

Аналитическое описание генерации аттосекундных импульсов на поверхности плазмы, облученной высокоинтенсивным лазерным импульсом*

М.Чередычек, А.Пухов

Теоретически исследован процесс генерации цуга аттосекундных или даже фемтосекундных импульсов за счет генерации гармоник высших порядков при отражении назад от поверхности плазмы интенсивного лазерного излучения. Показано, что эти аттосекундные импульсы при определенных условиях могут иметь на несколько порядков большую амплитуду, чем у исходного лазерного импульса. Подробно исследована наногруппировка электронной плотности плазмы. Приведен вывод аналитического выражения, описывающего профиль электронной плотности, и получено хорошее согласие с результатами моделирования методом «частиц в ячейках». Изучен наиболее эффективный случай генерации высших гармоник на слое сверхплотной плазмы с экспоненциальным предплазменным профилем при не слишком высокой интенсивности лазерного излучения (нормированный вектор-потенциал $a_0 = 10$). Спектры отдельных аттосекундных импульсов излучения, отраженных назад, вычислены с использованием оригинального выражения для формы электронной плотности в сочетании с уравнением для спектра излучения наносгустков.

Ключевые слова: генерация высоких гармоник, аттосекундные импульсы, поверхность плазмы.

1. Введение

За последнее десятилетие достигнут значительный прогресс в развитии лазерных технологий [1–4], открывающий возможность изучения новых физических явлений при взаимодействии лазерного излучения с плазмой. Одним из важнейших процессов в этой области является генерация высших гармоник, которая весьма интенсивно изучается в настоящее время. В связи с постоянным уменьшением минимальной достижимой длительности лазерных импульсов интересно выяснить, возможна ли генерация все более коротких импульсов (атто- или даже фемтосекундных). Уменьшение длительности импульса и длины волны излучения открыло бы новые возможные области применения, что и стимулирует исследование генерации высших гармоник.

Наиболее эффективный метод генерации высших гармоник – взаимодействие высококонтрастных лазерных импульсов [5] с плотными твердотельными мишенями. Пьедестал импульса ионизует поверхность, а основной импульс взаимодействует с электронами сверхплотной плазмы, тогда как ионы в процессе такого взаимодействия остаются почти неподвижными. Различают два механизма генерации высших гармоник в этом случае: когерентное излучение кильватерной волны (coherent wake emission, CWE) [5, 6] и релятивистски осциллирующее зеркало (relativistically oscillating mirror, ROM) [7–11]. CWE обусловлено быстрыми электронами [12], которые возбуждают колебания плазмы на локальных плазменных

частотах. Таким образом, в случае CWE гармоник с частотой, превышающей плазменную, нет. Этот процесс доминирует при нерелятивистских интенсивностях лазерного импульса, для которых нормированный вектор-потенциал $a_0 < 1$.

При $a_0 \gg 1$ гармоники генерируются преимущественно за счет ROM. В этом случае слой электронов на поверхности плазмы действует как зеркало, которое осциллирует с релятивистскими амплитудами скорости и генерирует гармоники высокого порядка вследствие эффекта Доплера при движении навстречу падающей волне. Для данного процесса не существует ограничений по частоте, присущих CWE, так что могут генерироваться гармоники сколь угодно высокого порядка. В первом теоретическом описании ROM утверждалось, что огибающая спектра интенсивности отраженной волны $I(l) \propto l^{-5/2}$ до частоты «переворота» ω_r , пропорциональной $4\gamma^2$, где l – порядок гармоники, а γ – релятивистский γ -фактор [7]. Позднее данная теория была улучшена, в частности было учтено ускорение отражающего слоя. Это привело к степенному закону $I(l) \propto l^{-8/3}$ и $\omega_r \propto \gamma^3$ [8]. Последняя модель предполагает существование так называемой точки кажущегося отражения (apparent reflection point, ARP), где поперечное электрическое поле исчезает. Эта модель была подтверждена экспериментально в [9–11].

Совсем недавно был открыт другой механизм генерации высших гармоник. С использованием р-поляризованного наклонно падающего излучения с $a_0 \gg 1$ при определенных условиях можно вызвать формирование экстремально плотных электронных наносгустков, которые испускают аттосекундные импульсы с интенсивностью, намного превышающей интенсивность падающего лазерного излучения [13, 14]. Это означает, что граничное условие, принятое в работе [8] и соответствующее ARP, перестает выполняться, так что в данном случае теория ROM не может быть применена. Данный процесс назы-

* Перевод с англ. В.Л.Дербова.

M.Cherednychek, A.Pukhov. Institut für theoretische Physik, Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf, Universitätsstr. 1, 40225 Düsseldorf, Deutschland; e-mail: pukhov@tp1.uni-duesseldorf.de

Поступила в редакцию 5 февраля 2016 г.

ваются когерентным синхротронным излучением (КСИ). В случае КСИ отраженное излучение характеризуется степенным законом $I(I) \propto I^{-4/3}$ или $I(I) \propto I^{-6/5}$, более слабым, чем для ROM [13, 14]. Описание соответствующих экспериментов можно найти в работах [15–17].

Детальное численное исследование случая наклонного падения р-поляризованных импульсов в работе [18] показывает, что модель ROM перестает работать, когда параметр подобия $S = n/a_0$ (где n – электронная концентрация в единицах критической концентрации n_c [19]) меньше пяти. Авторы работы [18] приводят новую модель, названную ими «релятивистской электронной пружиной» (relativistic electronic spring, RES), для $S < 5$.

В настоящей статье мы исследуем процесс КСИ, описанный в работах [13, 14], более тщательно. Используется оригинальный аналитический подход, который позволяет рассчитать профиль электронной концентрации данного наносгустка, а также ее текущее распределение. Полученные уравнения дают возможность улучшить формулы для спектра отраженного излучения, выведенные в работах [13, 14]. Кроме того, мы выполнили несколько вариантов одномерного PIC-моделирования и нашли различные режимы генерации высших гармоник. Наконец, мы сравниваем выведенные выражения с численными результатами одномерного PIC-моделирования.

2. PIC-моделирование процесса генерации высших гармоник

Для моделирования использовалась одномерная версия программы под названием Виртуальная Лаборатория Лазерной Плазмы (Virtual Laser Plasma Laboratory, VLPL) [20]. В нашей геометрии падающая волна приходит слева в область моделирования и распространяется вдоль оси x . Волна р-поляризована, и ее электрическое поле колеблется вдоль оси y . Плазма локализована в правой части области моделирования. С помощью VLPL можно описывать также взаимодействия при наклонном падении волны. Пусть θ – угол падения в лабораторной системе отсчета. Рассмотрим некоторую систему отсчета, движущуюся вдоль оси y со скоростью $V = c \sin \theta$. Преобразования Лоренца показывают, что в этой системе отсчета лазерное излучение падает вдоль нормали (подробнее см. в [21]). В то же время вся плазма в этой системе отсчета движется в направлении y . Таким образом, приписывая плазме в нашем моделировании некоторую начальную скорость, мы работаем в движущейся системе отсчета. Если нам требуются результаты в лабораторной системе отсчета, нужно преобразовать значения, полученные в результате моделирования, с помощью преобразований Лоренца. Следовательно, мы получаем результаты, соответствующие взаимодействию при наклонном падении. Мы используем поле падающего излучения $E_i(t)$ с длительностью $T = 10\lambda/c$, определяемое выражением

$$E_i(t) = \frac{1}{4} \left[1 + \tanh\left(\frac{t}{\Delta t}\right) \right] \left[1 - \tanh\left(\frac{t-T}{\Delta t}\right) \right] \sin(2\pi t),$$

где $\Delta t = \lambda/4$. Далее мы используем экспоненциальный профиль концентрации плазмы при $x < 0$. При $x > 0$ концентрация остается постоянной:

$$n(x) = \begin{cases} n_0 \exp(x/\sigma) & \text{при } x < 0, \\ n_0 & \text{при } x > 0. \end{cases} \quad (1)$$

Предполагая ионы покоящимися в течение всего процесса взаимодействия, мы рассматриваем только взаимодействие между электронами и падающей волной. В простом случае нормального падения на частицу в направлении оси x действуют только две силы: электростатическая, пропорциональная E_x , и ponderomotorная, осциллирующая на частоте 2ω (удвоенная частота лазерного излучения). Таким образом, электронная плазма осциллирует с периодом, в два раза меньшим периода лазерного поля. В случае наклонного падения р-поляризованной волны имеется дополнительная продольная компонента электрического поля, осциллирующая на частоте ω и действующая на поверхность. Следовательно, взаимодействие становится еще более сложным, что приводит к более сильным осцилляциям поверхности плазмы, содержащим моды на частоте как ω , так и 2ω .

Таким образом, под действием электростатической силы, вытягивающей электроны назад, они образуют тонкий наносгусток, который достигает скорости, близкой к c . В этом случае возможна генерация высших гармоник.

3. Профиль электронной концентрации тонкого слоя

В данном разделе для двух случаев выведены два аналитических выражения, грубо описывающие профиль электронной концентрации для временных интервалов, на которых появляются острые пики. Стартовая точка наших вычислений – приближение для распределения электронов в фазовом пространстве на этих интервалах. Как будет показано ниже, это распределение зависит от скорости распространения $\dot{x}_0(t)$ данного слоя электронов.

Рассмотрим сначала случай медленного электронного сгустка ($\dot{x}_0(t) \ll c$). На рис.1 показаны концентрация электронов и их распределение в фазовом пространстве $x-p_x$ в некоторый момент времени. Пусть кривая в фазовом пространстве описывается функцией $x(p)$ на некотором малом интервале вблизи пика концентрации. Очевидно, x_0 есть локальный минимум этой функции, совпадающий с положением пика. Фактически пик электронной концентрации всегда находится в точке, где функция $x(p)$

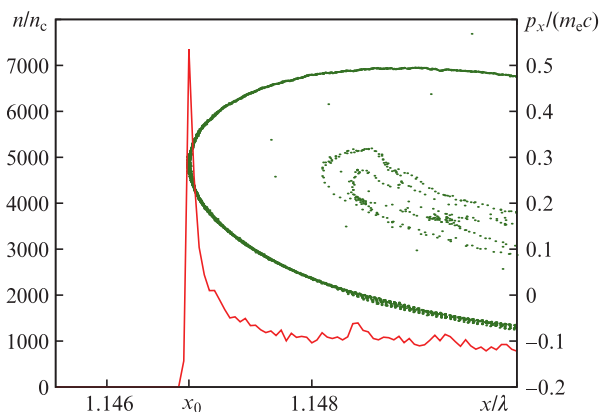


Рис.1. Электронная концентрация (красный цвет) и фазовый портрет электронов в плоскости $x-p_x$ (зеленый цвет); x_0 – точка максимальной концентрации. Параметры моделирования: начальная концентрация плазмы $n_0 = 38.9n_c$, $\sigma = 1.1836 \times 10^{-3} \lambda$ (лабораторная система отсчета), импульсное излучение с длиной волны $\lambda = 820$ нм, безразмерной амплитудой $a_0 = 10$ и р-поляризацией падает под углом 57° . Цветные варианты рис.1–12 размещены на сайте «Квантовой электроники» <http://www.quantum-electron.ru>.

имеет локальный экстремум. Идея, позволяющая нам начать вычисления, состоит в следующем. Мы можем локально аппроксимировать данную кривую в фазовом пространстве параболой:

$$x(p, t) = x_0(t) + \alpha(t)(p - p_0(t))^2. \quad (2)$$

Точка $(x_0(t), p_0(t))$ соответствует локальному минимуму. Для упрощения обозначений опустим зависимость от времени и положим $p_0 = x_0 = 0$. Тогда

$$x(p) = \alpha p^2.$$

Рассмотрим некоторый малый интервал Δx , на котором данное допущение имеет смысл. Тогда функция распределения электронов дается выражением

$$f_a(x, p) = C\delta_a(x - \alpha p^2), \quad (3)$$

где C – постоянная нормировки, а δ_a определяется как

$$\delta_a(x) \equiv \begin{cases} g_a(x) & \text{при } x \in [-a, a], \\ 0 & \text{в других случаях,} \end{cases}$$

со свойством

$$\lim_{a \rightarrow 0} \delta_a(x) = \delta(x), \quad (4)$$

где

$$g_a(x) \equiv \frac{3}{4a} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right).$$

Параметр a описывает ширину δ_a , что требует выполнения условия $a > 0$. Чтобы получить выражение для концентрации, нужно провести интегрирование в пространстве импульсов

$$n_a(x) = \int f_a(x, p) dp. \quad (5)$$

При этом нужно быть аккуратным с пределами интегрирования в связи с особенностями функции δ_a . В результате получим

$$n_a(x) = \begin{cases} \frac{2C}{5a^3\sqrt{a}} (3a^2 - 2x^2 - ax)\sqrt{x+a} & \text{при } x \in [-a, a], \\ \frac{2C}{5a^3\sqrt{\Delta x}} [(3a^2 - 2x^2)(\sqrt{x+a} - \sqrt{x-a}) + ax(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-a})] & \text{при } x > a, \\ 0 & \text{при } x < -a. \end{cases} \quad (6)$$

Для вычисления постоянной C сначала выразим число частиц в интервале $[-a, \Delta x]$ путем интегрирования плотности по этому интервалу:

$$N_{a, \Delta x} = C \int_{-a}^{\Delta x} n_a(x) dx \stackrel{a \ll \Delta x}{=} 2C\sqrt{\Delta x/a}. \quad (7)$$

Затем решим полученное уравнение относительно постоянной C и подставим ее в уравнение (6). Наконец, получим выражение для профиля электронной концентрации

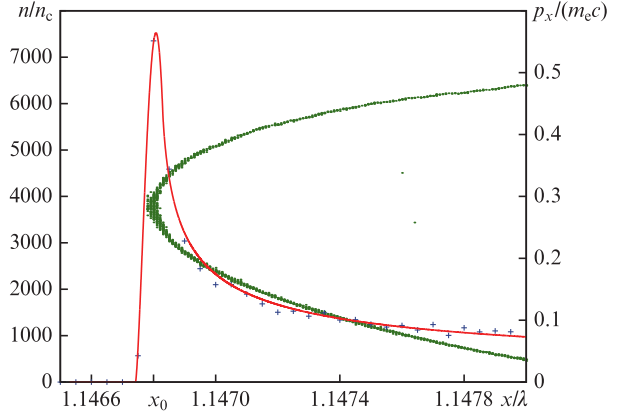


Рис.2. Электронная концентрация, взятая из результатов численного моделирования (показано синим) и рассчитанная аналитически по формуле (8) (красный цвет), при тех же параметрах, что и на рис.1; $\Delta x = 0.0012\lambda$, $a = 4.4 \times 10^{-5}$ (система отсчета модели).

$$n_a(x) = \begin{cases} \frac{N_{a, \Delta x}}{5a^3\sqrt{\Delta x}} (3a^2 - 2x^2 - ax)\sqrt{x+a} & \text{при } x \in [-a, a], \\ \frac{N_{a, \Delta x}}{5a^3\sqrt{\Delta x}} [(3a^2 - 2x^2)(\sqrt{x+a} - \sqrt{x-a}) + ax(\sqrt{x+a} + \sqrt{x-a})] & \text{при } x > a, \\ 0 & \text{при } x < -a. \end{cases} \quad (8)$$

Заметим, что параметр α сокращается и не влияет на профиль концентрации. Из рис.2 видно, что концентрация, описываемая выражением (8), очень хорошо согласуется с результатами численного моделирования. Случай, когда $\dot{x}_0(t) \ll c$, мы называем «параболическим случаем». Значение a выбираем малым, поскольку в данном примере пик является очень высоким и острым. Это обусловлено большой интенсивностью лазерного импульса и малым ($5 \times 10^{-5}\lambda$) размером ячейки.

Обсудим теперь другой случай, когда $\dot{x}_0(t) \rightarrow c$. Рассмотрим эволюцию в фазовом пространстве, полученную в другом численном эксперименте (рис.3). Вначале, до $t = 5.4\lambda/c$, импульс электронов близок к нулю и их распределение, как и ожидалось, является параболическим. Затем, между $t = 5.7\lambda/c$ и $5.8\lambda/c$, по мере того как электронный сгусток вытягивается электростатической силой назад, часть сгустка приобретает отрицательный импульс и распределение меняется, начиная представлять собой что-то вроде «хлыста». В течение этого интервала времени скорость предельно плотного наносгустка электронов приближается к c . В этом случае распределение в фазовом пространстве допускает грубую подгонку с помощью экспоненциальной функции

$$x_p(p, t) = x_0(t) + \exp[\alpha(t)(p - p_0(t))]. \quad (9)$$

Как будет показано ниже, угол падения и градиент концентрации, использованные здесь, оптимальны для получения наиболее интенсивного аттосекундного импульса. Данное распределение в фазовом пространстве принадлежит наносгустку, который излучает этот импульс. Как и в предыдущем случае, мы опускаем временную зависимость и полагаем $p_0 = x_0 = 0$. Тогда

$$x_p(p) = \exp(\alpha p) \quad (10)$$

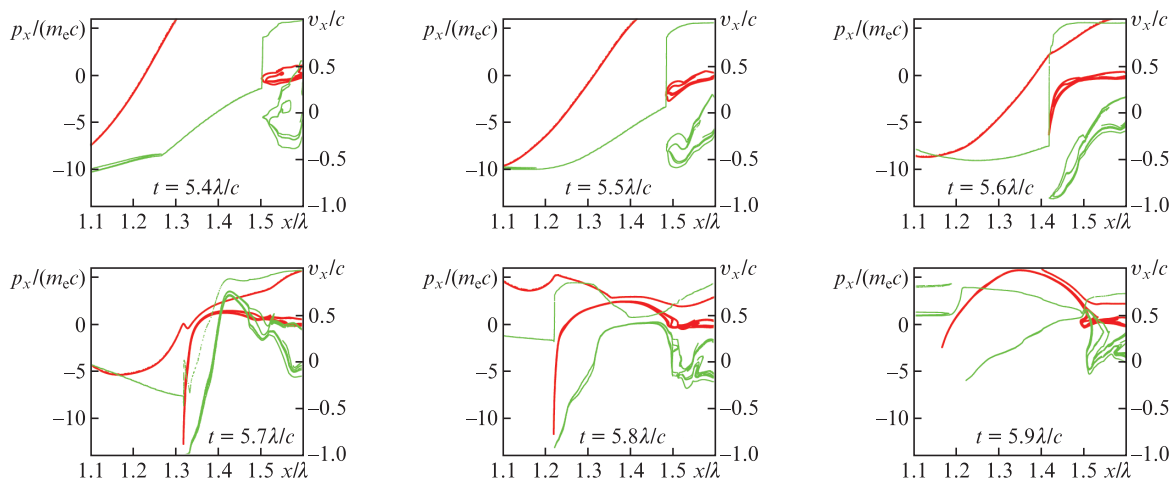


Рис.3. Фазовый портрет электронов в плоскости $x-p_x$ (красный цвет) и их продольная скорость (зеленый цвет), полученные численным моделированием в различные моменты времени t в процессе образования наносгустков при $n_0 = 100n_c$; $\sigma = 0.4\lambda$ (лабораторная система отсчета), импульсное излучение с $\lambda = 820$ нм, $a_0 = 10$ и р-поляризацией падает под углом 50° .

и функция распределения

$$f_a(x, p) = C\delta_a(x - \exp(ap)). \tag{11}$$

Плотность в этом случае можно выразить как

$$n_a(x) = \int_{-p_{cut}} f_a(x, p) dp, \tag{12}$$

поскольку следует учесть тот факт, что импульс электронов ограничен некоторой величиной p_{cut} . Далее вычисляем число частиц на некотором интервале $[x_{min}, x_{max}]$, где $x_{min} = \exp(-ap_{cut})$, чтобы получить постоянную нормировки C . Наконец, находим

$$n_a(x) = \begin{cases} \frac{3N}{4a^3 \ln(x_{max}/x_{min})} \left\{ (x+a) \left[x + (x-a) \left[\frac{1}{2} + \ln\left(\frac{x_{min}}{x+a}\right) \right] \right] + x_{min} \left(\frac{1}{2} x_{min} - 2x \right) \right\} & \text{при } x \in [x_{min} - a, x_{min} + a], \\ \frac{3N}{4a^3 \ln(x_{max}/x_{min})} (2ax - (x^2 - a^2) \ln\left(\frac{x+a}{x-a}\right)) & \text{при } x > x_{min} + a, \\ 0 & \text{при } x < x_{min} - a. \end{cases} \tag{13}$$

Теперь, как и в предыдущем случае, сравним аналитически найденную функцию с профилем концентрации, полученным путем численного моделирования (рис.4). Мы снова получаем хорошее согласие и вполне можем описывать форму пика плотности. Хотя при $x = 1.323\lambda$ имеется следующий пик, который не описывается аналитически, он не вносит существенного вклада в излучение и может быть проигнорирован.

Прежде чем перейти к следующему разделу, проанализируем промежуточный случай, $\dot{x}_0(t) \lesssim c$, важный для последующих применений. В этом случае распределение электронов в фазовом пространстве выглядит так, как показано на рис.5, и не может быть аппроксимировано ни параболической, ни экспоненциальной функцией. Тем не менее видно, что профиль пика плотности по-прежнему хорошо аппроксимируется выражением (8) (рис.5), так

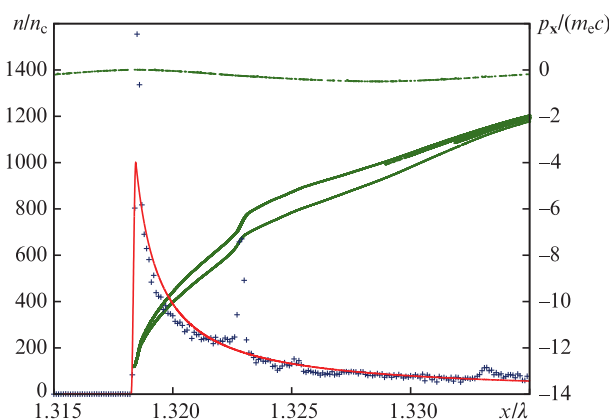


Рис.4. Электронная концентрация, полученная в численном эксперименте (синий цвет) и рассчитанная аналитически по формуле (13) (красный цвет), а также фазовый портрет электронов в плоскости $x-p_x$ (зеленый цвет) при тех же параметрах моделирования, что и на рис.3, и при $t = 5.7\lambda/c$; $x_{min} - x_0 = 9 \times 10^{-4}\lambda$, $x_{max} - x_0 = 0.02\lambda$, $a = 1 \times 10^{-4}$ (система отсчета модели).

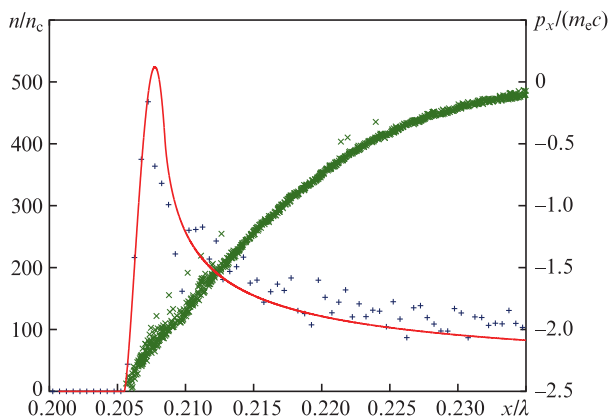


Рис.5. Электронная концентрация, полученная в результате численного моделирования (синий цвет) и найденная по аналитической формуле (8) (красный цвет), а также фазовый портрет электронов в плоскости $x-p_x$ (зеленый цвет). Параметры моделирования: $n_0 = 100n_c$, $\sigma = 0.066\lambda$ (лабораторная система отсчета). Импульсное излучение с $\lambda = 820$ нм, $a_0 = 10$ и р-поляризацией падает под углом 60° .

что мы классифицируем случай промежуточных скоростей как параболический.

В разд.4 соответствующие результаты численного моделирования проанализированы более подробно. Описание профиля концентрации электронного слоя, найденные здесь, использованы для вывода выражения для спектра отраженных волн в различных случаях.

4. Эволюция электронной концентрации и генерация гармоник высшего порядка

Нас интересует высокочастотный спектр отраженного импульса, определяемый, главным образом, поведением ARP в момент ее движения от плазмы с максимальной скоростью, соответствующий точке стационарной фазы (ТСФ) [13, 14]. Гамма-фактор ARP в этот момент имеет острый пик – так называемый γ -пик [8]. Различают разные порядки γ -пики в зависимости от поведения в окрестности ТСФ поперечного тока j_{\perp} , который можно аппроксимировать функцией

$$j_{\perp}(t, x) \approx (-\alpha_0 t)^n f(x - x_0(t)). \quad (14)$$

Мы предполагаем, что распределение плотности поперечного тока не меняет свою форму f с течением времени. Число j обозначает порядок γ -пики. Отраженное излучение определяется распределением поперечного тока как

$$E_r(t) = \pi \int j_{\perp}(t - x, x) dx, \quad (15)$$

так что можно вывести выражение для спектра отраженного импульса аналогично [16] и получить

$$I(\omega) = 4\pi^4 \alpha_0^2 (\alpha_1 \omega)^{-\frac{2n+2}{2n+1}} \left(\frac{d^j}{d\xi^j} \text{Ai}_j(\xi_j) \right)^2 |f(\omega)|^2,$$

где

$$\xi_j = \alpha_1^{-\frac{1}{2j+1}} \delta \omega^{\frac{2j}{2j+1}}; \quad \text{Ai}_j = \frac{1}{2\pi} \int \exp\left[i\left(xt + \frac{t^{2j+1}}{2j+1}\right)\right] dt; \quad (16)$$

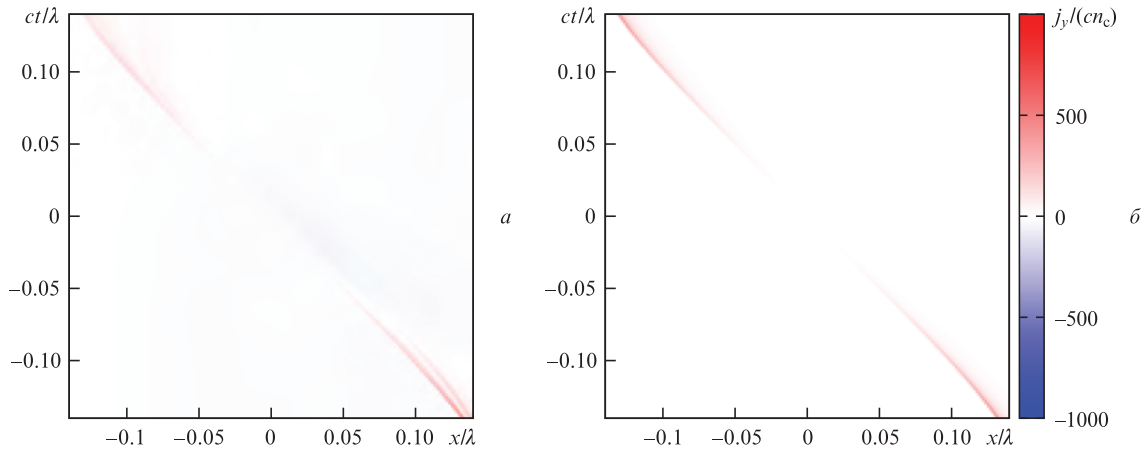


Рис.7. Плотность поперечного тока, полученная численным моделированием вблизи ТСФ (0, 0) (а) и рассчитанная аналитически с помощью (14) при $n = 2$ (б). Параметры моделирования те же, что и на рис.3. Параметры, использованные в аналитическом расчете для $x_0(t)$: $\alpha_0 = 4 \times 10^4$, $n_{\max} = 1000$ и $\gamma = 15$ для формы $a = 1 \times 10^{-4} \lambda$, $x_{\min} = 9 \times 10^{-4} \lambda$ и $\tilde{\sigma} = 0.02 \lambda$. Скорость v находится из заданного γ -фактора, фурье-образ функции формы $f(\omega)$ определяется численно с помощью БПФ.

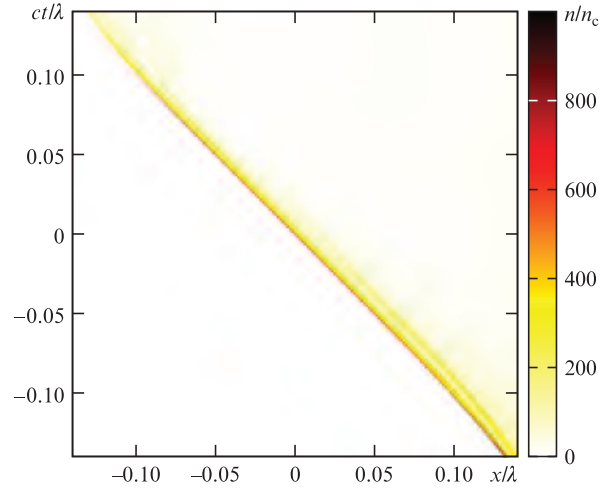


Рис.6. Распределение электронной концентрации излучающего наносгустка в пространственно-временной области. Параметры моделирования те же, что и на рис.3, ТСФ (здесь (0, 0)) соответствует $t = 5.7 \lambda/c$ (как и на рис.4).

$$\alpha_1 = \frac{a_0^2}{2v n_{\max}^2}; \quad \delta = 1 - v_{\max};$$

v_{\max} – максимальная скорость движущегося электронного слоя в ТСФ; n_{\max} – максимальная концентрация, которая считается не зависящей от времени. В (15) мы использовали нормированные РИС-единицы [22]. Чтобы записать выражение для функции формы, использовались результаты предыдущего раздела:

$$f(x) = \frac{n_a(x)}{n_a(x_{\max})} \exp(-x^2/\tilde{\sigma}^2), \quad n_a(x_{\max}) = n_{\max}. \quad (17)$$

Профиль концентрации умножается на более широкую гауссову функцию, т. к. n_a при положительных x убывает слишком медленно (как $\propto 1/x$ для «хлыста» или как $\propto 1/\sqrt{x}$ для параболического случая) и после некоторого значения x перестает совпадать с данной концентрацией.

Далее рассмотрим два различных примера, где мы применим (16), чтобы вычислить спектр одиночного от-

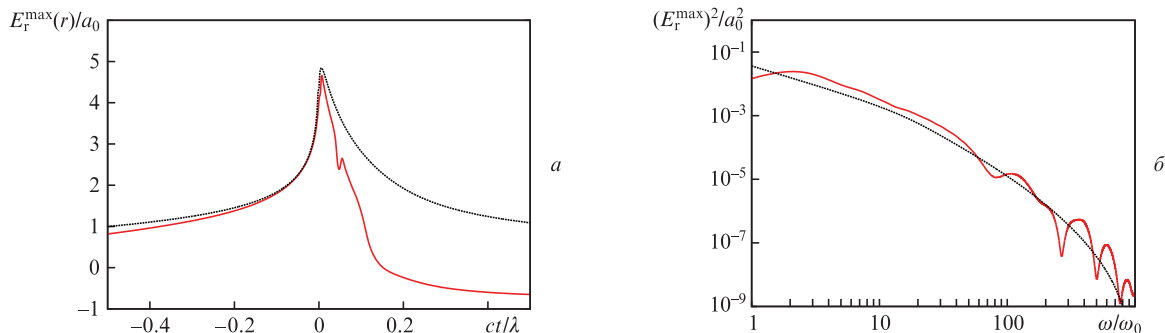


Рис.8. Отраженное излучение, полученное из результатов численного моделирования ((a), красный цвет) и из аналитического выражения для распределения тока ((a), черный цвет), а также соответствующие спектры (б). На основании численного моделирования спектр получался прямо из испущенного импульса посредством БПФ, в аналитическом расчете использовалась формула (16).

раженного импульса $E_r^p(t)$, выделенного гауссовой функцией:

$$E_r^p(t) = E_r(t) \exp[-(t - t_{\max})^2 / \bar{\sigma}^2], \tag{18}$$

где t_{\max} соответствует максимальной амплитуде волны и $\bar{\sigma} = 0.2\lambda/c$.

Сначала в качестве примера более подробно исследуем случай «хлыста» ($\dot{x}_0(t) \rightarrow c$), проиллюстрированный рис.3 и 4. Электронный наносгусток, который излучает сильный аттосекундный импульс, можно легко распознать на рис.6 и 7,а. Для удобства выберем координаты так, чтобы ТСФ находилась в точке (0,0). На рис.8,б спектр, рассчитанный с помощью (16), сравнивается со спектром, рассчитанным для оригинального отраженного импульса посредством БПФ. Очевидно, что описание хорошо работает вплоть до почти тысячной гармоники. На рис.8,а сравниваются соответствующие импульсы. Обе зависимости ведут себя одинаковым образом.

Следуя той же схеме, проанализируем теперь промежуточный случай ($\dot{x}_0(t) \lesssim c$), показанный на рис.5. Как указывалось ранее, мы считаем этот случай параболическим. Иллюстрирующие его картины приведены на рис.9, 10 и 11. Здесь скорость в ТСФ значительно отклоняется от скорости света и равна примерно 0.91c. По этой причине распределение электронов в фазовом пространстве не становится «хлыстообразным» (см. рис.5). Хотя здесь нет

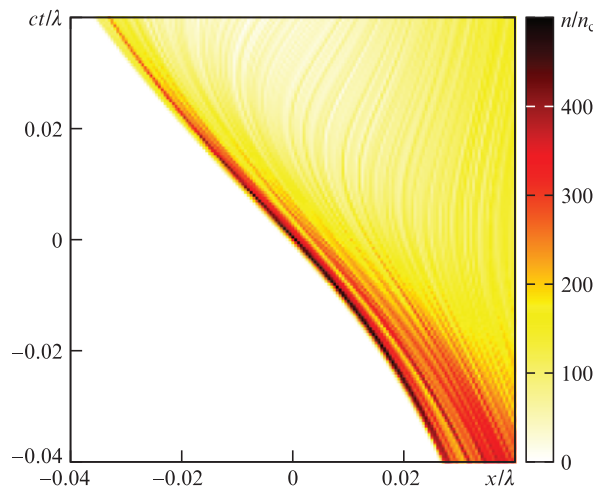


Рис.9. Распределение электронной концентрации излучающего наносгустка в пространственно-временной области. Параметры моделирования те же, что и на рис.5. Профиль концентрации в ТСФ (здесь (0,0)) также показан на рис.5.

ультрарелятивистского режима, мы по-прежнему можем применять тот же анализ, предполагая абсолютную скорость электронов примерно постоянной вблизи ТСФ. Снова наблюдаем хорошее согласие в поведении спектров.

Мы видим, что в первом примере (случай «хлыста») наблюдается γ -пик второго порядка, тогда как во втором

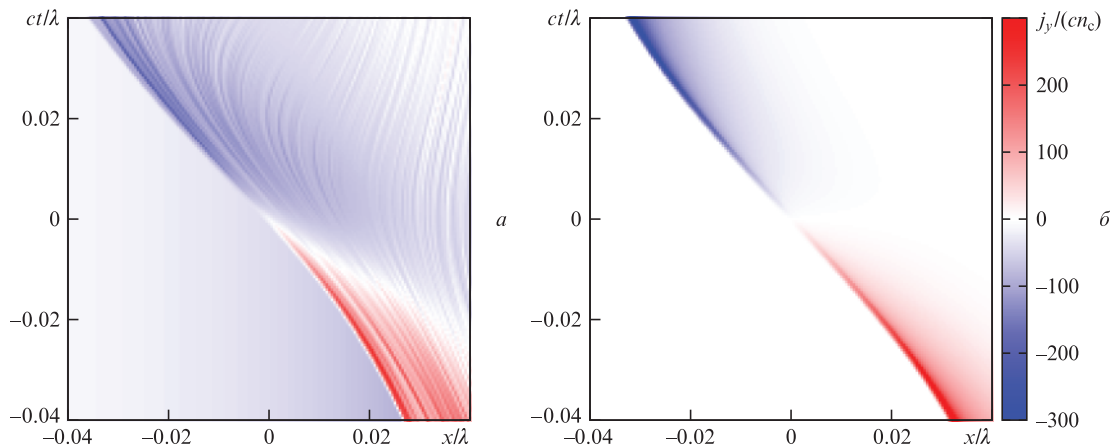


Рис.10. Плотность поперечного тока, найденная из результатов численного моделирования вблизи ТСФ (a) и рассчитанная аналитически по формуле (14) при $n = 1$ (б). Параметры моделирования те же, что и на рис.5. Параметры, использованные при аналитическом расчете для $x_0(t)$: $\alpha_0 = 1 \times 10^4$, $n_{\max} = 500$ и $\gamma = 2.5$ для формы $a = 1 \times 10^{-3}\lambda$ и $\bar{\sigma} = 0.02\lambda$. Скорость v определяется из данного γ -фактора.

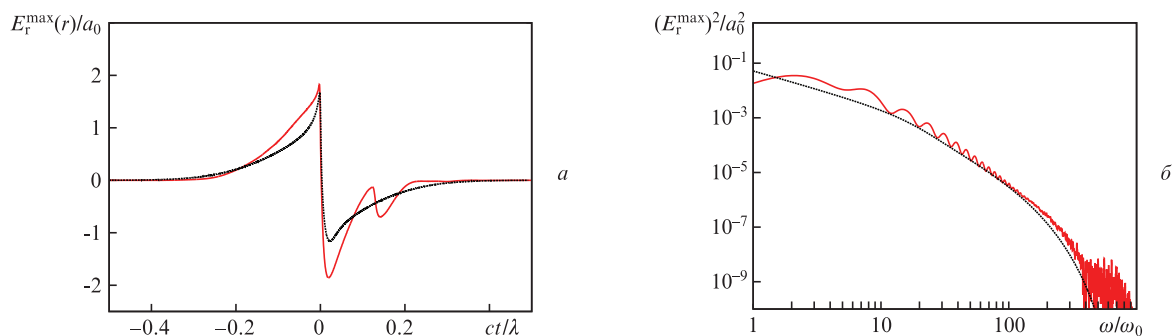


Рис. 11. Отраженное излучение, полученное из численного моделирования ((a), красный цвет) и из аналитического выражения для распределения тока ((a), черный цвет), а также соответствующие спектры (б).

примере (параболический случай) – первого. Для определения диапазона параметров, соответствующих тому и другому случаям, было выполнено множество численных экспериментов. При интенсивности падающей волны, соответствующей $a_0 = 10$, мы меняли крутизну экспоненциального градиента концентрации, а также угол падения. Для каждого набора параметров рассматривалось отраженное излучение. На рис.12 визуализирована максимальная амплитуда отраженной волны для каждого набора параметров.

Рассмотрим угол падения, находящийся между 45° и 60° , поскольку именно в этом диапазоне наблюдаются самые интересные эффекты. Отметим резкий рост амплитуды отраженной волны в окрестности $\sigma = 0.4\lambda$. Мы называем эту область «множеством параметров, обеспечивающих высокую амплитуду» (high amplitude parameter set, HAPS). В ней чаще всего наблюдаются γ -пики второго порядка, а ток не меняет своего знака в ТСФ, как на рис.7. Далее наше исследование показывает, что максимальная продольная скорость некоторого граничного электронного слоя монотонно растет с ростом σ и в области, соответствующей HAPS, почти достигает c . При $\sigma < 0.05\lambda$ граница осциллирует слишком медленно, так что короткие импульсы не генерируются.

В области параметров $0.05 - 0.1\lambda$ отраженное излучение то же, что и на рис.11. Эту область мы называем «множеством параметров, обеспечивающих умеренную амплитуду» (moderate amplitude parameter set, MAPS). Здесь наблюдаются γ -пики только первого порядка, а ток меняет знак в ТСФ (см. рис.10). Таким образом, отраженный спектр в MAPS можно аппроксимировать выраже-

нием (8) (параболический случай), а область HAPS тогда соответствует экспоненциальному случаю (уравнение (13)). В области между MAPS и HAPS взаимодействие слишком сложное, чтобы его можно было отнести к какой-либо из моделей.

5. Заключение

Нам удалось получить два различных аналитических выражения для профиля электронной концентрации, описывающие ее пики в двух различных случаях. Представлены результаты численного моделирования генерации высших гармоник, в котором нам удалось получить увеличение амплитуды отраженного импульса в пять раз без использования падающей волны экстремальной интенсивности. Это стало возможным после нахождения оптимальных параметров градиента концентрации в сочетании с оптимальным углом падения. Более того, сделав некоторые простые допущения, мы смогли аналитически описать распределение поперечного тока в окрестности ТСФ в обоих случаях. Полученные выражения вместе с выражениями для электронной концентрации позволили нам рассчитать спектры, хорошо согласующиеся с оригинальными спектрами испущенного назад импульса.

В нашей работе в основном дана идея описания концентрации плазмы путем рассмотрения распределения электронов в фазовом пространстве, однако эта теория может получить дальнейшее развитие. В настоящей статье мы познакомили читателя только с двумя примерами ее приложений. При этом она может стать действенным инструментом для анализа плазмы в общем случае.

Работа поддержана проектами Eucard-2 DFG TR18 и EU FP7.

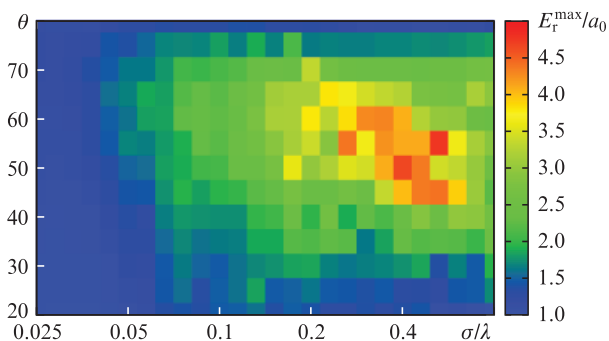


Рис. 12. Распределение максимальной амплитуды отраженного излучения в плоскости угол падения – крутизна градиента концентрации (σ берется из (1) и $n_0 = 100n_c$). Каждая точка получена из результатов численного эксперимента (лабораторная система отсчета).

1. Yanovsky V., Chvykov V., Kalinchenko G., Rousseau P., Planchon T., Matsuoka T., Maksimchuk A., Nees J., Cheriaux G., Mourou G., Krushelnick K. *Opt. Express*, **16**, 2109 (2008).
2. Mourou G.A., Tajima T. *Science*, **331**, 41 (2011).
3. Schwab M.B., Sävert A., Jäckel O., Polz J., Schnell M., Rinck T., Veisz L., Möller M., Hansinger P., Paulus G.G., Kaluza M.C. *Appl. Phys. Lett.*, **103**, 191118 (2013).
4. Mourou G., Mironov S., Khazanov E., Sergeev A. *Eur. Phys. J. Spec. Top.*, **223**, 1181 (2014).
5. Thauray C., Quéré F., Geindre J., Levy A., Ceccotti T., Monot P., Bougeard M., Réau F. *Nature Phys.*, **3**, 424 (2007).
6. Quéré F., Thauray C., Monot P., Dobosz S., Martin P., Geindre J.-P., Audebert P. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 125004 (2006).
7. Gordienko S., Pukhov A., Shorokhov O., Baeva T. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 115002 (2004).

8. Baeva T., Gordienko S., Pukhov A. *Phys. Rev. E*, **74**, 046404 (2006).
9. Dromey B., Zepf M., Gopal A., Lancaster K., Wei M.S., Krushelnick K., Tatarakis M., Vakakis N., Moustazis S., Kodama R., Tampo M., Stoeckl C., Clarke R., Habara H., Neely D., Karsch S., Norreys P. *Nature Phys.*, **2**, 456 (2006).
10. Dromey B., Kar S., Bellei C., Carroll D.C., Clarke R.J., Green J.S., Kneip S., Markey K., Nagel S.R., Simpson P.T., Willingale L., McKenna P., Neely D., Najmudin Z., Krushelnick K., Norreys P.A., Zepf M. *Phys. Rev. Lett.*, **99**, 085001 (2007).
11. Heissler P., Hörlein R., Mikhailova J.M., Waldecker L., Tzallas P., Buck A., Schmid K., Sears C.M.S., Krausz F., Veisz L., Zepf M., Tsakiris G.D. *Phys. Rev. Lett.*, **108**, 235003 (2012).
12. Brunel F. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 52 (1987).
13. an der Brügge D., Pukhov A. *Phys. Plasmas*, **17**, 033110 (2010).
14. an der Brügge D., Pukhov A. e-print arXiv:physics/1111.4133.
15. Dromey B., Rykovanov M.S., Yeung M., Horlein R., Jung D., Gautier D.C., Dzelzainis T., Kiefer D., Palaniyppan S., Shah R., Schreiber J., Ruhl H., Fernandez J.C., Lewis C.L.S., Zepf M., Hegelich B.M. *Nature Phys.*, **8**, 804 (2012).
16. Dromey B., Cousens S., Rykovanov S., Yeung M., Jung D., Gautier D.C., Dzelzainis T., Kiefer D., Palaniyppan S., Shah R., Schreiber J., Fernandez J.C., Lewis C.L.S., Zepf M., Hegelich B.M. *New J. Phys.*, **15**, 015025 (2013).
17. Yeung M., Dromey B., Cousens S., Dzelzainis T., Kiefer D., Schreiber J., Bin J.H., Ma W., Kreuzer C., Meyerter-Vehn J., Streeter M.J.V., Foster P.S., Rykovanov S., Zepf M. *Phys. Rev. Lett.*, **122**, 123902 (2014).
18. Gonoskov A.A., Korzhimanov A.V., Kim A.V., Marklund M., Sergeev A.M. *Phys. Rev. E*, **84**, 046403 (2011).
19. Gordienko S., Pukhov A. *Phys. Plasmas*, **12**, 043109 (2005).
20. Pukhov A. *J. Plasma Phys.*, **61**, 425 (1999).
21. Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Classical Theory of Fields* (Pergamon, New York, 1964).
22. Wu H.-C. e-print arXiv:physics/1104.3163.