## Динамика QML-генерации твердотельного лазера с акустооптическим модулятором бегущей волны

О.Е.Наний, А.И.Одинцов, А.И.Панаков, А.П.Смирнов, А.И.Федосеев

Изучены особенности динамики генерации лазера с акустооптическим модулятором. Инжекция светового поля со сдвигом частоты из предыдущей моды в последующую обеспечивает синхронизацию мод и во многих случаях способствует возникновению неустойчивости и автоколебаниям на релаксационной частоте лазера. Проведен анализ амплитудных и частотных характеристик возникающего режима, а также особенности режимов, реализуемых при внешней модуляции коэффициента дифракционной связи.

**Ключевые слова:** лазер, синхронизация мод, модуляция добротности, акустооптический модулятор, автоколебания, релаксационная частота.

### 1. Введение

Последовательности коротких оптических импульсов высокой пиковой мощности используются в спектроскопии с временным разрешением, в оптической томографии, для высокоточной обработки материалов, в измерительной технике и других областях. Перспективными источниками такого излучения являются твердотельные лазеры, работающие в режиме синхронизации мод (СМ) с одновременной модуляцией добротности, так называемые QML-лазеры. Лазеры с активной СМ и одновременной модуляцией добротности обладают существенными преимуществами в приложениях, требующих точной синхронизации генерируемых импульсов с другими устройствами.

В первых QML-лазерах использовались два акустооптических модулятора (АОМ) в резонаторе [1]. СМ обеспечивалась с помощью АОМ стоячей акустической волны, для модуляции добротности использовался АОМ бегущей волны. В работе [2] предложено использовать возвращение дифрагированной в АОМ волны обратно в область акустооптического взаимодействия, что существенно увеличило эффективность модуляции и позволило осуществить стационарную СМ при использовании АОМ бегущей волны в резонаторе [3,4]. При этом в работе [3] для возвращения дифрагированного излучения в резонатор применялись дополнительные зеркала, а в [4] - V-образный резонатор специальной конструкции. На возможность объединения режимов СМ и модуляции добротности с помощью одного АОМ бегущей волны указывают данные работы [5], в которой режим QML наблюдался при высоком пропускании плоского выходного зеркала резонатора в лазере на Nd: YVO<sub>4</sub>.

**О.Е.Наний, А.И.Одинцов, А.И.Панаков, А.И.Федосеев.** Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: naniy@t8.ru, fedoseev362@mail.ru

А.П.Смирнов. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы

Поступила в редакцию 25 июля 2017 г.

Устойчивый QML-режим в лазере на Nd: YAG реализован экспериментально с одним АОМ бегущей волны, расположенным в центре кривизны глухого сферического зеркала [6,7] под двойным углом Брэгга  $\theta_{\rm B}$  к оси резонатора (рис.1). В резонатор возвращается волна, не испытавшая дифракцию с частотой  $v_0$ , а также волна, испытавшая двойную дифракцию с частотой  $v_0 + 2f(f - paбочая)$ частота модулятора). СМ возникает при рабочей частоте модулятора f, равной половине межмодового интервала. Волны с частотами  $v_0 \pm f$ , испытавшие однократную дифракцию, уходят из резонатора, определяя дополнительные потери, связанные с АОМ. Быстрое снижение дополнительных потерь происходит во время процесса затухания звуковой волны. Тем самым при отключении рабочей частоты АОМ модулируется добротность резонатора. Позднее было обнаружено экспериментально [8], что режим модуляции добротности может возникать на релаксационной частоте лазера «самопроизвольно» при постоянной амплитуде акустической волны. Эти экспериментальные исследования показали, что в определенных условиях установившийся режим СМ становится неустойчивым, и возможна раскачка релаксационных колебаний.

В настоящей работе исследуется динамика QML-генерации твердотельного лазера с AOM бегущей волны в схеме, аналогичной показанной на рис.1. Разработанная численная модель позволяет установить границы раскачки автоколебаний на релаксационной частоте и исследо-



Рис.1. Схема реализации режима QML в лазере на Nd: YAG.

вать основные закономерности динамики генерации активного QML-лазера.

### 2. Модель и уравнения

В предложенной модели используется модовый подход, основанный на фундаментальных работах по теории вынужденной амплитудной модуляции [9, 10]. Линия усиления считается уширенной однородно, насыщение усиления предполагается однородным по пространству. Это позволяет при совпадении частоты основной моды (j = 0) с центром линии усиления учитывать зависимость сечения оптического перехода  $\sigma_j$  только от номера моды  $j: \sigma_j/\sigma_0 =$  $(1 + j^2 b^2), b = \delta v_c / \delta v_g$ , где  $\delta v_c = c/(2L)$  – межмодовый интервал,  $\delta v_{\sigma}$  – ширина линии усиления.

Принято, что активная среда характеризуется единым временем релаксации инверсии, а насыщение среды определяется суммарной интенсивностью мод  $\bar{I}$ , усредненной за время, значительно превышающее время обхода резонатора излучением. В расчетах динамических режимов генерации предполагается, что величина интенсивности излучения не может упасть ниже уровня спонтанного излучения в моду.

Считается, что скорость затухания поля в резонаторе определяется постоянными потерями  $\gamma$  и изменяемыми потерями  $\gamma_d$ , которые связаны с АОМ. Величина постоянных потерь  $\gamma = -\ln(1 - \theta)/T_c$ , где  $\theta$  определяется потерями на оптических элементах резонатора, а  $T_c$  – время обхода резонатора. Величина  $\gamma_d$  находится из баланса интенсивностей волн, схематично показанных на рис.1:  $\gamma_d = -\ln(1 - \kappa_d^2)/T_c$ . Здесь  $\kappa_d$  – коэффициент дифракционной связи, равный доле светового поля, отраженной от акустической волны в АОМ. Этот же коэффициент определяется скорость дифракционной инжекции поля из моды j - 1 в моду  $j: \xi = \kappa_d^2/T_c$ .

В рамках сделанных предположений уравнения для нормированных комплексных амплитуд полей  $\tilde{E}_j$  имеют следующий вид (см. [11]):

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}\tilde{E}_{j} = \left[\frac{\gamma T_{1}}{2} \left(\frac{\sigma_{j}}{\sigma_{0}}n - 1\right) - \gamma_{\mathrm{d}} T_{1}\right]\tilde{E}_{j} + \xi T_{1}\tilde{E}_{j-1}.$$
(1)

Здесь  $\tau = t/T_1$  – нормированное время ( $T_1$  – время релаксации инверсии). В уравнении для основной моды  $j = 0 \xi = 0$  и  $\sigma_j = \sigma_0$ .

Зависимость интенсивности I от времени  $\tau$  рассчитывается как квадрат модуля комплексного поля:

$$I = \left| \sum_{j} E_{j} \exp[i(j\delta\hat{\omega}_{c}\tau + \varphi_{j})] \right|^{2},$$
(2)

где  $\delta \hat{\omega}_c = 2\pi \delta v_c T_1; \varphi_j - \phi$ аза поля моды с номером *j*.

В численных расчетах использована система уравнений для нормированных действительных величин:

$$\frac{d}{d\tau}E_0 = \frac{\gamma T_1}{2}E_0(n-1) - \gamma_d T_1 E_0,$$
(3)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}E_j = \left[\frac{\gamma T_1}{2} \left(\frac{\sigma_j}{\sigma_0}n - 1\right) - \gamma_{\mathrm{d}} T_1\right]E_j + \xi T_1 E_{j-1} \cos \Phi_j, \qquad (4)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}\varphi_j = T_1 \xi \frac{E_{j-1}}{E_j} \sin \Phi_j.$$
(5)

Здесь  $\Phi_j = \delta \hat{\omega} \tau + \varphi_{j-1} - \varphi_j$  определяет фазовый набег, возникающий вследствие отстройки AOM от частоты межмодового интервала (в расчетах полагалось  $\varphi_0 = 0$ ),  $\delta \hat{\omega} = 2\pi \delta v T_1$  – величина отстройки.

К уравнениям для полей добавляется балансное уравнение для нормированной инверсии *n*:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}n = \eta - n\Big(1 + \sum_{j} |E_j|^2 \frac{\sigma_j}{\sigma_0}\Big),\tag{6}$$

где  $\eta$  – параметр накачки, определяющий превышение инверсии над порогом, соответствующим уровню постоянных потерь резонатора.

Большинство расчетов выполнено для численных значений параметров, характерных для Nd : YAG-лазера:  $T_1 = 2 \times 10^{-4}$  c,  $1/\gamma = 4 \times 10^{-7}$  c,  $\delta v_c = 200$  МГц,  $\delta v_g = 100$  ГГц.

### 3. Результаты и их обсуждение

# 3.1. Динамика усредненной интенсивности при неизменном коэффициенте дифракционной связи к<sub>d</sub>

Реализация QML-режима связана с динамикой усредненной интенсивности

$$\bar{I}(\tau) = \sum_{j} |E_j|^2 \frac{\sigma_j}{\sigma_0},$$

 $E_i^2 (10^{-2})$ 

3

поскольку именно эта величина определяет динамику общей для всех мод инверсии (здесь и далее приводятся результаты расчетов при условии точной настройки рабочей частоты AOM на резонансы). Поведение  $I(\tau)$  зависит от числа и состава участвующих в генерации мод. Характерной чертой изучаемой системы является необычное распределение интенсивностей мод  $E_i^2$  по спектру – максимум спектра смещен относительно максимума усиления, причем величина смещения немонотонно зависит от нормированного коэффициента  $\kappa_d$ . Такие распределения, рассчитанные для стационарных решений уравнений (3)–(6), показаны на рис.2. Для каждого значения  $\kappa_d$  наличие максимума обусловлено существованием двух конкурирующих факторов – инжекции поля в следующие моды и падения усиления с увеличением номера моды *j*. С ростом  $\kappa_d$  растут также дифракционные потери, поэтому интенсивности всех мод падают, смещение максимума



 $k_d = 0.1$ 

Рис.2. Стационарные частотные профили  $E_j^2$  для различных значений  $\kappa_d$  (параметр накачки  $\eta = 6$ ).

распределения вправо (в сторону бо́льших *j*) замедляется, затем сменяется на смещение влево. Эта особенность позволяет ограничить число рассматриваемых в численном эксперименте мод. В расчетах не учитываются поля мод, амплитуда которых меньше одной тысячной максимальной амплитуды. В большинстве расчетов это условие удовлетворялось при *j*<sub>max</sub> = 400.

Наши расчеты, выполненные для приведенных в [11] наборов параметров, показывают, что стационарные решения (3)–(6) являются неустойчивыми и возникают автоколебания  $\bar{I}(\tau)$  на релаксационной частоте. Это согласуется с данными эксперимента [11], причем зона неустойчивости оказывается достаточно широкой по параметрам системы.

На рис.3 приведена зона неустойчивости  $I(\tau)$  в координатах  $\eta$ ,  $\kappa_d$  при неизменных остальных параметрах. Эта зона расширяется с ростом  $\eta$ . Можно предположить, что неустойчивость связана с процессом последовательной инжекции поля. Равновесие между полем основной моды Е<sub>0</sub>, работающей в режиме насыщения усиления, и полями остальных мод, работающих в режиме регенеративного усиления, оказывается неустойчивым. Например, малое возмущение стационарного поля Е0 участвует в процессе инжекции полей в следующие моды. Воздействие на общую для всех мод инверсию может оказаться таким, что возникает еще большее возмущение противоположного знака. В этом случае малые колебания на релаксационной частоте лазера нарастают, формируя насыщенный автоколебательный режим. При этом стабилизирующим фактором вблизи нижней (по величине  $\kappa_{d}$ ) границы зоны неустойчивости является глубокое насыщение среды, которое имеет место при стационарной генерации. На верхней же границе влияние процесса инжекции может быть ослаблено возросшими дифракционными потерями. Таким образом, коэффициент  $\kappa_d$  может служить управляющим параметром, изменяя который можно управлять динамическими режимами генерации.

На рис.4 показаны характеристики автомодуляционного режима для параметра накачки  $\eta = 5.5$ . При низких значениях  $\kappa_d$  наблюдаются релаксационные колебания с невысокими значениями  $\bar{I}_{max}$ , которые слабо насыщают среду. Их частота относительно высока ( $v_r \approx 8$ ) вследствие значительного превышения усиления над порогом. По мере роста  $\kappa_d$  и развития неустойчивости происходит быстрый рост  $\bar{I}_{max}$ , автоколебания насыщают среду. При этом частота релаксационных колебаний резко снижает-



Рис.4. Характеристики автомодуляционного режима: амплитуда импульсов  $\bar{I}_{\max}$  и частота следования  $v_r$ .

ся за счет насыщения среды (известно, что частота релаксационных колебаний, насыщающих среду, всегда ниже частоты малых колебаний). Наличие максимума на кривой интенсивности обусловлено влиянием нарастающих дифракционных потерь. Их дальнейшее увеличение приводит к снижению  $\bar{I}_{max}$  и глубины насыщения среды и, как следствие, к росту  $v_r$ .

Переходной процесс, к которому приводит небольшое мгновенное снижение  $\kappa_d$  (на величину ~10<sup>-3</sup>) внутри области устойчивости, демонстрирует апериодический «всплеск» интенсивности и характеризуется достаточно коротким временем (~10<sup>-1</sup>). При этом частотный профиль изменяется во времени незначительно, хотя максимумы интенсивностей мод достигаются в различные моменты времени. На рис.5 показан переходной процесс при относительно плавном переходе из области устойчивости с  $\kappa_d = 0.35$  в область неустойчивости с  $\kappa_d = 0.2$  для  $\eta = 5.5$ . Значительные колебания инверсии в этом процессе приводят к возникновению импульсов, насыщающих среду. Время установления насыщенных релаксационных колебаний после завершения изменений  $\kappa_d$  также достаточно мало и составляет ~0.3 $\tau$ .

Короткие времена переходных процессов позволяют эффективно изменять динамический режим генерации. В то же время из рис.4 следует, что для заданного параметра накачки высокие значения  $\bar{I}_{max}$  достигаются в достаточно узком диапазоне значений  $\kappa_d$  и частот следования импульсов. Это сужает возможности получения импуль-



Рис.3. Границы генерации (1) и зоны неустойчивости (2, 3).



Рис.5. Переходной процесс при плавном изменении управляющего параметра  $\kappa_{d}$ .

сно-периодической генерации с высокой амплитудой импульсов. Увеличить  $\bar{I}_{max}$  и расширить частотный диапазон следования импульсов можно путем периодической «внешней» модуляции добротности резонатора. С этой целью коэффициент  $\kappa_d$  модулируется на относительно низких частотах от высоких значений (устойчивая генерация либо ее отсутствие) до минимальных, при которых AOM еще выполняет свои функции.

# 3.2. Динамика усредненной интенсивности при модуляции *к*<sub>d</sub>

Рассмотрена гармоническая модуляция коэффициента дифракционной связи на частотах, не слишком превышающих частоту  $v_r$ :  $\kappa_d(\tau) = \kappa_d [1 + A \sin(2\pi v_m \tau)]$ , где  $A - a_m$ плитуда модуляции, v<sub>m</sub> – частота модуляции. На рис.6 представлена зависимость частоты следования импульсов  $v_{\rm p}$  от частоты модуляции  $v_{\rm m}$ . Регулярные пульсации  $\bar{I}$ возникают в полосах частот вблизи  $v_r \approx 2.2$ . Эти полосы соответствуют диапазонам изменения v<sub>m</sub>, отмеченным цифрами 1, 2 и 3. В промежутках между этими диапазонами наблюдаются режимы со сложным периодом и хаотическая генерация. Измеренные корреляционные размерности  $\rho_{\rm cor}$  соответствующих хаотических аттракторов оказались близкими к 1.5. Для  $v_{\rm m} \gg v_{\rm r}$  происходит сужение диапазонов регулярных пульсаций, затем на больших частотах модуляции возникают импульсы значительно меньшей амплитуды с частотой следования v<sub>m</sub>.

Релаксационная частота  $v_r$  с изменением  $\kappa_d(\tau)$  изменяется в небольших пределах. В представленном на рис.6 случае можно говорить о взаимодействии сигнала на частоте v<sub>p</sub> с достаточно широким релаксационным резонансом. В диапазоне 1 величина v<sub>m</sub> изменяется вблизи резонанса, поэтому  $v_{\rm p} = v_{\rm m}$ . Импульс генерации периодически возникает в момент времени, близкий к минимуму  $\kappa_{d}(\tau)$ , когда растущее значение инверсии *n* превышает порог. Поэтому в диапазонах регулярных пульсаций отношение частот v<sub>m</sub>/v<sub>r</sub> – целое число. Переход частоты v<sub>m</sub> из одного диапазона в другой (например, из 2 в 3) приводит к снижению частоты генерации в целое число раз и (при увеличении номера диапазона) к «стягиванию» полосы регулярной генерации к релаксационному резонансу. На рис.7 показана временная зависимость генерации для v<sub>m</sub> = 6.6; частота следования близка к  $v_r$  и равна  $v_m/3$ .

Возможности повышения амплитуды периодических импульсов  $\bar{I}$  связаны с изменением режима работы AOM, например с заменой гармонического изменения  $\kappa_d(t)$  на периодические резкие снижения его величины. При этом для обеспечения достаточно высокой инверсии перед началом каждого импульса частоту такой модуляции необходимо снизить относительно частоты  $v_r$ . Импульс генеа-



Рис.6. Зависимость частоты следования импульсов  $v_{\rm p}$  от частоты  $v_{\rm m}$  при гармонической модуляции  $\kappa_{\rm d}$  в диапазоне 0.4 –0.2 ( $\eta$  = 5.5).



Рис.7. Генерация при частоте модуляции  $v_{\rm m} = 6.6$ .



Рис.8. Импульс генерации при резком периодическом снижении коэффициента  $\kappa_d$  и  $v_m = 1$  (*a*) и спектральные профили мод  $E_j^2$  (*б*). Цифры 1–6 показывают моменты времени измерения профилей.

ции при таком изменении к<sub>d</sub> показан на рис.8, а для частоты модуляции  $v_{\rm m} = 1$ . Видно, что амплитуда импульса существенно выше, чем при гармонической модуляции, среда насыщается глубже. Амплитудное значение I достигается спустя примерно  $3 \times 10^{-2} \tau$ , за этот промежуток времени импульс нарастает от уровня спонтанной эмиссии до максимального значения, равного 600 (в режиме автоколебаний это значение составляет ~40, см. рис.5). Спектральный состав такого импульса определяет характеристики режима синхронизации мод. Распределение  $E_i^2$ по модам за отмеченный выше промежуток времени установиться не успевает. Такие распределения показаны на рис.8,  $\delta$  в моменты времени  $\tau$  (отмечены цифрами 1–6 на рис.8,*a*), когда I уже не слишком мало. Максимум распределения постепенно сдвигается вправо, спектр при этом остается значительно более узким, чем тот, который имел бы место в режиме стационарного  $\bar{I}$  (сравни с данными рис.2). Полученные результаты говорят о том, что время формирования спектра, соответствующего новому значению  $\kappa_d$ , примерно на порядок больше времени формирования импульса в режиме модуляции добротности.

#### 3.3. Характеристики импульсов синхронизованных мод

В QML-режиме распределение амплитуд в серии импульсов синхронизованных мод, разделенных интервалом времени  $T_c$ , совпадает по форме с  $\bar{I}(\tau)$ . В режиме автоколебаний их максимальная амплитуда при прочих равных условиях определяется величиной коэффициента дифракционной связи. С ростом  $\kappa_d$  увеличивается число синхронизующихся мод (согласно данным рис.2) и одновременно растут потери. Поэтому, как и для  $\bar{I}_{max}$ , существует оптимальное значение  $\kappa_d$ , при котором достигается самая высокая амплитуда  $I_{\text{max}}$ . При этом влияние увеличения числа мод сказывается сильнее и оптимальное значение  $\kappa_{\rm d} \approx 0.17$  несколько больше того, которое достигается для  $\bar{I}_{max}$ . При таком значении  $\kappa_d$  и накачке  $\eta = 5.5$  в режиме автомодуляции  $I_{\text{max}} = 4.5 \times 10^3$ . В случае модуляции  $\kappa_d$  (см. рис.8) результат выше:  $I_{max} = 5 \times 10^4$ . Импульс СМ, показанный на рис.9, в обоих случаях имеет длительность, близкую к  $\tau_p = 5 \times 10^{-7}$  (в абсолютных единицах при выбранных параметрах  $T_p = 10^{-10}$  с). Сравнение ширины импульса с величиной Т<sub>с</sub> показывает, что синхронизуется ~100 мод.

Последнее замечание связано с возможной отстройкой удвоенной рабочей частоты АОМ от межмодового интервала. С ростом отстройки изменяются параметры автоколебаний. Уже для  $\delta\hat{\omega} \approx 6.3$  (в абсолютных единицах соответствует  $\delta v \approx 5 \kappa \Gamma \mu$ ) становится заметным рост релаксационной частоты, связанный со снижением глубины насыщения среды каждым импульсом. По этой причине амплитуда импульсов автоколебаний  $I(\tau)$  снижается, их длительность увеличивается. Частотный состав претерпевает значительные изменения. Величина  $\Delta \Phi_i$  для каждой моды изменяется за время импульса (плавное снижение во времени разности  $\Delta \varphi_i = \varphi_{i-1} - \varphi_i$ лишь приближенно компенсируется ростом  $\delta\hat{\omega}\tau$ ). Изменения  $\Delta\Phi_i$ приводят к тому, что при наличии отстройки наблюдаются изменения распределения  $E_i^2$  во времени – появляются минимумы и максимумы, при этом сокращается эффективное число работающих мод. При  $\delta v \approx 10 \, \text{к}\Gamma$ ц нарушается регулярность импульсов автоколебаний.



Рис.9. Импульс синхронизованных мод.

Сценарий изменения структуры импульсов СМ с ростом  $\delta v$  подробно не изучался. Однако изменения распределения  $E_j^2$ , происходящие за время импульса автоколебаний, существенным образом сказываются на характеристиках импульсов СМ. Снижаются амплитуды, увеличивается длительность импульсов. Для отстройки  $\delta v = 5 \ \kappa\Gamma$ ц импульс уширен до  $T_p \approx 2 \times 10^{-10} \ c$ , дальнейшее увеличение отстройки приводит практически к пропорциональному увеличению длительности. При этом форма импульсов приобретает изрезанность, близкую к той, которая получается при моделировании мод со случайным изменением фаз от 0 до  $\pi/2$  в обе стороны от нуля.

#### 4. Заключение

Предложена модель для описания твердотельного лазера с одним АОМ бегущей волны в резонаторе. Динамическая связь мод осуществляется за счет инжекции поля от предыдущей моды в последующую со сдвигом частоты, равным межмодовому интервалу. Установлено, что в достаточно широком диапазоне изменений коэффициента дифракционной связи  $\kappa_d$  и скорости накачки режим генерации со стационарной усредненной интенсивностью оказывается неустойчивым. Неустойчивость приводит к автоколебательному QML-режиму с частотой следования импульсов, близкой к релаксационной частоте системы  $v_r$ . Показано, что коэффициент  $\kappa_d$  является управляющим параметром, который может кардинально изменять динамику системы при неизменных остальных параметрах.

Управление характеристиками импульсно-периодического режима путем внешней периодической модуляции коэффициента  $\kappa_d$  на относительно низкой частоте  $v_m$  имеет особенности, связанные с влиянием релаксационного резонанса. Регулярная импульсно-периодическая генерация возникает, когда отношение частот  $v_m/v_r$  равно целому числу, и в полосах частот вблизи  $v_r$ . Этим полосам соответствуют определенные диапазоны изменения  $v_m$ , в промежутках между которыми наблюдаются режимы со сложным периодом и хаотическая генерация.

Коэффициент  $\kappa_d$  не только определяет потери резонатора и скорость инжекции, но и существенно влияет на модовый состав генерации, тем самым в значительной степени определяя форму и амплитуду импульсов синхронизованных мод.

- 1. Kuizenga D.J. IEEE J. Quantum Electron., 17, 1694 (1981).
- Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Наний О.Е., Шелаев А.Н. Квантовая электропика, 8, 2552 (1981) [Sov. J. Quantum Electron., 11, 1557 (1981)].
- Кравцов Н.В., Магдич Л.Н., Шелаев А.Н., Шницер П.И. Письма в ЖТФ, 9, 440 (1983).
- Надточеев В.Е., Наний О.Е. Квантовая электроника, 16, 2231 (1989) [Sov. J. Quantum Electron., 19, 1435 (1989)].
- Jabczinski J.K., Zendzian W., Rwiatkowski J. Opt. Express, 14 (6), 2184 (2006).
- Донин В.И., Яковин Д.В., Грибанов А.В. Квантовая электроника, 42, 107 (2012) [Quantum Electron., 42, 107 (2012)].
- Donin V.I., Yakovin D.V., Gribanov A.V. Opt. Lett., 37 (3), 338 (2012).
- Донин В.И., Яковин Д.В., Грибанов А.В. Письма в ЖЭТФ, 101, 881 (2015) [JETP Lett., 101, 783 (2015)].
- 9. McDuff O.P., Yarris S.E. IEEE J. Quantum Electron., 3, 101 (1967).
- Hjelme D.R., Mickelson A.R. *IEEE J. Quantum Electron.*, 28, 1594 (1992).
- Ларионцев Е.Г. Квантовая электроника, 21, 209 (1994) [Quantum Electron., 24, 191 (1994)].