

Подавление вклада коротких траекторий в спектры надпороговой ионизации двухчастотным лазерным полем

Н.В.Введенский, А.Н.Желтухин, А.А.Силаев, Д.В.Князева,
Н.Л.Манаков, А.В.Флегель, М.В.Фролов

Исследуются спектры надпороговой ионизации атомов двухчастотным лазерным полем с коллинеарными линейно поляризованными компонентами. Обнаружена резкая (провалообразная) зависимость длины высокоэнергетического плато в спектрах надпороговой ионизации от относительной фазы двухчастотного поля при сравнимых интенсивностях компонент поля. На основе квазиклассического анализа показано, что данный эффект обусловлен подавлением парциальных амплитуд надпороговой ионизации, связанных с замкнутыми классическими траекториями электрона в лазерном поле, в определенном диапазоне значений относительной фазы.

Ключевые слова: надпороговая ионизация, атомы, фемтосекундные лазерные импульсы, численное моделирование.

1. Введение

Использование двухчастотного лазерного поля при исследовании надпороговой ионизации (НПИ) атомных систем открыло возможность изучения ряда интересных для практических приложений эффектов, с помощью которых можно получить информацию о динамике валентного электрона атома на аттосекундном временном масштабе [1, 2], а также управлять интерференционными явлениями в процессе НПИ [2–5]. Простейшая конфигурация двухчастотного поля – два импульса с частотами ω и 2ω , линейно поляризованные в одном и том же направлении, оказывается также весьма эффективной при генерации терагерцевого излучения [6–8], а в недавней работе [9] была продемонстрирована возможность извлечения из спектров НПИ в таком двухчастотном поле спектроскопической информации о структуре атомной мишени.

Качественно процесс НПИ описывается в рамках квазиклассической трехшаговой модели [10–12], которая предполагает туннельную ионизацию оптически активного электрона атома, его последующее распространение в лазерном поле и перерассеяние на ионе родительского атома с учетом дополнительного набора энергии от лазерного поля. Анализ амплитуды НПИ в квазиклассическом приближении показывает, что она может быть представлена в виде суммы парциальных амплитуд, связанных с классическими траекториями электрона в лазерном поле [12]. Такой подход оказался весьма продуктивным и в настоящее время широко используется как для интерпретации экспериментальных данных, так и для развития

оригинальных квазиклассических методов расчета спектров НПИ. Один из таких методов предложен в недавней работе [5] и основан на использовании метода Монте-Карло и на классическом представлении о динамике электрона в лазерном поле. В частности, в [5] с помощью метода Монте-Карло и численного решения нестационарного уравнения Шредингера исследовалась асимметрия спектров НПИ в двухчастотном поле. Несмотря на достаточно подробный анализ спектров НПИ в двухчастотном лазерном поле, выполненный в работе [5], ряд эффектов не рассматривался, например подавление вклада коротких классических траекторий при изменении относительной фазы поля.

В настоящей работе мы обсуждаем возможность управления процессом НПИ атомов двухчастотным лазерным полем со сравнимыми по интенсивности коллинеарными линейно поляризованными компонентами. Возможность такого управления обусловлена сильной зависимостью положения точки обрыва высокоэнергетического плато в спектрах НПИ от относительной фазы компонент поля в определенном интервале значений фазы. Этот эффект наблюдается численно как результат решения нестационарного уравнения Шредингера и качественно объясняется с использованием анализа классических траекторий оптического электрона в двухкомпонентном поле в рамках аналитической теории НПИ [13, 14].

2. Спектры НПИ в двухчастотном лазерном поле

В численных расчетах спектры НПИ (или импульсное распределение фотоэлектронов) вычисляются с помощью волновой функции, получаемой из решения нестационарного уравнения Шредингера в момент окончания действия лазерного импульса (см., напр., [14]):

$$P \propto \left| \int [\psi_p^{(-)}(\mathbf{r})]^* \psi(\mathbf{r}, t = \tau) d\mathbf{r} \right|^2,$$

где $\psi_p^{(-)}(\mathbf{r})$ – волновая функция из непрерывного спектра в атомном потенциале $U(\mathbf{r})$ с асимптотикой сходящихся

Н.В.Введенский, А.Н.Желтухин, А.А.Силаев. Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: vved@appl.sci-nnov.ru
Д.В.Князева, А.В.Флегель, М.В.Фролов. Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; Воронежский государственный университет, Россия, 394006 Воронеж, Университетская пл., 1
Н.Л.Манаков. Воронежский государственный университет, Россия, 394006 Воронеж, Университетская пл., 1

Поступила в редакцию 8 февраля 2016 г.

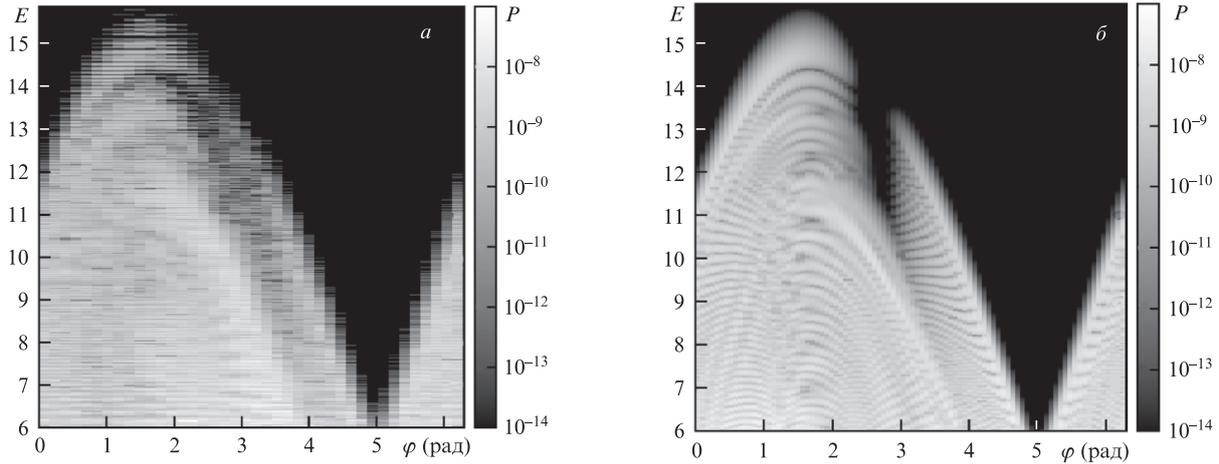


Рис.1. Зависимости выхода высокоэнергетических электронов при НПИ атома водорода двухчастотным лазерным полем от энергии фотоэлектрона $E = p^2/2$ и относительной фазы φ компонент лазерного поля, полученные путем численного решения нестационарного уравнения Шредингера (а) и в рамках аналитического подхода [13, 14] (б). Интерференционные эффекты, вызванные деструктивной/конструктивной интерференцией короткой и длинной траекторий, хорошо видны на рис.1,б, однако не просматриваются на рис.1,а из-за недостаточно малого шага по фазе φ в численных расчетах, необходимого для проявления этих эффектов.

сферических волн и асимптотическим импульсом \mathbf{p} ; $\psi(\mathbf{r}, t)$ – волновая функция электрона в лазерном поле и атомном потенциале $U(r)$; τ – длительность импульса. Как показывает анализ, для расчета импульсного распределения высокоэнергетических электронов волновая функция непрерывного спектра $\psi_p^{(-)}(\mathbf{r})$ может быть заменена плоской волной. Поэтому, ограничивая рассмотрение только высокоэнергетической частью спектра НПИ, будем вычислять импульсное распределение фотоэлектронов с помощью соотношения*

$$P(\mathbf{p}) \propto \left| \int \exp(-i\mathbf{p}\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}, t = \tau) d\mathbf{r} \right|^2. \tag{1}$$

Волновая функция электрона в момент времени $t = \tau$ определялась путем численного интегрирования нестационарного уравнения Шредингера:

$$i \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\nabla^2}{2} + U(r) + \mathbf{r}\mathbf{F}(t) \right] \psi(\mathbf{r}, t), \tag{2}$$

где

$$\mathbf{F}(t) = e_x \frac{Ff(t)}{\sqrt{1 + \beta^2}} [\cos \omega t + \beta \cos(2\omega t + \varphi)]$$

– напряженность электрического поля двухчастотного лазерного импульса; $f(t)$ – огибающая импульса; e_x – единичный вектор поляризации лазерного поля; F – амплитуда основной компоненты поля на несущей частоте ω ; β – относительная амплитуда компоненты второй гармоники поля; φ – относительная фаза компонент поля. Для уменьшения эффектов, связанных с огибающей лазерного импульса, в расчетах используется трапециевидальная огибающая с двумя периодами ($T = 2\pi/\omega$) поля основной компоненты, приходящимися на линейное по времени включение и выключение импульса, и шестью периодами, приходящимися на область постоянного значения огибающей:

$$f(t) = \begin{cases} t/(2T), & 0 < t \leq 2T, \\ 1, & 2T < t \leq 8T, \\ 1 - (t - 8T)/(2T), & 8T < t \leq 10T, \\ 0, & t \leq 0, t > 10T. \end{cases}$$

Атомный потенциал $U(r)$ моделируется сглаженным кулоновским потенциалом [15]:

$$U(r) = -\alpha \operatorname{sech}^2(r/a) - \tanh(r/a)/r, \tag{3}$$

где $a = 0.3$; $\alpha = 2.17$. Выбор таких параметров a и α обеспечивает совпадение энергии основного состояния электрона в потенциале (3) с энергией основного состояния водорода $E_H = -13.6$ эВ.

Нестационарное уравнение Шредингера решается псевдоспектральным (сплит-шаговым) методом с использованием преобразования Ганкеля и быстрого преобразования Фурье по пространственным переменным [16–18]. Для достижения сходимости численного алгоритма расчета волновой функции число узлов сетки вдоль оси поляризации поля (ось x) N_x было задано равным 16384, а число узлов вдоль ортогонального направления N_p – равным 480. Шаги по времени t и по координате x были выбраны следующими: $\Delta t = 0.015$, $\Delta x = 0.225$, узлы сетки по координате ρ (ρ – расстояние до оси x) расположены неэквидистантно, граница сетки соответствует $\rho_{\max} = 74$.

На рис.1,а представлены полученные численно энергетические распределения фотоэлектронов (спектров НПИ), вылетающих в направлении вектора поляризации лазерного излучения при ионизации атома водорода двухкомпонентным полем, для различных значений относительной фазы φ . Результаты приведены для сравнимых интенсивностей компонент поля ($\beta = 0.9$), интенсивности основной компоненты $I = cF^2/(8\pi) = 3 \times 10^{-3}$ ($\sim 1 \times 10^{14}$ Вт/см²), ее длины волны $\lambda = 2$ мкм и частоты $\omega = 0.0228$ (~ 0.62 эВ). Видно, что для широкой области энергий E выход фотоэлектронов остается в среднем постоянной величиной, образуя так называемое высокоэнергетическое плато перерасеяния в спектрах НПИ. Положение области обрыва этого плато (за которым выход НПИ резко снижается) описывается преимущественно гладкой

* Здесь и далее используются атомные единицы.

гармонической зависимостью от фазы φ за исключением интервала $\varphi \approx 2.4-3$ рад, для которого наблюдается провал в спектре фотоэлектронов. Для указанного интервала фазового сдвига второй гармоники поля максимальная энергия фотоэлектронов в области плато существенно снижается. Численный анализ показывает, что при несоизмеримых интенсивностях частотных компонент лазерного поля провал в спектре выхода НПИ исчезает и гармоническая зависимость положения точки обрыва плато от φ имеет место для всей области значений φ .

3. Интерпретация численных результатов

Для качественного объяснения резкого подавления выхода высокоэнергетических электронов при варьировании относительной фазы двухчастотного поля мы используем аналитический подход к описанию высокоэнергетической части спектра НПИ [13, 14]. Вкратце, в этом подходе амплитуда НПИ высокоэнергетических электронов $A^R(\mathbf{p})$ может быть представлена в виде суммы парциальных амплитуд A_j :

$$A^R(\mathbf{p}) = \sqrt{i} \omega \sum_j A_j. \quad (4)$$

Каждая из амплитуд A_j ассоциирована с парой времен $t_i^{(j)}, t_f^{(j)}$, имеющих смысл начального (индекс i) и конечного (индекс f) моментов времени при движении электрона по j -й замкнутой классической траектории под действием лазерного поля. Эти времена могут быть получены из анализа уравнений на перевальные точки при приближенном вычислении интеграла для амплитуды $A^R(\mathbf{p})$ методом перевала и определяются системой уравнений [11, 13, 14]

$$A(t_i^{(j)}) - \frac{1}{t_f^{(j)} - t_i^{(j)}} \int_{t_i^{(j)}}^{t_f^{(j)}} A(\tau) d\tau = 0, \quad (5a)$$

$$2F(t_f^{(j)}) + \frac{1}{c} \frac{A(t_f^{(j)}) - A(t_i^{(j)})}{t_f^{(j)} - t_i^{(j)}} = 0, \quad (5b)$$

где $F(t) = e_x F(t)$; $A(t) = e_x A(t)$; $A(t)$ – векторный потенциал лазерного поля ($\mathbf{F}(t) = -c^{-1} \dot{A}(t)$). Уравнения (5a) и (5b) допускают простую классическую интерпретацию. Уравнение (5a) показывает, что в момент ионизации, $t = t_i^{(j)}$, электрон покидает атомную систему с нулевой скоростью и движется в лазерном поле вдоль замкнутой траектории вплоть до момента времени $t_f^{(j)}$. В момент возврата, $t = t_f^{(j)}$, электрон рассеивается назад на атомном остове, а уравнение (5b) представляет собой условие максимума энергии электрона после такого рассеяния.

Классические траектории, ассоциированные с парой времен $t_i^{(j)}, t_f^{(j)}$, могут быть классифицированы как одновозвратные и многовозвратные в соответствии с числом возвращений электрона к атомному остову в промежутке времени $\Delta t_j = t_f^{(j)} - t_i^{(j)}$ между моментами ионизации и перерассеяния. Одновозвратные траектории – это траектории, при движении по которым электрон за время Δt_j один раз возвращается к атомному остову и перерассеивается на нем. При движении по многовозвратным траекториям электрон возвращается к атомному остову несколько раз, прежде чем перерассеяться. Поскольку времена $t_i^{(j)}, t_f^{(j)}$ зависят от относительной фазы φ , измене-

ние последней позволяет контролировать моменты ионизации и перерассеяния. Как правило, основной вклад в формирование высокоэнергетической части спектра НПИ дает одновозвратная траектория с минимальным временем возврата $\Delta t_j < 2\pi/\omega$, т. к. как именно для таких траекторий кинетическая энергия, набираемая электроном в результате движения по замкнутой траектории, к моменту перерассеяния максимальна. Энергия, набираемая электроном при движении вдоль замкнутой траектории, приближенно определяется квадратом разности векторных потенциалов в моменты времени $t = t_i^{(j)}$ и $t = t_f^{(j)}$ [13, 14]:

$$E_{\max}^{(j)} = \frac{1}{2} [A(t_i^{(j)}) - A(t_f^{(j)})]^2 - 2 |E_0| \frac{F(t_f^{(j)})}{F(t_i^{(j)})} \approx \frac{1}{2} [A(t_i^{(j)}) - A(t_f^{(j)})]^2, \quad (6)$$

где второе слагаемое, пропорциональное энергии связанного состояния E_0 , дает малую квантовую поправку к классическому результату. Можно показать [12, 14], что $E_{\max}^{(j)}$ принимает наибольшие значения для тех траекторий, начало и окончание движения по которым находятся в окрестности экстремумов напряженности и векторного потенциала лазерного поля соответственно. Следует также отметить, что многовозвратные траектории дают существенный вклад в среднюю часть высокоэнергетического плато и не влияют на область спектра НПИ вблизи верхней границы плато [14].

Парциальная амплитуда A_j , определяющая амплитуду (4), представляется в виде произведения трех сомножителей, описывающих трехшаговый сценарий процесса НПИ [10]:

$$A_j = a_\tau^{(j)} a_W^{(j)} a_s^{(j)} \exp(iS_j). \quad (7)$$

Фактор $a_\tau^{(j)}$ описывает процесс туннелирования электрона из атома на первом этапе сценария. Движение электрона в лазерном поле по замкнутой траектории на втором этапе определяется фактором $a_W^{(j)}$, а последующее перерассеяние на атомном остове описывается амплитудой $a_s^{(j)}$ упругого рассеяния электрона на ионе родительского атома. Величина S_j определяет классическое действие электрона, соответствующее движению по замкнутой траектории с временами начала и окончания движения $t_i^{(j)}$ и $t_f^{(j)}$ соответственно. Следуя аналитической модели, предложенной в работах [13, 14], фактор $a_\tau^{(j)}$ определяется вероятностью Γ_{st} туннельной ионизации в постоянном электрическом поле с эффективной напряженностью $\tilde{F}_j = |F(t_i^{(j)})|$ [19]:

$$a_\tau^{(j)} \propto \sqrt{\Gamma_{st}(\tilde{F}_j)}, \quad (8)$$

а пропагационный фактор $a_W^{(j)}$ выражается через функцию Эйри $\text{Ai}(x)$:

$$a_W^{(j)} \propto \text{Ai}[\alpha_j(E_j - E_{\max}^{(j)})],$$

$$E_j = \frac{1}{2} \left[p + \frac{1}{c} A(t_f^{(j)}) \right]^2, \quad (9)$$

где \mathbf{p} – импульс фотоэлектрона, а параметр α_j выражается через напряженности электрического поля в моменты времени $t_i^{(j)}$ и $t_f^{(j)}$ [13, 14]. Амплитуда упругого рассеяния $a_s^{(j)}$ в (7) описывает упругое рассеяние электрона (перерассеяние) на атомном остове с начальным (\mathbf{p}_i) и конечным (\mathbf{p}_f) импульсами $\mathbf{p}_i^{(j)} = e_x |\mathbf{P}_j|$ и $\mathbf{p}_f^{(j)} = \mathbf{P}_j$, где $\mathbf{P}_j = \mathbf{p} + c^{-1} \mathbf{A}(t_f^{(j)})$.

Явное выражение (7) для парциальной амплитуды НПИ указывает на возможные пути подавления или усиления отдельных парциальных амплитуд. Действительно, изменение временной зависимости поля, например путем варьирования относительной фазы в случае двухчастотного поля, обуславливает существенное изменение (из-за экспоненциальной зависимости Γ_{st} от напряженности лазерного поля) фактора $a_\tau^{(j)}$. Увеличение (уменьшение) фактора $a_\tau^{(j)}$ приводит к превалированию (подавлению) отдельного слагаемого в сумме (4). Как будет показано ниже, в случае двухчастотного поля изменение фазы вызывает подавление целой группы парциальных амплитуд.

Рассмотрим временную зависимость двухчастотного лазерного поля со сравнимыми интенсивностями компонент, показанную на рис.2. За период основной компоненты $T = 2\pi/\omega$ лазерное поле имеет четыре экстремума, соответствующие двум локальным максимумам и минимумам. В одном из двух минимумов, расположенном в окрестности полупериода, напряженность поля по абсолютной величине максимальна и, следовательно, ионизационные факторы парциальных амплитуд, соответствующие классическим траекториям с $t_i^{(j)} \approx (n + 1/2)T$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), будут наибольшими. Однако такие траектории имеют многовозвратный характер (см. нижний график на рис.2) и дают вклад в среднюю часть высокоэнергетического плато. Значение же электрического поля в окрест-

ности второго минимума близко к нулю, и парциальные амплитуды, соответствующие классическим траекториям с $t_i^{(j)} \approx nT$, будут подавлены из-за существенного уменьшения вероятности туннельной ионизации, определяющей фактор $a_\tau^{(j)}$. Из рис.2 видно, что возможно даже подавление вклада одновозвратной траектории, которая задает границу высокоэнергетического плато. Таким образом, при подавлении вклада короткой траектории граница высокоэнергетического плато определяется многовозвратной траекторией, что приводит к уменьшению энергии, определяющей область обрыва этого плато.

Анализируя ионизационный фактор $a_\tau^{(j)}$ как функцию относительной фазы поля для различных номеров j классических траекторий, мы обнаружили, что в интервале $\varphi \in (2.4 \text{ рад}, 2.6 \text{ рад})$ подавляется одновозвратная траектория ($j = 1$) с минимальным временем Δt_1 движения электрона вдоль замкнутой траектории и наибольшей энергией $E_{cut}^{(1)}$ электрона после перерассеяния (для $\varphi = 2.4 \text{ рад}$ мы имеем $\omega\Delta t_1 = 4.49$, $E_{cut}^{(1)} = 15.32u_p$, $u_p = [F^2/(4\omega^2)] \times \{1 - 3\beta^2/[4(1 + \beta^2)]\}$). В этом случае длина плато в спектре НПИ определяется траекторией ($j = 2$) с большим временем $\Delta t_2 > \Delta t_1$ и меньшей энергией $E_{cut}^{(2)} < E_{cut}^{(1)}$. При дальнейшем увеличении φ подавляются следующие (в порядке убывания энергии $E_{cut}^{(j)}$) парциальные амплитуды НПИ A_j (и соответственно $\Gamma_{st}(\tilde{F}_j)$). Так, при $\varphi = 2.8 \text{ рад}$ подавленными оказываются четыре многовозвратные траектории, в результате чего длину плато определяет траектория с $\omega\Delta t_5 = 29.81$ и $E_{cut}^{(5)} = 12.11u_p$.

За пределами интервала фаз 2.35 – 2.85 рад форма высокоэнергетического плато, а также положение области его обрыва с достаточно высокой точностью могут быть оценены в рамках приближения одновозвратных траекторий (как в случае монохроматического поля и короткого лазерного импульса). Таким образом, вариацией относительной фазы и амплитуды компоненты второй гармоники двухчастотного поля (что в результате приводит к уменьшению эффективного значения лазерного поля на первом этапе (туннелировании) трехшагового сценария НПИ) можно добиться подавления вкладов отдельных парциальных амплитуд ионизации, определяющих выход высокоэнергетических фотоэлектронов.

Следует отметить, что несмотря на хорошее качественное согласие спектров НПИ, полученных из решения нестационарного уравнения Шредингера и вычисленных на основе аналитической теории [13, 14], наблюдается заметное количественное различие этих двух результатов (см., напр., выход фотоэлектронов на рис.1 для $\varphi \in (2.4 \text{ рад}, 2.6 \text{ рад})$). Возникновение этого различия обусловлено ограничениями, накладываемыми на параметры лазерного поля при построении аналитической теории [13, 14]. Действительно, одним из ключевых предположений теории [13, 14] является малость параметра Келдыша γ_j в моменты ионизации $t_i^{(j)}$: $\gamma_j = \sqrt{2|E_0|\omega/\tilde{F}_j} \ll 1$. Очевидно, что это допущение позволяет выразить ионизационный фактор $a_\tau^{(j)}$ через вероятность туннелирования в эффективном постоянном электрическом поле (см. соотношение (8)). Однако в области подавления одновозвратных траекторий параметр Келдыша становится порядка единицы (из-за малости абсолютного значения напряженности поля) и значение ионизационного фактора, даваемое аналитической теорией, существенно занижено по сравнению с реальным. Это связано с тем, что уменьшение скорости ионизации с уменьшением амплитуды электрического поля (т.е. с увеличением параметра Келдыша) в

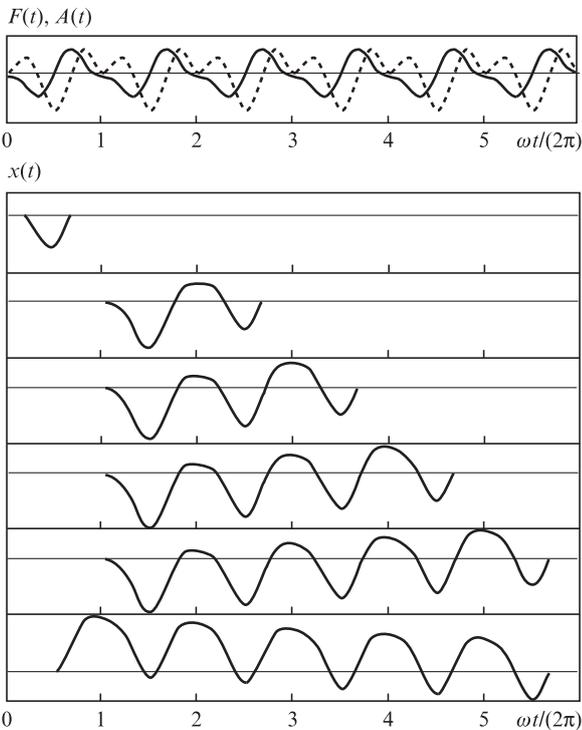


Рис.2. Временные зависимости напряженности (штриховая кривая) и векторного потенциала (сплошная кривая) двухчастотного поля с $\beta = 0.9$ и $\varphi = 2.8 \text{ рад}$ (верхний рисунок), а также законы движения электрона при движении по одно- и многовозвратным замкнутым классическим траекториям.

туннельном пределе происходит значительно быстрее (экспоненциально), чем в многофотонном случае (когда параметр Келдыша становится больше или порядка единицы и скорость ионизации уменьшается с уменьшением амплитуды электрического поля по степенному закону). Заниженное значение ионизационного фактора в аналитической теории и обуславливает более резкий провал в спектре выхода фотоэлектронов на рис.1,б по сравнению с численными результатами, приведенными на рис.1,а, для фаз $\varphi \in (2.4 \text{ рад}, 2.6 \text{ рад})$.

4. Заключение

В настоящей работе проанализированы спектры НПИ атомов в интенсивном двухчастотном лазерном поле с коллинеарными линейно поляризованными компонентами. На основе численного решения нестационарного уравнения Шредингера было обнаружено, что для сравнимых интенсивностей частотных компонент лазерного импульса (с центральными частотами ω и 2ω) граница высокоэнергетического плато в спектрах НПИ существенно модифицируется при изменении относительной фазы φ компонент поля. Такая модификация выражается в заметном провале в спектре высокоэнергетических фотоэлектронов в узкой области значений φ , что приводит к резкому уменьшению длины плато.

Для анализа и интерпретации указанных выше численных результатов была использована аналитическая теория НПИ [13, 14], модифицированная для случая двухчастотного поля. В рамках этого аналитического подхода амплитуда НПИ представляется в виде когерентной суммы парциальных амплитуд, каждая из которых ассоциирована с замкнутой «экстремальной» траекторией, обеспечивающей максимум энергии фотоэлектрона после перерасеяния на атомном остове. Разделяя «экстремальные» траектории на одно- и многовозвратные и исследуя их свойства, мы представили физически прозрачную квазиклассическую интерпретацию полученного численного провала в спектре высокоэнергетических фотоэлектронов: парциальные амплитуды ионизации, ассоциированные с наиболее короткими траекториями, соответствующими максимальной классически допустимой энергии электрона в момент перерасеяния, подавляются при определенных значениях относительной фазы φ и сравнимых интенсивностях компонент поля. Это подавление

связано с подавлением канала туннельной ионизации из-за уменьшения эффективного поля в момент ионизации, определяющего ионизационный фактор в рамках трехшагового сценария формирования высокоэнергетического плато в спектрах НПИ. Наконец, представленный в настоящей работе механизм подавления вклада отдельных траекторий в спектры НПИ дает принципиальную возможность управления процессом НПИ атомов путем варьирования параметров двухчастотного лазерного поля: отношения амплитуд и относительной фазы его компонент.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда № 15-12-10033.

1. Xie X., Roither S., Kartashov D., Persson E., Arbó D.G., Zhang L., Gräfe L., Schöffler M.S., Burgdörfer J., Baltuška A., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **108**, 193004 (2012).
2. Arbó D.G., Nagele S., Tong X.-M., Xie X., Kitzler M., Burgdörfer J. *Phys. Rev. A*, **89**, 043414 (2014).
3. Arbó D.G. *J. Phys. B*, **47**, 204008 (2014).
4. Arbó D.G., Lemell C., Nagele S., Camus N., Fechner L., Krupp A., Pfeifer T., López S.D., Moshhammer R., Burgdörfer J. *Phys. Rev. A*, **92**, 023402 (2015).
5. Zheng X., Liu M.-M., Xie H., Ge P., Li M., Liu Y. *Phys. Rev. A*, **92**, 053422 (2015).
6. Babushkin I., Kuehn W., Köhler C., Skupin S., Bergé L., Reimann K., Woerner M., Herrmann J., Elsaesser T. *Phys. Rev. Lett.*, **105**, 053903 (2010).
7. Vvedenskii N.V., Korytin A.I., Kostin V.A., Murzanev A.A., Silaev A.A., Stepanov A.N. *Phys. Rev. Lett.*, **112**, 055004 (2014).
8. Popruzhenko S.V., Tulsy V.A. *Phys. Rev. A*, **92**, 033414 (2015).
9. Skruszewicz S., Tiggesbäumker J., Meiwes-Broer K.-H., Arbeiter M., Fennel Th., Bauer D. *Phys. Rev. Lett.*, **115**, 043001 (2015).
10. Paulus G.G., Becker W., Nicklich W., Walther H. *J. Phys. B*, **27**, L703 (1994).
11. Becker W., Grasbon F., Kopold R., Milošević D.B., Paulus G.G., Walther H. *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, **48**, 35 (2002).
12. Milošević D.B., Paulus G.G., Bauer D., Becker W. *J. Phys. B*, **39**, R203 (2006).
13. Frolov M.V., Knyazeva D.V., Manakov N.L., Popov A.M., Tikhonova O.V., Volkova E.A., Xu M.-H., Peng L.-Y., Pi L.-W., Starace A.F. *Phys. Rev. Lett.*, **108**, 213002 (2012).
14. Frolov M.V., Knyazeva D.V., Manakov N.L., Geng J.-W., Peng L.-Y., Starace A.F. *Phys. Rev. A*, **89**, 063419 (2014).
15. Gordon A., Kärtner F.X. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 223901 (2005).
16. Silaev A.A., Vvedenskii N.V. *Phys. Rev. Lett.*, **102**, 115005 (2009).
17. Silaev A.A., Ryabikin M.Yu., Vvedenskii N.V. *Phys. Rev. A*, **82**, 033416 (2010).
18. Silaev A.A., Vvedenskii N.V. *Phys. Plasmas*, **22**, 053103 (2015).
19. Смирнов Б.М., Чибисов М.И. *ЖЭТФ*, **49**, 841 (1965).