НАНОФОКУСИРОВКА

О фокусировке света на нановершине металлического микроострия, расположенного над плоскостью диэлектрика или металла

А.Б.Петрин

Исследована фокусировка энергии электромагнитного излучения оптического диапазона частот в наноразмерную пространственную область в окрестности нановершины металлического микроострия, расположенного вблизи диэлектрической или металлической плоскости. Такая фокусировка возникает при симметричном схождении к нановершине поверхностной плазмонной ТМ волны. Граница металла вблизи нановершины аппроксимируется параболоидом вращения. Разработан численный метод нахождения электрического поля в окрестности вершины острия на основе метода моментов. Результаты расчетов показали, что, по сравнению с одиночным острием, наличие плоскости приводит к дополнительной концентрации электрического поля вблизи нановершины.

Ключевые слова: *нанофокусировка, поверхностные плазмоны, плазмонный волновод.*

1. Введение

Нанофокусировка световой энергии на вершине микроострия – важнейшее явление, лежащее в основе перспективных нанотехнологических приложений. Одним из проявлений нанофокусировки является необычайно резкое возрастание интенсивности поверхностной плазмонно-поляритонной волны, симметрично возбуждаемой у основания металлического конического микроострия, при ее симметричном схождении к нановершине [1–3]. Это явление объясняется тем, что на геометрически идеальном металлическом острие может существовать осесимметричная электромагнитная стоячая волна с сингулярностью электрического поля на вершине [4, 5]. Как показывают эксперименты [6, 7], эта волна может эффективно возбуждаться сходящейся к вершине поверхностной плазмонно-поляритонной ТМ волной с той же осевой симметрией поля. Наличие сингулярности электрического поля хорошо объясняется в квазистатическом приближении, которое выполняется в окрестности нановершины металлического микроострия.

Реальная вершина микроострия не идеальна и имеет закругление. В работах [8, 9] для нахождения распределения электрического поля на закругленной вершине одиночного микроострия поверхность вершины аппроксимировалась параболоидом вращения и задача была решена в параболоидальной системе координат. Было показано, что характерный размер фокального распределения на вершине убывает пропорционально радиусу ее закругления, что и объясняет нанофокусировку.

В настоящей работе исследуется вопрос о том, как будет изменяться фокальное распределение поля, если вершина острия будет находиться вблизи плоской поверхности материала (например при сканировании поверхности острием).

Следует отметить, что увеличение электромагнитного оптического поля на острых кромках и остриях уже рассматривалось в связи с другими задачами [10–12]. Кроме того, попытки решения задачи нахождения поля на вершине острия вблизи плоской структуры уже предпринимались [13]. Однако для упрощения в [13] рассматривалась задача, в которой острие имеет форму гиперболоида вращения, расположенного над полупространством, граница которого соответствовала координатной поверхности сферической системы координат. В такой постановке задачи при фиксированной геометрии острия (при фиксированных значениях фокусного расстояния гиперболоида и радиуса вершины) невозможно независимо изменять расстояние до плоской границы (это расстояние однозначно определяется геометрией острия).

Использованный в настоящей работе метод, как будет показано ниже, свободен от указанного недостатка.

2. Распределение электрического поля на нановершине металлического микроострия, расположенного вблизи плоской границы, в квазистатическом приближении. Постановка задачи

Рассмотрим металлическое острие с наноразмерным радиусом закругления вершины R. Пусть поверхность острия вблизи вершины описывается параболоидом вращения $z = R/2 - (x^2 + y^2)/(2R)$ (осесимметричным относительно оси z) (рис.1). Пусть также вблизи острия находится перпендикулярная плоскость, определяемая уравнением $z = z_p$, где $z_p \geqslant R/2$. Комплексные диэлектрические проницаемости металла острия, внешней однородной среды и полубесконечной среды при $z \geqslant z_p$ обозначим ε_m, ε_d и ε_p соответственно.

При решении задачи будем использовать комплексное представление полей с временной зависимостью вида $\exp(-i\omega t)$, где ω – циклическая частота. Задачу вблизи

А.Б.Петрин. Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, 125412 Москва, ул. Ижорская, 13, стр.2;
e-mail: a_petrin@mail.ru

Поступила в редакцию 14 марта 2016 г., после доработки – 9 июля 2016 г.

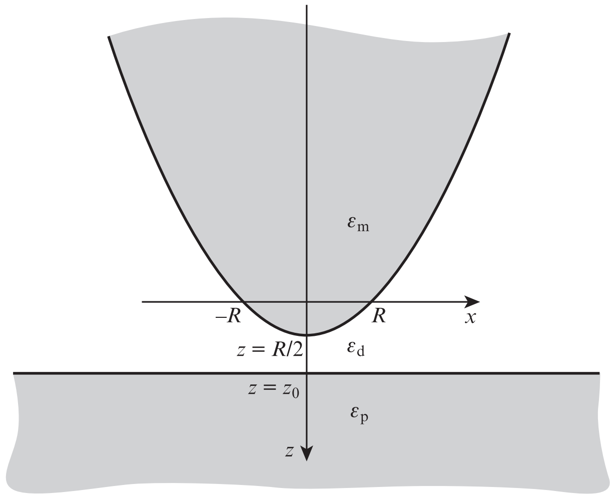

Рис.1. Геометрия задачи.

вершины можно решать в квазистатической формулировке [8], при которой потенциал электрического поля Φ удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta\Phi = 0$, а нормальные и тангенциальные составляющие электрического поля на поверхности острия и на плоскости должны соответствовать известным граничным условиям, а именно:

$$\varepsilon_d E_{dn} = \varepsilon_m E_{mn} \text{ и } E_{d\tau} = E_{m\tau} \tag{1а}$$

на поверхности острия и

$$\varepsilon_p E_{pn} = \varepsilon_d E_{dn} \text{ и } E_{p\tau} = E_{d\tau} \tag{1б}$$

на плоскости.

Будем искать осесимметричное решение уравнения Лапласа, имеющее максимум поля на вершине острия и соответствующее фокусировке на нем поверхностной плазмонной ТМ волны.

Кроме того, для автоматического удовлетворения граничных условий на плоскости (1б) будем использовать метод зеркальных изображений. Суть его в применении к рассматриваемой задаче состоит в следующем: пусть потенциал зарядов, находящихся на параболоидальном металлическом острие в пространстве с диэлектрической проницаемостью ε_d, описывается функцией $\Phi_{tip}(\boldsymbol{r}) = \Phi_{tip}(x, y, z)$, где радиус-вектор $\boldsymbol{r} = (x, y, z)$ проведен из начала координат в точку определения потенциала. В этом случае выражение для потенциала индуцированных зарядов на плоской границе диэлектриков в пространстве с диэлектрической проницаемостью ε_d можно записать в виде [14]

$$\Phi_{ref}(\boldsymbol{r}) = \frac{\varepsilon_p - \varepsilon_d}{\varepsilon_p + \varepsilon_d}\Phi_{tip}(\boldsymbol{r}_{ref}),$$

где $\boldsymbol{r}_{ref} = (x, y, 2z_0 - z)$. Тогда в области, заполненной диэлектриком с проницаемостью ε_d, полный потенциал

$$\begin{aligned}\Phi_d(\boldsymbol{r}) &= \Phi_{tip}(\boldsymbol{r}) + \Phi_{ref}(\boldsymbol{r}) \\ &= \Phi_{tip}(x, y, z) - \frac{\varepsilon_p - \varepsilon_d}{\varepsilon_p + \varepsilon_d}\Phi_{tip}(x, y, 2z_0 - z).\end{aligned} \tag{2}$$

Потенциал всех зарядов острия и индуцированных на плоской границе зарядов (из уравнений Максвелла следует, что внутри однородного диэлектрика нет поляризационных зарядов, они могут быть только на границе) в полупространстве, заполненном диэлектриком с проницаемостью ε_p, можно представить в виде

$$\Phi_p(\boldsymbol{r}) = \frac{2\varepsilon_d}{\varepsilon_p + \varepsilon_d}\Phi_{tip}(\boldsymbol{r}) = \frac{2\varepsilon_d}{\varepsilon_p + \varepsilon_d}\Phi_{tip}(x, y, z). \tag{3}$$

Правильность формул (2), (3) следует из теоремы единственности и из автоматического выполнения условий (1б) на границе полупространства.

Найдем теперь общее выражение для потенциала зарядов острия $\Phi_{tip}(\boldsymbol{r})$, удовлетворяющее уравнению Лапласа в однородном диэлектрическом пространстве (без плоскости) снаружи и внутри острия, причем на границе должны выполняться условия (1а). Введем параболоидальные координаты [15] (или систему параболических координат вращения) α, β, ψ, которые связаны с прямоугольными декартовыми координатами x, y, z соотношениями

$$x = c\alpha\beta\cos\psi,\ \ y = c\alpha\beta\sin\psi,\ \ z = \frac{1}{2}c(\beta^2 - \alpha^2), \tag{4}$$

где c – масштабный постоянный множитель. В рассматриваемой системе координат (рис.1) уравнение Лапласа для электрического потенциала Φ внутри и снаружи острия при аксиальной симметрии (Φ не зависит от ψ) можно записать следующим образом [15]:

$$\Delta\Phi = \frac{1}{c^2(\alpha^2 + \beta^2)}\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\beta^2} + \frac{1}{\alpha}\frac{\partial\Phi}{\partial\alpha} + \frac{1}{\beta}\frac{\partial\Phi}{\partial\beta}\right) = 0. \tag{5}$$

Общее решение (5) известно [15] и определяется выражением

$$\Phi = \sum[B_1 J_0(p\alpha) + B_2 Y_0(p\alpha)][C_1 I_0(p\beta) + C_2 K_0(p\beta)], \tag{6}$$

где p, B_1, B_2, C_1, C_2 – константы; J_0, Y_0 – функции Бесселя первого и второго рода нулевого порядка; I_0, K_0 – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода нулевого порядка. Суммирование проводится по решениям с различными значениями констант.

Пусть граница параболоидального острия определяется уравнением $\beta = \beta_0$. Из (4) следует, что граница острия $\beta = \beta_0$ в декартовых координатах x, y, z описывается уравнением $z = c\beta_0^2/2 - (x^2 + y^2)/(2c\beta_0^2)$. Несложно показать, что радиус кривизны вершины острия $R = c\beta_0^2$.

В дальнейшем будем использовать осесимметричные решения уравнения Лапласа. Поэтому для выполнения граничных условий на всей поверхности вращения острия будет достаточно удовлетворить их на линии пересечения граничной поверхности острия с любой плоскостью симметрии, проходящей через ось z. В качестве такой плоскости выберем плоскость xz. Легко показать, что в нашем случае достаточно выполнения граничных условий только на границе пересечения полуплоскости $y = 0$ при $x \geqslant 0$ и поверхности параболоидального острия.

Имея в виду общность дальнейшего изложения, перейдем на плоскости xz к безразмерным координатам $\tilde{x} = x/R$, $\tilde{z} = z/R$ и $\tilde{\alpha} = \alpha/\beta_0$, $\tilde{\beta} = \beta/\beta_0$. Безразмерные параболоидальные $(\tilde{\alpha}, \tilde{\beta})$ и декартовы $(\tilde{x}, \tilde{z})$ координаты на плоскости $\tilde{x}\tilde{z}$ связаны между собой соотношениями

$$\tilde{\alpha} = \left(\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{z}^2} - \tilde{z}\right)^{1/2} \text{ и } \tilde{\beta} = \tilde{x}\left(\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{z}^2} - \tilde{z}\right)^{-1/2}$$

при положительных $\tilde{x}$ [8]. В этих координатах граница острия будет определяться выражением $\tilde{z} = 1/2 - \tilde{x}^2/2$, а уравнение Лапласа (5) в безразмерных координатах будет иметь вид

$$\frac{1}{(\tilde{\alpha}^2+\tilde{\beta}^2)}\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial\tilde{\alpha}^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial\tilde{\beta}^2}+\frac{1}{\tilde{\alpha}}\frac{\partial\Phi}{\partial\tilde{\alpha}}+\frac{1}{\tilde{\beta}}\frac{\partial\Phi}{\partial\tilde{\beta}}\right)=0.$$

Если из решения уравнения Лапласа будет найден осесимметричный потенциал, т.е. если он будет функцией только $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\beta}$, то выражения для тангенциальных и нормальных размерных компонент поля с двух сторон границы диэлектрика и металла можно записать в виде

$$E_{\mathrm{d}\tau}=-\frac{1}{R\sqrt{\tilde{\alpha}^2+\tilde{\beta}^2}}\frac{\partial\Phi_{\mathrm{d}}}{\partial\tilde{\alpha}},\quad E_{\mathrm{dn}}=-\frac{1}{R\sqrt{\tilde{\alpha}^2+\tilde{\beta}^2}}\frac{\partial\Phi_{\mathrm{d}}}{\partial\tilde{\beta}},$$

$$E_{\mathrm{m}\tau}=-\frac{1}{R\sqrt{\tilde{\alpha}^2+\tilde{\beta}^2}}\frac{\partial\Phi_{\mathrm{m}}}{\partial\tilde{\alpha}},\quad E_{\mathrm{mn}}=-\frac{1}{R\sqrt{\tilde{\alpha}^2+\tilde{\beta}^2}}\frac{\partial\Phi_{\mathrm{m}}}{\partial\tilde{\beta}}.$$

Нормируем потенциал на его значение U в максимуме поля на вершине острия, тогда можно перейти от размерного к безразмерному потенциалу $\tilde{\Phi} = \Phi/U$ и от размерных составляющих полей к их безразмерным величинам:

$$\tilde{E}_{\mathrm{d}\tau}=\frac{R}{U}E_{\mathrm{d}\tau}=-\frac{1}{\sqrt{\tilde{\alpha}^2+\tilde{\beta}^2}}\frac{\partial\tilde{\Phi}_{\mathrm{d}}}{\partial\tilde{\alpha}},$$

$$\tilde{E}_{\mathrm{dn}}=\frac{R}{U}E_{\mathrm{dn}}=-\frac{1}{\sqrt{\tilde{\alpha}^2+\tilde{\beta}^2}}\frac{\partial\tilde{\Phi}_{\mathrm{d}}}{\partial\tilde{\beta}},$$

$$\tilde{E}_{\mathrm{m}\tau}=\frac{R}{U}E_{\mathrm{m}\tau}=-\frac{1}{\sqrt{\tilde{\alpha}^2+\tilde{\beta}^2}}\frac{\partial\tilde{\Phi}_{\mathrm{m}}}{\partial\tilde{\alpha}},$$

$$\tilde{E}_{\mathrm{mn}}=\frac{R}{U}E_{\mathrm{mn}}=-\frac{1}{\sqrt{\tilde{\alpha}^2+\tilde{\beta}^2}}\frac{\partial\tilde{\Phi}_{\mathrm{m}}}{\partial\tilde{\beta}}.$$

В нормированных декартовых координатах в плоскости $\tilde{x}\tilde{z}$ компоненты нормированного электрического поля $\tilde{E}_{\tilde{x}} = -\partial\tilde{\Phi}/\partial\tilde{x}$, $\tilde{E}_{\tilde{z}} = -\partial\tilde{\Phi}/\partial\tilde{z}$. В дальнейшем нам будет удобно рассматривать потенциал $\tilde{\Phi}_{\mathrm{tip}}$ и его градиент как функции $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}$, а $\tilde{\Phi}_{\mathrm{ref}}$ и его градиент – как функции $\tilde{x}$ и $\tilde{z}$ в плоскости $\tilde{x}\tilde{z}$.

Итак, исходя из общего решения (6), будем искать решение граничной задачи для электрического поля в окрестности острия, предполагая, что выражения для потенциалов $\tilde{\Phi}_{\mathrm{tip}}$ снаружи ($\beta \geqslant \beta_0$) и внутри ($\beta \leqslant \beta_0$) металлического острия имеют соответственно вид

$$\tilde{\Phi}_{\mathrm{tip\,d}}=\sum_{j=1}^{N}A_jJ_0(q_j\tilde{\alpha})K_0(q_j\tilde{\beta}),$$
$$\tilde{\Phi}_{\mathrm{tip\,m}}=\sum_{j=1}^{N}B_jJ_0(q_j\tilde{\alpha})I_0(q_j\tilde{\beta}), \tag{7}$$

где A_j, B_j и q_j – константы. Величины q_j выбирались в виде $q_j = \mu_j/L$, где μ_j – первые N корней уравнения Бесселя $J_0(\mu_j) = 0$, а L – некоторое безразмерное расстояние от вершины, на котором должны удовлетворяться граничные условия на поверхности острия. В пределе $N \to \infty$ система функций $J_0(q_j\tilde{\alpha})$ с указанными q_j на отрезке $0 \leqslant \tilde{\alpha} \leqslant L$ образует полную систему функций [16].

Отметим, что выбор функциональных зависимостей (7) из общего решения (6) обусловлен естественными требованиями к сфокусированному вблизи вершины полю (которые и выделяют зависимости однозначным образом):

1) снаружи острия потенциал поля должен уменьшаться при удалении от его поверхности, быть конечным и максимальным на вершине острия;

2) внутри металла острия потенциал должен быть конечным в начале координат.

Кроме того, электрический потенциал должен быть непрерывным при переходе через границу.

Подставляя (7) в (2), получаем в плоскости $\tilde{x}\tilde{z}$ потенциал в диэлектрике

$$\begin{aligned}\tilde{\Phi}_{\mathrm{d}}(\tilde{x},\tilde{z})&=\sum_{j=1}^{N}A_jJ_0\Big(q_j(\sqrt{\tilde{x}^2+\tilde{z}^2}-\tilde{z})^{1/2}\Big)\\&\times K_0\Big(q_j\tilde{x}(\sqrt{\tilde{x}^2+\tilde{z}^2}-\tilde{z})^{-1/2}\Big)\\&-\frac{\varepsilon_{\mathrm{p}}-\varepsilon_{\mathrm{d}}}{\varepsilon_{\mathrm{p}}+\varepsilon_{\mathrm{d}}}\sum_{j=1}^{N}A_jJ_0\Big(q_j\Big[\sqrt{\tilde{x}^2+(2\tilde{z}_0-\tilde{z})^2}-(2\tilde{z}_0-\tilde{z})\Big]^{1/2}\Big)\\&\times K_0\Big(q_j\tilde{x}\Big[\sqrt{\tilde{x}^2+(2\tilde{z}_0-\tilde{z})^2}-(2\tilde{z}_0-\tilde{z})\Big]^{-1/2}\Big),\end{aligned} \tag{8}$$

где $\tilde{z}_0 = z_0/R$ – нормированная координата плоской границы. Аналогично в металле острия в плоскости $\tilde{x}\tilde{z}$ потенциал можно представить в виде

$$\begin{aligned}\tilde{\Phi}_{\mathrm{m}}(\tilde{x},\tilde{z})&=\sum_{j=1}^{N}B_jJ_0\Big(q_j(\sqrt{\tilde{x}^2+\tilde{z}^2}-\tilde{z})^{1/2}\Big)\\&\times I_0\Big(q_j\tilde{x}(\sqrt{\tilde{x}^2+\tilde{z}^2}-\tilde{z})^{-1/2}\Big).\end{aligned} \tag{9}$$

На границе острия (при $\tilde{z} = 1/2 - \tilde{x}^2/2$) единичные векторы нормали и касательной описываются формулами

$$\boldsymbol{n}=\boldsymbol{e}_{\tilde{x}}\left(\frac{\tilde{x}}{\sqrt{1+\tilde{x}^2}}\right)+\boldsymbol{e}_{\tilde{z}}\left(\frac{1}{\sqrt{1+\tilde{x}^2}}\right),$$

$$\boldsymbol{\tau}=\boldsymbol{e}_{\tilde{x}}\left(\frac{1}{\sqrt{1+\tilde{x}^2}}\right)+\boldsymbol{e}_{\tilde{z}}\left(-\frac{\tilde{x}}{\sqrt{1+\tilde{x}^2}}\right).$$

Тогда граничные условия для нормальных и тангенциальных составляющих полей на поверхности острия можно записать, используя $\tilde{E}_{\tilde{x}} = -\partial\tilde{\Phi}/\partial\tilde{x}$ и $\tilde{E}_{\tilde{z}} = -\partial\tilde{\Phi}/\partial\tilde{z}$, соответственно в виде

$$\begin{aligned}&-\varepsilon_{\mathrm{d}}\left(\frac{\tilde{x}}{\sqrt{1+\tilde{x}^2}}\frac{\partial\tilde{\Phi}_{\mathrm{d}}}{\partial\tilde{x}}+\frac{1}{\sqrt{1+\tilde{x}^2}}\frac{\partial\tilde{\Phi}_{\mathrm{d}}}{\partial\tilde{z}}\right)\bigg|_{\tilde{z}=1/2-\tilde{x}^2/2}\\&\quad+\varepsilon_{\mathrm{m}}\left(\frac{\tilde{x}}{\sqrt{1+\tilde{x}^2}}\frac{\partial\tilde{\Phi}_{\mathrm{m}}}{\partial\tilde{x}}+\frac{1}{\sqrt{1+\tilde{x}^2}}\frac{\partial\tilde{\Phi}_{\mathrm{m}}}{\partial\tilde{z}}\right)\bigg|_{\tilde{z}=1/2-\tilde{x}^2/2}=0,\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}&-\left(\frac{1}{\sqrt{1+\tilde{x}^2}}\frac{\partial\tilde{\Phi}_{\mathrm{d}}}{\partial\tilde{x}}-\frac{\tilde{x}}{\sqrt{1+\tilde{x}^2}}\frac{\partial\tilde{\Phi}_{\mathrm{d}}}{\partial\tilde{z}}\right)\bigg|_{\tilde{z}=1/2-\tilde{x}^2/2}\\&\quad+\left(\frac{1}{\sqrt{1+\tilde{x}^2}}\frac{\partial\tilde{\Phi}_{\mathrm{m}}}{\partial\tilde{x}}-\frac{\tilde{x}}{\sqrt{1+\tilde{x}^2}}\frac{\partial\tilde{\Phi}_{\mathrm{m}}}{\partial\tilde{z}}\right)\bigg|_{\tilde{z}=1/2-\tilde{x}^2/2}=0.\end{aligned} \tag{11}$$

Если подставить в (10), (11) выражения (8), (9), то получим линейные уравнения относительно A_j и B_j, которые можно представить в виде

$$-\varepsilon_{\mathrm{d}}\sum_{j=1}^{N}A_j f_j(q_j,\tilde{x})+\varepsilon_{\mathrm{m}}\sum_{j=1}^{N}B_j g_j(q_j,\tilde{x})=0, \tag{12}$$

$$-\sum_{j=1}^{N}A_j h_j(q_j,\tilde{x})+\sum_{j=1}^{N}B_j t_j(q_j,\tilde{x})=0. \tag{13}$$

Ради экономии места, не будем здесь выписывать выражения для функций $f_j(q_j,\tilde{x})$, $g_j(q_j,\tilde{x})$, $h_j(q_j,\tilde{x})$ и $t_j(q_j,\tilde{x})$ в явном виде, которые получаются при указанной тривиальной подстановке.

Уравнения (12), (13) решались методом моментов [17]. С учетом того, что на поверхности острия (при $\tilde{z}=1/2-\tilde{x}^2/2$) величины $\tilde{\alpha}=\tilde{x}$ и $\tilde{\beta}=1$, в качестве весовых функций на дуге границы при $0\leqslant\tilde{x}\leqslant L$ были выбраны функции $W_i=J_0(q_i\tilde{x})$, которые на отрезке $0\leqslant\tilde{x}\leqslant L$ в пределе $N\to\infty$ образуют полную систему функций со скалярным произведением

$$\langle W_i,F_j\rangle=\int_0^L W_i\tilde{x}F_j\,\mathrm{d}\tilde{x}.$$

Тогда после умножения уравнений (12) и (13) скалярно на функции W_i $(i=1,\dots,N-1)$ были получены $2N-2$ линейных алгебраических уравнения с $2N$ неизвестными. Для нахождения однозначного решения добавлены еще два уравнения: приравнены к единице потенциалы снаружи и внутри острия на его вершине. В результате решения полученной системы $2N$ уравнений определялся потенциал электрического поля во всем пространстве, нормированный на единицу на вершине острия.

Указанный выше выбор весовых функций позволяет удовлетворить в пределе $N\to\infty$ граничным условиям на поверхности острия при $0\leqslant\tilde{x}\leqslant L$. Величина L в расчетах выбиралась достаточно большой по сравнению с размером области, в которой проводились вычисления полей.

Наконец, следует еще раз обсудить логику получения выражений (8), (9) как единственного решения в окрестности вершины острия и в зазоре между вершиной острия и плоскостью. Есть две причины возрастания электрического поля световой волны при приближении к вершине острия. Первая – это схождение световой волны, возбуждаемой в виде поверхностной плазмонной (симметричной относительно оси) ТМ моды [1], к вершине острия. Симметричное схождение поверхностной волны обуславливает формирование симметричного поля стоячей волны в окрестности вершины. Вторая причина – это возрастание поля на вершине любого острия. В окрестности нановершины применимо квазистационарное приближение, требующее чтобы электрический потенциал удовлетворял уравнению Лапласа, общее решение которого дается формулой (6). Указанное возрастание поля и наличие его максимума на вершине однозначно выделяют из (6) единственный вид решения для стоячей волны (7) с максимумом поля на вершине. В случае одиночного острия решение дается единственным членом с фиксированным q. При наличии плоской границы полупространства получается ряд с различными значениями q_j. Отметим, что, как показано в [18], ТЕ мода не может существовать на рассматриваемых в данной работе частотах. Там же приведены доказательства применимости квазистационарного приближения.

3. Исследование фокальных распределений электрического потенциала и электрического поля у вершины наноострия вблизи плоской поверхности материала

Численные расчеты были проведены для серебряного острия вблизи плоской границы диэлектрического или металлического материала. Диэлектрическая проницаемость металла острия приближенно описывается формулой Друде $\varepsilon_{\mathrm{m}}=1-\omega_{\mathrm{p}}^2/(\omega^2+\mathrm{i}\omega\Gamma)$, где ω_{p} – плазменная частота металла, а Γ – коэффициент, учитывающий потери. Для серебра были выбраны параметры $\omega_{\mathrm{p}}\approx1.36\times10^{16}$ с$^{-1}$ и $\Gamma\approx2\times10^{14}$ с$^{-1}$ [19]. Удобно выражать ε_{m} через нормированную частоту $\tilde{\omega}=\omega/\omega_{\mathrm{p}}$ и нормированный коэффициент поглощения $\gamma=\Gamma/\omega_{\mathrm{p}}$ по формуле $\varepsilon_{\mathrm{m}}=1-1/(\tilde{\omega}^2+\mathrm{i}\tilde{\omega}\gamma)$. Для серебра $\gamma=0.01471$.

В настоящей работе исследовалось также распределение максимального значения электрического поля за период колебаний E_{a} по пространственным точкам плоскости $\tilde{x}\tilde{z}$. Метод вычислений заключался в следующем [20]. Сначала в рассматриваемой точке определялись комплексные компоненты $\tilde{E}_{\tilde{x}}=-\partial\tilde{\Phi}/\partial\tilde{x}$ и $\tilde{E}_{\tilde{z}}=-\partial\tilde{\Phi}/\partial\tilde{z}$ комплексного вектора электрического поля. Затем находились действительные составляющие компонент $\mathrm{Re}[\tilde{E}_{\tilde{x}}\exp(-\mathrm{i}\omega t)]$ и $\mathrm{Re}[\tilde{E}_{\tilde{z}}\exp(-\mathrm{i}\omega t)]$ в некоторый момент времени t. И наконец, вычислялось максимальное значение электрического поля за период

$$E_{\mathrm{a}}=\max_{0\leqslant\omega t\leqslant2\pi}\sqrt{\{\mathrm{Re}[\tilde{E}_{\tilde{x}}\exp(-\mathrm{i}\omega t)]\}^2+\{\mathrm{Re}[\tilde{E}_{\tilde{z}}\exp(-\mathrm{i}\omega t)]\}^2}.$$

На рис.2,*а* и *б* показаны распределения модуля электрического потенциала $|\tilde{\Phi}|$ и максимального поля E_{a} для серебряного острия, расчитанные по описанному методу, на частоте $\tilde{\omega}=0.26053$, соответствующей длине волны в свободном пространстве $\lambda=532$ нм, на которой проводились эксперименты в работе [1]. Острие находилось в среде с $\varepsilon_{\mathrm{d}}=1$ на расстоянии $\Delta\tilde{z}=0.5$ $(0.5R)$ от полупространства, заполненного диэлектриком с $\varepsilon_{\mathrm{p}}=4$. Распределения были нормированы на единицу в максимуме поля на вершине острия. Распределение поля E_{a} (рис.2,*б*) в области вершины острия более детально показано на рис.2,*в*. Для сравнения на рис.2,*г* приведено распределение $|\tilde{\Phi}|$ для одиночного острия без диэлектрического полупространства рядом.

Из сравнения рис.2,*а* и *г* видно, что наличие полупространства с диэлектриком (граница $\tilde{z}_0=1$) усиливает фокусировку поля в окрестности вершины. Таким образом, в экспериментах по сканированию поверхности микроострием со сфокусированной поверхностной плазмонной волной на нановершине (для исследования рамановского рассеяния молекул на поверхности [1]) наличие полупространства с диэлектриком усиливает нанофокусировку электрического поля в окрестности вершины острия и ближайшей от него точки на плоской границе.

На рис.3 приведены те же распределения, что и на рис.2, но на более высокой частоте ($\tilde{\omega}=0.62252$). На рис.3,*а* показано распределение модуля электрического потенциала $|\tilde{\Phi}|$ для серебряного острия, расположенного на том же расстоянии $\Delta\tilde{z}=0.5$ от плоской границы полупространства с $\varepsilon_{\mathrm{p}}=4$, на рис.3,*б* – распределение максимального поля E_{a} в области фокусировки, на рис.3,*в* – более детальное распределение E_{a} (рис.3,*б*) в области фокуса, на рис.3,*г* – распределение $|\tilde{\Phi}|$ для одиночного острия.

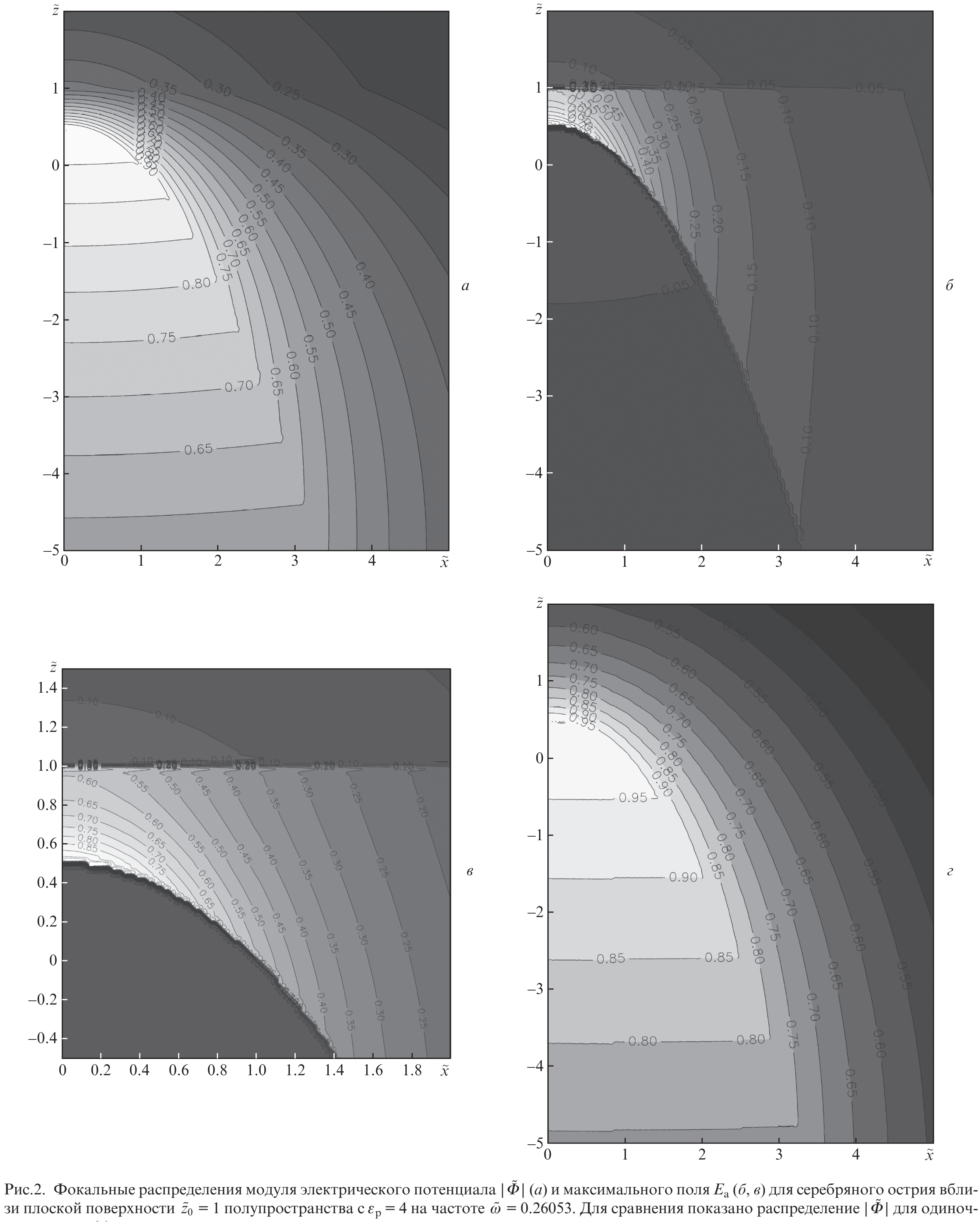

Рис.2. Фокальные распределения модуля электрического потенциала $|\tilde{\Phi}|$ (*а*) и максимального поля E_a (*б*, *в*) для серебряного острия вблизи плоской поверхности $\tilde{z}_0 = 1$ полупространства с $\varepsilon_p = 4$ на частоте $\tilde{\omega} = 0.26053$. Для сравнения показано распределение $|\tilde{\Phi}|$ для одиночного острия (*г*).

Из рис.3,*г* видно, что для одиночного острия первый узел потенциала с большой точностью соответствует точке с координатами $\tilde{x} = 1$, $\tilde{z} = 0$, для этого специально выбиралась частота $\tilde{\omega} = 0.62252$. На рис.3,*а* мы видим, что первый узел сместился ближе к фокусу, т.е. фокальное пятно при наличии диэлектрического полупространства оказалось меньше, а фокусировка стала чуть более острой. Очевидно, что это обусловлено более высокой диэлектрической проницаемостью полупространства ($\varepsilon_p = 4$ против $\varepsilon_p = 1$ для одиночного острия).

Также были проведены расчеты для серебряного острия, расположеного над полупространством, заполнен-

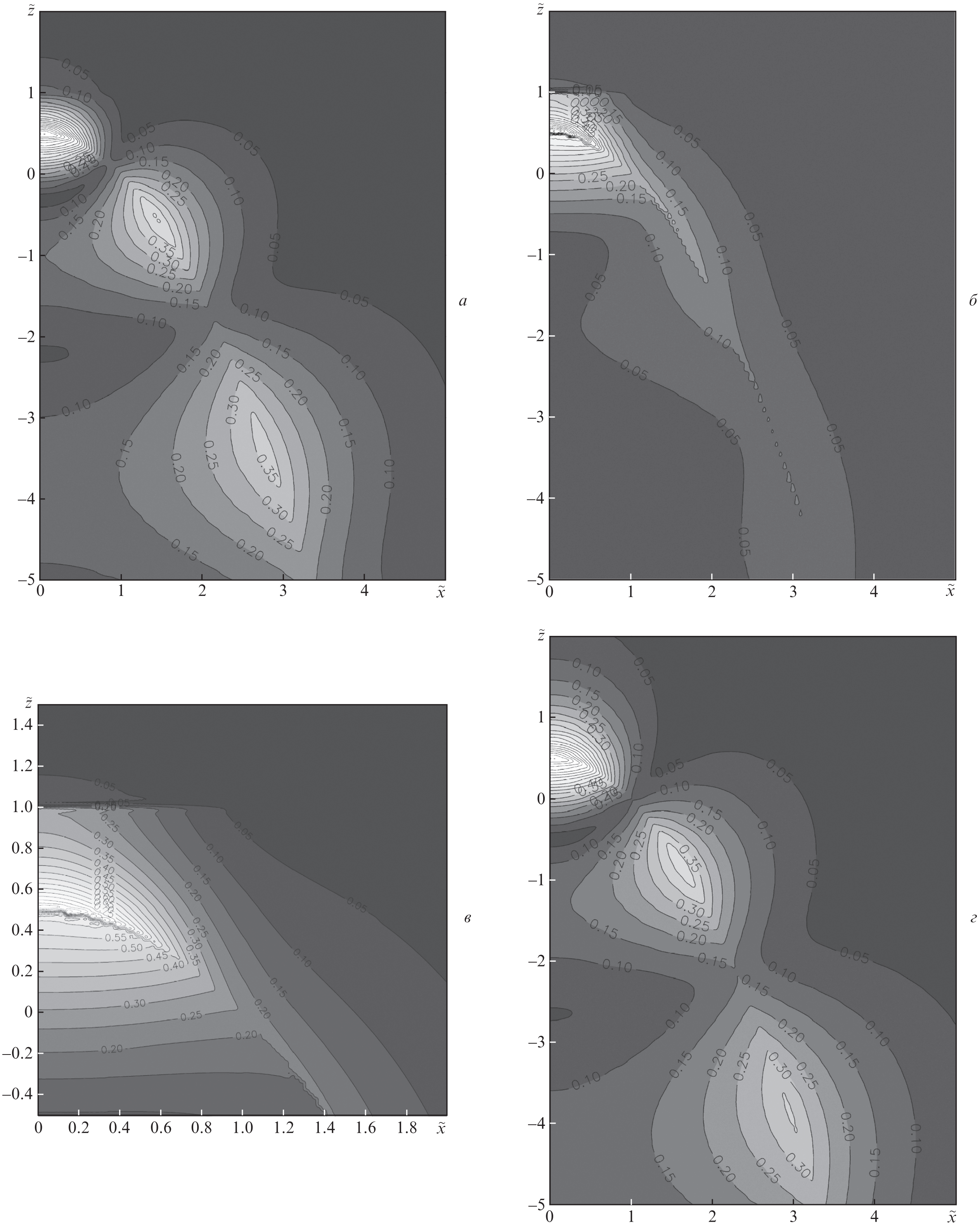

Рис.3. То же, что и на рис.2, но для частоты $\tilde{\omega} = 0.62252$.

ным серебром, в той же геометрии на частоте $\tilde{\omega} = 0.62252$. На рис.4 показано распределение E_{a} в области фокуса. Видно, что нанофокусировка не исчезала при наличии металлической плоскости. Таким образом, метод исследования поверхности с помощью сфокусированной на нановершине микроострия поверхностной плазмонной волны применим для исследования структур как на диэлектрической, так и на металлической поверхности.

4. Заключение

Разработан метод нахождения фокального распределения электромагнитного поля вблизи нановершины металлического микроострия. Результаты расчетов показали, что наличие плоской поверхности материала у вершины острия несколько усиливает фокусировку. Установлено, что присутствие металлической поверхности вбли-

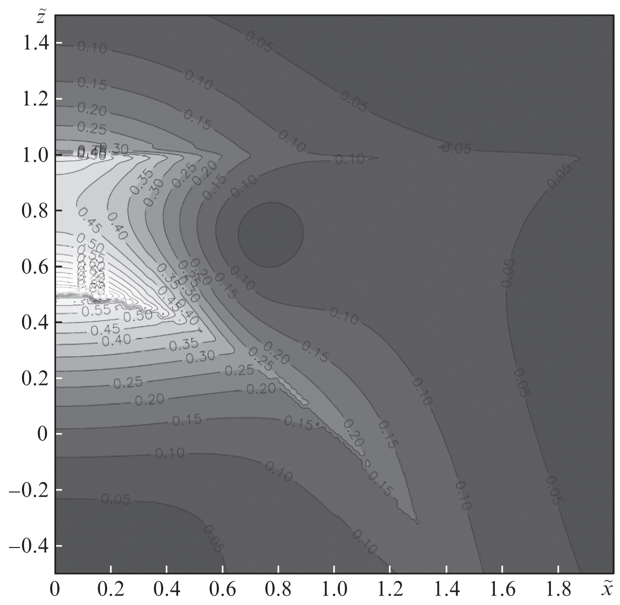

Рис.4. Фокальное распределение максимального поля E_a для серебряного острия вблизи плоской поверхности $\tilde{z}_0 = 1$ полупространства, заполненного серебром, на частоте $\tilde{\omega} = 0.62252$.

зи острия не ухудшает его фокусирующих свойств; это позволяет исследовать рамановское (комбинационное) рассеяние молекул, находящихся на плоской металлической поверхности в области фокусировки.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Министерства образования и науки РФ (научный проект «Создание электрооптических градиентных тонкопленочных структур для прецизионной оптики и аналитического приборостроения»; соглашение о предоставлении субсидии с Министерством образования и науки РФ от 23.10.2014 г. №14.579.21.0066, уникальный идентификатор RFMEFI 57914 X 0066).

1. De Angelis F. et al. *Nat. Nanotechnol.*, **5**, 67 (2010).
2. Frey H.G., Keilmann F., Kriele A., Guckenberger R. *Appl. Phys. Lett.*, **81**, 5030 (2002).
3. Stockman M.I. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 137404 (2004).
4. Petrin A.B. *High Temp.*, **50** (1), 15 (2012).
5. Klimov V., Guzatov D. *Appl. Phys. A*, **89**, 305 (2007).
6. Giugni A., Allione M., Torre B., et al. *J. Opt.*, **16**, 114003 (2014).
7. Giugni A., Torre B., Toma A., et al. *Nat. Nanotechnol.*, **8** (11), 845 (2013).
8. Петрин А.Б. *Успехи прикладной физики*, **3** (3), 236 (2015).
9. Петрин А.Б. *Квантовая электроника*, **45** (7), 658 (2015).
10. Klimov V., Guzatov D. *Appl. Phys. A*, **89**, 305 (2007).
11. Klimov V. *Nanoplasmonics* (Singapore: Pan Stanford Publishing, 2014).
12. Климов В. *Наноплазмоника* (М.: Физматлит, 2010).
13. Passian A., Ritchie R.H., Lereu A.L., Thundat T., Ferrell T.L. *Phys. Rev. B*, **71**, 115425 (2005).
14. Сивухин Д.В. *Общий курс физики. Т.III. Электричество* (М.: Физматлит, 2004).
15. Анго А. *Математика для электро- и радиоинженеров* (М.: Наука, 1967).
16. Никифоров А.Ф., Уваров В.Б. *Специальные функции математической физики* (М.: Наука, 1984).
17. *Математика. Новое в зарубежной науке. Вып. 29. Численные методы теории дифракции* (М.: Мир, 1982).
18. Петрин А.Б. *Прикладная физика*, №1, 11 (2016).
19. Fox M. *Optical Properties of Solids* (New York: Oxford University Press, 2003).
20. Петрин А.Б. *Квантовая электроника*, **46** (2), 159 (2016).