

ОПТИЧЕСКАЯ ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ

Влияние нелинейного взаимодействия на пропускную способность оптического канала с компенсацией дисперсии

Е.Г.Шапиро, Д.А.Шапиро

Выполнено численное моделирование канала с весовыми коэффициентами конечной нелинейной памяти. Найдены области мощности сигнала, где пропускная способность выше, чем у регулярного гауссова канала. Показано, что увеличение количества учитываемых соседних символов слабо влияет на пропускную способность канала. Численным расчетом установлено, что отрицательная средняя дисперсия линии уменьшает взаимодействие соседних импульсов.

Ключевые слова: волоконно-оптические линии связи, пропускная способность, канал с памятью, нелинейный шум.

1. Введение

Растущая потребность в скорости и объеме передаваемой информации требует увеличения пропускной способности линий связи. Когерентное детектирование и новые форматы модуляции обеспечивают рост информационной емкости оптических систем связи. Проблема оценки пропускной способности оптических линий связи сложна и актуальна. Сложность задачи обусловлена наличием нелинейности, которая сопровождается распространением импульсов в волоконно-оптических системах. В линиях связи без компенсации дисперсии происходит перекрытие множества передаваемых символов, при этом эффект нелинейного взаимодействия уменьшается. В таких системах совместное действие керровской нелинейности и хроматической дисперсии проявляется как дополнительный гауссов шум [1–4]. В ряде работ опубликованы результаты экспериментов, подтверждающие адекватность модели нелинейного гауссова шума (GN) [5–9].

В регулярной GN-модели детектируемые символы независимы на приемном устройстве и имеют гауссово распределение с одинаковой дисперсией. В отличие от линейного канала, нелинейность ограничивает отношение сигнал/шум. Это обстоятельство часто называют нелинейным шенноновским пределом.

В настоящей работе рассматриваются волоконные линии, передающие символы различной мощности. При этом дисперсии символов различны в отличие от GN-модели. В качестве примера подобных оптических систем можно привести волоконные линии с компенсацией дисперсии. В работе выполнено численное моделирование распространения сигнала по линии связи с управляемой дисперсией. Показано, что с точки зрения пропускной способности линии связи предпочтительнее форматы пе-

редачи данных, при которых нелинейное самовзаимодействие импульса превалирует над взаимодействием с соседними импульсами. Также установлено, что увеличение объема учитываемой памяти от одного ближайшего бита справа и слева до двух соседних битов с обеих сторон слабо влияет на информационную емкость оптической системы.

2. Каналы с памятью

Взаимная информация [10] дискретного инвариантного по времени канала с памятью задается формулой

$$I(X; Y) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} I(X_1, \dots, X_N; Y_1, \dots, Y_N), \quad (1)$$

где (X_1, \dots, X_N) и (Y_1, \dots, Y_N) – входная и выходная последовательности символов соответственно. Сигнал X_i для каждого номера i является случайной величиной, принимающей значения из некоторого множества чисел; это множество чисел называется входным алфавитом. Регистрируемые в конце линии связи значения сигнала также являются значениями случайной величины Y_i и называются выходным алфавитом.

В работах [1–9] нелинейное взаимодействие, искажающее сигнал, рассматривается как гауссов шум, который кубически зависит от мощности сигнала. Математически это записывается следующим образом:

$$Y_k = X_k + Z_k, \quad Z_k = \tilde{Z}_k \sqrt{\sigma_{\text{ASE}}^2 + \mu P^3}. \quad (2)$$

Здесь X_k – символ, передаваемый во временном промежутке с номером k ; Y_k – значение, регистрируемое на приемнике; \tilde{Z}_k – гауссова случайная величина с нулевым средним значением и дисперсией, равной 1; σ_{ASE}^2 и μ (параметр памяти) – положительные константы; P – средняя мощность сигнала. Константа σ_{ASE}^2 соответствует шумам спонтанной эмиссии усилителей.

В работе [11] предложена модель гауссова канала с конечной памятью. В этой модели средняя мощность сигнала P в (2) заменяется эмпирической мощностью, т. е. усредненной мощностью символа $|X_k|^2$ и $2L$ символов вокруг него:

Е.Г.Шапиро, Д.А.Шапиро. Институт автоматизации и электрометрии СО РАН, Россия, 630090 Новосибирск, просп. Акад. Коптюга, 1; Новосибирский государственный университет, Россия, 630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 2; e-mail: elena.shap@gmail.com

Поступила в редакцию 4 апреля 2017 г., после доработки – 1 августа 2017 г.

$$Z_k = \tilde{Z}_k \left[\sigma_{\text{ASE}}^2 + \mu \left(\frac{1}{2L+1} \sum_{i=k-L}^{k+L} |X_i|^2 \right) \right]^{3/2}. \tag{3}$$

Формула (3) означает, что символы с номерами $k-L, \dots, k+L$ вносят одинаковый вклад в искажение сигнала. Если ввести весовые коэффициенты $e_{k-L}, e_{k-L+1}, \dots, e_{k+L}$, то формула (3) при равенстве всех коэффициентов значению $(2L+1)^{-1}$ является частным случаем выражения

$$Z_k = \tilde{Z}_k \left[\sigma_{\text{ASE}}^2 + \mu \left(\sum_{i=k-L}^{k+L} e_i |X_i|^2 \right) \right]^{3/2}, \sum_i e_i = 1. \tag{4}$$

Величина e_i соответствует вкладу символа X_i в нелинейный шум.

Нами рассмотрены следующие случаи: 1) одинаковые значения весовых коэффициентов e_i , $L=1$; 2) весовой коэффициент центрального бита больше коэффициентов соседних битов справа и слева в два раза, $L=1$; 3) предельный случай $L=0$, когда соседние биты не вызывают нелинейного искажения сигнала. Кроме того, мы сравнили пропускную способность канала для $L=1$ и $L=2$, т.е. учитывались по одному символу справа и слева и по два соседних символа соответственно в случае одинаковых весовых коэффициентов. Оптические импульсы уширяются и перекрываются при распространении по оптическому волокну, при этом наибольшее искажение вносит взаимодействие соседних импульсов. Поэтому рассматривался главным образом случай $L=1$.

Согласно теореме Шеннона, пропускная способность канала без памяти задается формулой

$$C = \sup I(X; Y), \tag{5}$$

где максимизация (5) выполняется по всем распределениям p_X входного алфавита при заданном уровне средней мощности сигнала $\int |x|^2 p_X dx = P$.

Пропускная способность регулярного канала (2) задается формулой

$$C = \log \left(1 + \frac{P}{\sigma_{\text{ASE}}^2 + \mu P^3} \right)$$

в случае комплексного канала и комплексного гауссова шума (функция \log здесь и ниже обозначает логарифм по основанию 2). Если гауссов шум в канале Z_k , а также величины X_k являются вещественными, то

$$C = \frac{1}{2} \log \left(1 + \frac{2P}{\sigma_{\text{ASE}}^2 + \mu P^3} \right). \tag{6}$$

3. Нижняя граница пропускной способности

Для вычисления пропускной способности линии связи мы использовали метод расчета [12], являющийся модификацией метода [13]. Этот метод заключается в вычислении пропускной способности вспомогательного канала, пропускная способность которого приближает искомую величину снизу с точностью $O(\mu^2)$.

Для удобства опишем вспомогательный канал. Рассмотрим фиксированный битовый промежуток с номером k . Передаваемое в этом битовом интервале значение является случайной величиной, как и регистрируемое значение. Пусть q_i означает вероятность события

$X_k = x_i$. В модели с конечной памятью (4) вероятность регистрации $Y_k = y_j$ зависит от ближайших L битов слева X_{k-L}, \dots, X_{k-1} и L битов справа X_{k+1}, \dots, X_{k+L} .

Обозначим через $p_{ji}(x_{k-L}, \dots, x_{k-1}, x_{k+1}, \dots, x_{k+L})$ вероятность события $Y_k = y_j, X_k = x_i, X_{k-L} = x_{k-L}, \dots, X_{k+L} = x_{k+L}$. Тогда условная вероятность Q_{ji} регистрации $Y_k = y_j$ при передаваемом значении $X_k = x_i$ определяется формулой

$$Q_{ji} = \sum_{i_{k-L}, \dots, i_{k+L}} p_{ji}(x_{i_{k-L}}, \dots, x_{i_{k-1}}, x_{i_{k+1}}, \dots, x_{i_{k+L}}) q_{i_{k-L}} \dots q_{i_{k+L}}.$$

Рассмотрим функцию

$$F(q_1, \dots, q_n) = \sum_{j,i} Q_{ji} q_i \log \frac{Q_{ji}}{\sum_i Q_{ji} q_i}, \tag{7}$$

задающую взаимную информацию во вспомогательном канале. Как показано в работе [12], взаимная информация в канале с конечной памятью (4) с точностью $O(\mu^2)$ совпадает с $F(q_1, \dots, q_n)$.

4. Численный эксперимент

Для проверки применимости моделей (2) и (4) было выполнено численное моделирование распространения сигнала по линии протяженностью 1000 км с дисперсионным управлением. Рассматривалась оптическая линия связи, состоящая из 25 секций с конфигурацией

$$\text{SMF}(L_1) + \text{EDFA} + \text{DCF}(L_2) + \text{EDFA}.$$

Здесь SMF – стандартное одномодовое волокно; DCF – волокно, компенсирующее дисперсию. Эрбиевые усилители EDFA имели коэффициент шума 4.5 дБ и полностью компенсировали затухание сигнала на участке волокна между усилителями. L_1 и L_2 – длины участков SMF и DCF соответственно. В численном моделировании предполагалось, что $L_1 = 40$ км, а $L_2 = 6.8$ или 7.18 км. Таким образом, средняя дисперсия секции равна нулю (при $L_2 = 6.8$ км) или -0.8 пс·нм⁻¹·км⁻¹ (при $L_2 = 7.18$ км). По оптической линии распространялись гауссовы импульсы с шириной 6.67 пс на полувысоте пиковой мощности. Средняя по битовому интервалу мощность варьировалась от 0.3 до 1 мВт. Моделирование выполнялось для формата OOK (On/Off Keying). Вероятности единичных и нулевых битов составляли 1/2. Для описания динамики оптических импульсов использовалось нелинейное уравнение Шредингера. Вычисляемая комплексная функция $A(z, t)$ зависит от времени t и расстояния z . На приемном устройстве (при $z = 1000$ км) функция $A(z, t)$ усреднялась по 3/4 битового интервала в центральной части.

Полученные в численном моделировании значения нулевых и единичных битов образуют выборки случайных величин. Обозначим через σ_0^2 и σ_1^2 дисперсии детектируемых нулевых и единичных битов соответственно. Результаты численного моделирования показывают, что эти дисперсии заметно различаются, причем дисперсия единичных битов больше. Это не согласуется с моделью (2), в которой дисперсии одинаковы для всех передаваемых символов.

Рассмотрим модель (4) в предположении равной вероятности нулей и единиц. Обозначим $e_{k-1} = \beta$. Поскольку в нелинейном уравнении Шредингера допустима замена времени t на $-t$, то $e_{k-1} = e_{k+1} = \alpha$. Несложные вычисления показывают, что выполняются равенства

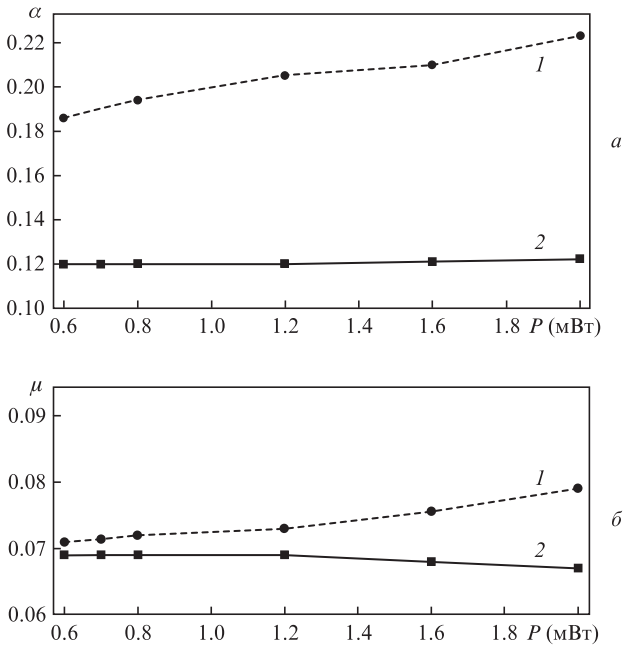


Рис.1. Зависимости коэффициентов нелинейной памяти α (а) и μ (б) от мощности исходных единичных битов для нулевой дисперсии (1) и дисперсии, равной $-0.8 \text{ пс} \cdot \text{нм}^{-1} \cdot \text{км}^{-1}$ (2).

$$\sigma_0^2 = \sigma_{\text{ASE}}^2 + \mu\alpha P^3, \quad \sigma_1^2 = \sigma_{\text{ASE}}^2 + \mu(\alpha + \beta)P^3,$$

$$\mu = (\sigma_1^2 + \sigma_0^2 - 2\sigma_{\text{ASE}}^2)/P^3,$$

$$\alpha = (\sigma_0^2 - \sigma_{\text{ASE}}^2)/(\sigma_1^2 + \sigma_0^2 - 2\sigma_{\text{ASE}}^2),$$

где P – мощность единиц. Параметр β задается соотношением $\beta = 1 - 2\alpha$. Таким образом, дисперсии нулевых и единичных битов кубически растут с увеличением P , при этом дисперсии единиц демонстрируют больший рост. Похожее поведение показывают статистики единиц и нулей в численном эксперименте. На рис.1 приведены зависимости μ и α от мощности исходных единичных битов. Накопленный шум усилителя $\sigma_{\text{ASE}}^2 = 3.66 \times 10^{-3} \text{ мВт}$. Видно, что коэффициенты μ и α слабо изменяются в диапазоне мощности 0.6–1.6 мВт, особенно слабо – в случае ненулевой дисперсии. Кроме того, видно, что при наличии средней отрицательной дисперсии можно уменьшить коэффициент α .

Далее оценим модель (4) с точки зрения пропускной способности в рамках теории информации.

5. Информационная емкость канала

Для вычисления информационной емкости линий связи удобно перейти к безразмерным величинам. В формулах (2)–(4) шум усилителей σ_{ASE}^2 измеряется в единицах мощности. Пусть A_i соответствует передаваемому символу с номером i , множество $\{A_i\}$ является алфавитом оптической системы. Заменим A_i на $x_i = A_i/\sigma_{\text{ASE}}$, тогда средняя безразмерная мощность сигнала задается выражением

$$S = \frac{1}{\sigma_{\text{ASE}}^2} \sum_i p_i |A_i|^2,$$

безразмерный шум усиления равен 1, а коэффициент нелинейной памяти – $\mu\sigma_{\text{ASE}}^4$. Для численного моделирова-

ния полагаем $\mu\sigma_{\text{ASE}}^4 \approx 9.4 \times 10^{-7}$, все величины безразмерные и $\sigma_{\text{ASE}}^2 = 1$. Мы рассмотрели случаи, когда $\mu = 6.75 \times 10^{-3}$ и 2.7×10^{-8} , т.е. значения μ различаются на несколько порядков.

В численном моделировании реализация бесконечных алфавитов невозможна. Рассмотрим конечный входной алфавит

$$x_i = \Delta x(i - 1) - L_x/2, \quad i = 1, \dots, n, \quad \Delta x = L_x/(n - 1),$$

где L_x – некоторый заданный отрезок. Положим $x_0 = -\infty$, $x_{n+1} = \infty$. Выходной алфавит зададим формулами $y_j = \Delta y(j - 1) - L_y/2$, $[-L_y/2, L_y/2]$ – область, содержащая y_1, \dots, y_m , $j = 1, \dots, m$, $\Delta y = L_y/(m - 1)$, $y_0 = -\infty$, $y_{m+1} = \infty$. В настоящей работе параметры составили: $n = 15$, $m = 31$, $L_x = 7$, $L_y = 8$ в случае $\mu = 6.75 \times 10^{-3}$ и $n = 41$, $m = 41$, $L_x = 50$, $L_y = 50$ для $\mu = 2.7 \times 10^{-8}$.

Нами вычислена пропускная способность линии связи для обоих значений параметра памяти и следующих триплетов весовых коэффициентов:

- 1) $e_{k-1} = e_k = e_{k+1} = 1/3$;
- 2) $e_{k-1} = e_{k+1} = 0.25$, $e_k = 0.5$;
- 3) $e_{k-1} = e_{k+1} = 0$, $e_k = 1$.

На рис.2 приведены зависимости пропускной способности от мощности сигнала для этих трех вариантов. Видно, что при меньшем вкладе соседних битов в нелинейный шум по сравнению с центральным битом (триплеты 2 и 3) пропускная способность больше. Кроме того, область оптимальной мощности сдвинута в сторону увеличения мощности и шире по сравнению со случаем одинаковых весовых коэффициентов. Из рис.2 также следует, что качественное поведение кривых одинаково для обоих значений коэффициента μ .

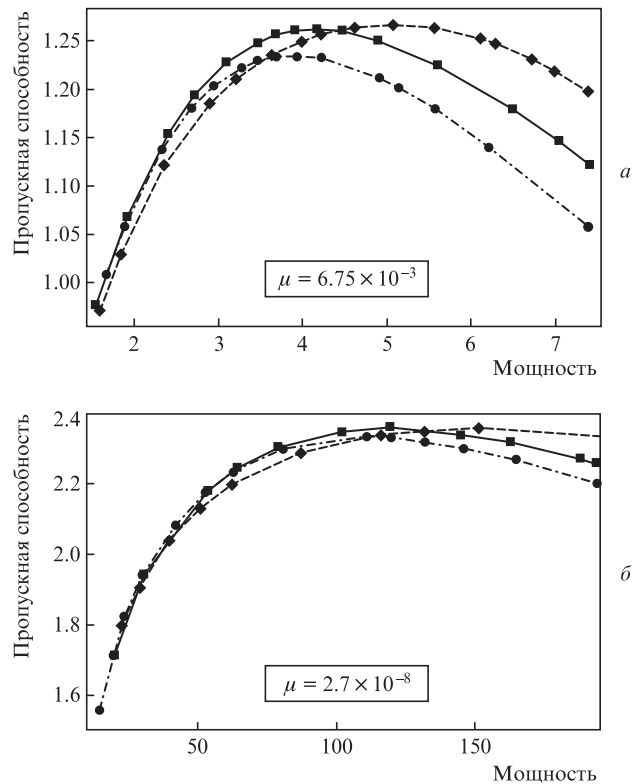


Рис.2. Зависимости пропускной способности от мощности сигнала для указанных триплетов весовых коэффициентов (1 – штрихпунктирная кривая, 2 – сплошная кривая, 3 – штриховая кривая).

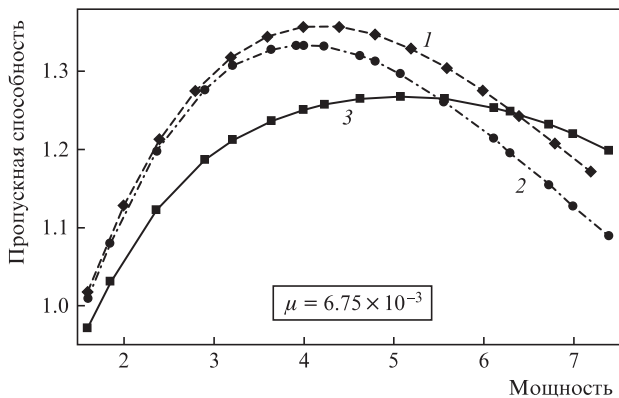


Рис.3. Зависимости пропускной способности от мощности сигнала для идеального гауссова канала (1), гауссова канала с ограничением мощности (2) и канала с шумом только центрального бита (3).

Модель регулярного гауссова канала (2) учитывает усредненный шум и является моделью канала без памяти. Формула (6), задающая пропускную способность идеального гауссова канала, справедлива, если областью изменения X_k и Y_k является вещественная прямая. Ограничение мощности входного сигнала практически не уменьшает пропускную способность при относительно небольшой мощности сигнала. Однако в случае больших мощностей ограничение снижает информационную емкость канала. На рис.3 приведены графики пропускной способности гауссова регулярного канала без ограничения мощности (кривая 1) и с ограничением мощности (кривая 2) при $\mu = 6.75 \times 10^{-3}$. Видно, что в идеальном случае без ограничения мощности пропускная способность выше. Для уточнения влияния мощности центрального бита на пропускную способность мы сравнили пропускные способности идеального гауссова канала, канала с вкладом только центрального бита и неидеального гауссова канала с ограничением мощности сигнала. Из рисунка следует, что канал, в котором шум задается шумами усилителей и керровской нелинейностью только передаваемого бита, демонстрирует более широкий диапазон оптимальной мощности. При больших мощностях пропускная способность в этом канале выше пропускной способности гауссова канала. Кроме того, требуется большая мощность сигнала для достижения максимальной пропускной способности. Таким образом, линию связи можно оптимизировать за счет подбора весовых коэффициентов конечной нелинейной памяти.

Для вычисления пропускной способности каналов (см. рис.3) использовался метод Аримото–Блэухута [14]. Для $L = 1$ и $L = 2$, т.е. в случае учета по одному символу справа и слева и двух символов соответственно, весовые коэффициенты предполагались одинаковыми: $e_{k-1} = e_k = e_{k+1} = 1/3$ при $L = 1$ и $e_{k-2} = e_{k-1} = e_k = e_{k+1} = e_{k+2} = 1/5$ при $L = 2$. Из рис.4 видно, что увеличение количества учитываемых символов слабо меняют пропускную способность — при $L = 2$ информационная емкость немного больше, чем при $L = 1$.

6. Заключение

Впервые выполнен расчет пропускной способности каналов с учетом паттерн-эффекта, т.е. различного вклада в нелинейный шум взаимодействия соседних импульсов и самовзаимодействия. Выполнено сравнение про-

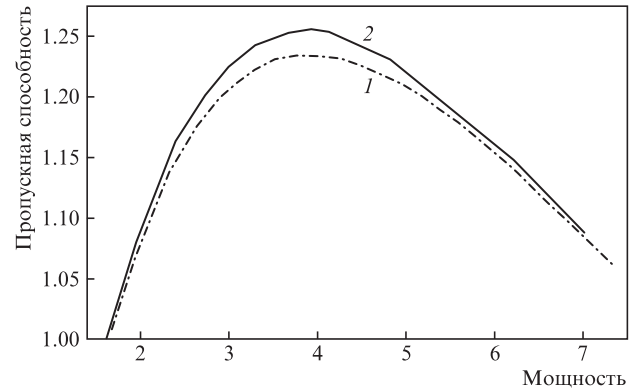


Рис.4. Зависимости пропускной способности от мощности сигнала для $L = 1$ (1) и $L = 2$ (2).

пускной способности каналов с различными вариантами весовых коэффициентов конечной нелинейной памяти. Показано, что для больших мощностей сигнала и при одинаковом суммарном шуме дизайн оптической системы, ограничивающий нелинейные взаимодействия с соседними битами, предпочтительнее. Установлено, что увеличение учитываемого объема памяти практически не сказывается на пропускной способности канала при одинаковом вкладе соседних символов в нелинейный шум.

Полученные результаты могут быть полезны при выборе дизайна линии связи. Изменение дисперсии передаваемых символов с помощью различных компонентов оптических систем — это дополнительная возможность оптимизации волоконной линии.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 16-11-10133, 2013-2016). Е.Г.Шапиро благодарит Минобрнауки за поддержку (грант № 14. В25.31.0003). Работа Д.А.Шапиро поддержана грантом Президента РФ государственной поддержки ведущих научных школ РФ № НШ-6898.2016.2.

1. Splett A., Kurtzke C., Petermann K. *Proc. 19th ECOC* (Monteroux, Switzerland, 1993, vol. 2, pp 41–44).
2. Tang J. J. *Lightwave Technol.*, **20** (7), 1095 (2002).
3. Poggiolini P., Carena A., Curri V., Bosco G., Forghieri F. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **23**, 742 (2011).
4. Beygi L., Irukulapati N.V., Agrell E., Johansson P., Karlsson M., Wymeersch H., Serena P., Bononi A. *Opt. Express*, **21** (22), 26376 (2013).
5. Гуркин Н.В., Наний О.Е., Новиков А.Г., Плаксин С.О., Трещиков В.Н., Убайдуллаев Р.Р. *Квантовая электроника*, **43** (6), 550 (2013) [*Quantum Electron.*, **43** (6), 550 (2013)].
6. Гуркин Н.В., Коньшев В.А., Наний О.Е., Новиков А.Г., Трещиков В.Н., Убайдуллаев Р.Р. *Квантовая электроника*, **45** (1), 69 (2015) [*Quantum Electron.*, **45** (1), 69 (2015)].
7. Юшко О.В., Наний О.Е., Редюк А.А., Трещиков В.Н., Федорук М.П. *Квантовая электроника*, **45** (1), 75 (2015) [*Quantum Electron.*, **45** (1), 75 (2015)].
8. Konyshev V.A., Leonov A.V., Nanii O.E., Novikov A.G., Treshchikov V.N., Ubaydullaev R.R. *Opt. Commun.*, **349**, 19 (2015).
9. Коньшев В.А., Леонов А.В., Наний О.Е., Новиков А.Г., Трещиков В.Н., Убайдуллаев Р.Р. *Квантовая электроника*, **46**, 1121 (2016) [*Quantum Electron.*, **46**, 1121 (2016)].
10. Shannon C. *Bell Syst. Tech. J.*, **27**, 379, 623 (1948).
11. Agrell E., Alvarado A., Durisi G., Karlsson G. *J. Lightwave Technol.*, **32**, 2862 (2014).
12. Шапиро Е.Г., Шапиро Д.А. *Квантовая электроника*, **46** (12), 1117 (2016) [*Quantum Electron.*, **46** (12), 1117 (2016)].
13. Shapiro E.G., Shapiro D.A., Turitsyn S.K. *Opt. Express*, **23**, 15119 (2015).
14. Arimoto S. *IEEE Trans. Inf. Theory*, **18**, 14 (1972).