

Влияние несимметричного ввода лазерного излучения в капиллярные волноводы на кильватерное ускорение в них электронов с различными энергиями инжекции

М.Е.Вейсман, С.В.Кузнецов, Н.Е.Андреев

Исследован процесс кильватерного ускорения в капиллярных волноводах электронных сгустков с различными начальными энергиями инжекции в условиях несимметричного ввода лазерного излучения в волновод (направление распространения лазерного излучения отклоняется от оси капилляра или нарушена симметрия лазерного пятна). Выявлены факторы, определяющие критический угол ввода лазерного излучения в капилляр, в пределах которого кильватерное ускорение электронов осуществляется в режиме, близкому к оптимальному. Показано, что для каскадов ускорения с высокими энергиями электронов требования к угловой соосности фокусировки лазерного излучения и оси капилляра существенно ослабляются из-за релятивистского «утяжеления» массы электрона.

Ключевые слова: кильватерное ускорение электронов, капиллярные волноводы, лазерное излучение.

1. Введение

Исследования новых методов ускорения заряженных частиц, основанных на использовании ускоряющих полей очень высокой напряженности, которые могут возбуждаться в плазме электромагнитным излучением или пучками электронов, началось более полувека назад [1–3]. Путь к практической реализации этой идеи был весьма не прост и долог. Обусловлено это было прежде всего тем, что идея плазменных методов ускорения родилась рано, задолго до того, как возникли наиболее подходящие источники ускоряющих полей высокой напряженности в плазме, которыми оказались лазеры [4]. Вслед за этим немалое время ушло на развитие лазерных технологий до уровня [5], необходимого для получения ультракоротких (фемтосекундных) лазерных импульсов большой (релятивистской) интенсивности, являющихся оптимальными для генерации плазменных полей высокой напряженности.

К настоящему времени в результате развития плазменных методов ускорения в эксперименте достигнуто ускорение сгустка электронов в газонаполненном капилляре на длине ~ 1 см до энергии 2 ГэВ с помощью импульса петаваттного лазера (длительность импульса 150 фс, длина волны 1.057 мкм) [6]. При этом моноэнергетичность ускоренного сгустка определяется относительным разбросом по энергии электронов сгустка 5%–10%. Всего через год были получены еще более высокие энергии ускоренных электронов: в работе [7] сообщается о получении электронных сгустков с энергиями до 4 ГэВ при среднеквадратичном разбросе по энергиям в 6%.

Достигнутые результаты хотя и впечатляют скоростью увеличения средней энергии электронных сгустков в каждой последующей создаваемой экспериментальной установке, однако до сих пор энергия ускоренных элект-

тронов является недостаточной для их использования в физике высоких энергий, в которой необходимы сгустки ускоренных электронов с энергией ~ 1 ТэВ. Чтобы приблизиться к требуемым значениям энергии электронов, в настоящее время рассматривается возможность использования совокупности из нескольких сотен отдельных плазменных ускорителей, ускоряющих электроны до нужной высокой энергии на последовательности отдельных каскадов ускорения. Однако в такой схеме ускорения предъявляются весьма высокие требования к моноэнергетичности передаваемых с каскада на каскад сгустков ускоренных электронов, относительный разброс по энергии которых в идеале должен составлять десятки доли процента [8, 9].

Качественные характеристики (моноэнергетичность, эмиттанс) сгустка электронов после ускорения в большой степени определяются способом, при помощи которого электроны вводятся в ускоряющее кильватерное поле. В настоящее время наиболее распространенным в экспериментах является такой способ инжекции в первую ускоряющую секцию, когда электроны самоинжектируются в кильватерное поле, генерируемое лазерным импульсом при его взаимодействии с плазмой в сильно нелинейном, так называемом bubble-режиме [10]. Преимуществом этой схемы ввода электронов в кильватерное поле считается упрощенная конструкция лазерно-плазменного ускорителя, не нуждающаяся в специальном инжекторе. Однако процесс самоинжекции электронов в пузырьковом режиме по своей природе является нестационарным и потому трудно управляемым: эволюция пузырька определяет динамику процесса самоинжекции электронов в пузырек, что в свою очередь определяет основные характеристики ускоренного электронного сгустка, такие как разброс электронов по энергии в нем и их угловая расходимость [6]. В настоящее время нет теории, описывающей этот процесс с целью его контроля.

При использовании внешнего инжектора электронов с требуемыми для качественного ускорения параметрами существуют также проблемы, связанные с нарушением симметрии ускоряющих полей, генерируемых лазерным

М.Е.Вейсман, С.В.Кузнецов, Н.Е.Андреев. Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, 125412 Москва, ул. Ижорская, 13, стр. 2; e-mail: bme@ihed.ras.ru

импульсом в волноводной структуре. На практике всегда имеют место как отклонения по углу падения на вход волновода относительно его оси или точки фокусировки лазерного импульса, так и нарушения симметрии в распределении интенсивности в фокальном пятне. В результате и структура электромагнитного поля лазерного импульса, и структура кильватерной волны на всем протяжении распространения лазерного импульса по волноводу оказывается нарушенной [7, 11–14].

При некоторых предельных значениях отклонения начальных условий ввода лазерного импульса от идеальных (т.е. таких, когда осесимметричный лазерный импульс падает строго по нормали к сечению волновода и точка его фокусировки попадает точно на ось цилиндрического кругового волновода) генерируемое лазерным импульсом кильватерное поле может стать столь плохим, что качественное ускорение электронного сгустка в нем становится невозможным независимо от идеальности начальных параметров самого инжектируемого сгустка.

Цель настоящей работы состоит в определении предельно допустимых отклонений от условий симметричного ввода лазерного излучения в капиллярный волновод (как по углу между осями лазерного импульса и волновода, так и по степени симметричности лазерного пятна), при которых качественное ускорение электронного сгустка будет заведомо невозможным. В отличие от работы [13], в настоящей работе исследовано влияние энергии инжекции электронных сгустков на требования к точности фокусировки лазерного излучения в капиллярные волноводы, что имеет особенное значение для концепции многостадийного ускорителя электронов и позитронов в кильватерной плазменной волне, в которой ускоренные электроны с предыдущего каскада ускорителя инжектируются в следующий каскад для дальнейшего ускорения [15, 16].

Исследование проводилось посредством численного моделирования ускорения электронов в кильватерной волне, генерируемой лазерным импульсом в заполненном плазмой однородной плотности капиллярном волновод. Помимо численного моделирования, с помощью простой физической модели распространения лазерного импульса в волноводе в приближении геометрической оптики показано, что характеристики сгустка ускоренных электронов катастрофически ухудшаются тогда, когда на длине их ускорения лазерный импульс испытывает неоднократное отражение от стенок капилляра. Выяснено, что непосредственной причиной разрушения процесса ускорения электронов являются изменения в структуре кильватерного потенциала, возникающие из-за отражения генерирующего его лазерного импульса от стенок капилляра. Это приводит к появлению сильных дефокусирующих сил, действующих на электроны и выталкивающих их на стенки капилляра. Показано, что в определенной степени процессу выталкивания электронов на стенки капилляра может препятствовать инерция ускоряемых частиц: для электронов такой эффект возникает при их ускорении до больших энергий, когда их релятивистская масса существенно возрастает.

2. Формулировка модели

Асимметричный ввод лазерной мощности в волновод в установках по лазерно-плазменному ускорению в общем случае предполагает учет как минимум двух основных факторов, характеризующих отклонение этого про-

цесса от идеального, а именно нарушение соосности лазера с волноводом и нарушение симметрии пятна лазерного излучения. В свою очередь, с геометрической точки зрения, нарушение соосности лазерного импульса и волновода может проявляться в виде отклонения точки прицеливания лазерного излучения от центра волновода, наличия угла между осями лазера и волновода, а также отсутствия общей плоскости, в которой находятся эти оси. В данном исследовании считается, что из всех перечисленных нарушений идеальности ввода лазерного излучения в волновод учитываются лишь две – угол между осями лазера и волновода (при условии их нахождения в одной плоскости) и асимметрия лазерного пятна.

Помимо несимметричности лазерных и кильватерных полей, на эффективность ускорения электронных сгустков может влиять также несимметричность инжекции самого сгустка в направляющую структуру [17]. Однако в настоящей работе этот процесс не рассматривается. Отметим, что на важность учета несимметричности инжекции сгустка электронов и несимметричности лазерного пятна и его ввода в направляющую структуру было указано в недавней работе [18], в которой сообщалось о получении сгустков электронов, ускоренных до энергии 4.2 ГэВ.

Рассмотрим лазерный импульс, падающий под некоторым углом на лицевой торец капиллярного волновода с внутренним радиусом R . Будем считать, что ось z совпадает с осью капилляра, вход в капилляр располагается в точке $z = 0$, лазерный импульс распространяется слева направо и угол θ_{inc} между направлением распространения падающего лазерного импульса и осью капилляра, вообще говоря, не равен нулю. При описании распространения лазерного импульса внутри капилляра будем считать, что диэлектрическая проницаемость плазмы внутри капилляра постоянна, $\varepsilon = 1 - n_{e,0}/n_{cr} = \text{const}$, $|1 - \varepsilon| \ll 1$, где $n_{e,0}$ – плотность фоновых электронов плазмы; $n_{cr} = m\omega_0^2/(4\pi e^2)$ – критическая плотность; ω_0 – частота лазерного излучения; m и e – масса и заряд электрона ($e < 0$).

Предположение о пространственной однородности и независимости от времени диэлектрической проницаемости плазмы означает, что такой нелинейный эффект, как лазерная самофокусировка, мал в сравнении с главным эффектом, влияющим на распределение полей лазерного импульса в капилляре, который обуславливается его отражением от стенок капилляра и модификацией поперечной огибающей лазерного импульса в случае несимметричного ввода лазерной мощности в капилляр или несимметричного лазерного пятна. Именно рассмотрению зависимости влияния этого главного эффекта от энергии инжектируемых электронов и посвящена настоящая работа.

Эффектом лазерной самофокусировки можно пренебречь для импульсов умеренной интенсивности и в случае низкой плотности плазмы, т.е. при малости отношения мощности лазерного импульса к критической мощности для релятивистской самофокусировки: $P < P_{cr} = 0.017\gamma_{ph}^2 \text{ ТВт}$, или $I_0 < I_{cr} = 4.3 \times 10^{19} \text{ (Вт/см}^2\text{)} (k_p r_0)^{-2} (\lambda_0/1 \text{ мкм})^{-2}$, где $\gamma_{ph} = \omega_0/\omega_p = \sqrt{n_{cr}/n_{e,0}}$ – релятивистский γ -фактор плазменной волны; $\omega_p = \sqrt{4\pi n_{e,0} e^2/m}$ – плазменная частота; $k_p = \omega_p/c$; c – скорость света; I_0 – пиковая интенсивность лазерного излучения в вакууме на входе в капилляр; λ_0 – длина волны лазера; r_0 – характерный радиус поперечного сечения огибающей лазерного импульса в вакууме. Вместе с тем отметим, что если плазма производится посредством оптической ионизации атомов газа, однородно

заполняющего капилляр, интенсивность лазерного импульса должна быть много выше порога ионизации по-лем атомов газа, который обычно для полной ионизации легких газов, таких как водород или гелий, составляет $10^{14} - 10^{15}$ Вт/см². Заметим также, что малое, но конечное отличие диэлектрической проницаемости плазмы внутри капилляра от единицы определяет групповую скорость лазерного импульса и, следовательно, фазовую скорость кильватерной волны, что очень важно для корректного описания ускорения электронов.

В соответствии с работами [11, 12], медленно меняющиеся комплексные амплитуды \mathbf{E} и \mathbf{B} лазерных полей $\mathbf{E} = 1/2 A_{\max} \mathbf{E} \exp[ik_0(z - ct)] + \text{к. с.}$ и $\mathbf{B} = 1/2 A_{\max} \mathbf{B} \exp[ik_0(z - ct)] + \text{к. с.}$ внутри капилляра (где $A_{\max} = \sqrt{8\pi I_0/c}$ – максимальная амплитуда напряженности электрического поля лазерного импульса на входе в капилляр, $k_0 = \omega_0/c$) могут быть представлены в следующем виде:

$$\mathbf{E} = \sum_{l=-L}^L \exp(il\varphi) \sum_{\sigma=\pm 1} \sum_n \tilde{\mathcal{C}}_{l\sigma n}(\xi, \zeta) \mathbf{E}_{l\sigma n}(\rho) \quad (1)$$

(выражение для \mathbf{B} аналогично), где $\mathbf{E}_{l\sigma n}$ и $\mathbf{B}_{l\sigma n}$ – радиальные моды электромагнитных полей внутри капилляра; $\tilde{\mathcal{C}}_{l\sigma n}$ – коэффициенты мод [12, 19] (см. Приложение); $\xi = k_p(z - ct)$; $\zeta = k_p z$; $\rho = k_p r$ – безразмерные переменные; r – поперечная координата; φ – азимутальный угол (здесь используются цилиндрические координаты с осью z вдоль оси капилляра и считается, что лазерное излучение имеет линейную поляризацию).

Для того чтобы исследовать процесс ускорения релятивистских электронов в кильватерном поле, генерируемом распространяющимся в капилляре лазерным импульсом, необходимо знать выражение для кильватерной силы \mathbf{F}_w , которая действует на электроны, движущиеся со скоростью $v \approx c$ вдоль оси капилляра OZ . В цилиндрических координатах компоненты этой силы (которая далее нормирована на $m\omega_p c$) могут быть выражены через безразмерные компоненты электрического, $\mathbf{a}_w = e\mathbf{E}_w/(m\omega_p c)$, и магнитного, $\mathbf{b}_w = e\mathbf{B}_w/(m\omega_p c)$, кильватерных полей в виде

$$F_{w,z} = a_{w,z}, \quad F_{w,r} = a_{w,r} - b_{w,\varphi}, \quad F_{w,\varphi} = a_{w,\varphi} + b_{w,r}, \quad (2)$$

где \mathbf{E}_w и \mathbf{B}_w – напряженности электрического и магнитного кильватерных полей, которые медленно изменяются на масштабах лазерного периода и лазерной длины волны.

Далее всюду будет использоваться квазистатическое приближение $|\partial/\partial\zeta| \ll |\partial/\partial\xi|$. В этом приближении из уравнений Максвелла можно показать существование скалярного кильватерного потенциала ϕ (обезразмеренного на mc^2/e), через который выражаются компоненты кильватерных полей

$$a_{w,z} = \partial_\xi \phi, \quad a_{w,r} - b_{w,\varphi} = \partial_\rho \phi, \quad a_{w,\varphi} + b_{w,r} = \rho^{-1} \partial_\varphi \phi \quad (3)$$

(здесь и далее обозначение вида ∂x означает $\partial/\partial x$). Из (2) и (3) следует, что вышеуказанная сила \mathbf{F}_w может быть записана как

$$\mathbf{F}_w = k_p^{-1} \nabla \phi. \quad (4)$$

В соответствии с (4) уравнения движения электрона в кильватерном поле с учетом возможного одновременно

го воздействия электромагнитного поля лазерного импульса, записанного в пондеромоторном приближении, могут быть представлены в следующем виде [23]:

$$dP_z/d\tau = \partial_\xi \phi - \gamma_e^{-1} \partial_\xi |\mathbf{a}_\perp|^2/4, \quad (5)$$

$$dP_r/d\tau = \partial_\rho \phi - \gamma_e^{-1} \partial_\rho |\mathbf{a}_\perp|^2/4, \quad (6)$$

$$dP_\varphi/d\tau = \rho^{-1} \partial_\varphi \phi - \rho^{-1} \gamma_e^{-1} \partial_\varphi |\mathbf{a}_\perp|^2/4, \quad (7)$$

$$d\xi/d\tau = \gamma_e^{-1} P_z - 1, \quad (8)$$

$$d\rho/d\tau = \gamma_e^{-1} P_r, \quad (9)$$

$$\rho d\varphi/d\tau = \gamma_e^{-1} P_\varphi, \quad (10)$$

$$\gamma_e = \sqrt{1 + |\mathbf{P}|^2 + |\mathbf{a}|^2}, \quad (11)$$

где $P_{z,r,\varphi} = p_{z,r,\varphi}/(mc)$ – безразмерные компоненты импульса электрона; γ_e – гамма-фактор электрона; $|\mathbf{P}|$ – безразмерный модуль его импульса; $\tau = \omega_p t$; вторые слагаемые в правых частях (5)–(7) обусловлены пондеромоторным воздействием лазерного излучения; $\mathbf{a}_\perp = e\mathbf{E}_\perp/(m\omega_0 c)$ – безразмерная поперечная (лежащая в плоскости, перпендикулярной оси распространения) компонента электрического поля лазерного импульса.

Поскольку амплитуда лазерного поля (1) и квадрат ее модуля содержат угловые гармоники, кильватерный потенциал также содержит угловые гармоники:

$$\phi = a_{\max}^2 \sum_{l=0, \pm 1, \pm 2, \dots} \phi_l \exp(il\varphi), \quad (12)$$

где $a_{\max} = eA_{\max}/(m\omega_0 c)$.

Общая система уравнений для гармоник ϕ_l кильватерного потенциала в случае слабого релятивизма ($a_{\max} < 1$) и линейного режима кильватерной волны ($|\phi| < 1$) представлена в работе [13]. В случае однородной плазмы внутри капилляра эта система уравнений сводится к единственному уравнению

$$\left(\Delta_\rho - \frac{l^2}{\rho^2} - 1 \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + 1 \right) \phi_l = \left(\Delta_\rho - \frac{l^2}{\rho^2} - 1 \right) \frac{|\mathbf{a}_\perp|^2}{4}, \quad (13)$$

где $|\mathbf{a}_\perp|^2$ – l -я угловая гармоника квадрата модуля безразмерной поперечной компоненты электрического поля; $\Delta_\rho = \rho^{-1} \partial_\rho + \partial^2_\rho$.

В случае симметричного распространения лазерного импульса в капилляре все угловые гармоники $|\mathbf{a}_\perp|^2$ с ненулевыми l равны нулю ($|\mathbf{a}_\perp|^2_{l \neq 0} = 0$). Уравнение (13) для компоненты с $l = 0$ (для однородной плотности фоновой плазмы) совпадает с уравнением, полученным в работах [24, 25] и в работе [26], в которых исследовался процесс генерации кильватерного поля внутри плазменных каналов и капилляров цилиндрически-симметричным лазерным импульсом, распространяющимся строго вдоль оси канала/капилляра.

Граничные условия для уравнения (13) на оси капиллярного волновода и на его стенке выписываются в виде $\phi_l(r \rightarrow 0) = O(1)$ и $\phi_l(r = R) = 0$ соответственно [26]. В этом случае решение уравнения (13) имеет вид

$$\phi_l(\xi, \rho) = \phi_{l,0}(\xi, \rho) - \phi_{l,0}(\xi, \mathcal{R}) I_l(\rho) / I_l(\mathcal{R}), \quad (14)$$

$$\phi_{l,0}(\xi, \rho) = \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\xi} \sin(\xi - \xi') |a_{\perp}|^2(\xi'; \rho) d\xi', \quad (15)$$

где I_l – модифицированная функция Бесселя порядка l ; $\phi_{l,0}$ – решение уравнения (13) при условии $\Delta\rho = 0$, $\mathcal{R} = k_p R$.

Используя выражения для мод электромагнитных полей внутри капилляра, полученные в работе [12], можно показать, что в нулевом порядке по параметру $\mathcal{R}^{-1} = (k_0 R)^{-1} \ll 1$ величины $|a_{\perp}|^2$ в уравнении (13) определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} |a_{\perp}|^2_{l=0} &= \left| \sum_n \tilde{\mathcal{C}}_{0-l,n} J_l(u_{l,n} \rho / \mathcal{R}) \right|^2 \\ &+ 2 \sum_{p \neq 0} \left| \sum_{\sigma=\pm 1} \sum_n \tilde{\mathcal{C}}_{p\sigma n} J_{p-\sigma}(u_{p-\sigma,n} \rho / \mathcal{R}) \right|^2, \\ |a_{\perp}|^2_{l \neq 0} &= \sum_p \left| \sum_{\sigma=\pm 1} \sum_n \sigma \tilde{\mathcal{C}}_{l+p,\sigma n} J_{l+p-\sigma}(u_{l+p-\sigma,n} \rho / \mathcal{R}) \right|^2 \\ &\times \left| \sum_{\sigma_2=\pm 1} \sum_{n_2} \sigma_2 \tilde{\mathcal{C}}_{p\sigma_2 n_2}^* J_{p-\sigma_2}(u_{p-\sigma_2,n_2} \rho / \mathcal{R}) \right|^2 \\ &+ \sum_p \left| \sum_{\sigma=\pm 1} \sum_n \tilde{\mathcal{C}}_{l+p,\sigma n} J_{l+p-\sigma}(u_{l+p-\sigma,n} \rho / \mathcal{R}) \right|^2 \\ &\times \left| \sum_{\sigma_2=\pm 1} \sum_{n_2} \tilde{\mathcal{C}}_{p\sigma_2 n_2}^* J_{p-\sigma_2}(u_{p-\sigma_2,n_2} \rho / \mathcal{R}) \right|^2, \end{aligned} \quad (16)$$

где p – натуральные числа; n и n_2 – положительные натуральные числа; J_k – функции Бесселя первого рода порядка k ; $u_{k,n}$ – n -й корень функции J_k .

3. Результаты расчетов

На первом этапе проведенных расчетов лазерный линейно-поляризованный импульс считался осесимметричным относительно своей оси – направления своего распространения, причем ось лазерного импульса и ось волновода считались расположенными в одной плоскости под углом θ_{inc} относительно друг друга. Было принято, что его представление во времени и в пространстве имеет гауссову огибающую с экспоненциальной полушириной пятна по амплитуде электрического поля $r_0 = 50$ мкм в поперечном направлении и длительностью на половине максимальной интенсивности лазерного импульса и другие нелинейные эффекты не были велики [13]. При заданной длине волны этому значению a_{max} соответствует пиковая интенсивность лазерного импульса $I_0 = 7.3 \times 10^{17}$ Вт/см².

В отличие от лазерного импульса, осесимметричный электронный сгусток инжектируется в волновод идеальным образом, т.е. строго вдоль оси волновода. Сгустки электронов инжектировались в первый период плазменной волны позади лазерного импульса, в точку z_{inj} вдоль длины капилляра ($k_p z_{\text{inj}} = 800$, $z_{\text{inj}}/L_{\text{ph}} \approx 0.02$, где L_{ph} – длина дефазировки) с различными начальными энергиями электронов E_{inj} . При этом относительно кильватерной волны фаза инжекции ξ_{inj} сгустка (положение центра сгустка в кильватерной волне) соответствовала фазе максимум-

ма продольной ускоряющей силы ξ_* , которая для линейной плазменной волны совпадает с границей раздела фокусирующей и дефокусирующей областей кильватерного поля. Такая фаза инжекции обеспечивает наивысший темп набора энергии электронами без потери качества ускоряемого сгустка [13].

Начальное распределение электронов в ускоряемом сгустке было принято гауссовым по всем пространственным координатам (вдоль оси OZ и в поперечном направлении), $n_b(\xi, r, z = z_{\text{inj}}) = n_{b,0} \exp[-0.5(\xi - \xi_{\text{inj}})^2/\sigma_z^2 - 0.5r^2/\sigma_r^2]$, с характерными размерами $k_p \sigma_r = 0.3 \ll k_p r_0$ и $k_p \sigma_z = 0.1 \ll 1$ соответственно.

Для моделирования процесса ускорения электронов в кильватерной волне, генерируемой данным лазерным импульсом, электронный сгусток был представлен в виде совокупности макрочастиц. Начальное количество макрочастиц в сгустке было равно N_d^3 (N_d^3 слоев в радиальном направлении и N_d слоев в продольном направлении, N_d выбиралось равным от 41 до 131). Вес (масса и заряд) каждой из макрочастиц определялся по ее исходному положению в момент инжекции и по плотности пространственного распределения электронов в инжектируемом сгустке. Пространственные и энергетические характеристики электронов в сгустке определялись путем численного решения уравнений (5)–(10) для каждой частицы.

На рис.1 показаны характеристики сгустков ускоренных электронов – средняя энергия, среднеквадратичный

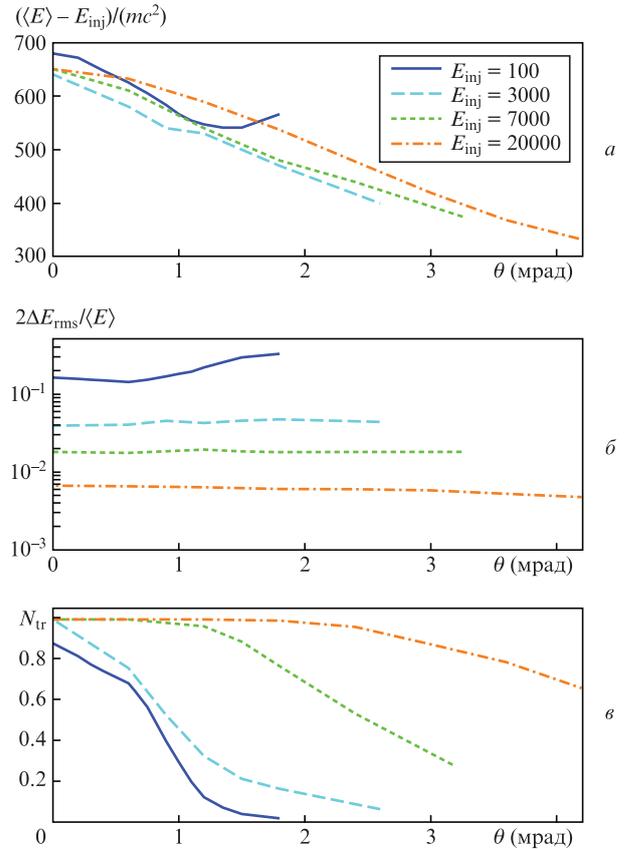


Рис.1. Характеристики электронного сгустка после ускорения: прирост средней энергии электронов сгустка (а), среднеквадратичный относительный разброс электронов по энергиям в нем (б) и число захваченных и ускоренных частиц (в) в зависимости от угла θ между направлением ввода лазерного импульса в волновод и его осью для энергий инжектируемых электронов сгустка (в единицах mc^2) 100, 3000, 7000 и 20000.

разброс по энергиям, число захваченных и ускоренных частиц – в зависимости от угла θ между осями лазерного импульса и капиллярного волновода при разных энергиях инжекции для длины ускорения $z/L_{\text{ph}} = 0.5073$ ($k_p z = 20400$), которой соответствует средняя энергия сгустка электронов, близкая к максимальной. Здесь длина дефазировки $L_{\text{ph}} = \lambda_0 \gamma_{\text{ph}}^3$ [27] (в условиях наших расчетов $k_p L_{\text{ph}} = 40960$), релятивистский гамма-фактор γ_{ph} рассчитывался по фазовой скорости распространяющейся в волноводе плазменной кильватерной волны. Во всех расчетах $\gamma_{\text{ph}} = 80$, что при заданной длине волны лазерного излучения соответствует фоновой концентрации электронов плазмы $n_{e,0} = 2.73 \times 10^{17} \text{ см}^{-3}$.

Анализ совокупности характеристик, представленных на рис.1, прежде всего показывает, что на процесс ускорения весьма существенно влияет масса ускоряемых частиц. В данном случае ускорения электронов под массой частицы следует понимать релятивистскую массу электронов $m\gamma_e$, которая изначально зависит от их энергии инжекции в капилляр и в рассмотренных для расчета примерах изменяется на несколько порядков.

Чтобы достичь эффективного лазерно-плазменного ускорения электронов при рассмотренных в настоящей работе интенсивностях лазерного импульса, генерирующего кильватерную волну, и сравнительно небольших (менее 1.5 ГэВ ($E_{\text{inj}} \leq 3000 mc^2$)) энергиях инжектируемых электронов, следует устранить главный фактор, лимитирующий допустимую девиацию по углу ввода лазерного импульса в волновод, – процесс ухода электронов на стенку вследствие катастрофических изменений структуры кильватерного поля [13], происходящих в момент отражения лазерного импульса от стенки капилляра. С точки зрения геометрической оптики это изменение наблюдается на такой длине распространения лазерного импульса L по капилляру радиусом R , когда при выбранном угле θ ввода лазерного импульса в капилляр световой луч приходит на стенку капилляра, $\theta = R/L$.

Возникающие при этом большие в поперечном направлении градиенты кильватерного поля выталкивают большую часть электронов ускоряемого сгустка на стенку, и они выпадают из процесса ускорения (рис.1,б). Для данного капилляра при выбранной длине ускорения критическое значение угла ввода лазерного импульса оценивается примерно в 0.6 мрад.

При энергии инжектируемых электронов свыше ~ 3.5 ГэВ ($E_{\text{inj}} > 7000 mc^2$), что соответствует более высоким каскадам лазерно-плазменного ускорителя, для ограничения по углу θ главным становится другой фактор, а именно падение темпа ускорения (набора энергии) с увеличением угла. Физически это соответствует тому, что хотя в момент отражения лазерного импульса от стенки капилляра искажения структуры кильватерной волны не в силах столкнуть «тяжелый» электрон с траектории вдоль оси капилляра, они все-таки приводят к существенному снижению ускоряющей силы кильватерного поля. В итоге падает темп ускорения и уменьшается прирост энергии электронов ускоряемого сгустка (рис.1,а). Тем не менее из проведенных расчетов следует, что при большой энергии инжекции жесткость требований к соосности волновода и лазерного импульса существенно ослабляется, и для $E_{\text{inj}} = 20000 mc^2 = 10$ ГэВ критический угол для того же капилляра составляет примерно 3 мрад.

Заметим также, что в пределах допустимых углов θ темп набора энергии $(E - E_{\text{inj}})/(mc^2)$ примерно одинаков

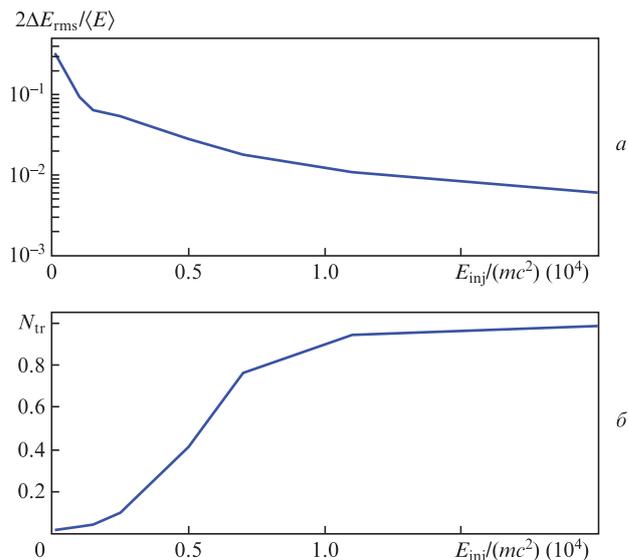


Рис.2. Зависимости от энергии инжекции характеристик электронного сгустка – среднеквадратичного относительного разброса по энергиям (а) и числа захваченных и ускоренных частиц (б) при угле между осью капилляра и осью вводимого лазерного импульса $\theta = 1.8$ мрад.

для различных энергий E_{inj} . С увеличением θ относительный разброс по энергиям $\Delta E/E$ для данной величины z/L_{ph} увеличивается для начальных ускорительных каскадов (при малых E_{inj}) и практически не меняется для ускорительных каскадов с большим значением E_{inj} (рис.1,б).

На рис.2 показана зависимость среднеквадратичного разброса по энергии и числа захваченных и ускоренных частиц от E_{inj} для $\theta = 1.8$ мрад. Выводы, которые позволяют сделать зависимости, представленные на рис.2, повторяют выводы из рис.1: число ускоренных частиц с увеличением E_{inj} в случае неточной фокусировки ($\theta > 1$ мрад) растет, относительный разброс по энергиям значительно снижается.

На рис.3 показаны энергетические спектры ускоренных электронов (к моменту, близкому к максимуму по энергии ускорения) для низких ($E_{\text{inj}} = 50$ МэВ) и высоких ($E_{\text{inj}} = 10$ ГэВ) энергий инжекции как при разных углах ввода лазерного излучения θ , так и для лазерных импульсов с несимметричными пятнами фокусировки, огибающая электрических полей которых может быть записана в виде $E(r) = E_0 \exp(-x^2/\sigma_x^2 - y^2/\sigma_y^2)$, при $\sigma_x = 50$ мкм, $\sigma_y/\sigma_x = 1.2$, $(\sigma_y^2/2 + \sigma_x^2/2)^{1/2} = 50$ (маркеры «+») и при $\sigma_y/\sigma_x = 1.4$, $\sigma_y = 56$, $\sigma_x = 40$ (маркеры «х»).

Из рис.3 видно, что с изменением условий фокусировки форма спектров меняется незначительно. При этом с ухудшением точности фокусировки как по углу, так и по форме лазерного пятна, в соответствии с результатами рис.1, происходит сдвиг спектральных кривых в сторону меньших энергий по энергетической шкале. В условиях несовершенной фокусировки, при которых происходит существенное уменьшение доли захваченных и ускоренных частиц, спектры могут приобретать несимметричную относительно энергий, соответствующих максимуму спектра, форму с большей долей захваченных электронов, соответствующих большему, по сравнению с отвечающим максимуму спектра, энергиям (см. кривую при $\theta = 1.2$ на рис.3,а).

Несовершенство формы лазерного пятна при рассматриваемых условиях ускорения оказывает меньшее влия-

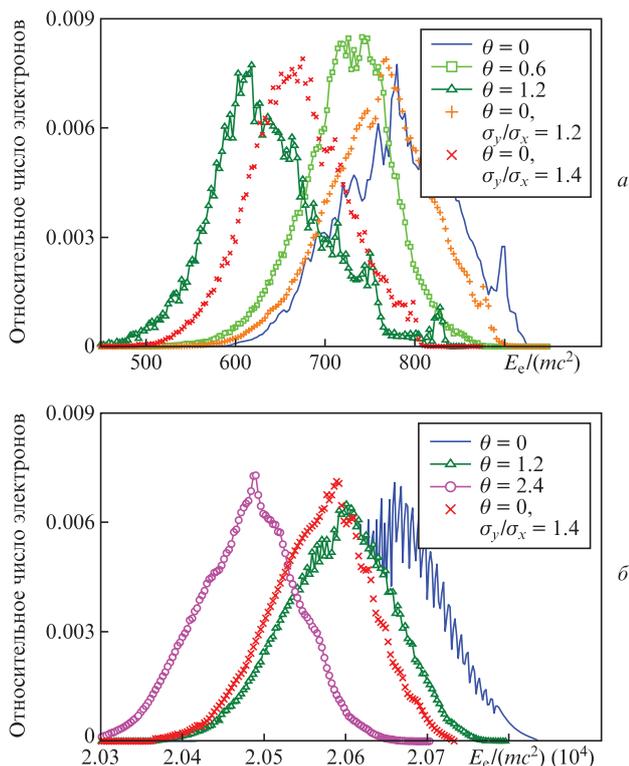


Рис.3. Энергетический спектр электронов на длине ускорения $z/L_{ph} = 0.497$ ($k_{pz} = 20000$) при энергиях инжекции $E_{inj}/(mc^2) = 100$ (а) и 20000 (б) для углов $\theta = 0, 0.6, 1.2$ и 2.4 мрад, а также для различных пятен фокусировки при $\theta = 0$, $\sigma_y/\sigma_x = 1.2$ и 1.4.

ние на качество ускоренных электронных пучков, чем наличие ненулевого угла между осями лазерного импульса и капиллярного волновода. Из сравнения сплошной кривой ($\theta = 0$) и кривых при $\theta = 0$ и $\sigma_y/\sigma_x = 1.2$ и 1.4 следует, что деформация лазерного пятна существенно сказывается только при $\sigma_y/\sigma_x > 1.2$.

Отметим, что в условиях расчетов для рис.3 относительная доля захваченных и ускоренных электронов N_{tr} к моменту $z/L_{ph} = 0.497$ вблизи максимума энергии ускорения при $E_{inj} = 50$ МэВ ($E_{inj}/(mc^2) = 100$, рис.3,а) была равна 0.88 для полностью симметричной фокусировки и симметричного лазерного пятна, а также 0.87 для несимметричного пятна с $\sigma_y/\sigma_x = 1.2$ и 0.55 для несимметричного пятна с $\sigma_y/\sigma_x = 1.4$.

Относительный сдвиг спектра электронов в сторону меньших энергий при $\sigma_y/\sigma_x = 1.4$ в случае $E_{inj} = 10$ ГэВ (рис.3,б) оказывается примерно таким же, как и в случае $E_{inj} = 50$ МэВ (рис.3,а). Однако при больших энергиях инжекции ($E_{inj} = 10$ ГэВ) захваченными оказываются практически все электроны: $N_{tr} = 0.99$ как в полностью симметричном случае, так и при $\sigma_y/\sigma_x = 1.4$.

4. Заключение

Проведенное исследование показало, что практическая реализация эффективного лазерно-плазменного ускорения электронов (с получением после ускорения электронных пучков хорошего качества) возможна лишь при соблюдении довольно строгих требований к юстировке отдельных компонентов экспериментальной установки, к которым, в частности, относятся лазер, генерирующий ускоряющую кильватерную волну в волноводе, и соб-

ственно волновод. Нарушение соосности между лазером и волноводом (капилляром) приводит к тому, что независимо от всех прочих причин кильватерное поле, генерируемое лазерным импульсом, на некоторой длине распространения в капилляре вследствие отражения лазерного импульса от его стенок претерпевает столь существенные искажения, что даже при идеальном инжекторе электронов в ускоритель становится малоприспособленным для качественного ускорения электронных пучков.

Несимметричность формы лазерного пятна имеет сравнительно меньшее значение и становится существенной для ускорения электронных пучков только при различии в размерах главных осей эллипса лазерного пятна более 20%.

Исследование показало, что наиболее чувствительными к нарушению соосности являются схемы лазерно-плазменного ускорителя, в которых для ускорения используются слабoreлятивистские электронные пучки. Тот же вывод можно сделать относительно первых каскадов ускорения в случае использования мультистадийных ускорительных схем. Объясняется данное обстоятельство тем, что даже релятивистские электроны с энергией в сотни мегаэлектронвольт достаточно легко сходят со своей траектории вдоль оси капилляра, как только лазерный импульс касается его стенки и структура кильватерной волны разрушается.

Более устойчивыми к искажениям кильватерного поля оказываются электроны с энергией порядка ГэВ. В этом случае релятивистская масса ускоряемых электронов может быть достаточно «тяжелой», чтобы инерционно противостоять их движению к стенке под действием сильных градиентов искаженного кильватерного поля, направленных к стенке капилляра, в момент приближения к стенке лазерного импульса. Критическое ограничение на нарушение соосности в этом случае связано с тем, что неоднократное отражение лазерного импульса от стенок приводит к уменьшению ускоряющих сил кильватерного поля, что приводит к падению темпа ускорения и делает процесс ускорения электронов неэффективным. Тем не менее для ускорительных каскадов с энергиями ускорения более нескольких гигаэлектронвольт ограничения на точность фокусировки (в рамках рассматриваемой схемы ускорения с инжекцией электронов в область максимума ускоряющей силы) могут быть ослаблены в несколько раз.

Работа частично поддержана Программой №21 Президиума РАН «Экстремальное лазерное излучение: физика и фундаментальные приложения».

Приложение. Модовые коэффициенты электромагнитного поля

Модовые коэффициенты находятся из решения волнового уравнения для электромагнитного поля в волноводе и выражаются следующим образом (см. [11, 12]):

$$\tilde{\mathcal{C}}_{lon}(t, z) = \mathcal{C}_{lon} F_{||}(z - ct + \Phi_{ln}(z)) \exp(-ik_0 \Phi_{ln}(z)), \quad (П1)$$

$$\Phi_{ln} = k_{\perp l on}^2 z / 2,$$

где выражение для Φ_{ln} записано для случая волновода, характеристики стенок которого постоянны вдоль длины z ;

$$\begin{aligned}
 k_{\perp 0-1n} &= (u_{1,n}/\Re)(1 - i\mu_B/\Re), \\
 k_{\perp 01n} &= (u_{1,n}/\Re)(1 - i\mu_E/\Re), \\
 k_{\perp l\sigma n} &= (u_{l-\sigma,n}/\Re)(1 - i\mu_{\pm}/\Re), \quad l = \pm 1, \pm 2, \dots
 \end{aligned}
 \tag{П2}$$

– поперечные волновые векторы, значения которых определяются граничными условиями для электромагнитных полей на стенке волновода;

$$\mu_{\pm} = (\mu_E + \mu_B)/2, \quad \mu_B = 1/\sqrt{\epsilon - 1}, \quad \mu_E = \epsilon/\sqrt{\epsilon - 1} \tag{П3}$$

– коэффициенты, определяемые диэлектрической проницаемостью ($\epsilon > 1$) стенок волновода;

$$\mathcal{C}_{0-1n} = N_{1,n}^{-1} \int_0^1 y F_1(y) J_1(u_{1,n}y) dy, \tag{П4}$$

$$\mathcal{C}_{01n} = \eta \mathcal{C}_{0-1n}, \quad y \equiv r/R,$$

$$\mathcal{C}_{l\sigma n} = \frac{1 + \sigma\eta}{2} N_{l-\sigma,n}^{-1} \int_0^1 y F_{l-\sigma}(y) J_{l-\sigma}(u_{l-\sigma,n}y) dy, \tag{П5}$$

$$l = \pm 1, \pm 2, \dots$$

– постоянные коэффициенты, определяемые из граничных условий для электромагнитных полей на входном отверстии волновода;

$$F_l(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-il\varphi) F_l(r, \varphi) d\varphi \tag{П6}$$

– угловые гармоники поперечной огибающей лазерного импульса на входе в капилляр;

$$N_{k,n} = \int_0^1 y J_k^2(u_{k,n}y) dy$$

– нормировочные постоянные; $F_{\parallel}(t)$ и $F_{\perp}(r, \varphi)$ – продольная и поперечная огибающие лазерного импульса соответственно.

1. Fainberg Ya.B. *Proc. Symp. CERN*, **1**, 84 (1956).
2. Fainberg Ya.B. *Sov. J. Atomic Energy*, **11** (4), 958 (1962).
3. Файнберг Я.Б. *УФН*, **93** (12), 617 (1967).
4. Tajima T., Dawson J.M. *Phys. Rev. Lett.*, **43**, 267 (1979).

5. Mourou G.A., Tajima T., Bulanov S.V. *Rev. Mod. Phys.*, **78**, 309 (2006).
6. Wang X., Zgadzaj R., Fazel N., Li Z., Henderson W., Chang Y.Y., Korzekwa R., Yi S.A., Khudik V., Zhang X., Tsai H.E., Pai C.H., Quevedo H., Dyer G., Gaul E., Martinez M., Bernstein A., Borger T., Spinks M., Donovan M., Shvets G., Ditmire T., Downer M.C. *Nature Commun.*, **4**, 1988 (2013).
7. Leemans W.P., Gonsalves A.J., Mao H.-S., Nakamura K., Benedetti C., Schroeder C.B., Toth Cs., Daniels J., Mittelberger D.E., Bulanov S.S., Vay J.-L., Geddes C.G.R., Esarey E. *Phys. Rev. Lett.*, **113**, 245002 (2014).
8. Katsouleas T. *Plasma Phys. Control. Fusion*, **46** (12B), B575 (2004).
9. Jaroszynski D.A., Bingham R., Brunetti E., Ersfeld B., Gallacher J., Geer B., Issac R., Jamison S.P., Jones D., de Loos M., Lyachev A., Pavlov V., Reitsma A., Saveliev Y., Vieux G., Wiggins S.M. *Phil. Trans. R. Soc. A*, **364**, 689 (2006).
10. Pukhov A., Gordienko S. *Phil. Trans. R. Soc. A*, **364**, 623 (2006).
11. Veysman M., Andreev N.E., Cassou K., Ayoul Y., Maynard G., Cros B. *J. Opt. Soc. Am. B*, **27** (7), 1400 (2010).
12. Veysman M., Andreev N.E., Maynard G., Cros B. *Phys. Rev. E*, **86**, 066411 (2012).
13. Andreev N.E., Kuznetsov S.V., Veysman M.E. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. Sect. A*, **740**, 273 (2014).
14. McGuffey C., Levin M., Matsuoka T., Chvykov V., Kalintchenko G., Rousseau P., Yanovsky V., Zigler A., Maksimchuk A., Krushelnick K. *Phys. Plasmas*, **16** (11), 113105 (2009).
15. Leemans W., Esarey E. *Phys. Today*, **62** (3), 44 (2009).
16. Adli E., Delahaye J.P., Gessner S.J., Hogan M.J., Raubenheimer T., An W., Joshi C., Mori W. A Beam Driven Plasma-Wakefield Linear Collider: From Higgs Factory to Multi-TeV. <http://arxiv.org/abs/1308.1145>.
17. Andreev N.E., Baranov V.E., неопубликованные данные.
18. Gonsalves A.J., Nakamura K., Daniels J., Mao H.-S., Benedetti C., Schroeder C.B., Toth Cs., Tilborg J., Mittelberger D.E., Bulanov S.S., Vay J.-L., Geddes C.G.R., Esarey E., Leemans W. P. *Phys. Plasmas*, **22** (5), 056703 (2015).
19. Andreev N.E., Baranov V.E., Cros B., Maynard G., Mora P., Veysman M.E. *J. Plasma Phys.*, **79**, 143 (2013).
20. Sprangle P., Esarey E., Ting A. *Phys. Rev. Lett.*, **64**, 2011 (1990).
21. Mora P., Antonsen T.M. *Phys. Plasmas*, **4** (1), 217 (1997).
22. Esarey E., Schroeder C.B., Leemans W.P. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 1229 (2009).
23. Andreev N.E., Kuznetsov S.V. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **36** (4), 1765 (2008).
24. Andreev N.E., Gorbunov L.M., Kirsanov V.I., Nakajima K., Ogata A. *Phys. Plasmas*, **4** (4), 1145 (1997).
25. Andreev N.E., Chizhonkov E.V., Frolov A.A., Gorbunov L.M. *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A*, **410**, 469 (1998).
26. Andreev N.E., Cros B., Gorbunov L.M., Matthieussent G., Mora P., Ramazashvili R.R. *Phys. Plasmas*, **9**, 3999 (2002).
27. Andreev N.E., Kuznetsov S.V. *Plasma Phys. Control. Fusion*, **45** (12A), A39 (2003).