

# Исследование электродинамической системы, состоящей из лазерного резонатора и внешнего слабо отражающего элемента

А.Д.Шатров, М.Н.Дубров, Д.В.Александров

*Поведение электромагнитного поля в трехзеркальном лазерном резонаторе описывается методом интегральных уравнений. Приводятся результаты численных расчетов и экспериментальных исследований для конкретных примеров реализации данной конфигурации. Определены условия оптимальной настройки лазерного интерферометра-деформографа с трехзеркальным резонатором. Исследуется вклад отраженного и рассеянного излучений, а также возникающих дополнительных сейсмических помех в результирующую погрешность лазерных гравитационно-волновых детекторов.*

**Ключевые слова:** лазер, интерферометр, деформограф, обратное рассеяние, гравитационно-волновой детектор.

## 1. Введение

Методы расчета резонансных частот (собственных типов колебаний, мод) изолированного квазиоптического резонатора со сферическими (в двумерном случае – цилиндрическими) зеркалами достаточно полно разработаны и изучены (см., напр., обзор [1]). Однако указанная двухзеркальная электродинамическая система, входящая в качестве составной части в любое лазерное измерительное устройство, приобретает особые характеристики и свойства в случае внесения третьего отражающего или рассеивающего элемента. Эта ситуация реализуется на практике всегда, т.к. любая оптическая нагрузка не может быть сделана полностью согласованной: даже если предприняты специальные меры, часть отраженного и рассеянного излучения возвращается в резонатор лазера и вносит искажения в его спектральные характеристики. Использование этого эффекта, в частности для селекции типов колебаний открытого резонатора, рассмотрено в работе [1]. Благодаря созданию в последние десятилетия высокостабильных лазеров и разработке высокоточных измерительных, в том числе интерферометрических, методов и устройств вопросы влияния несогласованной нагрузки на работу оптического генератора даже при весьма низком уровне обратного отражения оказываются чрезвычайно актуальными.

Простейшей моделью такой электродинамической системы является трехзеркальный лазерный резонатор, в котором роль несогласованной нагрузки выполняет внешнее, слабо отражающее зеркало. Исследования трехзеркальных лазерных резонаторов, начавшиеся практически одновременно с созданием первых лазеров [2, 3], продолжают до сих пор [4, 5], что свидетельствует о сложности решения данной задачи и ее важности для

практических приложений. При использовании лазера в качестве источника высококогерентного излучения, например при выполнении точных интерференционных измерений, важными оказываются нестабильности как интенсивности, так и частоты излучения лазера. Влияние второго параметра особенно ощутимо в интерферометрии на больших базах. Анализ показывает, что нестабильность частоты вызывают не только случайные флуктуации параметров лазерного резонатора, но и флуктуации длины и показателя преломления среды внешнего резонатора, образованного каким-либо отражающим или рассеивающим оптическим элементом, например фотоприемником в системе стабилизации частоты лазера.

В настоящей работе в качестве двумерной физической модели лазера с несогласованной нагрузкой изучается трехзеркальный резонатор, состоящий из частично пропускающих зеркал, поперечные размеры которых в квазиоптическом приближении велики по сравнению с поперечными размерами лазерного пучка. Исследуются три случая: промежуточное зеркало плоское; длины парциальных резонаторов равны; резонаторы не согласованы. Для описания электромагнитного поля в трехзеркальном резонаторе используется метод интегральных уравнений. Приводятся результаты численных расчетов и экспериментальных исследований для некоторых примеров реализации таких систем.

## 2. Метод нахождения собственных частот трехзеркального лазерного резонатора

Решение поставленной задачи рассмотрим на примере двумерной  $(x, z)$  модели составного резонатора, образованного тремя зеркалами –  $Z_1, Z_2$  и  $Z_3$ . Эти зеркала характеризуются соответственно следующими вещественными параметрами: поперечными размерами  $a_1, a_2, a_3$ , радиусами кривизны  $R_1, R_2, R_3$  и прозрачностью  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$ , которые связаны с комплексными коэффициентами отражения  $r_1, r_2, r_3$  этих зеркал соотношением [6]

$$r_n = -\frac{1}{1 + 2i\rho_n}, \quad n = 1, 2, 3. \quad (1)$$

А.Д.Шатров, М.Н.Дубров, Д.В.Александров. Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН, Россия, Московская обл., 141190 Фрязино, пл. Акад. Введенского, 1; e-mail: mnd139@ire216.msk.su

Поступила в редакцию 7 июля 2016 г., после доработки – 29 октября 2016 г.

В качестве потенциала  $U(x, z)$  выбирается  $y$ -компонента электрического вектора электромагнитного поля:  $U(x, z) = E_y(x, z)$ . Функция  $U(x, z)$  удовлетворяет волновому уравнению, а также условиям непрерывности на каждом полупрозрачном зеркале  $Z_n$ . Скачок нормальной производной функции  $U(x, z)$  на зеркалах  $Z_n$  пропорционален токам на них. Величины этих токов  $f_n$  обратно пропорциональны прозрачностям  $\rho_n$  зеркал и определяются следующим выражением:

$$f_n = \frac{1}{\rho_n} U_n, \quad n = 1, 2, 3, \tag{2}$$

где  $U_n(x, z) = E_{yn}(x, z)$  – электрическое поле на каждом из полупрозрачных зеркал  $Z_n$ .

Если прозрачность  $\rho = 0$ , то имеем идеально отражающее зеркало, которое описывается граничным условием на его поверхности  $U = 0$ . Если  $\rho = \infty$ , то зеркало является абсолютно прозрачным и не взаимодействует с падающей на него электромагнитной волной. Физической реализацией зеркал с такими свойствами может служить частая (в масштабе длины волны  $\lambda$ ) решетка из ленточных проводников. Проводники направлены вдоль оси  $y$ , перпендикулярно плоскости  $xz$ ; коэффициент заполнения решетки определяет прозрачность зеркала.

Путем вычисления полей на каждом из зеркал с учетом текущих по ним токов и с использованием функции Грина свободного пространства в стандартном квазиоптическом приближении получаем систему трех интегральных уравнений [5], решение которой в приближении неограниченных зеркал ( $a_n = \infty$ ) ищется в виде гауссовых пучков. Решение системы уравнений проводится путем интегрирования слагаемых в одной части уравнений и приравнивания показателей экспонент слагаемых в обеих частях уравнений. Полученные в результате равенства будут справедливы, если выполняются условия согласования размеров пятен на зеркалах во всех трех парциальных двухзеркальных резонаторах:  $Z_1Z_2$ ,  $Z_2Z_3$  и  $Z_1Z_3$ . Если эти условия не выполнены, то простого решения системы в виде гауссовых функций не существует. Проанализированы случаи, когда полученную систему интегральных уравнений можно свести к более простой системе двух интегральных уравнений, а также частный случай  $a_n = \infty$ ,  $R_n = \infty$  (все три зеркала являются неограниченными и плоскими), когда для нахождения токов на зеркалах можно получить однородную систему двух линейных алгебраических уравнений. Равенство нулю детерминанта этой системы дает соответствующее дисперсионное уравнение для вычисления собственных частот трехзеркального резонатора:

$$r_1 r_2 \exp(-2ikL_{12}) = 1, \tag{3}$$

где

$$r_{23} = r_2 + \frac{t_2^2 r_3 \exp(-2ikL_{23})}{1 - r_2 r_3 \exp(-2ikL_{23})}; \tag{4}$$

$t_2 = 2i\rho_2/(1 + 2i\rho_2)$  – коэффициент прохождения волны через зеркало  $Z_2$  [6];  $L_{12}$  и  $L_{23}$  – длины парциальных резонаторов;  $k$  – волновое число.

В отличие от стандартного дисперсионного уравнения для двухзеркального лазерного резонатора уравнение (3) содержит зависимость одного из входящих в него коэффициентов отражения от длины  $L_{23}$  внешнего резонатора и от частоты излучения. При определенных соотношениях между параметрами связанных парциальных резонаторов  $Z_1Z_2$  и  $Z_2Z_3$  эти зависимости оказываются достаточно сильными, и незначительные изменения длины  $L_{23}$  (возникающие, например, под действием микросейсмических колебаний или акустических вибраций) приводят к значительным флуктуациям резонансных частот исследуемой трехзеркальной системы.

ношения между параметрами связанных парциальных резонаторов  $Z_1Z_2$  и  $Z_2Z_3$  эти зависимости оказываются достаточно сильными, и незначительные изменения длины  $L_{23}$  (возникающие, например, под действием микросейсмических колебаний или акустических вибраций) приводят к значительным флуктуациям резонансных частот исследуемой трехзеркальной системы.

### 3. Численное моделирование поведения собственных частот

С использованием полученного дисперсионного уравнения (3) для трехзеркального лазерного резонатора вычисляется сдвиг частоты в двухзеркальном резонаторе  $Z_1Z_2$  при добавлении дополнительного третьего зеркала  $Z_3$ . В приближении слабосвязанных резонаторов,  $|r_3| \ll |r_2|$ , уравнение (3) имеет аналитическое решение. Сдвиг частоты  $\Delta\omega$  при дополнительном условии [5]

$$\omega \ll c/L_{23}, \tag{5}$$

где  $c$  – скорость света, является гармонической функцией длины  $L_{23}$  внешнего резонатора  $Z_2Z_3$ , и для вычисления этого сдвига можно пользоваться простейшими формулами [3, 4]. При нарушении указанных выше условий слабой связи резонаторов трансцендентное дисперсионное уравнение (3) становится достаточно сложным, и для его решения требуется применение численных методов.

Такие расчеты были выполнены с помощью компьютерной программы MATLAB, что позволило определить области параметров, в которых сдвиг частоты описыва-

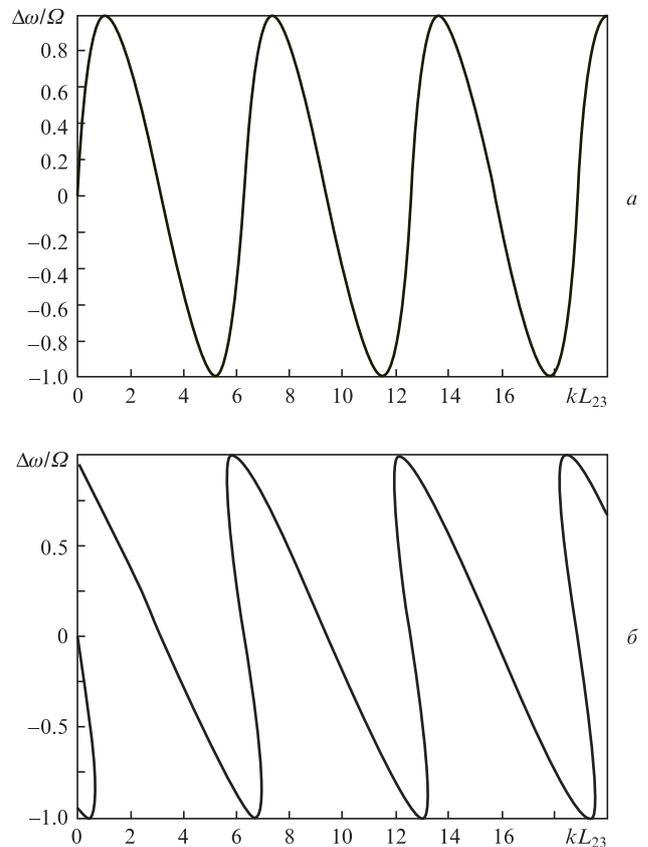


Рис.1. Сдвиг частоты  $\Delta\omega$  в трехзеркальном лазерном интерферометре в зависимости от длины внешнего резонатора  $L_{23}$  при связи меньше (а) и больше (б) критической;  $\Omega = c|r_3|t_2^2/(2L_{12}|r_2|)$ .

ется однозначной квазигармонической функцией длины  $L_{23}$  (рис.1,а). Найдены также критические значения этих параметров, когда решение уравнения (3) становится неоднозначным, и сдвиг частоты при изменении длины  $L_{23}$  внешнего резонатора может принимать два или три значения (рис.1,б). Если изменения длины  $L_{23}$  имеют случайный знакопеременный характер (например, из-за турбулентных флуктуаций воздуха или микросейсмических колебаний грунта), в зависимости частоты от  $L_{23}$  наблюдаются разрывы, скачки и другие нелинейные эффекты [7]. Положение частоты в этих областях становится неустойчивым, точность интерферометрических измерений на больших базах ухудшается на два-три порядка.

#### 4. Экспериментальное изучение работы трехзеркального лазерного резонатора

Исследовались рабочие параметры трехзеркального лазерного резонатора, включенного в схему длиннобазового интерферометра со слабой и критической обратной связью. Отличительной особенностью исследуемой схемы является одновременная генерация He–Ne-лазером на двух связанных переходах с  $\lambda = 0.63$  и  $3.39$  мкм [8]. Использовался двухволновый He–Ne-лазер с тепловым регулированием длины его резонатора, обеспечивающим управление выходной мощностью и частотой излучения. В измерительной схеме на основе трехзеркального интерферометра модуляция лазерного излучения осуществлялась отраженным и рассеянным светом за счет оптической обратной связи. Эксперименты проводились с газоразрядными He–Ne-трубками с внутренними зеркалами и резонатором длиной 23 и 30 см, обеспечивающими двух- и трехчастотный режимы генерации на  $\lambda = 0.63$  мкм и одночастотный режим на  $\lambda = 3.39$  мкм. Для контроля температуры корпуса лазера применялся прецизионный многоканальный измеритель температуры на основе прибора МИТ-8 с разрешением  $0.001$  К в диапазоне  $273 - 378$  К [9]. Для лазерного резонатора, закрепленного внутри стальной трубы, полученные оценки температурного коэффициента расширения  $\alpha$  и постоянной времени  $\tau$ , характеризующей тепловую инерционность лазерного резонатора, составляют  $\sim 1.14$  град $^{-1}$  и  $\sim 1$  ч соответственно.

Рассмотренный выше двухволновый лазер был использован при построении трехзеркальных интерферометрических измерителей перемещений и деформаций. Оптическая схема одного из вариантов такого устройства показана на рис.2 [10]. При перестройке длины лазерного резонатора, вызванной его нагревом, экспериментально обнаружены зоны нестабильности системы регистрации сдвигов интерферограммы, связанные с воздействием отраженного света на спектральный состав излучения лазе-

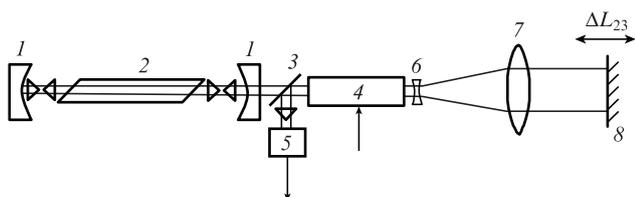


Рис.2. Оптическая схема трехзеркального лазерного интерферометра-деформографа:

1 – зеркала лазера; 2 – рабочая среда лазера; 3 – светоделительная пластинка; 4 – электрооптический модулятор; 5 – фотоприемник; 6, 7 – линзы согласующего телескопа; 8 – измерительное зеркало.

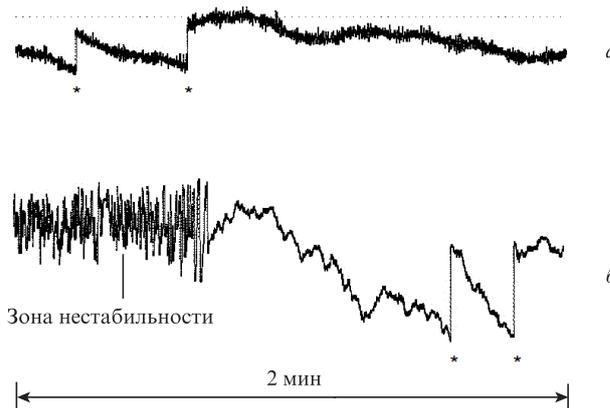


Рис.3. Вариации оптической длины, зарегистрированные интерферометрами-деформографами с длиной базы 300 м и подземным лучеводом (а) и длиной базы 66 м в открытой атмосфере. Звездочкой отмечены автоматические переносы начала отсчета системы регистрации на  $N = 3, \dots, 8$  периодов интерферограммы.

ра. На рис.3 показаны характерные примеры работы двух лазерных интерферометров-деформографов – с длиной базы 300 м (пучок излучения экранирован подземным лучеводом, рис.3,а) и 66 м (лазерный пучок распространяется в открытой атмосфере, рис.3,б). Резкие вертикальные разрывы на обеих зависимостях (отмечены звездочкой) соответствуют переносам начала отсчета системы регистрации на величину  $\Delta L_N$ , кратную половине длины волны:  $\Delta L_N = N\lambda/2$  ( $N = 3, \dots, 8$ ). Амплитуды микросейсмических колебаний грунта и случайных флуктуаций из-за турбулентности воздуха в обоих интерферометрах превышают длину волны излучения лазера, т.е.  $k\Delta L_{23} > 2\pi$ .

В зоне нестабильной генерации 66-метрового трехзеркального лазерного интерферометра (левая часть рис.3,б) работа системы регистрации нарушается вследствие значительных быстрых флуктуаций частоты лазера – регистрируемый сигнал подвергается случайным хаотическим искажениям. При непрерывной перестройке длины резонатора лазера в режиме свободной генерации такие зоны появляются периодически. Их появления можно избежать, подстраивая частоту генерации лазера, т.е. изменяя длину резонатора в пределах  $\pm 157$  нм, что соответствует ширине зоны его стабильной работы.

#### 5. Обратное рассеяние и сейсмические шумы лазерного гравитационно-волнового детектора

Более сложную электродинамическую систему образуют лазерные интерферометры, построенные по схеме двухлучевого интерферометра Майкельсона. Это, в частности, относится и к лазерно-интерферометрическим гравитационно-волновым детекторам, которые помимо основных (ведущих и ведомых) лазерных резонаторов содержат множество дополнительных оптических элементов и устройств, образующих внешние парциальные резонаторы.

Вклад отраженного и рассеянного излучений в результирующую погрешность лазерных гравитационно-волновых детекторов исследован в [11]. Показано, что в создаваемых за рубежом длиннобазовых (0.3–4 км) интерферометрах, построенных по многозеркальной симметричной схеме Майкельсона или Фабри–Перо, эффек-

ты воздействия обратного рассеяния могут вносить дополнительные неконтролируемые погрешности в результаты измерений. Возникающие в этих условиях флуктуации интенсивности и частоты используемых твердотельных стабилизированных лазеров [12] будут сравнимы с такими главными источниками помех, как технические и квантовые шумы лазерных излучателей и фотоприемников. Должны быть учтены также остаточные сейсмические шумы и другие природные и техногенные помехи [13, 14].

В модернизируемых гравитационно-волновых детекторах, содержащих сложные оптические системы (рециркуляторы, оптические изоляторы, сейсмические компенсаторы и другие регулирующие и управляющие устройства), с неизбежностью будут присутствовать отраженное и рассеянное излучения, которые искажают резонансные частоты как рабочих многозеркальных лазерных систем, так и опорных оптических резонаторов, используемых для стабилизации частоты. Длины парциальных резонаторов  $L_{2n}$ , не включенных в цепь автоматического регулирования и вибростабилизации, будут испытывать случайные флуктуации под действием постоянно присутствующих микросейсмического фона и акустических помех.

Возникающие при этом дополнительные шумы в системах интерферометрической регистрации, обеспечивающих инструментальное фазовое разрешение  $10^{-9}$ – $10^{-10}$  рад в диапазоне частот 10 Гц – 10 кГц, могут оказаться сравнимыми с остаточными сейсмическими, квантовыми и другими технологическими шумами или даже превышать их. Действительно, наличие в современных схемах гравитационно-волновых детекторов обратного рассеяния на уровне  $10^{-6}$  от мощности прямого излучения [15] (что соответствует параметру  $|r_3| = 0.001$ ) с необходимостью приведет к существенным частотным погрешностям. Если не предприняты специальные меры, искажения могут возникнуть, например, в системе стабилизации используемых в этих детекторах лазеров высокой мощности [12]. Так, сдвиги центральной частоты  $\Delta\omega$  высокочастотного опорного резонатора (параметр  $|t_2|^2 \approx 10^{-4}$ ) [12] при его длине  $L_{12} = 0.2$  м будут достигать  $\sim 70$ – $80$  с $^{-1}$  (рис. 1 и 2), что на один-два порядка больше требуемого предельного уровня частотных шумов для конструкций этих инструментов [12–14].

О реальном наличии указанных помех, связанных с отраженным и рассеянным излучениями, свидетельствуют результаты тщательного анализа источников погрешностей для последних из наиболее продвинутых прототипов гравитационно-волновых детекторов – Advanced LIGO H1, L1 [15]. Таким образом, рассмотренные в предыдущих разделах эффекты необходимо учитывать при интерпретации результатов для уже существующих гравитационно-волновых детекторов, а также при создании новых, более совершенных устройств.

## 6. Заключение

Методом интегральных уравнений исследовано влияние несогласованной нагрузки на работу оптического генератора при различных уровнях обратного рассеянного и отраженного излучений. Найдены области параметров,

в которых сдвиг частоты системы описывается однозначной квазигармонической функцией, а также их критические значения, когда сдвиг частоты может принимать два или три значения. Поведение частоты в этих областях становится неустойчивым, точность интерферометрических измерений ухудшается.

В трехзеркальном лазерном интерферометре обнаружены зоны нестабильной работы лазера в двухволновом режиме генерации. Определены условия оптимальной настройки, обеспечивающие стабильную работу лазерного интерферометра-деформографа с трехзеркальным резонатором. Рассмотрены особенности работы двухволнового He–Ne-лазера в режиме генерации на связанных переходах с  $\lambda = 3.39$  и  $0.63$  мкм в трехзеркальном интерферометре.

Проанализирован возможный вклад отраженного и рассеянного излучений в результирующую погрешность лазерных гравитационно-волновых детекторов, приведены оценки возникающих при этом дополнительных сейсмических помех и акустических шумов в системах интерферометрической регистрации.

Результаты настоящей работы могут быть использованы при создании двухволновых источников когерентного излучения и основанных на них измерительных средств для применения в интерферометрии, метрологии, геофизике, а также для анализа данных существующих гравитационно-волновых детекторов и разработки новых, более совершенных прецизионных приборов различного назначения.

1. Авербах В.С., Власов С.Н., Таланов В.И. *Радиофизика*, **10**, 1333 (1967).
2. Сикора С.В., Симкин Г.С. В сб.: *Труды Харьковского государственного НИИ метрологии* (М., 1969, с. 104).
3. Враннон Р.Д. *Appl. Opt.*, **15**, 1119 (1976).
4. Дмитриев А.К., Дычков А.С., Луговой А.А. *Квантовая электроника*, **35**, 285 (2005).
5. Александров Д.В., Дубров М.Н., Шатров А.Д. *Радиотехника и электроника*, **56**, 1149 (2011).
6. Войтович Н.Н., Каценеленбаум Б.З., Коршунова Е.Н. и др. *Электродинамика антенн с полупрозрачными поверхностями. Методы конструктивного синтеза* (М.: Наука, 1989).
7. Дубров М.Н., Алешин В.А. *Оптика и спектроскопия*, **72**, 640 (1992).
8. Aleksandrov D.V., Dubrov M.N., Remontov M.S. *Proc. 11th Int. Conf. LFNМ-2011* (Kharkov, Ukraine, 2011); DOI:10.1109/LFNМ.2011.6144996.
9. *Многоканальные прецизионные измерители температуры серии МИТ-8. Каталог фирмы «ИзТех»* (М.: ИзТех, 2016); <http://www.iztech.ru/catalog/3/>.
10. Александров Д.В., Дубров М.Н. В сб.: *Лазеры, измерения, информация – 2009* (СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009, т. 3, с. 105).
11. Dubrov M.N. *Abstr. Gravitational Wave Physics & Astronomy Workshop 2012* (Hannover, Germany, 2012); <http://gwpa2012.aei.mpg.de/accessibility-info>.
12. Kwee P. et al. *Opt. Express*, **20**, 10617 (2012).
13. Smith J.R., Ajith P., Grote H., Hewitson M., Hild S., Luck H., Strain K.A., Willke B., Hough J., Danzmann K. *Classical Quantum Gravity*, **23**, 527 (2006).
14. Beker M.G., Cella G., DeSalvo R., Doets M., Grote H., Harms J., Hennes E., Mandic V., Rabeling D.S., van den Brand J.F.J., van Leeuwen C.M. *Gen. Relativ. Gravitation*, **43**, 623 (2011).
15. Martynov D.V. et al. *Phys. Rev. D*, **93**, 112004 (2016).