

## ЛАЗЕРНЫЙ ГИРОСКОП

# Модель лазерного гироскопа с частотной подставкой

В.К.Сахаров

*Модель лазерного гироскопа (ЛГ) с частотной подставкой описана системой рекуррентных уравнений для электрического поля встречных волн. Явление захвата частот учтено через связь волн в результате обратного рассеяния, фактором частотной подставки является управляемая фазовая невязанность. Рассмотрен характер выходного сигнала, соответствующий двум типам подставки – синусоидальной и в виде меандра, создаваемым различными способами, в том числе с помощью внутрирезонаторной фазовой модуляции. Приведены результаты расчета частотной характеристики ЛГ как функции частоты подставки, скорости вращения и параметров ЛГ. Показано преимущество способа обработки выходного сигнала с помощью измерения времени между оцилляциями интенсивности, заключающееся в отсутствии на выходной характеристике так называемых динамических зон синхронизации.*

**Ключевые слова:** лазерный гироскоп, захват частот, частотная подставка.

## 1. Введение

Как известно, He–Ne-гироскоп остается единственным типом лазерных гироскопов (ЛГ), имеющим практическое применение. Главной причиной неудач в создании других типов ЛГ является захват (взаимная синхронизация) частот встречных волн, возникающий из-за обратного рассеяния встречных волн и проявляющийся в том, что устройство не реагирует на небольшие скорости вращения.

Средством преодоления захвата частот является частотная подставка, создаваемая путем внесения в кольцевой резонатор фазовой (частотной) невязанности. Это приводит к тому, что частоты встречных волн отстают друг от друга на значительную величину, такую, когда захват перестает действовать. В технике газовых ЛГ частотная подставка формируется в большинстве случаев колебаниями резонатора либо магнитооптическими устройствами на базе эффектов Фарадея, Зеемана и Керра [1–3].

В полупроводниковых ЛГ, чувствительность которых неизмеримо ниже, подставка до недавнего времени не применялась, поскольку уровень обратного рассеяния здесь на несколько порядков выше, а значит, ширина зоны захвата много больше и, следовательно, организовать в этих условиях подставку весьма сложно или вообще не реально.

Положение изменил вывод из предложенной в [4] модели захвата частот: в полупроводниковом ЛГ в случае большой длины кольцевого резонатора в виде световода ширина зоны захвата уменьшается. Таким образом, стало очевидным, что использование подставки возможно, а для ее создания можно применить весьма простой способ – внутрирезонаторную фазовую модуляцию синусоидальным сигналом с помощью пьезомеханического модулятора [5].

Чувствительность полупроводникового ЛГ в результате стала не менее чем на три порядка больше, чем в ранее описанных подобных устройствах [6–9], и, таким образом, выявилась возможность и перспективность использования подставки в исследованиях, направленных на создание полупроводникового (твердотельного) ЛГ. В этой связи возникла необходимость в усовершенствовании модели [4], сделав ее применимой в случае использования подставки, создаваемой с помощью внутрирезонаторной фазовой модуляции.

В ходе работы над этой задачей показалось важным расширить рамки применения модели на другие типы ЛГ и способы создания частотной подставки. В отличие от известной модели, построенной на аналогии между явлением захвата частот и взаимодействием двух связанных колебательных контуров [10, 11], в представляемой модели характер и параметры циркулирующего излучения определяются факторами, напрямую воздействующими на встречные волны. Это, как полагали, не могло не выявить какие-то новые стороны режимов генерации ЛГ, способствующие лучшему пониманию физики работы подобных устройств.

Таким образом, в представляемой модели явление захвата учитывается через связь волн с помощью обратного рассеяния, частотная подставка рассматривается как результат управляемого воздействия тем или иным способом на амплитуды и фазы волн, а сама модель записывается в виде системы рекуррентных уравнений (в двух вариантах) для комплексных амплитуд электрических полей волн.

Подробно обсуждается способ формирования знакопеременной частотной подставки в форме синуса и меандра с помощью внутрирезонаторной фазовой модуляции, а также (конспективно) другие способы, хорошо известные и применяемые на практике. Рассмотрено использование модели по прямому назначению – для моделирования работы ЛГ; при этом показана зависимость характера биений на выходе от формы частотной подставки, скорости вращения и параметров ЛГ, в том числе от длины ре-

В.К.Сахаров. ЗАО «Центр ВОСПИ», Россия, 117432 Москва, ул. Введенского, 3; e-mail: info@centervosp.ru

Поступила в редакцию 6 ноября 2014 г., после доработки – 22 сентября 2015 г.

зонатора, уровня и случайных фаз обратного рассеяния. Проведен расчет частотной характеристики, связывающей частоту биений с данными факторами.

В последней части работы рассматриваются и сравниваются два способа обработки выходного сигнала – первый, обычно применяемый в технике He–Ne-гироскопов и использующий реверсивный счет числа осцилляций на соседних полупериодах подставки, и второй, основанный на измерении интервалов времени между этими же осцилляциями. Показано преимущество второго способа – отсутствие «динамических зон синхронизации» в виде небольших полочек на выходной характеристике, связывающей измеряемую скорость вращения с реальной; это позволяет считать, что происхождение полочек обусловлено способом обработки выходного сигнала.

## 2. Исходные предпосылки

При пробеге встречных волн по вращающемуся замкнутому оптическому контуру (резонатору) в результате эффекта Саньяка фаза одной волны, назовем ее волной  $A$ , возрастает на величину  $\delta_S$ , а фаза другой волны,  $B$ , уменьшается точно на такую же величину. В результате возникает разность фаз волн  $2\delta_S$ , которая, если считать, что она регулярно накапливается в процессе циркуляций, а волны представляют собой одномодовое излучение, могла бы приводить к возникновению биений с частотой

$$v_S = \frac{2\delta_S}{2\pi\tau} = M\Omega, \quad (1)$$

где  $\tau = Ln/c$  – время пробега волн по контуру резонатора;  $L$  – его длина;  $\Omega$  – угловая скорость вращения;  $M = 4S/(\lambda Ln)$  – масштабный коэффициент;  $S$  – площадь контура (при использовании катушки световода  $S$  определяется произведением площади катушки на число витков световода);  $\lambda$  – длина волны излучения;  $n$  – показатель преломления среды резонатора. Предполагается также, что плоскость контура перпендикулярна оси вращения.

Однако в реальном ЛГ при небольшой скорости вращения имеет место захват, а значит, биений нет. Вместе с тем при увеличении скорости вращения биения возникают, и их частота  $v_{\text{beat}}$  совпадает с саньяковской частотой  $v_S$  тем точнее, чем больше угловая скорость вращения и меньше уровень обратного рассеяния.

Такой же характер генерации ЛГ показывает модель [4], в которой обратное рассеяние полагается сосредоточенным в некой одной точке внутри кольцевого резонатора. В этой точке встречные волны, циркулирующие в кольцевом резонаторе, описываются рекуррентными уравнениями

$$\begin{aligned} A_p &= A_{p-1}\exp(j\delta_S) + \sqrt{\alpha}B_{p-1}\exp(-j\delta_S), \\ B_p &= B_{p-1}\exp(-j\delta_S) + \sqrt{\alpha}A_{p-1}\exp(j\delta_S), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $A_p = a_p \exp(j\phi_p)$  и  $B_p = b_p \exp(j\phi_p)$  – комплексные амплитуды электрического поля волн;  $a_p, b_p$  – модули и  $\phi_p$ ,  $\phi_p$  – фазы волн;  $p$  – номер циркуляции, отсчитываемый от произвольного выбираемого начала;  $\alpha$  – коэффициент обратного рассеяния по интенсивности.

Для того чтобы данная модель могла стать применимой к ЛГ с частотной подставкой, ее следует соответствующим образом усовершенствовать. Немаловажно также

снять ограничение, касающееся локализации обратного рассеяния: теперь будем считать, что оно формируется большим числом рассеивающих центров, расположенных в резонаторе случайным образом.

В остальном по-прежнему считаем встречные волны одномодовым излучением, поляризацию рассеянного излучения линейной и совпадающей с поляризацией встречных волн, не учитываем фазовые флуктуации, возникающие из-за спонтанного испускания в усиливающей среде, а также нелинейные эффекты в кольцевом резонаторе и активной среде, и, наконец, не принимаем в расчет конкуренцию встречных волн, предполагая двунаправленный режим генерации стабильным. Последнее допущение поясним.

В случае газового ЛГ конкуренция встречных волн исключается, как известно, неоднородным характером линии усиления, обусловленным доплеровским механизмом уширения, и использованием частотной подставки. На возможность стабильного режима двунаправленной генерации в кольцевом лазере с однородно уширенной линией усиления (такой режим реализуется при достаточно сильной связи встречных волн через обратное рассеяние) указывалось еще в [12]. Это же следует из результатов моделирования по рассматриваемой модели, а также из эксперимента: устойчивый двунаправленный режим генерации имел место в работах [4–7, 9], посвященных исследованию полупроводниковых ЛГ, уровень обратного рассеяния в которых, как уже отмечалось, весьма значительный. Наконец, если все же в ЛГ какого-либо типа возможна конкуренция встречных волн, то существуют способы ее подавления [8].

## 3. Уравнения модели (первый вариант)

Для учета фазовой (частотной) невязимности встречных волн, создаваемой извне тем или иным способом, заменим в (2) фазы  $\pm\delta_S$  фазами

$$\Delta_A = \delta_S + \Phi_A(t), \quad \Delta_B = -\delta_S + \Phi_B(t), \quad (3)$$

где  $\Phi_A(t)$  и  $\Phi_B(t)$  – фазы, через которые выражается внешнее воздействие.

Выберем в кольцевом резонаторе точку  $Q$ , в которой будет размещено устройство вывода из резонатора части мощности встречных волн, и будем отсчитывать от этой точки координаты рассеивающих центров  $x_i$  в направлении распространения, для определенности, волны  $B$ . Возникающие при рассеянии на каждом  $i$ -м центре обратные волны запишем как  $A_i^{\text{back}} = \eta_i^A A_{p-1}$  и  $B_i^{\text{back}} = \eta_i^B B_{p-1}$ , где  $\eta_i^{A,B} = \gamma_i \exp(j\chi_i^{A,B})$  – комплексный коэффициент обратного рассеяния. Считаем при этом, что анизотропия в обратном рассеянии отсутствует, поэтому модули данных коэффициентов для противоположных направлений рассеяния равны, т. е.  $\gamma_i^A = \gamma_i^B$ , а мнимые части – случайные величины.

Тогда в точке  $Q$  эти волны можно представить как

$$\begin{aligned} A_{i,p}^{\text{back}} &= \gamma_i A_{p-1} \exp[j(\delta_S - 2kx_i + \chi_i^A) + \Phi_A(t)], \\ B_{i,p}^{\text{back}} &= \gamma_i B_{p-1} \exp[j(-\delta_S + 2kx_i + \chi_i^B) + \Phi_B(t)], \end{aligned} \quad (4)$$

где фазы  $\pm 2kx_i$  являются результатом различной удаленности рассеивающих центров от точки  $Q$ ;  $k = 2\pi n/\lambda$  – волновое число.

Наконец, принимая в расчет, что число рассеивающих центров велико и они расположены в кольцевом резонаторе хаотически, две обратные волны, являющиеся суммой обратных волн (4) от всех рассеивающих центров, представим следующим образом:

$$\begin{aligned} A_{p-1}^{\text{back}} &= \sqrt{\alpha} A_{p-1} \exp[j(\Delta_A + \tilde{\theta}_A)], \\ B_{p-1}^{\text{back}} &= \sqrt{\alpha} B_{p-1} \exp[j(\Delta_B + \tilde{\theta}_B)], \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\alpha = \sum \gamma_i^2$  – интенсивность обратных волн;  $\tilde{\theta}_A$  и  $\tilde{\theta}_B$  – случайные фазы.

Таким образом, уравнения (2), учитывающие невзаимность волн, а также интегральный и случайный характер обратного рассеяния, принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} A_p &= A_{p-1} \exp(j\Delta_A) + \sqrt{\alpha} B_{p-1} \exp[j(\Delta_B + \tilde{\theta}_B)], \\ B_p &= B_{p-1} \exp(j\Delta_B) + \sqrt{\alpha} A_{p-1} \exp[j(\Delta_A + \tilde{\theta}_A)]. \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнения (6) являются математическим представлением рассматриваемой модели ЛГ с частотной подставкой, при использовании которых необходимо учитывать условие для суммы интенсивностей встречных волн, реально выполняющееся в усиливающей среде,

$$|A_p|^2 + |B_p|^2 = \text{const}, \quad (7)$$

а также начальные значения комплексных амплитуд встречных волн.

Как можно видеть в ходе описываемых ниже расчетов, в зависимости от того, применяется частотная подставка или нет, а также в зависимости от угловой скорости вращения, интенсивности и случайных фаз обратного рассеяния, длины резонатора и других параметров имеет место либо режим биений, либо режим захвата частот. При этом первые слагаемые в правых частях уравнений (6) описывают процесс накопления фаз встречных волн, возникающий в результате действия частотной подставки и эффекта Саньяка, что в конечном итоге приводит к биениям, а вторые слагаемые – механизм захвата частот, препятствующий накоплению фаз и биениям.

#### 4. Внутррезонаторная фазовая модуляция и второй вариант уравнений модели

Рассмотрим способ формирования подставки с помощью внутррезонаторной фазовой модуляции и вместе с тем покажем, каким образом уравнения (6) могут быть представлены в другом виде, который позволит лучше выявить роль подставки в работе ЛГ и понадобится для расчета частотной характеристики.

Будем считать, что фазовый модулятор расположен в произвольной точке кольцевого резонатора, управляющий модулятором сигнал является гармоническим и модулятор оказывает одинаковое воздействие на фазы встречных волн, в результате чего при пробеге через модулятор они получают одно и то же приращение  $\Phi(t) = \Phi_0 \sin(2\pi\nu_m t + \chi_0)$ , где  $\Phi_0$ ,  $\nu_m$  и  $\chi_0$  – амплитуда, частота и фаза модуляции соответственно.

Однако в любой точке  $Q$  кольцевого резонатора, кроме одной (для которой времена  $\tau_A$  и  $\tau_B$  пробега волн  $A$  и  $B$  от фазового модулятора до точки  $Q$  равны), фазы волн после каждой очередной циркуляции будут различ-

ны:  $\Phi_A(t) = \Phi(t - \tau_A)$  и  $\Phi_B(t) = \Phi(t - \tau_B)$ , причем знак разности фаз  $\Delta\Phi(t) = \Phi_A(t) - \Phi_B(t)$  будет оставаться неизменным на интервалах времени, равных полупериоду фазовой модуляции.

Отсюда в свою очередь следует, что аналогично тому, как постоянные и небольшие по величине саньяковские фазы  $\pm\delta_S$  приводят к биениям, относительно медленно изменяющиеся и мало различающиеся фазы модуляции  $\Phi_A(t)$  и  $\Phi_B(t)$  также вызывают биения. Это подтверждает расчет с помощью (6).

Из расчета также следует, что результат останется тем же, если каждую из фаз  $\Phi_A(t)$  и  $\Phi_B(t)$  изменить, но их разность  $\Delta\Phi(t)$  оставить неизменной. Тогда фазы  $\Phi_A(t)$  и  $\Phi_B(t)$  можно заменить в (3) фазами  $\Phi'_A(t) = \Delta\Phi(t)/2$  и  $\Phi'_B(t) = -\Delta\Phi(t)/2$ , а затем, введя частоту

$$v_d(t) = \frac{\Delta\Phi(t)}{2\pi\tau} = \frac{\Phi_A(t) - \Phi_B(t)}{2\pi\tau}, \quad (8)$$

переписать (3) следующим образом:

$$\Delta_A = \pi\tau v_S + \pi\tau v_d(t), \quad \Delta_B = -\pi\tau v_S + \pi\tau v_d(t); \quad (9)$$

при этом отметим, что частота  $v_d(t)$  в соответствии с (8) определяется разностью фаз  $\Delta\Phi(t)$  точно так же, как частота биений  $v_S$  определяется разностью саньяковских фаз  $2\delta_S$  согласно (1).

Подставив далее (9) в (6), получим другое представление уравнений модели:

$$\begin{aligned} A_p &= A_{p-1} \exp[j\pi\tau v(t)] + \sqrt{\alpha} B_{p-1} \exp[-j\pi\tau v(t) + \tilde{\theta}_B], \\ B_p &= B_{p-1} \exp[-j\pi\tau v(t)] + \sqrt{\alpha} A_{p-1} \exp[-j\pi\tau v(t) + \tilde{\theta}_A], \end{aligned} \quad (10)$$

где  $v(t) = v_S + v_d(t)$  и откуда следует смысл частоты  $v_d(t)$  как частотной подставки.

#### 5. Варианты знакопеременной частотной подставки

Из вида уравнения (10) следует, что динамика комплексных амплитуд встречных волн определяется параметрами и характером частотной подставки  $v_d(t)$  и не зависит от способа ее формирования. Другим следствием является то, что в рамках рассматриваемой модели саньяковская частота  $v_S$  и частота подставки  $v_d(t)$  равноправны. Поэтому аналогично тому, что биения возникают лишь при большой скорости вращения, в случае использования частотной подставки биения могут возникать только при достаточно больших ее значениях.

В случае фазовой модуляции гармоническим сигналом  $\Phi(t) = \Phi_0 \sin(2\pi\nu_m t - \chi_0)$  частотная подставка согласно (8) также имеет вид гармонической функции:

$$v_d(t) = -\Phi_0 v_m \frac{\Delta\tau}{\tau} \cos[2\pi\nu_m(t - \tau/2) + \chi_0], \quad (11)$$

где  $\Delta\tau = \tau_A - \tau_B$ , а  $\Delta\tau/\tau$  можно назвать геометрическим фактором, максимальное значение которого равно единице, когда точка  $Q$  расположена рядом с фазовым модулятором.

Этот же механизм, очевидно, работает, когда модулирующий сигнал имеет вид равнобедренного треугольника – разность фаз  $\Delta\Phi(t)$  встречных волн  $\Phi_A(t)$  и  $\Phi_B(t)$  в лю-

бой точке (кроме одной, для которой  $\tau_A = \tau_B$ ) периодически изменяется, при этом она должна быть достаточной для того, чтобы вызвать биения. Для сигнала модуляции в виде  $\Phi(t) = (2\Phi_0/\pi)\arcsin[\sin(2\pi\nu_m t) + \chi_0]$  частота подставки  $\nu_d(t)$  имеет вид треугольника, т.е., периодически изменяя знак, она остается неизменной по абсолютной величине:

$$\nu_d(t) = \frac{\Delta\tau}{\tau} \frac{2\Phi_0\nu_m}{\pi}.$$

В He–Ne-гироскопах синусоидальная подставка формируется с помощью крутильных колебаний резонатора (виброподвес), а для создания подставки в виде меандра может использоваться реверсивное вращение с постоянной угловой скоростью. Фазовая невязанность в обоих случаях является результатом эффекта Саньяка.

На основе магнитооптических эффектов Фарадея, Зеемана и Керра, благодаря их малой инерционности, могут быть реализованы подставки обоих типов – в виде синуса и меандра [3]. Очевидным способом создания частотной подставки является также однонаправленное вращение с постоянной угловой скоростью, что создает подставку с постоянной частотой  $\nu_d = \text{const}$ . На практике такой способ используется [13], но весьма редко ввиду сложности обеспечения скорости вращения ЛГ с высокой стабильностью.

## 6. Характер биений на выходе ЛГ

Основное внимание при моделировании работы ЛГ было уделено исследованию характера биений и динамике фаз встречных волн, поскольку именно они определяют свойства ЛГ как датчика вращения. Вместе с тем моделирование позволяет исследовать также динамику амплитуд встречных волн и убедиться в правомерности одного из сделанных в начале работы упрощающих условий, касающегося вопроса конкуренции волн.

Так, при сравнительно высоком уровне обратного рассеяния изначально различающиеся амплитуды встречных волн  $a_p$  и  $b_p$  весьма быстро становятся равными и в дальнейшем не изменяются. Лишь в случае самого слабого (более 10 дБ) обратного рассеяния эффект выравнивания амплитуд исчезает. Данный результат подтверждает возможность стабильного режима генерации полупроводникового ЛГ, уровень обратного рассеяния в котором не превышает 50 дБ, а случай слабого обратного рассеяния – это He–Ne-гироскоп, где неоднородный характер линии усиления и частотная подставка снимают проблему конкуренции волн.

Как и следовало ожидать, при конечном уровне обратного рассеяния, в отсутствие частотной подставки и при небольшой скорости вращения биений нет и имеет место режим захвата частот. Однако при использовании частотной подставки или при большой скорости вращения биения возникают. Считая биения осцилляциями интенсивности сбиваемых волн  $I_{\text{beat}}(p)$ , будем рассчитывать их с помощью обычного для интерферометров выражения для сигнала на выходе:

$$I_{\text{beat}}(p) = 0.5[1 + \cos(\Delta\psi_p)], \quad (12)$$

где  $\Delta\psi_p = \phi_p - \varphi_p$  – разность фаз встречных волн, и вместо числа циркуляций  $p$  можно использовать время  $t$ , т.к. эти переменные связаны соотношением  $t = p\tau$ .

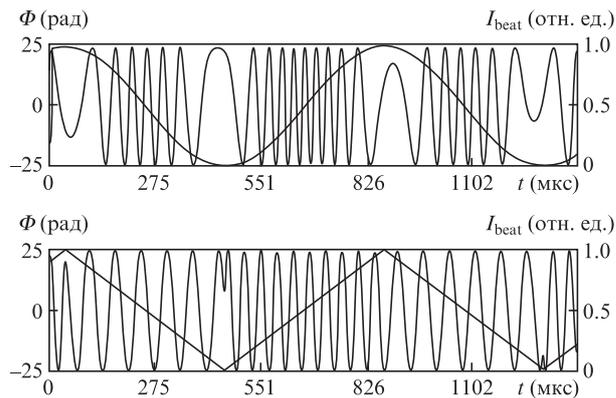


Рис.1. Сигналы фазовой модуляции синусоидальной и треугольной формы ( $\nu_m = 1.2$  кГц,  $\Phi_0 = 25$  рад) и биения на выходе полупроводникового ЛГ при его вращении со скоростью  $\Omega = 0.5$  °/с.

В отсутствие вращения, т.е. при  $\delta_S = 0$ , числа осцилляций интенсивности на интервалах времени, соответствующих соседним полупериодам частотной подставки, всегда равны. Если  $\delta_S \neq 0$ , т.е. кольцевой лазер вращается, числа и частоты осцилляций на соседних полупериодах подставки различны. При положительном значении фазы  $\delta_S$  число и частота осцилляций больше в полупериоде с положительным знаком частоты подставки  $\nu_d(t)$ , чем с отрицательным; при изменении знака фазы  $\delta_S$ , т.е. при изменении направления вращения, осцилляций больше в полупериоде с отрицательным знаком частоты подставки.

Пример биений в случае двух вариантов знакопеременной частотной подставки – синусоидальной и треугольной – приведен на рис.1. При внутриврезонаторной фазовой модуляции такая подставка, как показано в предыдущем разделе, создается фазомодулирующими сигналами в форме синусоиды и равнобедренного треугольника. В расчете использовались следующие параметры полупроводникового ЛГ:  $R = 5$  см,  $\lambda = 1.55$  мкм,  $L = 600$  м,  $\alpha = 40$  дБ,  $\Delta\tau/\tau = 1$ ,  $\nu_m = 1.2$  кГц и  $\Phi_0 = 25$  рад; фаза  $\delta_S = 0.034$  рад ( $\Omega = 0.5$  °/с) намеренно задавалась большой, чтобы наглядно показать различный характер осцилляций при покоящемся и вращающемся кольцевом лазере.

Можно видеть, что при треугольной подставке осцилляции расположены равномерно на обоих полупериодах подставки и их частота в пределах каждого полупериода одна и та же – в данном примере 13.6 и 24.5 кГц. При синусоидальной подставке частота биений в центральной части полупериодов составляет около 23 и 34 кГц, но вблизи краев заметно падает; более того, на границах между полупериодами биений вовсе нет, и здесь, очевидно, доминирует явление захвата частот.

Такой же характер выходного сигнала – равное и неравное число осцилляций на соседних полупериодах в покое и при вращении – имеет место при моделировании работы He–Ne-гироскопа. Естественно, в этом случае задаются другие значения длины резонатора и коэффициента обратного рассеяния,  $R = 20$ –50 см и  $\alpha = 80$ –120 дБ, а также имитируются другие методы создания подставки – с помощью виброподвеса или реверсивного вращения.

## 7. Частотная характеристика

Частотная характеристика связывает частоту биений выходящих волн  $\nu_{\text{beat}}$  со скоростью вращения кольцевого лазера, параметрами ЛГ и частотой подставки. Ком-

пактное представление частотной характеристики в виде функции  $v_{\text{beat}} = F(v, \alpha, L, \tilde{\theta}_A, \tilde{\theta}_B)$  вычисляется с помощью уравнений (10), где изменяющаяся во времени частота  $v(t)$  заменяется постоянной частотой  $v$ , которая может принимать любые значения и быть при этом либо саньяковской частотой  $v_S$ , либо частотой  $v_d$  (подставка с постоянной частотой  $v_d = \text{const}$ ), либо суммой этих двух частот.

Расчет частотной характеристики  $v_{\text{beat}} = F(v, \alpha, L, \tilde{\theta}_A, \tilde{\theta}_B)$  включает в себя задание ряда значений  $\{v_i\}$ , покрывающих большой диапазон частот, вычисление соответствующих разностей фаз двух волн  $\{\Delta\psi_p^i\}$  в предположении достаточно большого значения  $p$  и, наконец, определение значений частот  $v_{\text{beat}}^i$  с помощью соотношения

$$v_{\text{beat}}^i = \Delta\psi_p^i / (2\pi p \tau). \quad (13)$$

Поскольку частотная характеристика является нечетной функцией частоты  $v$ , то результат расчета в виде нескольких частотных характеристик, различающихся теми или иными параметрами, представляется в графическом виде только для положительных значений частоты  $v$  (рис.2).

На рис.2 приведены три группы частотных характеристик для полупроводникового ЛГ с конечным коэффициентом обратного рассеяния, а также характеристика, отвечающая полному отсутствию обратного рассеяния (случай идеального ЛГ). Для всех характеристик  $R = 5$  см и  $\lambda = 1.55$  мкм, каждая группа содержит характеристики для фиксированной длины резонатора (3 или 600 м) и для трех значений коэффициента обратного рассеяния  $\alpha$  (40, 45 и 50 дБ).

Видно, что частота биений  $v_{\text{beat}}$  в области низких частот  $v$  для всех характеристик, кроме одной, относящейся к идеальному ЛГ, принимает нулевое значение, что свидетельствует о захвате частот в данной области. Это фундаментальное свойство: захват частот в ЛГ имеет место даже при минимальном уровне обратного рассеяния, причем чем он больше, тем шире зона захвата  $v_{\text{lock}}$ .

Видно также, что ширина зоны захвата  $v_{\text{lock}}$ , называемая еще статической зоной захвата, зависит от длины кольцевого резонатора. Так, для группы характеристик, рассчитанных при  $L = 3$  м (примерная длина кольцевого резонатора полупроводниковых ЛГ в работах [6–8]), ширина зон захвата составляет 250–350 кГц, а при  $L = 600$  м (центральная группа характеристик) – от 0.3 до 1.1 кГц.

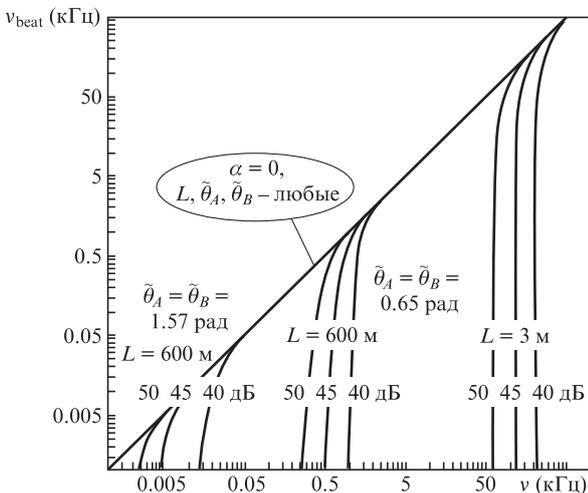


Рис.2. Частотные характеристики полупроводникового ЛГ  $v_{\text{beat}} = F(v, \alpha, L, \tilde{\theta}_A, \tilde{\theta}_B)$ .

Это важное свойство, напомним, позволяет, используя в полупроводниковом ЛГ световод большой длины, уменьшить ширину зоны захвата и применить частотную подставку.

Объяснение данного эффекта заключается в том, что уровень обратного рассеяния в полупроводниковом материале значительно выше, чем в световоде. Поэтому увеличение длины резонатора  $L$  не приводит к увеличению коэффициента  $\alpha$ , определяющегося суммой обратных волн от всех рассеивающих центров в кольцевом оптическом тракте. В результате эффект от захвата частот после каждой очередной циркуляции остается неизменным, но при увеличении  $L$  число циркуляций за конечное время уменьшается и, таким образом, уменьшается общий результат действия захвата частот.

Частотные характеристики, приведенные на рис.2, показывают также, что по мере увеличения частоты  $v$  частота биений  $v_{\text{beat}}$  после выхода из зоны захвата быстро растет и выходит на линейный участок своей характеристики. Таким образом, если частота  $v$  настолько велика, что частота биений  $v_{\text{beat}}$  в 3–5 раз превышает ширину зоны захвата  $v_{\text{lock}}$ , это надежно обеспечивает вывод ЛГ из режима захвата. Более того, в этом случае частота биений значительную часть времени или все время (подставка в форме синуса или треугольника соответственно) остается в пределах линейной области частотной характеристики, поэтому частота биений в эти периоды определяется выражением

$$v_{\text{beat}} \cong v. \quad (14)$$

Наконец, остановимся на зависимости частотных характеристик от случайных фаз  $\tilde{\theta}_A$  и  $\tilde{\theta}_B$ . Как выяснилось, на большей части области значений случайных фаз, например в квадрате с шириной сторон, кратной  $2\pi$ , ширина зон захвата  $v_{\text{lock}}$  весьма незначительно отличается от среднего значения  $\bar{v}_{\text{lock}}$ , получаемого при усреднении  $v_{\text{lock}}$  по всей области. При этом с величиной  $\bar{v}_{\text{lock}}$  совпадают ширины зон захвата при фазах, удовлетворяющих условию  $\tilde{\theta}_A = \tilde{\theta}_B = 0.65$  рад; именно поэтому большая часть приведенных на рис.2 частотных характеристик рассчитана при этих значениях случайных фаз.

Максимальная ширина зоны захвата превышает  $\bar{v}_{\text{lock}}$  не более чем на 40%, а минимальная ширина может быть существенно меньше. Из рис.2 видно, что для левой группы частотных характеристик при длине резонатора 600 м и  $\tilde{\theta}_A + \tilde{\theta}_B = \pm 2\pi$  ширина зон захвата составляет 3–11 Гц. Однако экстремальные значения имеют место лишь в небольших областях случайных фаз, при этом причиной резкого уменьшения ширины зон является большая величина фаз  $\tilde{\theta}_A$  и  $\tilde{\theta}_B$ , значительно превышающая фазы  $\Delta_A$  и  $\Delta_B$  в (6), что вызывает более быстрый рост разности фаз встречных волн  $\Delta\psi_p$ .

Подобная зависимость частотных характеристик от случайных фаз имеет место, как было проверено, и для He–Ne-гироскопа.

## 8. Обработка выходного сигнала с помощью счета числа осцилляций

Как известно, измерение угловой скорости вращения или саньяковской частоты  $v_S$  (1) с использованием He–Ne-гироскопов осуществляют путем преобразования регистрируемых фотоприемником осцилляций интенсивности

в последовательность импульсов, которые затем подсчитываются и суммируются по отдельности в четные и нечетные полупериоды подставки. Искомая частота  $\nu_S$  (обозначим ее как  $\nu_S^{\text{out}}$ ) вычисляется с помощью соотношения  $\nu_S^{\text{out}} = \Delta N/T$ , где  $\Delta N$  – разность числа импульсов на двух полупериодах, накапливаемая за время  $T \gg 1/\nu_m$ .

В этом случае на выходной характеристике, отражающей зависимость экспериментально измеренных значений угловой скорости вращения  $\Omega^{\text{out}}$  или частоты  $\nu_S^{\text{out}}$  от реальных, возникают, как уже говорилось, полочки. Это особенно проявляется при использовании виброподвеса и в меньшей степени – в случае подставки в виде меандра.

Рассматриваемая модель позволяет достаточно просто рассчитать выходные характеристики в обоих случаях. При расчете вначале задается угловая скорость вращения  $\Omega$  или частота  $\nu_S$ , затем с помощью (6) определяется массив значений разности фаз двух волн  $\{\Delta\psi_p\}$ , далее выбирается такое значение  $p$ , которое соответствует целому числу периодов частотной подставки  $K$ , т.е.  $p = K/(\tau\nu_m)$ , и определяется частота  $\nu_S^{\text{out}}$  (по формуле  $\nu_S^{\text{out}} = \Delta\psi_p/(2\pi p\tau)$ ), а затем угловая скорость вращения  $\Omega^{\text{out}}$ . Задаваемые значения  $\Omega$  или  $\nu_S$  в ходе вычислений варьируются, и таким образом строится выходная характеристика  $\nu_S^{\text{out}} = F_{\text{counts}}(\nu_S)$  или  $\Omega^{\text{out}} = F'_{\text{counts}}(\Omega)$ .

На рис.3 приведена полученная таким образом характеристика  $\nu_S^{\text{out}} = F_{\text{counts}}(\nu_S)$  для He–Ne-гироскопа, резонатор которого имеет форму квадрата с периметром 50 см. Имитировался метод виброподвеса с амплитудой подставки 32 кГц при частоте модуляции (вибрации)  $\nu_m = 1.2$  кГц, задавались также коэффициент  $\alpha = 100$  дБ и случайные фазы  $\theta_A = \theta_B = 0.65$  рад. Можно видеть, что полочки располагаются на частотах, кратных частоте  $\nu_m$ . Из расчета следует, что их ширина тем больше, чем больше коэффициент обратного рассеяния, а кроме того, она зависит от амплитуды и частоты модуляции. При имитации реверсивного вращения на выходной характеристике также появляются полочки, но ширина их значительно меньше.

Такой же вид выходных характеристик – с полочками и зависимостью от типа подставки – следует из расчета выходной характеристики полупроводникового ЛГ с подставкой, создаваемой с помощью внутрирезонаторной фазовой модуляции.

Причиной возникновения полочек является, очевидно, все тот же захват частот, имеющий место в короткие интервалы времени при смене знака подставки. Для устранения полочек приходится применять зашумление, выпол-

няемое с помощью подмешивания к частотной подставке псевдослучайного сигнала небольшой величины [14]. При этом точность измерений повышается, но вследствие использования необходимой в этом случае фильтрации полезного сигнала увеличивается время измерений.

### 9. Обработка выходного сигнала с помощью измерения времени между осцилляциями

Рассматриваемый в данном разделе способ обработки выходного сигнала исключает возникновение полочек на выходной характеристике. Способ использовался в [5] для обработки в реальном времени одного сигнала и уже показал свою работоспособность. Однако требуется более тщательно исследовать его, применяя численное моделирование соответствующего алгоритма обработки сигнала.

Основой способа является следующий из (14) линейный характер частотной характеристики  $\nu_{\text{beat}} = F(\nu, \alpha, L, \theta_A, \theta_B)$  при достаточно высокой частоте биений; это позволяет представить частоту биений  $\nu_{\text{beat}}(t)$  в следующем виде:

$$\nu_{\text{beat}}(t) \cong \nu_S + \nu_d(t). \tag{15}$$

Выделим на двух соседних полупериодах знакопеременной частотной подставки по паре осцилляций, разделенных равным числом  $q$  их периодов, и обозначим положение на временной шкале максимальных значений интенсивности  $I_{\text{beat}}(p)$  в выделенных парах временами  $t_1^+$ ,  $t_2^+$  и  $t_1^-$ ,  $t_2^-$ . Тогда разность фаз двух волн, отвечающая каждой паре времен, на одном полупериоде будет равна  $2\pi q$ , а на другом составит  $-2\pi q$ , что можно записать в следующем виде:

$$2\pi \int_{t_1^+}^{t_2^+} [\nu_S + \nu_d(t)] dt = \pm 2\pi q. \tag{16}$$

Комбинируя два выражения (16), получим

$$\nu_S = \frac{1}{\Delta t^+ + \Delta t^-} \left( \int_{t_1^+}^{t_2^+} \nu_d(t) dt + \int_{t_1^-}^{t_2^-} \nu_d(t) dt \right), \tag{17}$$

где  $\Delta t^+ = t_2^+ - t_1^+$ .

В случае подставки в виде треугольника выражение (17) упрощается:

$$\nu_S = \frac{\Delta t^+ - \Delta t^-}{\Delta t^+ + \Delta t^-} |\nu_d|. \tag{18}$$

Из (17) и (18) следует, что, зная параметры частотной подставки, по результату регистрации биений  $I_{\text{beat}}(t)$  можно определить частоту  $\nu_S$  и, соответственно, скорость вращения  $\Omega$ .

Проверка рассматриваемого способа обработки биений состояла из двух этапов: на первом задавалась частота  $\nu_S$  и выполнялось моделирование работы ЛГ, позволявшее рассчитывать выходной сигнал, а на втором этапе с помощью моделирования описанного алгоритма фактически решалась обратная задача – вычисление частоты  $\nu_S^{\text{out}}$ . При обработке биений использовались операции, имитирующие оцифровку выходного сигнала  $I_{\text{beat}}(p)$  и формирование соответствующего массива выборок. С помощью последнего определялись времена  $t_1^+$ ,  $t_2^+$  и  $t_1^-$ ,  $t_2^-$ ; на биения мог накладываться «шум» в виде хаотических импульсов,

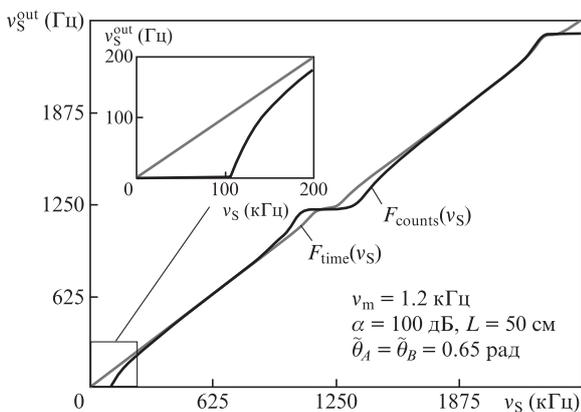


Рис.3. Выходные характеристики  $\nu_S^{\text{out}} = F_{\text{counts}}(\nu_S)$  и  $\nu_S^{\text{out}} = F_{\text{time}}(\nu_S)$  He–Ne-гироскопа при использовании виброподвеса.

и в этом случае на разных стадиях использовались процедуры усреднения. Варьирование в ходе расчета задаваемой частоты  $\nu_S$  позволяло в итоге определять выходную характеристику  $\nu_S^{\text{out}} = F_{\text{time}}(\nu_S)$ .

Пример выходной характеристики  $\nu_S^{\text{out}} = F_{\text{time}}(\nu_S)$ , рассчитанный для He–Ne-гироскопа с виброподвесом и параметрами, использованными в предыдущем разделе, приведен на рис.3. Здесь, как можно видеть, отсутствуют полочки и характеристика имеет вид прямой, что свидетельствует о равенстве вычисляемой и задаваемой частот (с погрешностью не более 0.5%), т. е.  $\nu_S^{\text{out}} \cong \nu_S$  во всем диапазоне 0–2500 Гц. Зависимость от уровня обратного рассеяния заметно проявлялась лишь в случае значительных уровней рассеяния при  $\alpha < 90$  дБ. Аналогичный расчет для полупроводникового ЛГ с фазовой модуляцией дает  $\nu_S^{\text{out}} = F_{\text{time}}(\nu_S)$  также в виде прямой линии.

Таким образом, моделирование показывает, что происхождение полочек связано со способом обработки выходного сигнала. Вопрос о том, насколько данный способ реально пригоден для использования в He–Ne-гироскопе, требует отдельного исследования.

## 10. Заключение

В работе предложена модель ЛГ с частотной подставкой, описываемая системой рекуррентных уравнений для электрического поля встречных волн и являющаяся альтернативой известной модели, основанной на аналогии между явлением захвата частот и взаимодействием двух связанных колебательных контуров.

В рамках модели рассматривается знакопеременная частотная подставка, создаваемая различными способами, в том числе с помощью внутрирезонаторной фазовой модуляции. Показан характер выходного сигнала, соответствующий двум основным типам подставки – синусоидальной и треугольной. Модель используется для расчета частотной характеристики как функции частоты

подставки, скорости вращения кольцевого резонатора и параметров ЛГ, к которым относятся длина кольцевого резонатора, коэффициенты и случайные фазы обратного рассеяния.

Рассматриваются и сравниваются также два способа обработки выходного сигнала – с помощью счета числа осцилляций интенсивности на соседних полупериодах частотной подставки и измерения интервалов времени между этими осцилляциями. Показано преимущество второго способа, состоящее в том, что на выходной характеристике отсутствуют динамические зоны синхронизации, или полочки, присущие первому способу и усложняющие его использование.

Автор признателен Л.П.Прокофьевой и В.В.Щербакову за внимание к работе.

1. Аронович Ф. В кн. *Применение лазеров* (М.: Мир, 1971).
2. Курятов В.Н., Ланда П.С., Ларионцев Е.Г. *Изв. вузов. Сер. Радиофизика*, **11**, 1839 (1968).
3. Азарова В.В., Голяев Ю.Д., Дмитриев В.Г. *Квантовая электроника*, **30** (2), 96 (2000).
4. Сахаров В.К. *ЖТФ*, **81** (8), 76 (2011).
5. Прокофьева Л.П., Сахаров В.К., Щербаков В.В. *Квантовая электроника*, **44** (4), 362 (2014).
6. Taguchi K., Fukushima K., Ishitani A., Ikeda M. *Measurement*, **27**, 251 (2000).
7. Inagaki K., Tamura S., Noto H., Narayama T. *Phys. Rev. A*, **78**, 053822 (2008).
8. Mignot A., Feugnet G., Schwartz S., et al. *Opt. Lett.*, **34**, 9 (2009).
9. Акпаров В.В., Дмитриев В.Г. Дураев В.П. и др. *Квантовая электроника*, **40** (10), 851 (2010).
10. Adler R. *Proc. IRE*, №34, 352 (1946).
11. *Волновые и флуктуационные процессы в лазерах*. Под ред. Ю.Л.Климонтовича (М.: Наука, 1974).
12. Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. *Квантовая электроника*, **21** (10), 903 (1994).
13. Wang B., Zhang W., Wang Z., Zhu P. *Mathematical Problems in Engineering* (Hindawi Publishing Corporation, 2013, Article ID 856803).
14. Хошев И.М. *Квантовая электроника*, **7** (5), 953 (1980).