

# Динамика и неустойчивости в длинных волоконных ВКР-лазерах с линейным и кольцевым резонаторами

Л.А.Мельников, Ю.А.Мажирин

*Представлены результаты численного моделирования нелинейной динамики волоконных ВКР-лазеров с линейной и кольцевой конфигурациями резонатора и особенностей проявления неустойчивостей режима стационарной генерации в волокнах с периодической по длине модуляцией дисперсии. При моделировании использовался подход, основанный на решениях уравнений переноса. Установлено, что динамика ВКР-лазера с линейной конфигурацией существенно зависит от связи встречных волн на торцах волокна и кардинально меняется при наличии отражений на левом или на правом торце при несимметричной накачке. Для кольцевого лазера продемонстрировано существование сигнала биений в отсутствие невязанности (вращения) резонатора при наличии связи встречных волн. Особенностью неустойчивостей режима распространения сигнала с постоянной интенсивностью в волокне с периодически модулированной по длине дисперсией групповой скорости является их появление при произвольном знаке дисперсии.*

**Ключевые слова:** вынужденное комбинационное рассеяние, встречные волны, уравнения переноса, неустойчивости, лазерный гироскоп, дисперсия групповой скорости, генерация последовательности импульсов.

## 1. Введение

Исследования динамики волоконных лазеров имеют длинную историю, и во многом они следовали за новыми экспериментальными результатами и возможностями, которые предоставляли новые типы волокон и лазерных систем. Важным направлением всегда являлось изучение динамики волоконных лазеров, использующих ВКР- или ВРМБ-преобразование накачки [1]. В отличие от лазеров на активированных волокнах, в ВКР- или в ВРМБ-лазерах генерация возможна даже в отсутствие обратной связи в резонаторе (на одном проходе), т. к. коэффициенты ВРМБ- и ВКР-усиления велики даже при умеренных мощностях накачки, а потери в волокне незначительны. Основные динамические явления в волоконных ВКР- или ВРМБ-лазерах с линейной несимметричной конфигурацией (волокно, возбуждаемое с одного торца) связаны с релаксационными колебаниями, возникающими из-за действия волны, распространяющейся навстречу волне накачки при ВРМБ, или стоксовой волны, распространяющейся в попутном с волной накачки направлении при ВКР [2–4].

Обычно эти колебания происходят с периодом, равным времени обхода резонатора, длина которого либо совпадает с длиной волокна, либо меньше ее из-за поглощения накачки, и тогда период определяется некоторой эффективной длиной [2]. При этом дисперсия волокна обычно не учитывается, поскольку длительности импульсов достаточно велики, но существенно то, что уравнения, описывающие генерацию, являются уравнениями в частных производных и их нельзя свести к системе обыкновенных уравнений малой размерности. Следовательно,

аналитические результаты можно получить только при достаточно жестких и часто не оправдывающихся в эксперименте приближениях [3].

Именно поэтому при анализе динамических явлений большую роль играет численный эксперимент [1, 2]. При традиционном подходе уравнения дополняются граничными условиями на торцах волокна (двухточечная граничная задача, методы интегрирования которой достаточно сложны) и часто используются многократные прогоны по длине волокна для удовлетворения граничных условий. Все это требует большого времени расчетов и изучения вопросов сходимости процедур последовательных приближений.

ВКР-лазеры на основе длинных (десятки и сотни километров) волокон нашли свое применение в телекоммуникационных системах в качестве распределенных усилителей [5]. Кольцевые конфигурации длинных волоконных лазеров представляют особый интерес, т. к. на их основе можно создавать оптические гироскопические устройства, причем длинное волокно позволяет получить резонатор с большим масштабным коэффициентом, связывающим набег фазы из-за вращения или разность частот встречных волн с угловой скоростью вращения [6]. В обычных кольцевых лазерах вследствие амплитудно-фазовых условий генерации линейная связь встречных волн при малых разностях их частот приводит к захвату частот, препятствующему измерению малых скоростей вращения, при которых частота биений сравнивается с шириной зоны захвата.

Ширина зоны захвата оценивается как  $Rc/L$ , где  $c$  – скорость света;  $c/L$  – межмодовый интервал;  $L$  – периметр кольцевого резонатора;  $R$  – коэффициент связи встречных волн, который в газовых лазерах составляет  $10^{-5} - 10^{-6}$ . В оптических волокнах из-за рэлеевского рассеяния этот коэффициент равен  $\sim 10^{-4}$  на длине волокна 1 км. Однако, как уже отмечалось, ВКР-генерация не так чувствительна к фазовым соотношениям для поля в резонаторе, поэтому можно надеяться на получение информации о вращении даже при таком большом обратном рассеянии.

Л.А.Мельников, Ю.А.Мажирин. Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., Россия, 410054 Саратов, ул. Политехническая, 77; Институт общей физики им. А.М.Прохорова РАН, Россия, 119991 Москва, ул. Вавилова, 38; e-mail: lam-pels@ya.ru

В последнее время появились работы по изучению динамики длинных волоконных лазеров, стимулированные концепцией случайной обратной связи в оптическом волокне [7–10], когда генерация может происходить практически на одном проходе в отсутствие зеркал при симметричном возбуждении волокна [11]. Роль рэлеевского рассеяния и спонтанного комбинационного рассеяния заключается в создании затравочных полей для ВКР, что дает возможность развиваться различным неустойчивостям.

Достаточно большой круг задач связан с изучением динамики коротких импульсов в длинных волоконных лазерах. Совсем недавно появился ряд работ, в которых получена синхронизация мод в волоконном лазере с элементами резонатора с существенно различающимися дисперсиями, что приводит к возникновению режимов, обусловленных неустойчивостями, напоминающими фарадеевские (параметрические) неустойчивости [12]. Режимы распространения коротких (пикосекундных) световых импульсов в волокнах с периодически изменяющейся по длине дисперсией интересны также для создания перепутанных солитоноподобных импульсов [13]. Известно, что распространение волн с постоянной интенсивностью в оптических волокнах сопровождается неустойчивостью при отрицательной дисперсии групповой скорости (ДГС) [14], однако похоже неустойчивости наблюдаются при встречном распространении волн и фазовой кросс-модуляции даже при положительной ДГС. Модуляция параметров дисперсии волокна также может привести к неустойчивости параметрического типа [15].

Для изучения процессов, происходящих в таких лазерах, и построения адекватных физических моделей этих процессов удобно рассматривать упрощенные конфигурации резонатора, что и сделано в настоящей работе. Кроме того, при численном моделировании решались уравнения переноса для амплитуд полей встречных волн с применением сеточных методов и алгоритма Куранта–Изааксон–Риса [16], что позволило изучать динамику лазера при большом числе проходов по волокну без использования итерационных алгоритмов.

## 2. Динамика длинного ВКР-лазера

### 2.1. Уравнения генерации

Уравнения для амплитуд стоксовых волн (индекс  $s$ ) и волн накачки, распространяющихся вдоль оси  $z$  ( $F$ ) и в противоположном направлении ( $B$ ), с учетом дисперсии имеют вид [11]

$$\frac{\partial F}{\partial t} + v_g \frac{\partial F}{\partial z} - \frac{i}{2} D_p \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = -g_R v_g F (|F_s|^2 + |B_s|^2) - \gamma_p v_g F, \quad (1)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} - v_g \frac{\partial B}{\partial z} - \frac{i}{2} D_p \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} = -g_R v_g B (|F_s|^2 + |B_s|^2) - \gamma_p v_g B, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_s}{\partial t} + v_g \frac{\partial F_s}{\partial z} - \frac{i}{2} D_s \frac{\partial^2 F_s}{\partial z^2} \\ = \bar{g}_R v_g F_s (|F|^2 + |B|^2) - \gamma_s v_g F_s + v_g C^*(z) B_s, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_s}{\partial t} - v_g \frac{\partial B_s}{\partial z} - \frac{i}{2} D_s \frac{\partial^2 B_s}{\partial z^2} \\ = \bar{g}_R v_g B_s (|F|^2 + |B|^2) - \gamma_s v_g B_s + v_g C(z) F_s, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\bar{g}_R = g_R \omega_s / \omega_p$  – коэффициент усиления стоксовых волн (в  $\text{км}^{-1} \cdot \text{Вт}^{-1}$ );  $\gamma_p, \gamma_s$  – коэффициенты потерь на частотах накачки ( $\omega_p$ ) и стоксовой волны ( $\omega_s$ ) (в  $\text{км}^{-1}$ );  $v_g = (d\beta/d\omega_{p(s)})^{-1}$  – групповая скорость;  $\beta(\omega_{p(s)})$  – постоянная распространения;  $D_{p(s)} = (d^2\beta/d\omega_{p(s)}^2)^{-1}$  – коэффициент дисперсии;  $C(z)$  – коэффициент связи волн из-за рэлеевского рассеяния. Поскольку коэффициент  $C(z)$  пропорционален  $\exp(2i\beta_s z_j)$ , где  $z_j$  – случайная координата  $j$ -го рассеивателя [17], то при шаге интегрирования по  $z$  около 1 м можно считать, что этот коэффициент имеет случайную фазу.

При выводе данных уравнений использовалось разложение поля в волноводе по пространственным гармоникам  $\exp(i\beta z)$  в отличие от обычного подхода с разложением по частоте. Это позволяет численно решать задачу Коши с начальными условиями  $F_s(z, 0), B_s(z, 0)$  и избежать сложных вычислительных схем при задании входного импульса при  $z = 0: F_s(0, t), B_s(0, t)$ . Граничные условия нужно записать отдельно для линейного и кольцевого резонаторов.

Амплитуды полей нормированы таким образом, чтобы единичной амплитуде соответствовала мощность 1 Вт.

### 2.2. Линейный резонатор

Предположим, что отрезок волокна длиной  $L$  возбуждается слева и справа, и на его правом и левом концах возможно отражение (стоксовых) волн. Тогда

$$F_s(0, t) = \sqrt{R_{\text{left}}} B_s(0, t), \quad B_s(L, t) = \sqrt{R_{\text{right}}} F_s(L, t), \quad (5)$$

$$F(0, t) = \sqrt{R_{\text{left}}} B(0, t) + \sqrt{P_{\text{left}}}, \quad (6)$$

$$B(L, t) = \sqrt{R_{\text{right}}} F(L, t) + \sqrt{P_{\text{right}}}.$$

Здесь  $R_{\text{left}}$  и  $R_{\text{right}}$  – коэффициенты отражения по мощности на левом и правом концах отрезка соответственно;  $P_{\text{left}}$  и  $P_{\text{right}}$  – мощности накачки.

### 2.3. Кольцевой резонатор

Предположим, что отрезок волокна длиной  $L$  свернут в кольцо и через WDM-ответвитель возбуждается волнами, распространяющимися по часовой стрелке ( $F, F_s$ ) и против часовой стрелки ( $B, B_s$ ). Предположим также, что ответвитель не идеальный. Это приводит к связи встречных стоксовых волн, и на частоте накачки отражений нет. Тогда

$$F_s(0, t) = \sqrt{R} B_s(0, t) + \sqrt{1-R} F_s(L, t),$$

$$B_s(L, t) = -\sqrt{R} F_s(L, t) + \sqrt{1-R} B_s(0, t), \quad (7)$$

$$F(0, t) = F(L, t) + \sqrt{P_{\text{left}}}, \quad B(L, t) = B(0, t) + \sqrt{P_{\text{right}}}.$$

### 2.4. Метод интегрирования

В расчетах удобно использовать нормированные координаты  $Z = z/L$  и  $T = t v_g / L$ . Тогда в уравнениях появляются безразмерные линейные усиление  $\bar{g}_R P_{\text{left(right)}} L$ ,  $g_R P_{\text{left(right)}} L$  и поглощение  $\gamma_{p(s)} L$ .

Уравнения (1)–(4) представляют собой уравнения «переноса»:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} \pm \frac{\partial}{\partial z} \right) U(z, t) = V(z, t).$$

Их удобно интегрировать численно с использованием схемы Куранта–Изааксон–Риса [16], которая может быть записана в виде

$$U(z, t) \rightarrow U(z_m, t_n) = U_{mn},$$

$$z_m - z_{m-1} = dz, \quad t_n - t_{n-1} = dt, \quad \sigma = dt/dz, \quad \sigma \ll 1,$$

$$U_{m,n+1} = (1 - \sigma)U_{mn} + \sigma U_{m\pm 1,n} + V_{mn}dt.$$

### 3. Результаты расчетов

В численных расчетах использовались следующие значения параметров:  $g_R = 0.6 \text{ км}^{-1} \cdot \text{Вт}^{-1}$ ,  $\gamma_p = 0.055 \text{ км}^{-1}$ ,  $\gamma_s = 0.046 \text{ км}^{-1}$ ,  $L = 22.5 \text{ км}$ . При такой длине волокна и умеренных интенсивностях накачки, не превышающих порога возникновения стоксовых волн второго порядка, можно достичь величин  $g_R P_{\text{left}} / \gamma_p \approx 100$ , а также получить режимы, при которых накачка практически полностью поглощается в волокне; кроме того, эта длина соответствует использованной в эксперименте [11]. При меньших длинах для появления релаксационных колебаний [2] необходимы ббльшие значения интенсивности накачки. При ббльших длинах наблюдаемые режимы качественно подобны режимам при выбранной длине. Поскольку спонтанное комбинационное рассеяние существенно только в областях, где интенсивности стоксовых волн малы, т. е. на концах волокна, то его вклад моделировался «подсветкой» с мощностью  $10^{-5} \text{ Вт}$  соответствующих торцов волокна (для волны  $F_s$  – левого, для волны  $B_s$  – правого). Было проверено, что вариации мощности подсветки на

этом уровне не влияют на динамику системы. Также было обнаружено, что рассеяние, равное  $\sim 10^{-4}$  на длине волокна 1 км, не влияет существенно на динамику, и влияние рассеяния похоже на влияние подсветки. Поэтому величина  $C(z)$  полагалась равной нулю. В то же время существенным для динамики оказываются отражения волн на торцах. Во-первых, если излучение накачки не полностью поглотилось на длине волокна, то появляются отраженная волна накачки и соответствующее усиление на встречной волне. Во-вторых, мощность отраженной от торца стоксовой волны может превышать мощность подсветки, что существенно для развития релаксационных колебаний.

Предполагалось, что при  $t = 0$  происходит мгновенное включение поля накачки. Волна накачки распространяется вдоль оси  $z$ , причем вместе с ней, непрерывно усиливаясь, распространяется стоксова попутная волна. В тех местах, до которых дошла волна накачки, появляется встречная стоксова волна. Обе стоксовы волны истощают накачку. Переходный процесс продолжается в течение  $\sim 10$  проходов по волокну.

Поскольку характерные времена и пространственные масштабы изменения полей в длинных волокнах (порядка 1 км и более) при накачке с постоянной интенсивностью на входе в волокно лежат в диапазонах нескольких микросекунд и сотен метров, то дисперсией можно пренебречь и положить  $D_p, D_s = 0$ .

#### 3.1. Линейный ВКР-лазер

Рассмотрим режимы с несимметричной накачкой, когда  $P_{\text{right}} = 0$ . На рис.1 показаны зависимости от времени

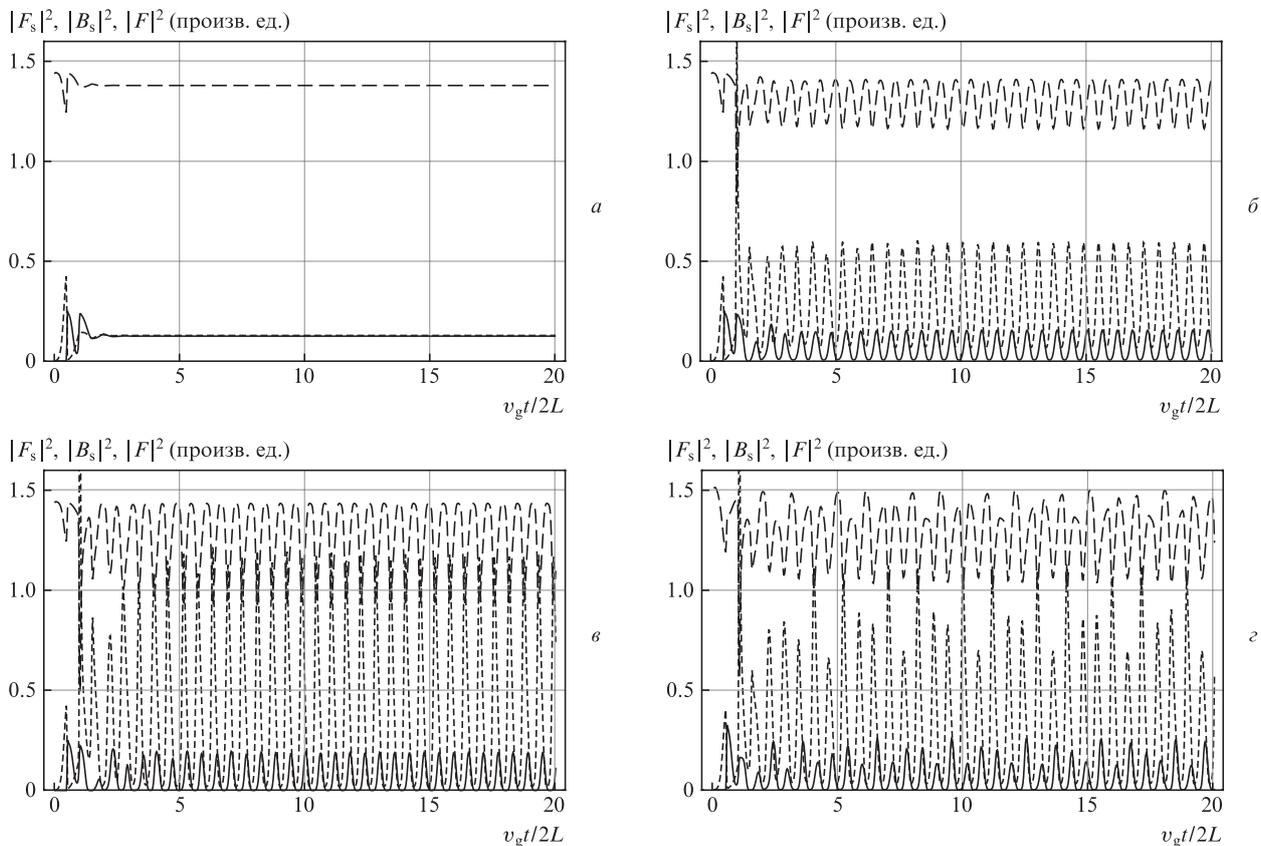


Рис.1. Зависимости интенсивностей прямой (сплошные кривые) и обратной (кривые с короткими штрихами) стоксовых волн, а также волн накачки (кривые с длинными штрихами) от времени при  $R_{\text{right}} = 0$  и 0,0001 (б), 0,005 (в) и 0,0025 (г). Глубина модуляции накачки на рис.1, г равна 0,05,  $R_{\text{left}} = 0$ ,  $P_{\text{left}} = 1.5 \text{ Вт}$  (а–г).

$|F(0.04L, t)|^2$ ,  $|F_s(L, t)|^2$  и  $|B_s(0, t)|^2$  для четырех значений коэффициента отражения на правом торце.

Видно, что при увеличении отражения на правом торце вначале появляются релаксационные затухающие колебания, которые затем становятся регулярными (с ростом интенсивности накачки они приобретают хаотический характер), при этом их период не равен периоду обхода резонатора. Для демонстрации этого интенсивность накачки модулировалась на частоте обхода. На рис.1,2 хорошо видны соответствующие биения. Период колебаний интенсивностей составляет примерно 0.6 от времени обхода, т.е. возмущение распространяется в волокне со скоростью, большей  $v_g$ . Это происходит при распространении возмущения в область с большим усилением, что характерно для встречной к волне накачки стоксовой волны.

На рис.2 показаны пространственные зависимости интенсивностей в различные моменты времени после переходного процесса для двух значений коэффициента отражения, первое из которых отвечает стационарным интенсивностям, а второе – колебаниям интенсивности. Во втором случае интервал записи равен 0.3 от времени обхода, что соответствует примерно половине периода колебаний.

Зависимости интенсивностей стоксовых волн от уровня накачки показаны на рис.3 для различных коэффициентов отражения на правом торце волокна. Интенсивности волн записывались при заданном уровне накачки после переходного процесса на интервале  $L/v_g$ , равном времени прохода волн через волокно с шагом  $L/(20v_g)$ . При изменении интенсивности накачки начальные условия для полей соответствовали полям на предыдущем шаге. Хорошо видно, что, начиная с определенных значений интенсивности накачки, режим стационарной ге-

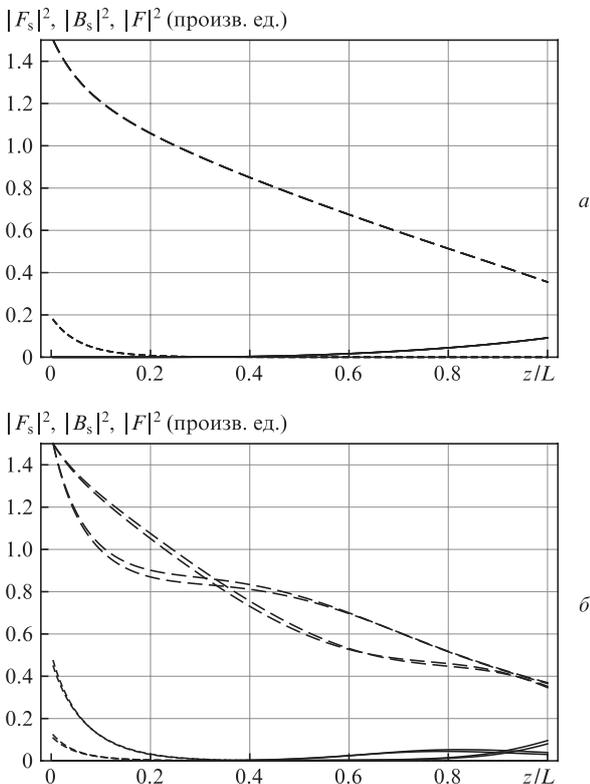


Рис.2. Зависимости интенсивностей стоксовых волн и волны накачки от координаты при  $R_{\text{right}} = 0.0001$  (a) и  $0.00075$  (б),  $R_{\text{left}} = 0$  (a, б). Обозначения кривых соответствуют рис. 1.

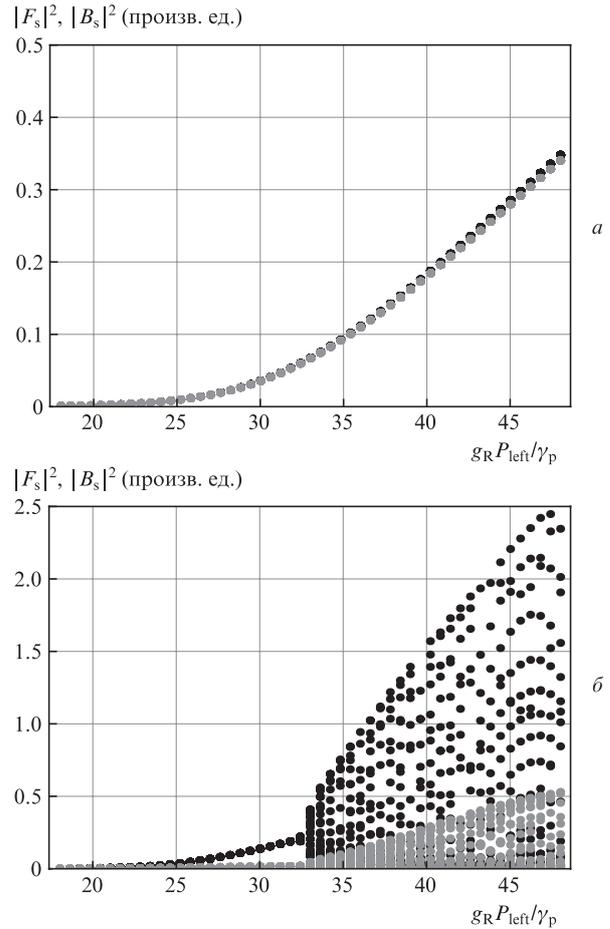


Рис.3. Зависимости интенсивностей стоксовых волн от уровня накачки при  $R_{\text{right}} = 0$  (a) и  $0.005$  (б),  $R_{\text{left}} = 0$  (a, б). Серые точки – прямая стоксова волна, черные – обратная.

нерации теряет устойчивость и интенсивность встречной стоксовой волны превышает интенсивность волны, попутной с волной накачки.

На рис.4 представлена карта динамических режимов на плоскости уровень накачки–отражение на торце, на которой показана граница между режимами стационарной генерации и колебаний интенсивностей. Вычислялись максимальные и минимальные за время прохода по волокну значения мощностей при заданных уровне накачки и коэффициенте отражения. При совпадении этих значений наблюдается стационарный режим, а их различие характеризует уровень модуляции. За границу между ре-



Рис.4. Карта динамических режимов при отражении волн на правом торце волокна.

жимами принималась разность максимальных и минимальных значений мощности в  $10^{-4}$  Вт. При накачках вблизи порога имеет место стационарный режим, при увеличении интенсивности накачки начинаются колебания, причем пороговая для наблюдения колебаний интенсивность накачки слабо зависит от коэффициента отражения. При больших интенсивностях стационарные режимы наблюдаются только при малом (порядка  $10^{-4}$  и менее) отражении.

Поскольку обратная связь для возникновения колебаний формируется за счет волн  $B$  (встречная волна накачки) и  $B_s$  при отражении на правом торце, то интересно рассмотреть случай отражения на левом торце, когда встречная волна накачки не возникает.

Оказалось, что в этом случае, несмотря на сходство динамических режимов, колебания появляются при существенно больших интенсивностях накачки и области стационарных и нестационарных режимов меняются местами. Это демонстрирует рис.5. Оказалось также, что при одинаковых коэффициентах отражения на правом и левом торцах карта режимов практически полностью совпадает с таковой в случае отражения только на левом торце, т. е. отражение на левом торце стабилизирует режим.

Для объяснения такой сильной асимметрии отметим, что при отражении на правом торце начальная интенсивность встречной стоксовой волны  $B_s$  определяется подсветкой и отражением достаточно сильной волны  $F_s$ . Рост начальной интенсивности приводит к росту интенсивности волны на левом торце волокна и к уменьшению интенсивности волны накачки в основном вблизи левого торца, т. к. интенсивность накачки на входе в волокно по-



Рис.5. Карта динамических режимов при отражении волн на левом торце волокна.

стоянна. В отсутствие отражения на левом торце начальная интенсивность волны  $F_s$  определяется только подсветкой (спонтанным комбинационным рассеянием и рэлеевским рассеянием). Следовательно, интенсивность этой волны на правом торце определяется усилением под действием накачки, интенсивность которой изменяется и во времени, и по длине волокна. Любые возмущения волны накачки распространяются вместе с попутной стоксовой волной, при этом встречная стоксова волна испытывает в основном интегральное по длине воздействие накачки. Таким образом, формируется положительная обратная связь для появления возмущений интенсивности. В отсутствие отражений на правом торце обратная связь отрицательна, и колебания возникают только при значительных уровнях накачки.

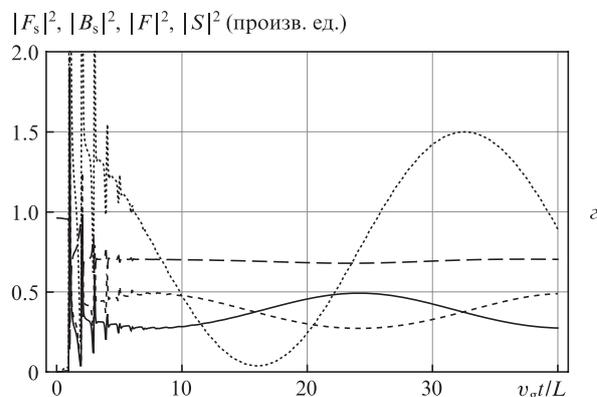
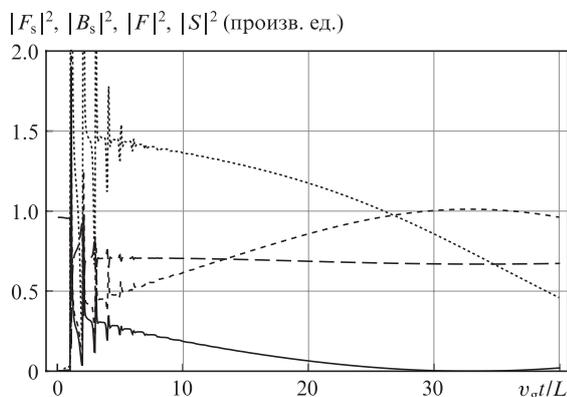
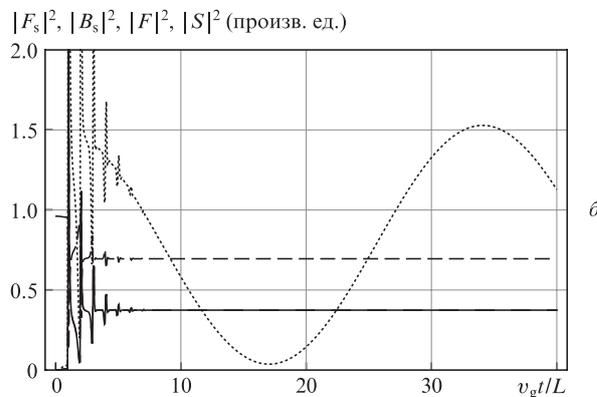
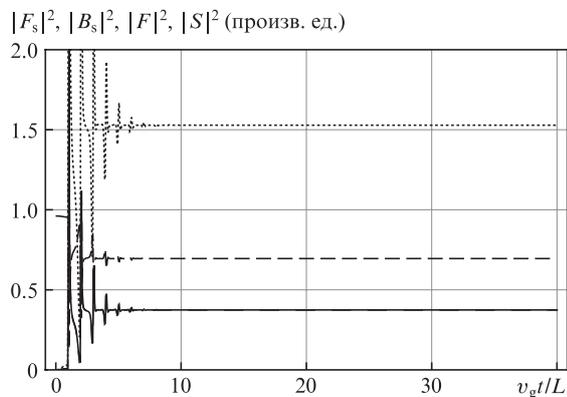


Рис.6. Зависимости интенсивностей стоксовых волн и волны накачки от времени в кольцевом лазере при  $R = 0$  (а, в) и  $0.0001$  (б, г),  $\Delta\omega L / (2v_g) = 0$  (а, в) и  $0.2$  (б, г). Обозначения кривых соответствуют рис.1, интерференционный сигнал  $|F_s(L, t) + B_s(L, t)|^2 = |S|^2$  показан пунктирными кривыми.

Данные результаты соответствуют результатам численного моделирования и экспериментальным наблюдениям в случае длинного беззеркального ВКР-лазера [11].

**3.2. Кольцевой лазер**

Для кольцевого лазера рассмотрим случай симметричной накачки, когда  $P_{\text{right}} = P_{\text{left}}$ . Учтем также возможную невязимость встречных волн из-за вращения контура. Наиболее просто вращение можно учесть, включив в уравнения слагаемые, ответственные за невязимый фазовый набег,  $\pm(i/2)\Delta\omega F(F_s)$  и  $\pm(i/2)\Delta\omega B(B_s)$ . Частотный сдвиг  $\Delta\omega$  пропорционален угловой скорости вращения  $\Omega$ :  $\Delta\omega = 8\pi v_g S \Omega / (c\lambda L)$ , где  $S$  – площадь волоконного контура, а  $\lambda$  – длина волны [6]. Для волн накачки и стоксовых волн сдвиги частот встречных волн различаются.

На рис.6 показаны зависимости интенсивностей волн от времени. Видно, что невязимость приводит к появлению сигнала биений, а малое отражение на элементе связи – к периодической перекачке мощности между встречными волнами. Как обычно, с ростом коэффициента связи увеличивается частота колебаний (рис.7). Видно также, что релаксационные колебания происходят на частотах, близких к частоте обхода резонатора, в особенности в начале переходного процесса, однако, как и в случае линейного резонатора, частота релаксационных колебаний в конце переходного процесса больше частоты обхода.

Колебания интенсивностей из-за линейной связи встречных волн и сигнал биений из-за невязимости (вращения) связаны между собой, т.к. при когерентном сложении волн на элементе связи в случае отражения имеют значение не только амплитуды, но и фазы волн. На рис.8 при-

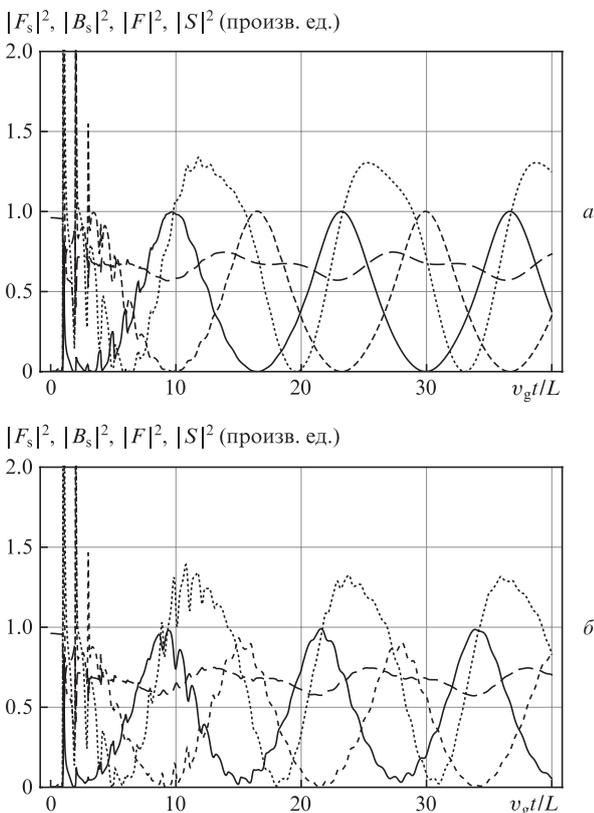


Рис.7. Зависимости интенсивностей волн и интерференционного сигнала от времени в кольцевом лазере при  $R_{\text{right}} = R_{\text{left}} = 0.01$  (а, б),  $\Delta\omega L/v_g = 0$  (а) и 0.2 (б). Обозначения кривых соответствуют рис.6.

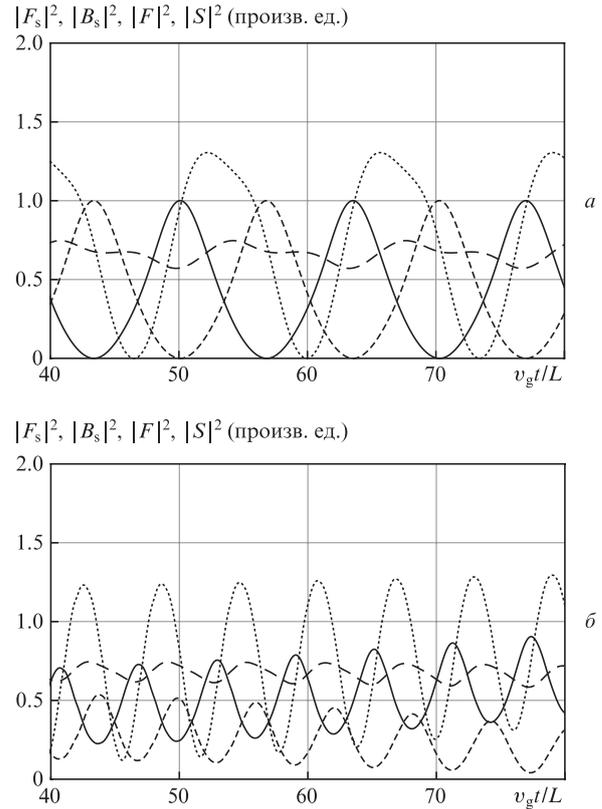


Рис.8. Зависимости интенсивностей волн и интерференционного сигнала от времени после переходного процесса при  $R_{\text{right}} = R_{\text{left}} = 0.01$  (а, б),  $\Delta\omega L/v_g = 0$  (а) и 1.0 (б). Обозначения кривых соответствуют рис.6.

ведены зависимости интенсивностей от времени после завершения переходного процесса. Видно, что сигнал биений имеется даже в отсутствие вращения и частота биений увеличивается при появлении вращения. Изменение знака вращения приводит к увеличению частоты биений. Этим ситуация существенно отличается от случая кольцевого лазера, в котором частота биений при наличии связи волн обычно меньше, чем в ее отсутствие, и при малых скоростях вращения биений нет – происходит захват частот встречных волн. Такое поведение обусловлено различием условий самовозбуждения и стационарной генерации в обычном лазере, где вернувшееся после обхода резонатора к активному атому поле должно быть связано по фазе с излученным полем, и в случае ВКР-усиления, когда достаточно наличия поля накачки, нелинейное преобразование которого дает стоксовы волны. Вследствие большой ширины линии ВКР-усиления фазовые соотношения для стоксовых мод в резонаторе с высокой добротностью выполняются автоматически.

**3.3. Дисперсионные эффекты**

Влияние дисперсии проявляется, когда дисперсионная длина  $l_d = \tau^2/\beta_2$ , где  $\tau$  – длительность импульса, а  $\beta_2 = d^2\beta/d\omega^2$  характеризует ДГС ([1], гл.5), становится сравнимой с длиной волокна. При распространении импульсов в резонаторе волоконного лазера существенным является то, что элементы резонатора оказывают периодическое воздействие на импульсы при их многократных проходах по резонатору. Недавно теоретически и экспериментально исследовались режимы работы волоконных ВКР-лазе-

ров, при которых наблюдается генерация последовательности импульсов пикосекундной длительности, причем на длине резонатора существует большое число импульсов [13]. Резонатор такого лазера был образован волокном с положительной ДГС и брегговскими волоконными решетками с отрицательной ДГС и со смещенными симметрично относительно частоты генерации центрами спектральных полос отражения, так что в целом ДГС резонатора была положительной. Появление импульсов интерпретировалось как параметрическая (фарадеевская) неустойчивость режима генерации с постоянной интенсивностью.

Рассмотрим распространение импульсов в волокне, имеющем ДГС и керровскую нелинейность, однако будем считать ДГС периодической функцией продольной координаты, что в некотором смысле моделирует лазерный резонатор рассмотренного выше типа. Уравнение, описывающее распространение импульса (нелинейное уравнение Шредингера – НУШ), представим в обычном виде [1]:

$$2i \frac{\partial A(z,t)}{\partial z} - D(z) \frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial t^2} + 2\alpha A^2(z,t) A^*(z,t) = 0. \quad (8)$$

Здесь  $\alpha$  – коэффициент нелинейности;  $D(z)$  – параметр, ответственный за ДГС;  $D > 0$  отвечает нормальной дисперсии. Распространению пучка с постоянной интенсивностью соответствует решение НУШ вида  $A(z,t) = \sqrt{P_{\text{left}}} \times \exp(i\alpha P_{\text{left}} z)$ .

### 3.4. Неустойчивость стационарных решений в случае волокна с периодической дисперсией

Рассмотрим устойчивость такого решения. Уравнения для малых отклонений

$$A(z,t) = A_0(z,t) \{1 + [x(z) \exp[iy(z)]] \cos(\Omega t)\}$$

имеют вид

$$2y'(z) = \Omega^2 D(z)x(z) + 4P\alpha x(z), \quad (9)$$

$$2x'(z) = -\Omega^2 D(z)y(z),$$

что эквивалентно уравнению второго порядка

$$x'' = -K^2(z)x + Q(z)x, \quad (10)$$

где

$$K(z) = \sqrt{\frac{1}{4} \Omega^4 D^2(z) + P\alpha \Omega^2 D(z)}; \quad Q(z) = \frac{D'(z)}{D(z)}. \quad (11)$$

Для постоянной вдоль волокна дисперсии  $D(z) = D_0$  и  $\alpha(z) = \alpha_0$  получаем известный результат [1]: при отрицательной ДГС ( $D_0 < 0$ ) волновое число возмущения мнимое, что соответствует нарастанию возмущения (модуляционной неустойчивости). Предположим, что  $D(z) = D_0 + d \cos(2\pi k z)$ .

Определим инкремент нарастания возмущения формулой  $g = (2/z_0) \ln [x(z_0)/x(0)]$  для достаточно большого значения  $z = z_0$ . Решая систему уравнений (10), (11) численно, можно получить зависимость инкремента от частоты.

Результаты расчета для  $D_0 = \pm 1 \text{ пс}^2 \cdot \text{км}^{-1}$ ,  $\alpha = 1 \text{ км}^{-1} \cdot \text{Вт}^{-1}$ ,  $P_{\text{left}} = 1 \text{ Вт}$  и  $d = 1 \text{ пс}^2 \cdot \text{км}^{-1}$  показаны на рис.9. Для сравне-

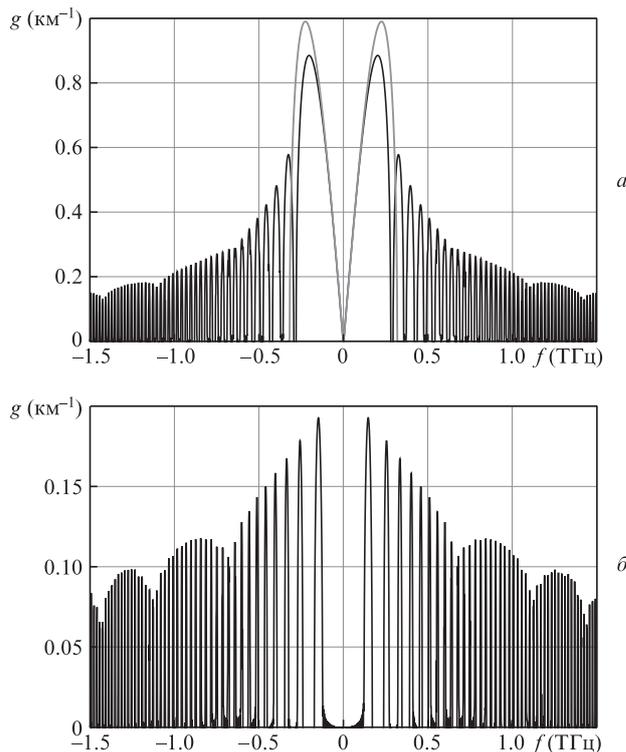


Рис.9. Инкремент нарастания возмущений  $g$  в зависимости от частоты  $f$  для отрицательной (а) и положительной (б) ДГС при  $D_0 = \pm 1 \text{ пс}^2 \cdot \text{км}^{-1}$ ,  $\alpha P_{\text{left}} = 1 \text{ км}^{-1}$ ,  $d = 1 \text{ пс}^2 \cdot \text{км}^{-1}$ . Серая кривая соответствует постоянной дисперсии ( $d = 0$ ), черная – переменной.

ния приведен инкремент нарастания в случае модуляционной неустойчивости (серая кривая). Хорошо видно, что влияние периодической модуляции приводит к появлению дополнительных областей существования нестабильностей в случае как отрицательных, так и положительных ДГС.

На рис.10 показаны результаты расчетов для более реалистичной модели изменения дисперсии, соответствующей работе [13], в которой используются волокно с постоянной положительной дисперсией и брегговские волокна с отрицательной ДГС, т.е. ДГС изменяется в лазере ступенчатым образом. Для определенности будем считать, что область отрицательной дисперсии с ДГС  $D_1$  занимает 10% длины волокна:

$$D(z) = \begin{cases} D_0, & 0 \leq z \leq 0.9L, \\ D_1, & 0.9L < z \leq L. \end{cases}$$

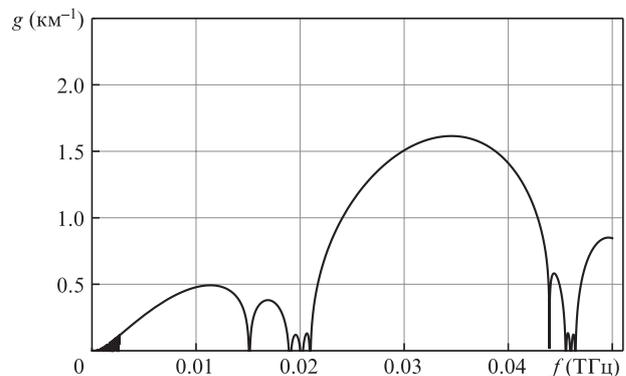


Рис.10. Инкремент неустойчивости  $g$  в зависимости от частоты  $f$  для ступенчатой дисперсии при  $L = 2.2 \text{ км}$ ,  $D_0 = 25 \text{ пс}^2 \cdot \text{км}^{-1}$ ,  $D_1 = -240 \text{ пс}^2 \cdot \text{км}^{-1}$ ,  $\alpha P_{\text{left}} = 6 \text{ км}^{-1}$ .

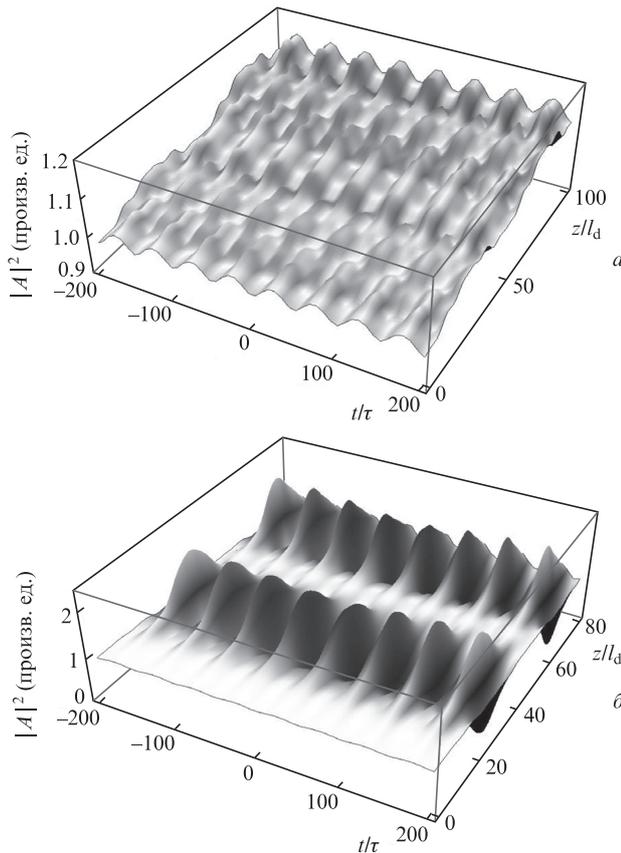


Рис.11. Пространственно-временная динамика развития неустойчивости для  $D_0 = 1$  (а) и  $-1$  (б),  $d = 2$ ,  $\kappa = 0.2\pi$ .

Видно, что неустойчивость появляется вблизи частоты 10 ГГц, что соответствует экспериментальным данным [13]. Для оценки характерных значений частот полезно найти характерную пространственную частоту изменения параметров модулированного на частоте  $\Omega$  поля, заданную формулой (11), и сравнить ее с пространственной частотой модуляции дисперсии. При  $\Omega/(2\pi) = 10^{-2}$  ТГц получаем пространственный период модуляции около 3 км, что также соответствует экспериментальным данным [13].

На рис.11 представлена пространственно-временная динамика развития неустойчивости, полученная при численном решении уравнения (8) в случае обычной нормировки продольной координаты на дисперсионную длину, а времени – на длительность импульса. Дисперсия считалась переменной по длине волокна. При такой нормировке можно положить  $D_0 = 1$  или  $-1$ . Амплитуда модуляции была достаточно большой ( $d = 2$ ), что соответствует появлению областей с различными знаками ДГС на длине волокна, а пространственная частота модуляции  $\kappa = 0.2\pi$ . Частота возмущений (временная модуляция на фоне постоянной интенсивности) была взята совпадающей с  $\kappa$  ( $v_g = 1$ ). Видно, что при положительной ДГС неустойчивость приводит к генерации импульсов, периодически ме-

няющихся местами при распространении на фоне большого постоянного сигнала. В случае отрицательной ДГС генерируются солитоноподобные импульсы.

#### 4. Заключение

В настоящей работе представлены результаты численного моделирования нелинейной динамики волоконных ВКР-лазеров с линейной и кольцевой конфигурациями резонатора и особенностей проявления неустойчивостей режима стационарной генерации в волокнах с периодической по длине модуляцией дисперсии. Использование в численном моделировании приемов теории переноса позволило предложить и реализовать эффективный численный алгоритм, обеспечивающий отслеживание динамики лазерной системы на больших временах, соответствующих десяткам и сотням проходов по резонатору.

Для линейного лазера показано, что при несимметричной накачке динамика системы сильно зависит от того, на каком торце происходит связь встречных стоксовых волн.

Для кольцевого лазера продемонстрировано наличие сигнала биений в отсутствие вращения и изменение частоты биений при изменении угловой скорости вращения.

Рассмотрены неустойчивости режима распространения сигнала с постоянной интенсивностью в волокне с периодически модулированной по длине ДГС, которые существуют при произвольном знаке дисперсии.

Представленные в настоящей работе результаты, касающиеся динамики кольцевых ВКР-лазеров, получены при частичном финансировании из средств проекта 9.2108.2017/ПЧ, выполняемого по заданию Министерства образования и науки РФ. Исследования неустойчивостей в волокнах с периодической дисперсией групповой скорости проведены за счет гранта Российского научного фонда (проект № 17-12-01564).

1. Agrawal G.P. *Nonlinear Fiber Optics* (Waltham: Academic Press, 2013).
2. Jhonson R.V., Marburger J.H. *Phys. Rev. A*, **4**, 1175 (1971).
3. Bar-Joseph I. *J. Opt. Soc. Am. B*, **2**, 1606 (1985).
4. Narum P. *J. Opt. Soc. Am. B*, **5**, 623 (1988).
5. Ania-Castañón et al. *Phys. Rev. Lett.*, **101**, 123903 (2008).
6. Melnikov L.A. et al. *Proc. Symposium Gyro Technology* (Karlsruhe, Germany, 2011, Vol. 8, p. 7).
7. Churkin D.V. et al. *Nat. Commun.*, **6**, 6214 (2015).
8. Churkin D.V. *Nat. Commun.*, **6**, 7004 (2015).
9. Turitsyna E.G. et al. *Nat. Photonics*, **7**, 783 (2013).
10. Aragonese A. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **116**, 033902 (2016).
11. Мажирина Ю.А. и др. *Прикладная нелинейная динамика*, **22**, 73 (2014).
12. Perego A.M. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **116**, 028701 (2016).
13. Tarasov N. et al. *Nat. Commun.*, **7**, 12441 (2016).
14. Konukhov A.I. *Laser Phys.*, **12**, 055103 (2015).
15. Conforti M. et al. *Phys. Rev. Lett.*, **116**, 028701 (2016).
16. Лав Дж., Снайдер А. *Теория оптических волноводов* (М.: Радио и связь, 1987).
17. Courant R., Isaacson E., Rees M. *Commun. Pure Appl. Math.*, **5**, 243 (1952).