_{m-1,n} \\ {}^s\tilde{b}_{m-1,n} \end{Bmatrix} \\ &- \frac{1}{2}(c_{0y} - ic_{0x}) \frac{(n-m)(n+m+1)(2n+1)}{n(n+1)} \begin{Bmatrix} {}^sb_{m+1,n} \\ {}^s\tilde{b}_{m+1,n} \end{Bmatrix} \\ &+ ic_{0z} \frac{m(2n+1)}{n(n+1)} \begin{Bmatrix} {}^sb_{mn} \\ {}^s\tilde{b}_{mn} \end{Bmatrix}; \quad (\text{П.3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} {}^sb_{mn} \\ {}^s\tilde{b}_{mn} \end{Bmatrix} &= \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \frac{1}{k_0^s r_0} \begin{Bmatrix} \zeta_n(k_0^s r_0) \\ \psi_n(k_0^s r_0) \end{Bmatrix} \\ &\times P_n^m(\cos^s \theta_0) \exp(-im^s \varphi_0); \quad (\text{П.4}) \end{aligned}$$

${}^s r_0$ ,  ${}^s \theta_0$  и  ${}^s \varphi_0$  – сферические координаты положения киральной молекулы в  $s$ -й локальной системе координат;  $\zeta_n(k_0^s r_0) = (\pi k_0^s r_0 / 2)^{1/2} H_{n+1/2}^{(1)}(k_0^s r_0)$  и  $\psi_n(k_0^s r_0) = (\pi k_0^s r_0 / 2)^{1/2} J_{n+1/2}(k_0^s r_0)$  – функции Риккати–Бесселя;  $H_{n+1/2}^{(1)}(k_0^s r)$  и  $J_{n+1/2}(k_0^s r)$  – функция Ханкеля первого рода и функция Бесселя соответственно [49];  $P_n^m(\cos^s \theta_0)$  – присоединенная функция Лежандра [49].

В частном случае киральной молекулы, расположенной на общей декартовой оси  $z$  (т. е. для  ${}^s \theta_0 = 0$  или  ${}^s \theta_0 = \pi$ ), можно получить более простые выражения:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} {}^sF_{mn}(c_0) \\ {}^s\tilde{F}_{mn}(c_0) \end{Bmatrix} &= -\frac{1}{2} [\delta_{m1}(c_{0x} - ic_{0y}) \\ &- \delta_{m,-1}(c_{0x} + ic_{0y}) n(n+1)] \frac{2n+1}{n(n+1)} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{1}{k_0^s r_0} \left\{ \zeta'_n(k_0^s r_0) \right\} P_{n+1}(\cos^s \theta_0) \\ & + \delta_{m0} c_{0z} \frac{2n+1}{(k_0^s r_0)^2} \left\{ \zeta_n(k_0^s r_0) \right\} P_{n+1}(\cos^s \theta_0), \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} {}^s G_{mn}(\mathbf{c}_0) \\ {}^s \tilde{G}_{mn}(\mathbf{c}_0) \end{array} \right\} &= \frac{1}{2} [\delta_{m1}(c_{0y} + i c_{0x}) \\ & - \delta_{m,-1}(c_{0y} - i c_{0x}) n(n+1)] \frac{(2n+1)}{n(n+1)} \\ & \times \frac{1}{k_0^s r_0} \left\{ \zeta_n(k_0^s r_0) \right\} P_n(\cos^s \theta_0), \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

где штрих при функции означает производную по ее аргументу;  $\delta_{mp}$  – дельта-символ Кронекера, равный 1 при  $m = p$  и нулю в других случаях.

Для использования граничных условий в задаче о кластере из двух сферических частиц следует применять теорему сложения векторных сферических гармоник [29–31, 42], с помощью которой в рассматриваемом случае можно, например, записать

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} {}^2 N \zeta_{mq} \\ {}^2 M \zeta_{mq} \end{array} \right\} &= \\ &= \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=|m|}^{\infty} \left[ V_{mnq} \left\{ \begin{array}{l} {}^1 N \psi_{mn}^{(0)} \\ {}^1 M \psi_{mn}^{(0)} \end{array} \right\} + W_{mnq} \left\{ \begin{array}{l} {}^1 M \psi_{mn}^{(0)} \\ {}^1 N \psi_{mn}^{(0)} \end{array} \right\} \right], |r| < l, \\ \sum_{n=|m|}^{\infty} \left[ \tilde{V}_{mnq} \left\{ \begin{array}{l} {}^1 N \zeta_{mn} \\ {}^1 M \zeta_{mn} \end{array} \right\} + \tilde{W}_{mnq} \left\{ \begin{array}{l} {}^1 M \zeta_{mn} \\ {}^1 N \zeta_{mn} \end{array} \right\} \right], |r| > l, \end{array} \right. \end{aligned} \quad (\text{П.7})$$

где нижний предел суммирования следует полагать равным 1 при  $m = 0$  и равным  $|m|$  при  $m \neq 0$ ;  $l$  – расстояние между началами локальных систем координат (рис.1). Входящие в (П.7) функции определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} V_{mnq} \\ \tilde{V}_{mnq} \end{array} \right\} &= \left\{ \begin{array}{l} U_{mnq} \\ \tilde{U}_{mnq} \end{array} \right\} - k_0 l \left[ \frac{n-m}{n(2n-1)} \left\{ \begin{array}{l} U_{m,n-1,q} \\ \tilde{U}_{m,n-1,q} \end{array} \right\} \right. \\ & \left. + \frac{n+m+1}{(n+1)(2n+3)} \left\{ \begin{array}{l} U_{m,n+1,q} \\ \tilde{U}_{m,n+1,q} \end{array} \right\} \right], \\ \left\{ \begin{array}{l} W_{mnq} \\ \tilde{W}_{mnq} \end{array} \right\} &= - \frac{imk_0 l}{n(n+1)} \left\{ \begin{array}{l} U_{mnq} \\ \tilde{U}_{mnq} \end{array} \right\}, \end{aligned} \quad (\text{П.8})$$

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} U_{mnq} \\ \tilde{U}_{mnq} \end{array} \right\} &= \left[ \frac{(n-m)!(q+m)!}{(n+m)!(q-m)!} \right]^{1/2} \times \\ & \sum_{\sigma=|n-q|}^{n+q} \frac{i^{n-q-\sigma}}{k_0 l} \left\{ (-1)^m (2n+1) \zeta_{\sigma}(k_0 l) C_{qmn, -m}^{\sigma 0} C_{q0n0}^{\sigma 0} \right\}, \end{aligned} \quad (\text{П.9})$$

где  $C_{\alpha\beta\gamma}^{\sigma}$  – коэффициенты Клебша–Гордана [50].

- Lindell I.V., Sihvola A.H., Tretyakov S.A., Viitanen A.J. *Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-isotropic Media* (Boston: Artech House Publishers, 1994).
- Wang B., Zhou J., Koschny T., Soukoulis C.M. *Appl. Phys. Lett.*, **94**, 151112 (2009).
- Zhou J., Dong J., Wang B., Koschny Th., Kafesaki M., Soukoulis C.M. *Phys. Rev. B*, **79**, 121104(R) (2009).
- Plum E., Zhou J., Dong J., Fedotov V.A., Koschny T., Soukoulis C.M., Zheludev N.I. *Phys. Rev. B*, **79**, 035407 (2009).

- Gansel J.K., Thiel M., Rill M.S., Decker M., Bade K., Saile V., von Freymann G., Linden S., Wegener M. *Science*, **325**, 1513 (2009).
- Chew H. *J. Chem. Phys.*, **87**, 1355 (1987).
- Chew H. *Phys. Rev. A*, **38**, 34s10 (1988).
- Klimov V.V., Letokhov V.S. *Laser Phys.*, **15**, 61 (2005).
- Klimov V.V. *Opt. Commun.*, **211**, 183 (2002).
- Blanco L.A., Garcia de Abajo F.J. *Phys. Rev. B*, **69**, 205414 (2004).
- Klimov V.V., Guzatov D.V. *Phys. Rev. B*, **75**, 024303 (2007).
- Liaw J.-W., Chen C.-S., Chen J.-H. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **111**, 454 (2010).
- Klimov V.V., Guzatov D.V., Ducloy M. *Europhys. Lett.*, **97**, 47004 (2012).
- Guzatov D.V., Klimov V.V. *New J. Phys.*, **14**, 123009 (2012).
- Климов В.В., Гузатов Д.В. *УФН*, **182**, 1130 (2012).
- Голубков А.А., Макаров В.А. *УФН*, **165**, 339 (1995).
- Голубков А.А., Макаров В.А. *Изв. РАН. Сер. физич.*, **59** (12), 93 (1995).
- Drude P. *Lehrbuch der Optik* (Leipzig: Verlag von S.Hirzel, 1906).
- Борн М. *Оптика: учебник электромагнитной теории света* (Харьков–Киев: ГНТИ Украины, 1937).
- Бокуть Б.В., Сердюков А.Н., Федоров Ф.И. *Кристаллография*, **15**, 1002 (1970).
- Horsley S.A.R. *Phys. Rev. A*, **84**, 063822 (2011).
- Агранович В.М., Гинзбург В.Л. *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов* (М.: Наука, 1965).
- Quinten M., Kreibig U. *Appl. Opt.*, **32**, 6173 (1993).
- Borghese F., Denti P., Toscano G., Sindoni O.I. *Appl. Opt.*, **18**, 116 (1979).
- Bruning J.H., Lo Y.T. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, **19**, 378 (1971).
- Fuller K.A., Kattawar G.W. *Opt. Lett.*, **13**, 90 (1988).
- Hamid A.K. *J. Electromagn. Waves Appl.*, **10**, 723 (1996).
- Mackowski D.W. *J. Opt. Soc. Am. A*, **11**, 2851 (1994).
- Fuller K.A. *J. Opt. Soc. Am. A*, **11**, 3251 (1994).
- Dufva T.J., Sarvas J., Sten J.C.-E. *Progr. Electromag. Res.*, **4**, 79 (2008).
- Gerardy J.M., Ausloos M. *Phys. Rev. B*, **25**, 4204 (1982).
- Waterman P.C. *Phys. Rev. D*, **3**, 825 (1971).
- Mishchenko M.I., Travis L.D. *Opt. Commun.*, **109**, 16 (1994).
- Mishchenko M.I., Mackowski D.W., Travis L.D. *Appl. Opt.*, **34**, 4589 (1995).
- Mishchenko M.I., Travis L.D., Mackowski D.W. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **55**, 535 (1996).
- Mackowski D.W., Mishchenko M.I. *J. Opt. Soc. Am. A*, **13**, 2266 (1996).
- Mackowski D.W. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, **70**, 441 (2001).
- Mishchenko M.I., Travis L.D., Lacis A.A. *Scattering, Absorption, and Emission of Light by Small Particles* (New York, Goddard Institute for Space Studies, 2004).
- Chew H., McNulty P.J., Kerker M. *Phys. Rev. A*, **13**, 396 (1976); Erratum: *Phys. Rev. A*, **14**, 2379 (1976).
- Bohren C.F. *Chem. Phys. Lett.*, **29**, 458 (1974).
- Стрэттон Дж.А. *Теория электромагнетизма* (М.–Л.: ОГИЗ ГИТТЛ, 1948).
- Иванов Е.А. *Дифракция электромагнитных волн на двух телах* (Минск: Наука и техника, 1968).
- Klimov V.V., Ducloy M. *Phys. Rev. A*, **69**, 013812 (2004).
- Busse G., Reinert J., Jacob A.F. *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, **47**, 297 (1999).
- Gomez A., Lakhtakia A., Margineda J., Molina-Cuberos G.J., Nunez M.J., Saiz Ipina J.A., Vegas A., Solano M.A. *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, **56**, 2815 (2008).
- Gansel J.K., Thiel M., Rill M.S., Decker M., Bade K., Saile V., von Freymann G., Linden S., Wegener M. *Science*, **325**, 1513 (2009).
- Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C., Nemat-Nasser S.C., Schultz S. *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 4184 (2000).
- Pendry J.B., Holden A.J., Robbins D.J., Stewart W.J. *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, **47**, 2075 (1999).
- Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами*. Под ред. М.Абрамовитца (М.: Наука, 1979).
- Варшавович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К. *Квантовая теория углового момента* (Л.: Наука, 1975).