НАНОФОКУСИРОВКА ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

PACS 78.67.-n; 68.37.Uv; 73.20.Mf

О фокусировке поверхностной плазмонной волны на вершине металлического микроострия

А.Б.Петрин

Исследована фокусировка энергии электромагнитного излучения оптического диапазона частот в наноразмерную пространственную область в окрестности вершины металлического микроострия (радиус закругления вершины порядка нескольких нанометров), возникающая при схождении к нему поверхностной плазмонной (в общем случае плазмонполяритонной) волны. Граница металла вблизи вершины аппроксимируется параболоидом вращения. Показано, что размер фокального пятна в окрестности вершины микроострия в пространственных координатах, нормированных на радиус кривизны вершины, определяется только частотой фокусируемых плазмонов. Проведено сравнение режимов фокусировки при различных частотах.

Ключевые слова: нанофокусировка, поверхностные плазмоны, плазмонный волновод.

1. Введение

Нанофокусировка света является основной задачей современной оптической микроскопии ближнего поля, т. к. позволяет добиться для обычных оптических инструментов разрешения, превышающего дифракционный предел Рэлея [1–14]. Она важна для развития оптических наносенсоров, для доставки фотонов к отдельным молекулам или даже атомам, для проведения локальных спектральных оптических измерений [13–20]. Нанофокусировка света позволяет эффективно управлять потоками информации в устройствах нанооптики [21].

Важнейшее явление, позволяющее осуществить реальную нанофокусировку света, - это необычайно резкое возрастание интенсивности поверхностной плазмон-поляритонной волны в окрестности фокуса – вершины металлического конического микроострия [22, 10]. Оно обусловлено тем, что на геометрически идеальном металлическом острие существует особенность электрического поля сходящейся волны. Это явление хорошо объясняется в квазистатическом приближении, которое выполняется в окрестности вершины идеального конического металлического микроострия [23-25]. Однако идеального конического острия не бывает в природе, вершина реального острия имеет конечный радиус закругления [22]. Хотя теория, построенная для идеального конического острия, и объясняет нанофокусировку, она не дает ответа на вопрос о структуре электромагнитного поля в окрестности закругленной вершины. Для устранения указанного пробела теории в настоящей работе исследуются сфокусированные поля в окрестности вершины металлического микроострия, поверхность которого аппроксимируется осесимметричным параболоидом вращения.

Поступила в редакцию 12 ноября 2014 г., после доработки – 26 января 2015 г.

2. Нахождение особенности электрического поля на вершине металлического микроострия в квазистатическом приближении

Рассмотрим металлическое остриё, поверхность которого вблизи вершины описывается осесимметричным параболоидом вращения (рис.1). Введем параболические координаты (систему параболических координат вращения) α , β , ψ [26], которые связаны с прямоугольными декартовыми координатами x, y, z формулами

$$x = c\alpha\beta\cos\psi, \ y = c\alpha\beta\sin\psi, \ z = \frac{1}{2}c(\beta^2 - \alpha^2),$$
 (1)

где *с* – масштабный постоянный множитель.

Найдем распределение электрического поля вблизи вершины острия. Пусть диэлектрическая проницаемость металла, из которого изготовлено остриё, на циклической частоте поля ω есть ε_m (предполагается комплексное представление полей с временной зависимостью вида $e^{i\omega t}$), а внешняя однородная среда имеет на той же частоте диэлектрическую проницаемость ε_d . В квазистатической фор-



Рис.1. Геометрия задачи.

А.Б.Петрин. Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, 125412 Москва, ул Ижорская, 13, стр.2; e-mail: a_petrin@mail.ru

мулировке потенциал электрического поля должен удовлетворять уравнению Лапласа, а нормальные и тангенциальные составляющие поля на границе острия (параболоида вращения с $\beta = \beta_0$) должны соответствовать условиям

$$E_{\mathrm{d}\tau} = E_{\mathrm{m}\tau}, \quad \varepsilon_{\mathrm{d}} E_{\mathrm{d}\mathrm{n}} = \varepsilon_{\mathrm{m}} E_{\mathrm{m}\mathrm{n}}.$$
 (2)

Из (1) следует, что граница острия $\beta = \beta_0$ в координатах *x*, *y*, *z* определяется по формуле

$$z = \frac{c\beta_0^2}{2} - \frac{1}{2c\beta_0^2}(x^2 + y^2).$$
(3)

Несложно показать, что радиус кривизны вершины острия $R = c\beta_0^2$, и формула (3) может быть переписана в виде

$$z = \frac{R}{2} - \frac{1}{2R}(x^2 + y^2).$$
 (4)

В рассматриваемой системе координат (рис.1) уравнение Лапласа для электрического потенциала Φ при аксиальной симметрии (Φ не зависит от ψ) можно записать следующим образом [26]:

$$\Delta \Phi = \frac{1}{c^2 (\alpha^2 + \beta^2)} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \beta^2} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} + \frac{1}{\beta} \frac{\partial \Phi}{\partial \beta} \right) = 0.$$
(5)

Общее аксиально-симметричное решение уравнения (5) определяется выражением [26]

$$\Phi = \sum [B_1 J_0(p\alpha) + B_2 Y_0(p\alpha)] [C_1 I_0(p\beta) + C_2 K_0(p\beta)],$$

где *р*, *B*₁, *B*₂, *C*₁, *C*₂ – константы; *J*₀ и *Y*₀ – функции Бесселя первого и второго рода нулевого порядка; *I*₀ и *K*₀ – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода нулевого порядка. Суммирование проводится по всем решениям, удовлетворяющим граничным условиям задачи.

Будем искать решение граничной задачи для сфокусированного на остриё поля, предполагая, что потенциалы электрического поля снаружи ($\beta \ge \beta_0$) и внутри ($\beta \le \beta_0$) металлического острия имеют соответственно вид

$$\begin{split} \Phi_{\rm d} &= A J_0(p\alpha) K_0(p\beta), \\ \Phi_{\rm m} &= B J_0(p\alpha) I_0(p\beta), \end{split} \tag{6}$$

где А и В – константы.

Такой выбор функциональных зависимостей обусловлен естественными требованиями к сфокусированному у вершины полю:

 снаружи острия потенциал должен уменьшаться при удалении от его поверхности, быть конечным и максимальным на вершине острия;

2) внутри металла острия потенциал должен быть конечным в начале координат; кроме того, он должен быть непрерывным при переходе через границу.

Тогда для составляющих поля снаружи и внутри острия имеем соответственно выражения

$$\begin{split} E_{\rm dr} &= -\frac{1}{c\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \frac{\partial \Phi_{\rm d}}{\partial \alpha} = -\frac{1}{c\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} AK_0(p\beta) p J_0'(p\alpha), \\ E_{\rm dn} &= -\frac{1}{c\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \frac{\partial \Phi_{\rm d}}{\partial \beta} = -\frac{1}{c\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} AJ_0(p\alpha) p K_0'(p\beta), \end{split}$$

$$E_{\rm mr} = -\frac{1}{c\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \frac{\partial \Phi_{\rm m}}{\partial \alpha} = -\frac{1}{c\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} BI_0(p\beta) p J_0'(p\alpha),$$

$$E_{\rm mn} = -\frac{1}{c\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \frac{\partial \Phi_{\rm m}}{\partial \alpha} = -\frac{1}{c\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} B J_0(p\alpha) p I_0'(p\beta).$$

На поверхности острия (при $\beta = \beta_0$) должны удовлетворяться граничные условия (2), из которых получим систему двух уравнений:

$$-AK_{0}(p\beta_{0}) + BI_{0}(p\beta_{0}) = 0,$$

$$-\varepsilon_{d}AK_{0}'(p\beta_{0}) + \varepsilon_{m}BI_{0}'(p\beta_{0}) = 0.$$
 (7)

Нетривиальное решение (7) будет существовать, когда определитель системы равен нулю:

$$\begin{vmatrix} -K_0(p\beta_0) & I_0(p\beta_0) \\ -\varepsilon_{\rm d}K'_0(p\beta_0) & \varepsilon_{\rm m}I'_0(p\beta_0) \end{vmatrix} = 0,$$

откуда имеем

$$\varepsilon_{\mathrm{d}}I_0(p\beta_0)K_0'(p\beta_0) - \varepsilon_{\mathrm{m}}K_0(p\beta_0)I_0'(p\beta_0) = 0$$

Полученное уравнение можно записать компактнее, как уравнение относительно одной неизвестной $q = p\beta_0$, следующим образом: $\varepsilon_d I_0(q)K'_0(q) - \varepsilon_m K_0(q)I'_0(q) = 0$. Учитывая, что $I'_0(q) = I_1(q)$ и $K'_0(q) = -K_1(q)$, окончательно находим условие существования нетривиального решения системы уравнений (7):

$$\varepsilon_{\rm d}I_0(q)K_1(q) + \varepsilon_{\rm m}K_0(q)I_1(q) = 0. \tag{8}$$

Пусть диэлектрические проницаемости металла и окружающего диэлектрика заданы, тогда уравнение (8) определяет некоторое значение $q_* = p_*\beta_0$ (а следовательно, и $p_* = q_*/\beta_0$), которое, в свою очередь, полностью определяет по формулам (6) вариацию электрического поля в окрестности рассматриваемого острия (соотношения между константами *A* и *B* находятся из выражения (7) для полученного q_*). Так, на поверхности острия (при $\beta = \beta_0$, $\alpha = \sqrt{x^2 + y^2/(c\beta_0)}$) потенциал электрического поля

$$\Phi_{\rm s} \propto J_0 \left(\frac{p_* \sqrt{x^2 + y^2}}{c\beta_0} \right) K_0(p_*\beta_0) = J_0 \left(q_* \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{R} \right) K_0(q_*).$$
(9)

Из первого уравнения (7) следует, что при $q = q_*$ (и $p_* = q_*/\beta_0$) постоянные A и B связаны соотношением $B = A[K_0(q_*)/I_0(q_*)]$, и тогда выражения для электрического потенциала Φ в диэлектрике и металле с учетом граничных условий можно представить (с точностью до постоянного множителя) в виде

$$\Phi(\alpha,\beta) = \begin{cases}
J_0(q_*\alpha/\beta_0) K_0(q_*\beta/\beta_0) \operatorname{прu} \beta \ge \beta_0, \\
[K_0(q_*)/I_0(q_*)] J_0(q_*\alpha/\beta_0) I_0(q_*\beta/\beta_0) \operatorname{пpu} \beta \le \beta_0.
\end{cases} (10)$$

Рассмотрим распределение потенциала в плоскости xz. Ограничимся положительными значениями x, α и β , при этом

$$x = c\alpha\beta, z = \frac{1}{2}c(\beta^2 - \alpha^2)$$

и мы получаем

$$\alpha = \sqrt{\sqrt{x_*^2 + z_*^2} - z_*}, \beta = x_* / \sqrt{\sqrt{x_*^2 + z_*^2} - z_*},$$

где $x_* = x/c, z_* = z/c.$

Пусть координаты вершины острия (см. формулу (4)) равны 0, z_0 , где $z_0 = R/2$, тогда

$$\beta_{0} = \lim_{x \to 0} \left[\frac{x/c}{\sqrt{\sqrt{(x/c)^{2} + (z_{0}/c)^{2} - z_{0}/c}}} \right]$$
$$= \lim_{x \to 0} \left(\frac{x}{\sqrt{c}\sqrt{\sqrt{x^{2} + z_{0}^{2} - z_{0}}}} \right)$$
$$= \frac{1}{\sqrt{c}} \lim_{x \to 0} \left(\frac{x}{\sqrt{z_{0}\sqrt{1 + x^{2}/z_{0}^{2} - z_{0}}}} \right)$$
$$= \frac{1}{\sqrt{c}} \lim_{x \to 0} \left[\frac{x}{\sqrt{x^{2}/(2z_{0})}} \right] = \frac{\sqrt{2z_{0}}}{\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{R}}{\sqrt{c}}$$

Вводя нормированные на радиус кривизны вершины острия декартовы координаты $\tilde{x} = x/R$, $\tilde{z} = z/R$, получаем

$$\frac{\alpha}{\beta_0} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{R}} \sqrt{\sqrt{x_*^2 + z_*^2 - z_*}} = \frac{1}{\sqrt{R}} \sqrt{\sqrt{x^2 + z^2 - z}} = \sqrt{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{z}^2 - \tilde{z}}}, \frac{\beta}{\beta_0} = \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{R}} \frac{x_*}{\sqrt{\sqrt{x_*^2 + z^2 - z_*}}} = \frac{1}{\sqrt{R}} \frac{x}{\sqrt{\sqrt{x^2 + z^2 - z}}} = \frac{\tilde{x}}{\sqrt{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{z}^2 - \tilde{z}}}}.$$

В результате распределение потенциала (10) в окрестности острия в нормированных декартовых координатах будет иметь следующий вид:

 $\Phi(\tilde{x}, \tilde{z}) =$

$$\begin{cases} J_{0}\left(q_{*}\sqrt{\sqrt{\tilde{x}^{2}+\tilde{z}^{2}}-\tilde{z}}\right)K_{0}\left(q_{*}\frac{\tilde{x}}{\sqrt{\sqrt{\tilde{x}^{2}+\tilde{z}^{2}}-\tilde{z}}}\right),\\ \frac{\tilde{x}}{\sqrt{\sqrt{\tilde{x}^{2}+\tilde{z}^{2}}-\tilde{z}}} \ge 1,\\ \left[\frac{K_{0}(q_{*})}{I_{0}(q_{*})}\right]J_{0}\left(q_{*}\sqrt{\sqrt{\tilde{x}^{2}+\tilde{z}^{2}}-\tilde{z}}\right)I_{0}\left(q_{*}\frac{\tilde{x}}{\sqrt{\sqrt{\tilde{x}^{2}+\tilde{z}^{2}}-\tilde{z}}}\right),\\ \frac{\tilde{x}}{\sqrt{\sqrt{\tilde{x}^{2}+\tilde{z}^{2}}-\tilde{z}}} \le 1. \end{cases}$$

$$(11)$$

3. Исследование особенности электрического поля у вершины микроострия

Диэлектрическая проницаемость металла достаточно хорошо описывается формулой Друде без потерь $\varepsilon_{\rm m} = 1 - \omega_{\rm p}^2/\omega^2$, где $\omega_{\rm p}$ – плазменная частота металла. При частотах существования плазмонов ($\omega < \omega_{\rm p}/\sqrt{2}$) на поверхности металл–вакуум диэлектрическая проницаемость металла $\varepsilon_{\rm m} < -1$. На рис.2 показана зависимость решения уравнения (8) от $-\varepsilon_{\rm m}/\varepsilon_{\rm d}$ при $\varepsilon_{\rm d} = 1$.

Численные расчеты показали, что при фиксированном значении $-\varepsilon_m/\varepsilon_d$ решение уравнения (8) единственно



Рис.2. Зависимость q от $-\varepsilon_{\rm m}/\varepsilon_{\rm d}$.

(график функции в левой части (8) пересекает ось абсцисс только в одной точке). Поэтому в рассматриваемой задаче в сумме, выражающей потенциал, будет только один член.

Из полученной зависимости видно, что при $\varepsilon_{\rm m} \to -\infty$ (т.е. в электростатическом пределе $\omega \to 0$) величина $q \to 0$. Откуда из (9) следует, что потенциал поверхности острия будет постоянным. Таким образом, в электростатическом пределе мы получаем обычное электростатические решение для металлического острия, находящегося под постоянным потенциалом.

Для конечных частот при удалении от вершины острия возникают осцилляции потенциала даже в квазистатическом приближении, причем, в пределе $\omega \rightarrow \omega_p/\sqrt{2}$, длина волны этих осцилляций уменьшается до нуля. Отметим, что аналогичное явление наблюдалось для идеального конического острия [23, 24].

Таким образом, по данному значению частоты ω можно найти $\varepsilon_{\rm m}$ и значение *q* из (8), определяющее характер изменения электрического поля в окрестности вершины острия и на его поверхности: $\Phi_{\rm s} \propto J_0(q\sqrt{x^2 + y^2}/R)K_0(q)$.

Обозначим безразмерное расстояние от точки на поверхности острия до оси *z* переменной $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}/R$. Тогда $\delta = 1/q$ – характерное расстояние, определяющее размер фокального пятна у вершины острия. Будем считать, что граница фокального пятна соответствует первому корню $s_1 \approx 2.40483$ функции Бесселя $J_0(s)$. Тогда расстояние от границы центрального фокального пятна до оси острия $\rho_b = s_1 \delta = s_1/q$. Чем больше *q*, тем меньше размер центрального пятна в единицах *R*.

Фокусировка будет оптимальной (в некотором условном смысле), когда размер фокального пятна будет порядка радиуса кривизны вершины острия *R*. В этом случае $\rho_b \approx 1$ и $q_{opt} \approx s_1 \approx 2.40483$. Тогда при заданном материале острия (т.е. при заданном ω_p) уравнение (8) определяет верхнюю граничную частоту для оптимальной фокусировки. Используя формулу Друде и считая, что снаружи острия вакуум, из уравнения (8) при $q = s_1$ можно найти граничную частоту для оптимальной фокусировки $\omega_b \approx 0.6225\omega_p$.

Интересно, что полученная граничная частота не зависит от радиуса кривизны вершины острия *R*. Такой режим кажется оптимальным потому, что размер фокального пятна соответствует размеру вершины острия порядка нескольких нанометров и небольшие отклонения реальной поверхности вершины от поверхности параболоида (например, из-за атомарного строения или несовершенства технологии изготовления) не должны сказываться на фокусировке, а также потому, что частота плазмонов в оптимальном режиме не слишком близка к граничной частоте существования поверхностных плазмонов (для плоской поверхности граничная частота равна $\omega_p/\sqrt{2}$). Такие высокочастотные поверхностные плазмоны возбуждаются довольно неэффективно, т. к. для их согласования со свободно распространяющимися волнами необходимо наличие согласующих устройств типа дифракционных решеток. Однако отметим, что возбуждение плазмонов на острие при частотах, бо́льших оптимальной, требует дополнительного исследования с точки зрения возможных приложений с учетом того, что эти частоты попадают в УФ область спектра для золота и серебра. При экспериментальном использовании острия в случае таких больших частот необходимо учитывать влияние боковых максимумов распределения сфокусированного поля.

Для иллюстрации изложенного выше приведем распределения электрического потенциала у вершины острия, рассчитанные по формулам (11), в нормированных координатах \tilde{x}, \tilde{z} . Поскольку формулы (11) определяют потенциал с точностью до константы, его величину в максимуме (на вершине острия) положим равной единице. На рис.3 показано распределение потенциала для $\varepsilon_m = -100$, что по формуле Друде соответствует частоте $\omega \approx 0.0995\omega_p$. Видно, что на такой низкой частоте ($\omega \ll \omega_p/\sqrt{2}$) распределение потенциала практически идентично электростатическому решению. Максимум поля (место, где расстояние между линиями постоянного потенциала минимально) находится на вершине острия.

На рис.4 показано распределение потенциала для $\varepsilon_{\rm m} \approx$ –1.5804 (что по формуле Друде соответствует граничной частоте для оптимальной фокусировки $\omega_{\rm b} \approx 0.6225 \omega_{\rm p}$). Видно, что фокальное пятно действительно имеет радиус, примерно равный единице. Амплитуда поля резко возрастает в фокусе.

На рис.5 показано распределение потенциала для $\varepsilon_{\rm m} \approx -1.2$ (что по формуле Друде соответствует частоте $\omega \approx 0.6742\omega_{\rm p}$). Видно, что радиус фокального пятна на вершине острия меньше радиуса кривизны. Амплитуда поля резко возрастает в фокусе. Особенно хорошо видно, что полученное квазистатическое решение, представляющее собой стоячее поверхностное плазмонное колебание в окрестности вершины острия (фокуса сходящейся по-



Рис.3. Распределение электрического потенциала в окрестности вершины острия в нормированных на радиус кривизны вершины координатах \tilde{x}, \tilde{z} при $\varepsilon_{\rm m} = -100, \, \omega \approx 0.0995 \omega_{\rm p} \ll \omega_{\rm p}/\sqrt{2}$.

верхностной плазмонной волны), действительно локализовано вблизи поверхности острия. Хотя в настоящей работе упомянутое колебание у вершины острия рассматривается квазистатически, его эффективное возбуждение возможно (в силу осевой симметрии поля у вершины) только сфокусированной на вершине острия поверхностной плазмонной (или поверхностной плазмон-поляритонной) волной с той же симметрией относительно оси. То, что такая плазмонная волна действительно может эффективно возбуждаться (без значительного перехода её в распространяющиеся электромагнитные волны), подтверждается успешными экспериментами (см., напр., [22]).

Теоретическое объяснение схождения поверхностной плазмонной волны к вершине металлического острия было дано в работе [7] путем рассмотрения конического



Рис.4. Распределение электрического потенциала в окрестности вершины острия в нормированных на радиус кривизны вершины координатах \tilde{x}, \tilde{z} при оптимальных $\varepsilon_{\rm m} = -1.5804, \omega = \omega_{\rm b} \approx 0.6225 \omega_{\rm p}$.



Рис.5. Распределение электрического потенциала в окрестности вершины острия в нормированных на радиус кривизны вершины координатах \tilde{x}, \tilde{z} при частоте, бо́льшей оптимальной ($\varepsilon_{\rm m} = -1.2, \omega \approx 0.6742\omega_{\rm p}$).

острия с очень малым углом при вершине как цилиндрического металлического направляющего устройства (проволоки) с очень медленно уменьшающимся к вершине диаметром (задача решена в адиабатическом приближении при локальной замене волны на конусе волной на бесконечном цилиндре). В [7] распределение поля на вершине закругленного острия не рассматривается, приводятся только оценки. Несмотря на то что точного теоретического электродинамического решения задачи фокусировки поверхностных плазмонов на закругленном острие до сих пор не получено, тем не менее можно утверждать, что сходящаяся к вершине поверхностная плазмонная волна очень эффективно переходит в полученное квазистатическое решение у вершины. Об этом говорит и рекордно высокая интенсивность электрического поля у вершины, наблюдаемая в экспериментах [22].

В представленной выше теории не учитывалось поглощение в металле. Если учесть его, то диэлектрическая проницаемость металла будет комплексной: $\varepsilon_{\rm m} = 1 - \omega_{\rm p}^2 \times$ $(\omega^2 + i\omega\Gamma)^{-1}$, где Γ – коэффициент, учитывающий поглощение. Тогда уравнение (8) необходимо решать в комплексной области и его корень будет комплексным. Кроме того, все специальные функции, входящие в (8), (11), необходимо аналитически продолжить на комплексную плоскость независимой переменной. Это легко сделать при вычислениях, т.к. указанные функции представлены в виде рядов, сходящихся на комплексной плоскости в круге сходимости с радиусом сходимости ряда на действительной оси. Можно также использовать известные интегральные представления для специальных функций, входящих в (8), (11). Результаты предварительных вычислений для серебряного острия при оптимальной частоте показали, что размер фокальной области менее чем на 10% отличается от такового в случае без потерь. Результаты расчетов для высоких частот с учетом потерь в металле будут опубликованы в ближайшее время. Заметим, что, хотя потери слабо сказываются на размере области фокусировки, они будут влиять на амплитуду волны в максимуме из-за потерь энергии поверхностной плазмонной волны, возникающих при её схождении к острию.

4. Заключение

Рассмотрена нанофокусировка плазмонной волны на вершине металлического микроострия, поверхность которого вблизи вершины аппроксимируется параболоидом вращения. Показано, что для формирования в окрестности вершины острия фокального пятна с размером, примерно равным радиусу кривизны, и без заметных осцилляций фокусируемого поля требуется ограничить сверху частоту фокусируемых плазмонов. Определено значение этой граничной частоты. Очевидно, что полученные результаты могут найти применение при разработке устройств нанооптики, в которых используется нанофокусировка поверхностных плазмонов.

- Zayats A.V., Smolyaninov I. J. Opt. A: Pure Appl. Opt., 5, S16 (2003).
- 2. Pohl D.W., Denk W., Lanz M. Appl. Phys. Lett., 44, 651 (1984).
- 3. Novotny L., Hafner C. Phys. Rev. E, 50, 4094 (1994).
- Bouhelier A., Renger J., Beversluis M.R., Novotny L. J. Microsc., 210, 220 (2003).
- 5. Keilmann F. J. Microsc., 194, 567 (1999).
- Frey H.G., Keilmann F., Kriele A., Guckenberger R. *Appl. Phys. Lett.*, **81**, 5030 (2002).
- 7. Stockman M.I. Phys. Rev. Lett., 93, 137404 (2004).
- 8. Kawata S. *Near-Field Optics and Surface Plasmon-Polaritons* (Berlin: Springer, 2001).
- Naber A., Molenda D., Fischer U.C., Maas H.-J., Hoppener C., Lu N., Fuchs H. *Phys. Rev. Lett.*, **89**, 210801 (2002).
- Babadjanyan A.J., Margaryan N.L., Nerkararyan K.V. J. Appl. Phys., 87, 3785 (2000).
- Nerkararyan K.V., Abrahamyan T., Janunts E., Khachatryan R., Harutyunyan S. *Phys. Lett. A*, **350**, 147 (2006).
- 12. Novotny L., Pohl D.W., Hecht B. Ultramicroscopy, 61, 1 (1995).
- Mehtani D., Lee N., Hartschuh R.D., Kisliuk A., Foster M.D., Sokolov A.P., Cajko F., Tsukerman I. J. Opt. A: Pure Appl. Opt., 8 (4), S183 (2006).
- Anderson N., Bouhelier A., Novotny L. J. Opt. A: Pure Appl. Opt., 8, S227 (2006).
- Kneipp K., Wang Y., Kneipp H., Perelman L.T., Itzkan I., Dasari R.R., Feld M.S. *Phys. Rev. Lett.*, **78**, 1667 (1997).
- Pettinger B., Ren B., Picardi G., Schuster R., Ertl G. Phys. Rev. Lett., 92, 096101 (2004).
- Ichimura T., Hayazawa N., Hashimoto M., Inouye Y., Kawata S. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 220801 (2004).
- 18. Nie S.M., Emory S.R. Science, 275, 1102 (1997).
- 19. Hillenbrand R., Taubner T., Kellmann F. Nature, 418, 159 (2002).
- 20. Климов В.В. Наноплазмоника (М.: Физматлит, 2009).
- 21. Gramotnev D.K. J. Appl. Phys., 98, 104302 (2005).
- 22. De Angelis F. et al. Nat. Nanotechnol., 5, 67 (2010).
- 23. Petrin A. J. Nanoelectron. Optoelectron., **5**, 310 (2010).
- 24. Petrin A. *High Temp.*, **50** (1), 15 (2012).
- Petrin A., in *Wave Propagation* (Rijeka: InTech., 2011);
- www.intechopen.com.
- Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров (М.: Наука, 1967).