

Эффекты распространения в сильно ионизованных газовых средах*

В.Тоша, К.Ковач, Б.Майор, Е.Балог, К.Варю

Задача о распространении ультраинтенсивного импульса в газообразной среде решена с помощью неадиабатической трехмерной модели, расширенной на случай многократной ионизации атомов в области взаимодействия. Показана сложная связь между пространственными и временными характеристиками импульса в процессе его распространения и сильные пространственные и временные изменения распределения поля.

Ключевые слова: интенсивный лазерный импульс, ионизация газовой среды, задача распространения.

1. Введение

Распространение интенсивных лазерных импульсов в ионизируемых средах важно для широкого круга задач, включающих лазерные ускорители частиц [1], каналирование в лазерной плазме [2], генерацию гармоник высших порядков [3], генерацию суперконтинуума [4], рентгеновские лазеры и лазерный термоядерный синтез (см. обзор [1]).

Интенсивный лазерный импульс, распространяющийся в нейтральном газе, испытывает дифракцию, рефракцию и нелинейные эффекты, такие как самофокусировка и самомодуляция фазы (СМФ), ионизация и плазменная дефокусировка [5–7]. При распространении сфокусированного пучка рост интенсивности приводит к ионизации среды и формированию плазмы, что усиливает связанные с этим линейные и нелинейные эффекты. Распространение светового импульса в ионизируемой среде является крайне неоднородным процессом как во времени, так и в пространстве. Во времени передняя часть импульса будет распространяться в нейтральном газе и испытывать только дифракцию и дисперсию. По мере того как интенсивность импульса растет, его последующая часть будет испытывать нелинейные эффекты (такие как СМФ), определяемые нелинейным показателем преломления нейтральной среды (n_2). К тому же для лазерных импульсов высокой интенсивности ионизация начинается уже на переднем фронте импульса, и последующие его части бу-

дут распространяться через ионизованную среду, причем скорость ионизации сильно зависит от времени, так что и линейные и нелинейные параметры среды становятся зависящими от времени. Задний фронт импульса будет подвергаться воздействию со стороны ионизованной среды: в одних случаях наблюдается дефокусировка, в других – рефокусировка. Степень указанных модификаций будет меняться в радиальном направлении, что создает сложную пространственно-временную связь в процессе распространения импульса. Если ультракороткий интенсивный лазерный импульс используется в экспериментах по ускорению частиц, пространственное и временное распределение электронов высокой энергии сильно зависят от контраста и формы лазерного предимпульса [8, 9]. Это, однако, подразумевает необходимость оценки модификаций формы импульса по мере их возникновения в ходе распространения. Более того, искажения, вносимые во временную и пространственную огибающие пьедестала импульса ультравысокой интенсивности, являются важными для таких экспериментов и нуждаются в количественном описании как с целью характеристики импульса, так и для оценки распределения концентрации электронов, которая затем может быть использована при PIC-моделировании [9].

Активной исследуемой областью, в которой распространение интенсивных импульсов играет существенную роль, является генерация гармоник высших порядков и аттосекундных импульсов (как одиночных, так и в виде цугов). Генерация высших гармоник – весьма перспективный метод преобразования лазерных ИК импульсов в когерентные импульсы ВУФ или мягкого рентгеновского диапазона с рекордно малой длительностью и высокой энергией фотонов. К сожалению, эффективность конверсии от одного атома весьма мала, так что для получения световых потоков, достаточных для проведения экспериментов типа «накачка – пробное излучение», требуется конструктивное сложение гармонического излучения от множества атомов.

Быстрый рост мощности лазерных импульсов внушает надежду на увеличение амплитуды генерируемых высших гармоник при подходящем выборе макроскопических условий. Одной из возможностей повышения эффек-

* Перевод с англ. В.Л.Дербова.

V.Tosa, K.Kovács. National Institute for R&D of Isotopic and Molecular Technologies, Cluj-Napoca, Romania; ELI-ALPS, ELI-HU Nkft, Szeged, Hungary

B.Major. Department of Optics and Quantum Electronics, University of Szeged, Szeged, Hungary

E.Balogh. Department of Optics and Quantum Electronics, University of Szeged, Szeged, Hungary; Center for Relativistic Laser Science, Institute for Basic Science (IBS), Gwangju, Republic of Korea

K.Varjú. ELI-ALPS, ELI-HU Nkft, Szeged, Hungary; Department of Optics and Quantum Electronics, University of Szeged, Szeged, Hungary

тивности генерации высших гармоник является увеличение геометрических размеров [10, 11] при сохранении излучающего объема в слабоионизованном состоянии. Для пиковых мощностей, которые скоро станут доступными в новых лазерных установках (ELI, CALA, EXCELS) этот метод станет практически нецелесообразным, т. к. потребуются фокусировка с длиной перетяжки в десятки и сотни метров. Альтернативный метод использования лазерных импульсов высокой мощности реализуется при существенной ионизации, а условия фазового синхронизма достигаются в плотной и короткой газовой мишени. Для этих альтернативных подходов требуются различные фокусирующие системы и различные газовые мишени. Прямое экспериментальное сравнение невозможно ни в одной из уже существующих лабораторий, не говоря о новых комплексах, находящихся в стадии разработки. Поэтому теоретический (модельный) эксперимент является единственным средством сравнения свойств излучения высших гармоник, созданного в условиях сильной и слабой ионизации среды.

Недавно появилось сообщение об эффективной генерации мягкого рентгеновского излучения в многократно ионизованной плазме [12]. С использованием интенсивного возбуждающего лазерного излучения на длине волны 270 нм было получено излучение в мягком рентгеновском диапазоне, которое, как предполагается, генерировалось ионами от Ar^+ до Ar^{5+} . Авторы [12] подчеркивают необходимость моделирования распространения импульсов в указанных средах с учетом многократной ионизации атомов, а также моделирования генерации гармоник в таких условиях.

В настоящей работе мы используем трехмерную неадиабатическую модель для характеристики распространения ультракороткого импульса в газовой среде в условиях высокой интенсивности, что создает большую концентрацию электронов за счет многократной ионизации атомов мишени. Хотя имеются сообщения [13] об одновременной многократной ионизации в инертных газах, преобладающим механизмом является последовательная ионизация, поэтому для вычисления концентрации электронов мы используем метод, основанный на расчете скорости последовательной одноэлектронной ионизации [14]. Обзор моделей распространения импульсов в газе или конденсированной среде содержится в [15] и включает в себя численное моделирование распространения ультракоротких импульсов в экстремально нелинейных режимах.

2. Модель

Распространение ультракороткого импульса в ионизуемой газовой среде можно описать в цилиндрических координатах уравнением [16]

$$\nabla^2 E_1(r, z, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_1(r, z, t)}{\partial t^2} = \frac{\omega^2}{c^2} (1 - \eta_{\text{eff}}^2) E_1(r, z, t), \quad (1)$$

где c – скорость света; E_1 – полное электрическое поле (несущая) с центральной частотой ω ;

$$\eta_{\text{eff}}(n_a, n_e, r, z, t) = \eta_0(n_a) + \eta_2(n_0) E_1^2(r, z, t) - \frac{\omega_p^2 I(n_e, r, z, t)}{2\omega^2} \quad (2)$$

– эффективный показатель преломления, который учитывает дисперсию, вносимую нейтральными частицами и электронной плазмой (первый и, соответственно, последний член в уравнении (2)), а также нелинейный показатель преломления, связанный с электронами в связанных состояниях (второй член в уравнении (2)); ω_p – плазменная частота, пропорциональная концентрации электронов n_e .

Для решения уравнения (1) его удобно записать в бегущей системе координат ($z' = z$ и $t' = t - z/c$). Здесь и ниже для простоты мы опускаем штрих, так что уравнение приобретает вид

$$\nabla^2 E_1(r, z, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_1(r, z, t)}{\partial z \partial t} = \frac{\omega^2}{c^2} (1 - \eta_{\text{eff}}^2) E_1(r, z, t). \quad (3)$$

Производная по времени может быть исключена путем применения преобразования Фурье. Раскрывая также оператор Лапласа, приводим уравнение к виду

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) E_1(r, z, \omega) - \frac{2i\omega}{c^2} \frac{\partial E_1(r, z, \omega)}{\partial z} = \frac{\omega^2}{c^2} \hat{F}[(1 - \eta_{\text{eff}}^2) E_1(r, z, t)], \quad (4)$$

где \hat{F} – оператор преобразования Фурье. В параксиальном приближении второй производной по z пренебрегают, так что окончательное уравнение, подлежащее численному решению, имеет вид

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) E_1(r, z, \omega) - \frac{2i\omega}{c^2} \frac{\partial E_1(r, z, \omega)}{\partial z} = \frac{\omega^2}{c^2} \hat{F}[(1 - \eta_{\text{eff}}^2) E_1(r, z, t)]. \quad (5)$$

Для решения уравнения (5) мы используем метод Кранка – Николсона, гарантирующий достаточную точность при работе с конечными разностями, а использование нелинейной численной сетки по радиальной координате делает возможным интегрирование в достаточно широкой области – во избежание нефизического отражения распространяющегося поля от стенок конечной области интегрирования. В правой части уравнения (5) содержатся как явная, так и неявная зависимости решения через плазменный и керровский члены. По этой причине мы следовали самосогласованной итерационной процедуре на каждом шаге интегрирования. После интегрирования на шаге dz получалось прошедшее поле E_1 в частотном представлении. Чтобы получить E_1 во временном представлении и расчитать свободный член в уравнении (5), производилось обратное преобразование Фурье. Затем интегрирование в частотной области повторялось с новым членом-источником, и процедура продолжалась до тех пор, пока разность между лазерными полями, полученными в двух последовательных итерациях, не становилась меньше установленного порога. Обычно было достаточно от трех до пяти итераций, однако это зависит от множества параметров, таких как число шагов в направлении z , начальное давление газа, начальная интенсивность и т. п.

Мы учитывали также мнимую часть показателя преломления, что позволяло оценить затухание волны в про-

цессе распространения. Предполагалось, что потери энергии целиком обусловлены ионизацией. Чтобы найти их вклад, мы распространили на случай многократной ионизации метод, описанный в [17] для случая однократной ионизации. Вкратце, мы записывали условие баланса энергии для процесса ионизации и предполагали, что энергия, теряемая импульсом на интервале между z и $z + dz$, равна энергии, приобретаемой электронами на том же интервале. Потери энергии оценивались для каждой точки (r, z) после каждого успешного шага интегрирования, и ослабленное затуханием поле использовалось на следующем шаге интегрирования.

Для того чтобы проинтегрировать уравнение (5) в реалистичных условиях, необходима модель ионизации, позволяющая рассчитывать скорости ионизации. Нами использовалась модель Аммосова–Делоне–Крайнова (АДК) [18] или ее версия для молекул [19].

Как можно видеть из уравнения (2), нам нужно оценить концентрацию электронов в среде, величина которой в слабом поле (интенсивность 10^{14} Вт/см²) обусловлена однократной (обычно многофотонной или туннельной) ионизацией атомов или молекул. В очень интенсивном лазерном поле атом или молекула испытывают многократную ионизацию. Для вычисления концентрации электронов мы рассматривали только последовательную ионизацию и вывели систему скоростных уравнений, позволяющих рассчитывать доли ионов различной кратности на основании следующих исходных данных: n_0 – начальная концентрация нейтральных атомов в среде; $w_{01}(t), w_{12}(t), \dots$ – скорости ионизации; пары индексов $(k-1)k$ означают скорость ионизации $(k-1)$ -кратно ионизованного атома с переходом в k -кратно ионизованное состояние; скорости рассчитывались с использованием приближения АДК [19]. Неизвестными являются $n_0(t), n_1(t), \dots, n_k(t)$ – доли нейтральных, однократно, ..., k -кратно ионизованных атомов.

Записывалась и решалась следующая система дифференциальных уравнений:

$$\frac{dn_0(t)}{dt} = -n_0(t)w_{01}(t),$$

$$\frac{dn_1(t)}{dt} = n_0(t)w_{01}(t) - n_1(t)w_{12}(t),$$

⋮

$$\frac{dn_z(t)}{dt} = n_{z-1}(t)w_{(z-1)z}(t).$$

Для корректной оценки изменения эффективного показателя преломления за счет вклада плазмы рассчитывалось полное число электронов, получающихся в результате последовательного отрыва от атома или молекулы:

$$n_e(t) = \sum_{k=1}^z kn_k(t).$$

Следует сделать краткое замечание относительно оптического керровского члена в уравнении (2). Поскольку в газе присутствуют многократно ионизованные атомы, необходимо учитывать их вклад в восприимчивость сре-

ды третьего порядка χ_3 . Значения восприимчивостей для ионизованных атомов неизвестны, но их можно оценить. Здесь мы использовали связь, которую можно установить между восприимчивостями иона χ_3^+ и нейтрального атома χ_3^0 [20]. Отношение между ними связано с отношением их ионизационных потенциалов как $\chi_3^+/\chi_3^0 \approx (I_p^0/I_p^+)^3$, где I_p – потенциал ионизации рассматриваемых ионов.

3. Результаты и их обсуждение

Ниже мы будем обсуждать случай фемтосекундного импульса с длиной волны излучения 800 нм, распространяющегося в Ne при давлении 85 Тор вдоль статической ячейки длиной 5 мм, помещенной в область фокальной перетяжки пучка. Другие расчетные параметры таковы: энергия импульса 40 мДж, длительность импульса 26 фс, фокусное расстояние линзы 4 м (рэлеевская длина 15 мм). При таких условиях диаметр перетяжки в фокусе составляет 68 мкм, а начальная интенсивность на входе в среду равна 1.8×10^{16} Вт/см². На вход среды импульс приходит с гауссовым профилем.

На рис.1 иллюстрируется временная эволюция содержания ионов различной кратности (Ne, Ne⁺, Ne²⁺ и Ne³⁺). Видно, что появляются ионы вплоть до Ne⁴⁺ и что ионы различной кратности возникают в различные моменты времени в течение импульса. При этом ионы Ne и Ne⁺ к концу импульса полностью исчезают. Ясно, что для больших интенсивностей нужно учитывать ионы все более и более высокой кратности ионизации. Если исходная концентрация n_e равна n_0 , то конечная концентрация электронов превысит $3n_0$. Это видно из рис.2, где концентрация электронов и огибающая лазерного импульса изображены как функции времени. Можно увидеть, что концентрация электронов имеет три «плато»: одно – при $-6T_0$ (соответствует двукратной ионизации), второе – при $-4T_0$ (соответствует трехкратной ионизации) и третье – после пика импульса (связано с временной эволюцией концентраций ионов различной кратности (см. рис.1). Это временное изменение концентрации электронов является сильно неоднородным в пространстве, так что можно предвидеть сложное пространственно-временное изменение показателя преломления, которое должно вызывать сложные эффекты в процессе распространения импульса.

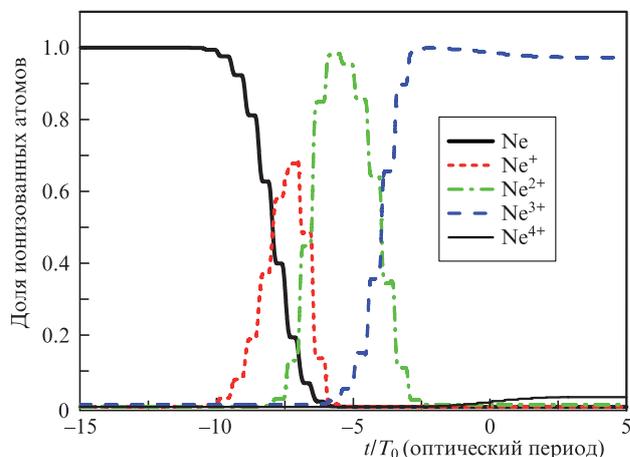


Рис.1. Временная эволюция относительной концентрации ионов различной кратности, начиная с нейтральных атомов Ne, при пиковой интенсивности 1.8×10^{16} Вт/см².

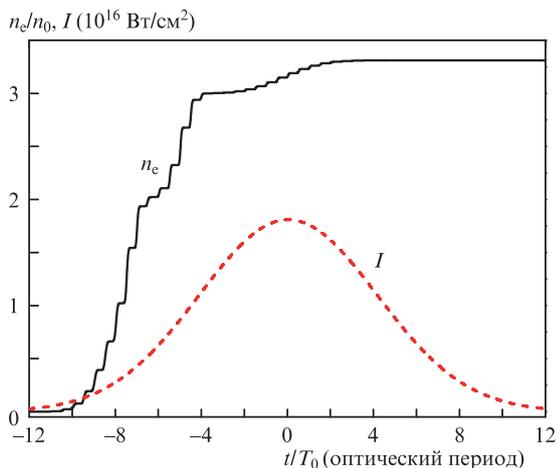


Рис.2. Огибающая интенсивности и концентрация электронов как функции времени.

Будучи исходно гауссовым, лазерный импульс искажается со временем в процессе распространения через среду ионизованного Ne, и мы можем оценить эти искажения во всех точках сетки, покрывающей область интегрирования. На рис.3 представлена пространственная карта пиковой интенсивности лазерного импульса. Следует отметить две основные особенности. Во-первых, наблюдается сильная дефокусировка поля в процессе распространения, т.к. радиальный градиент концентрации электронов действует как рассеивающая линза в поперечном сечении пучка. Во-вторых, видна рефокусировка пучка после прохождения им расстояния ~1.5 мм. Детальный анализ поля показывает, что причиной этих эффектов является изменение показателя преломления во времени. В передней части импульса это изменение задается главным образом изменением концентрации электронов, однако, когда она достигает стационарного значения, основной вклад в изменение показателя преломления определяется керровским членом. Он действует как собирающая линза и вызывает фокусировку пучка на заднем фронте импульса. Можно также видеть, что в периферийной области ($r > 250$ мкм) после распространения пучка на расстояние $z = 4$ мм избежать паразитных численных эффектов в виде отражений от стенок области не удастся, однако они слабые и не влияют на амплитуду поля в центральной части пучка. Возможно, что при рас-

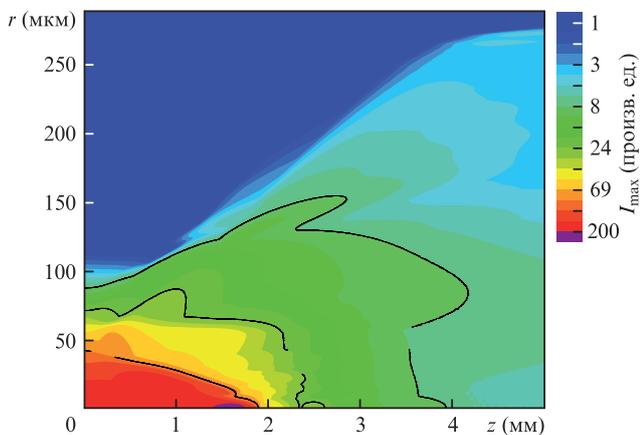


Рис.3. Пространственная карта пиковой интенсивности импульса в единицах 10^{14} Вт/см². Цветное изображение см. на сайте «Квантовой электроники» <http://www.quantum-electron.ru>.

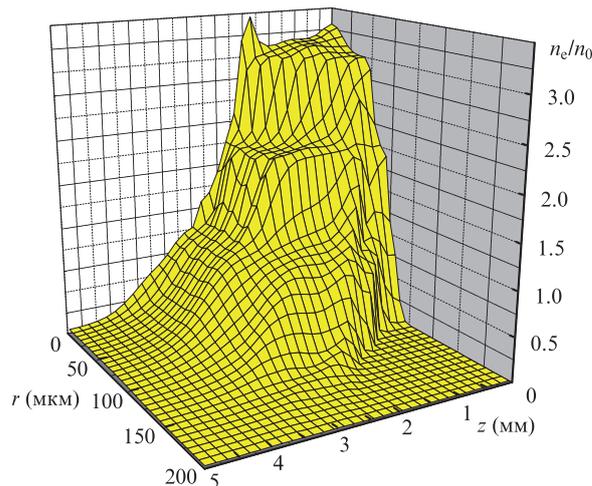


Рис.4. Карта распределения концентрации электронов.

пространении на большее расстояние эти отражения будут существенными и потребуют модификации используемой численной схемы.

Интересно также проанализировать распределение концентрации электронов в области интегрирования (рис.4). Плато, видимые во временных зависимостях на рис.2, также присутствуют в пространственных распределениях, что является еще одним свидетельством сильной пространственно-временной связи, возникающей при распространении импульса в условиях сильной ионизации.

Спектрально-временные искажения, которые импульс испытывает в процессе распространения в ионизирующей среде, отражаются на любых взаимодействиях лазерного поля с веществом. Поэтому существенно охарактеризовать эти искажения во временной, спектральной и пространственной областях, т.к. они могут быть важными даже на временах порядка одного оптического колебания. Используя нами модель делаем возможной такую характеристику, поскольку результатом вычислений является полное электрическое поле $E_1(r, z, t)$ или его спектральный образ $E_1(r, z, \omega)$. На рис.5 показана временная зависимость поля на оси пучка на входе в среду и на выходе из нее. Хорошо видно, что импульс испытывает сильные изменения как по амплитуде (из-за плазменной дефокусировки), так и по фазе (из-за временной зависимости показателя преломления). Исключением является

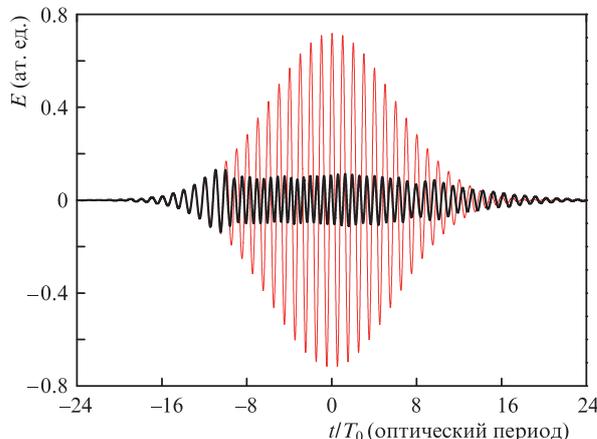


Рис.5. Поле на оси лазерного импульса на входе в среду (тонкая кривая) и на выходе из нее (жирная кривая)

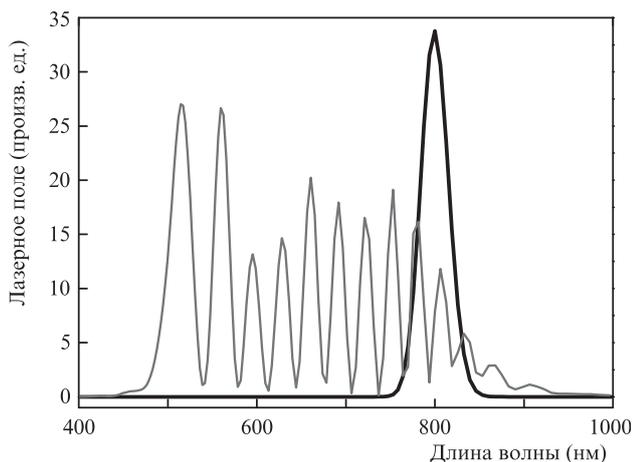


Рис.6. Спектр импульса на входе в среду (тонкая кривая) и на выходе из нее (жирная кривая)

передняя часть импульса, которая не вызывает ионизации и лишь слабо искажается за счет дисперсии нейтральной среды.

Сильные изменения можно увидеть и в частотной области, что отражено на рис.6. Первоначальный спектр — гауссов, с центром на длине волны 800 нм, тогда как спектр на выходе из среды значительно уширен как в длинноволновую, так и, в особенности, в коротковолновую сторону. Это уширение возникает вследствие фазовой самомодуляции в плазме, аналогичной самомодуляции из-за эффекта Керра. Диапазон уширения значителен: при первоначальной ширине 50 нм (спектрально-ограниченный импульс) уширенный импульс после распространения занимает спектральную область от 470 до 950 нм.

При генерации гармоник высших порядков временные изменения оптических параметров среды порождают макроскопические эффекты фазового синхронизма, которые, наряду с другими, ограничивают временное окно для эффективной генерации сигнала [21]. В режиме высокой интенсивности, который соответствует первой части газовой среды, гармоники высокого порядка могут генерироваться как нейтральными атомами (на переднем фронте импульса), так и ионами (после ионизации нейтральных атомов). Однако в нашем случае высокая концентрация электронов препятствует фазовому синхронизму гармоник, генерируемых ионами. Фактически в этом режиме основной вклад в рассогласование фаз вносится показателем преломления плазмы. Однако режим высокой интенсивности можно исследовать с использованием УФ лазерных импульсов, для которых дисперсия плазмы существенно уменьшается. При этом как линейный, так и нелинейный показатели преломления ионов становятся значительно больше и ими уже нельзя пренебрегать [12].

При использовании импульсов ближнего ИК диапазона генерация высших гармоник с соблюдением фазового синхронизма ограничивается случаем умеренных скоростей ионизации. Сильные пространственные и временные искажения генерирующего поля могут создать условия для эффективной генерации гармоник после распространения пучка на значительное расстояние, на котором за счет нелинейных эффектов он в газовой ячейке дифрагирует до большего сечения, чем достигается более однородное распределение интенсивности. Этот эффект хорошо виден на рис. 7, где представлена карта пиковой ин-

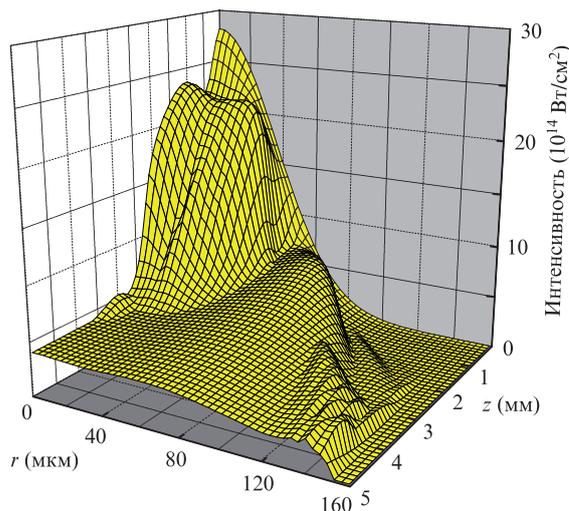


Рис.7. Пространственная карта пиковой интенсивности импульса.

тенсивности в области взаимодействия. После распространения примерно на 3 мм пространственное распределение поля стабилизируется, и его интенсивность и фаза становятся постоянными по радиальной координате в широкой области. Интересно отметить, что стабилизация начинается с периферийной области и распространяется в направлении оси.

За счет пространственно-временной связи могут также генерироваться конфигурации поля, порождающие уникальные эффекты взаимодействия света с веществом. Одним из таких примеров является генерация одиночных аттосекундных импульсов в конфигурации маяка [22]. В этом случае было численно показано, что лазерный импульс (800 нм, 25 фс), содержащий много периодов поля, в условиях сильной ионизации приобретает вращающийся волновой фронт. При генерации высших гармоник за счет взаимодействия с атомами аргона это продуцирует одиночные аттосекундные импульсы на следующих друг за другом полупериодах с возрастающей расходимостью. В результате формируется серия одиночных аттосекундных импульсов, излучаемых в конусы с увеличивающимся от одного полупериода к другому углом расходимости.

Таким образом, решение задачи о распространении ультраинтенсивного импульса в газообразной среде получено с помощью неадиабатической трехмерной модели, расширенной на случай многократной ионизации атомов в области взаимодействия. Результаты демонстрируют сложную связь между пространственными и временными характеристиками импульса в процессе его распространения и сильные пространственные и временные изменения распределения поля. При некоторых условиях конфигурация поля способна приводить к интересным эффектам, например в аргоновой среде было продемонстрировано направленное подобно свету маяка излучение аттосекундных импульсов.

V.T. и K.K. с благодарностью отмечают финансовую поддержку со стороны проектов RO-CERN E02 (PULSE-PROPAG) и PN-II-ID-PCE-2012-4-0342. Проект ELI-ALPS (GOP-1.1.1-12/B-2012-000, GINOP-2.3.6-15-2015-00001) поддержан Европейским Союзом и софинансируется Европейским фондом регионального развития. В.М. и Е.В. были поддержаны Венгерским фондом научных исследований (OTKA NN107235).

1. Esarey E., Schroeder C.B., Leemans W.P. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 1229 (2009)
2. Min Chen, Ji Luo, Fei-Yu Li, Feng Liu, Zheng-Ming Sheng, Jie Zhang. *Light: Science & Applications*, **5**, e16015 (2016).
3. Krausz F., Ivanov M. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 163 (2009).
4. Serebryannikov E.E., Goulielmakis E., Zheltikov A.M. *New J. Phys.*, **10**, 093001 (2008).
5. Efimenko E.S., Kim A.V., Quiroga-Teixeiro M. *Phys. Plasmas*, **18**, 032107 (2011).
6. Rae S.C., Burnett K. *Phys. Rev. A*, **46**, 1084 (1992).
7. Rae S.C. *Opt. Commun.*, **104**, 330 (1993).
8. Hosokai T., Kinoshita K., Zhidkov A., Nakamura K., Watanabe T., Ueda T., Kotaki H., Kando M., Nakajima K., Uesaka M. *Phys. Rev. E*, **67**, 036407 (2003).
9. Kim H.T., Pae K.H., Cha H.J., Kim I.J., Yu T.J., Sung J.H., Lee S.K., Jeong T.M., Lee J. *Phys. Rev. Lett.*, **111**, 165002 (2013).
10. Rudawski P., Heyl C.M., Brizuela F., Schwenke J., Persson A., Mansten E., Rakowski R., Rading L., Campi F., Kim B., Johnsson P., Huillier A.L., Rudawski P., Heyl C.M., Brizuela F., Schwenke J., Persson A., Mansten E. *Rev. Sci. Instrum.*, **84**, 073103 (2013).
11. Heyl C.M., Coudert-Alteirac H., Miranda M., Louisy M., Kovacs K., Tosa V., Balogh E., Varjú K., L'Huillier A., Couairon A., Arnold C.L. *Optica*, **3**, 75 (2016).
12. Popmintchev D., Dollar F., Mancuso C., Chen M., Hankla A., Gao X., Shim B., Gaeta A.L., Tarazkar M., Romanov D.A., Levis R.J., Gaffney J.A., Foord M., Libby S.B., Jaron-Becker A., Becker A., Plaja L., Murnane M.M., Kapteyn H.C., Popmintchev T. *Science*, **350**, 1225 (2015).
13. Laroche S., Talebpour A., Chin S.L. *J. Phys. B, At. Mol. Opt. Phys.*, **31**, 1201 (1999);
14. Martínez P.G.A., Bergé L. *J. Phys. B, At. Mol. Opt. Phys.*, **47**, 204017 (12pp) (2014); Martínez P.G.A., La Fontaine A.C., Köhler C., Bergé L. *J. Phys. B, At. Mol. Opt. Phys.*, **48**, 094010 (2015).
15. Kolesik M., Moloney J.V. *Rep. Prog. Phys.*, **77**, 016401 (2014); Couairon A., Brambilla E., Corti T., Majus D., Kolesik M. *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, **199**, 5 (2011).
16. Tosa V., Kim K.T., Nam C.H. *Phys. Rev. A*, **79**, 043828 (2009).
17. Takahashi E., Tosa V., Nabekawa Y., Midorikawa K. *Phys. Rev. A*, **68**, 023808 (2003).
18. Аммосов М.В., Делоне Н.Б., Крайнов В.П. *ЖЭТФ*, **91**, 2008 (1986).
19. Tong X.M., Zhao Z.X., Lin C.D. *Phys. Rev A*, **66**, 033402 (2002).
20. Sprangle P., Esarey E., Hafizi B. *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 1049 (1997).
21. Schutte B., Weber P., Kovacs K., Balogh E., Major B., Tosa V., Han S., Vrakking M.J.J., Varju K., Rouzee A. *Opt. Express*, **23**, 33947 (2015).
22. Tosa V., Lee J.S., Kim H.T., Nam C.H. *Phys. Rev. A*, **91**, 051801(R) (2015).