

## ФОТОДЕТЕКТОРЫ

# Отклик матричного фотоприемника на составляющие оптического сигнала с различными пространственными частотами

Г.И.Грейсух, Е.Г.Ежов, С.В.Казин, С.А.Степанов

*Методом прямой оценки энергии, падающей на каждый пиксель фоточувствительной матрицы, оценены искажения отклика матричного фотоприемника на синусоидальный пространственный сигнал. На этой основе сформулированы рекомендации по выбору разрешения матричного фотоприемника в зависимости от максимальной пространственной частоты в регистрируемой интерференционной картине, а также по согласованию разрешающих способностей объектива и фотоприемника цифровой фото- или видеокамеры.*

**Ключевые слова:** матричный фотоприемник, синусоидальный пространственный сигнал, интерференционная картина, пространственная частота, частотно-контрастная характеристика, объектив, фильтр низких пространственных частот, цифровая фото- и видеокамера.

## 1. Введение

Очевидные успехи и новые возможности, открывшиеся благодаря переходу при регистрации оптического изображения от галогенидосеребряных фотоэмульсий к полупроводниковым матричным фотоприемникам, стимулировали интерес к их использованию и в других областях, предусматривающих регистрацию интерференционных картин, таких как цифровые голография, голографическая интерферометрия и т.п. Однако особенности матричных фотоприемников, прежде всего конечность размеров светочувствительных элементов (пикселей), требуют согласования разрешения фотоприемника и максимальной пространственной частоты в регистрируемой картине.

В соответствии с теоремой отсчетов Котельникова – Шеннона разрешение матричного фотоприемника характеризуется его частотой Найквиста [1]

$$N_N = 1/2\Delta, \quad (1)$$

где  $\Delta$  – пространственный период следования элементов матрицы, практически совпадающий с их размером.

Данное идеализированное представление о дискретизации и восстановлении непрерывных изображений предполагает использование биполярной интерполирующей sinc-функции. В случае матричного фотоприемника интерполирующая функция однополярна, т.к. ею является функция чувствительности пикселя. В результате отличия реальной интерполирующей функции от sinc-функции в изображении гармонического сигнала возникают пространственно-зависимые изменения характеристик изображения [2].

Зависимость контраста, с которым тот или иной прибор воспроизводит поданный на него синусоидальный сигнал, от частоты представляет собой частотно-контрастную характеристику (ЧКХ) этого прибора. Следуя работе [3], получим ЧКХ матричного фотоприемника исходя из того, что передаточная функция прибора является фурье-образом его импульсного отклика.

Отклик пикселя матрицы на параксиальное изображение точечного источника света определяется функцией чувствительности пикселя. Пренебрегая зависимостью чувствительности от пространственной координаты этого изображения в пределах пикселя, а также возможным перекрытием функций чувствительности соседних пикселей, будем считать функцию чувствительности пикселя прямоугольной. Фурье-образом прямоугольной функции шириной  $\Delta$  является функция

$$T(N) = \text{sinc}(\Delta N) \quad (2)$$

с первым нулем на частоте  $1/\Delta$ . В результате на частоте Найквиста контраст

$$T(N_N) = \text{sinc}(\Delta N_N) = 0.63662 \approx 0.64. \quad (3)$$

Выражение (2) для контраста не учитывает пространственный сдвиг  $\Delta_0$  синусоидального сигнала относительно решетки элементов матрицы, который с практически равной вероятностью может принимать любые значения в диапазоне  $\pm\Delta$ . В работах [4–6] был предложен метод учета влияния  $\Delta_0$  на отклик матричного фотоприемника на синусоидальный пространственный сигнал. В настоящей статье приведены результаты анализа этого влияния и рекомендации по выбору разрешения матричного фотоприемника в зависимости от максимальной пространственной частоты в регистрируемой интерференционной картине. Кроме того, здесь приведены рекомендации по согласованию разрешающих способностей объектива и фотоприемника, а также по выбору частоты отсечки фильтра низких пространственных частот при регистра-

Г.И.Грейсух, Е.Г.Ежов, С.В.Казин, С.А.Степанов. Пензенский государственный университет архитектуры и строительства, Россия, 440028 Пенза, ул. Г.Титова, 28; e-mail: grey@pguas.ru

Поступила в редакцию 21 ноября 2016 г.

ции оптического изображения, формируемого объективом фото- или видеокамеры.

## 2. Оценка и минимизация искажений отклика матричного фотоприемника на синусоидальный пространственный сигнал

Следуя работам [4–6], рассмотрим зависимость контраста при воспроизведении строкой матрицы синусоидального пространственного сигнала от его частоты  $N$ . Представим сигнал в виде

$$I(x) = 0.5[1 + Q \cos(2\pi N x)], \tag{4}$$

где  $0 \leq Q \leq 1$  – коэффициент модуляции;  $x$  – координата вдоль строки.

Связав пространственную частоту сигнала и период матрицы через коэффициент  $a$  соотношением  $N = 1/a\Lambda$ , определим энергию, приходящуюся на два ближайших элемента матрицы с наибольшей и наименьшей освещенностями:

$$E_j = \int_{(j-1)\Lambda + \Lambda_0}^{j\Lambda + \Lambda_0} I(x) dx, \tag{5}$$

$$E_k = \int_{(k-1)\Lambda + \Lambda_0}^{k\Lambda + \Lambda_0} I(x) dx, \tag{6}$$

где  $j$  и  $k$  – номера элементов с максимальной и минимальной освещенностями соответственно.

Произведя интегрирование, получим

$$E_j = 0.5\Lambda \left\{ 1 + \frac{Qa}{\pi} \cos \left[ \frac{\pi[(2j-1)\Lambda + 2\Lambda_0]}{a\Lambda} \right] \sin \frac{\pi}{a} \right\}, \tag{7}$$

$$E_k = 0.5\Lambda \left\{ 1 + \frac{Qa}{\pi} \cos \left[ \frac{\pi[(2k-1)\Lambda + 2\Lambda_0]}{a\Lambda} \right] \sin \frac{\pi}{a} \right\}. \tag{8}$$

Контраст изображения может быть найден по формуле

$$T_m = \frac{E_j - E_k}{E_j + E_k}. \tag{9}$$

Используя соотношения (7)–(9), легко показать, что при  $Q = 1$  величина контраста на частоте следования пикселей  $2N_N = 1/\Lambda$  тождественно (независимо от значения  $\Lambda_0$ ) равна нулю, а на частоте Найквиста (т. е. при  $a = 2$ ) заключена в диапазоне  $0 \leq T_m \leq 0.64$  в зависимости от значения  $\Lambda_0$  и равна нулю при  $\Lambda_0 = 0$  и  $0.64$  при  $\Lambda_0 = \pm 0.5\Lambda$  (рис.1). Сразу же отметим, что только максимальное значение контраста на частоте Найквиста совпадает со значением, даваемым формулой (3).

С увеличением коэффициента  $a$  относительный перепад контраста уменьшается. Так, при  $a = 3$  ( $N = 0.67N_N$ ) контраст изменяется в пределах  $0.51 \leq T_m \leq 0.78$  ( $0.51$  при  $\Lambda_0 = \pm 0.5\Lambda$  и  $0.78$  при  $\Lambda_0 = 0$ ), при  $a = 4$  ( $N = 0.5N_N$ ) – в пределах  $0.64 \leq T_m \leq 0.90$  ( $0.64$  при  $\Lambda_0 = 0$  и  $0.90$  при  $\Lambda_0 = \pm 0.5\Lambda$ ) и, наконец, при  $a = 8$  ( $N = 0.25N_N$ ) – в пределах  $0.9 \leq T_m \leq 0.98$  ( $0.9$  при  $\Lambda_0 = 0$  и  $0.98$  при  $\Lambda_0 = \pm 0.5\Lambda$ ).

Таким образом, выражение (2) не отражает зависимости контраста от пространственного сдвига синусоидаль-

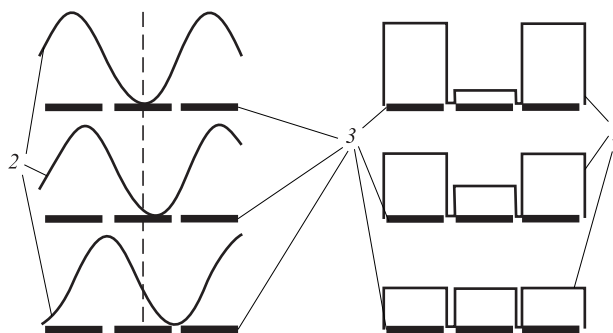


Рис.1. Отклики матричных фотоприемников (1) на синусоидальные пространственные сигналы (2) при  $N = N_N = 1/2\Lambda$ ; 3 – пиксели матрицы.

ного сигнала относительно решетки элементов матрицы, тогда как приведенный выше метод прямой оценки энергии, падающей на каждый пиксель фоточувствительной матрицы, позволяет увидеть, как искажается синусоидальный пространственный сигнал матричным фотоприемником.

Все виды возникающих искажений можно разделить на четыре основные группы:

- падение контраста при постоянном среднем уровне сигнала и без низкочастотной модуляции (рис.2,а);
- изменяющийся по строке контраст вследствие низкочастотной амплитудной модуляции (рис.2,б);
- практически постоянный по строке контраст, но изменяющийся по синусоидальному закону средний уровень сигнала  $\bar{L}$  (рис.2,в);
- одновременно изменяющийся по строке контраст и средний уровень сигнала (рис.2,г); подобные искажения в популярной фотографической литературе называют лабиринтами [7].

Представленный анализ показывает, что искажения отклика матричного фотоприемника практически отсутствуют (независимо от пространственного сдвига синусоидального сигнала относительно решетки элементов матрицы) лишь при  $N \leq 1/8\Lambda$  ( $N \leq 0.25N_N$ ). Если же  $N \geq 1/4\Lambda$  ( $N \geq 0.5N_N$ ), то искажения дискретизации начинают негативно сказываться на качестве изображения, причем, кроме падения контраста, возможны и паразитная низкочастотная модуляция, и изменения среднего уровня сигнала, наблюдаемые в виде муара или плавных паразитных изменений яркости изображения.

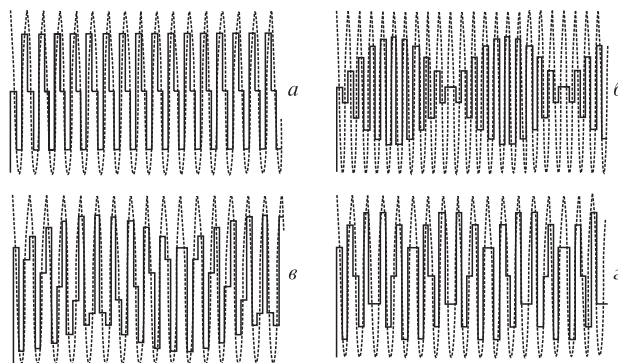


Рис.2. Отклики матричного фотоприемника (сплошные кривые) на синусоидальный пространственный сигнал (пунктир) при  $N = 1/3\Lambda$ ,  $\Lambda_0 = 0.25\Lambda$  ( $T_m = 0.72$ ) (а),  $N = 1/2.1\Lambda$ ,  $\Lambda_0 = 0$  ( $0.10 \leq T_m \leq 0.66$ ) (б),  $N = 1/3.1\Lambda$ ,  $\Lambda_0 = 0$  ( $0.70 \leq T_m \leq 0.79$ ,  $0.50 \leq \bar{L} \leq 0.73$ ) (в) и  $N = 1/2.8\Lambda$ ,  $\Lambda_0 = 0$  ( $0.10 \leq T_m \leq 0.6$ ,  $0.50 \leq \bar{L} \leq 0.70$ ) (г).

Зависимость контраста от соотношения между пространственными частотами и сдвигом сигнала относительно решетки элементов матрицы исследована также при определении предельной разрешающей способности оптико-электронных систем наблюдения вероятностным методом [2]. Результаты расчетов вероятности распознавания выбранных объектов показали ее достаточную инвариантность к фазовому смещению мира относительно матрицы в случае, если  $N \leq 0.75N_N$ . Однако резкое падение вероятности наблюдается уже при  $N > 0.5N_N$ .

Обобщение результатов, полученных как методом прямой оценки энергии, падающей на каждый пиксель фоточувствительной матрицы, так и вероятностным методом, показывает, что для достижения высокого качества изображения ширина спектра пространственных частот в подаваемом на матричный фотоприемник изображении не должна превышать  $N_b = (0.25-0.5)N_N$ . При этом желательно, чтобы составляющие оптического сигнала с пространственными частотами  $N < N_b$  имели максимальный возможный контраст.

Ниже остановимся на реализации этих рекомендаций в случае регистрации оптического изображения, формируемого объективом фото- или видеокамеры. Монохроматическая ЧКХ дифракционно-ограниченного (безабберационного) объектива описывается выражением

$$T_{DL} = \begin{cases} \frac{1}{\pi}(2\alpha - \sin 2\alpha) & \text{при } |N| \leq \frac{2A'}{\lambda}, \\ 0 & \text{при } |N| > \frac{2A'}{\lambda}, \end{cases} \quad (10)$$

где  $\alpha = \arccos(\lambda N/2A')$ ;  $\lambda$  – длина волны, на которой рассчитывается ЧКХ;  $A'$  – числовая апертура объектива в пространстве изображений. При не очень большой числовой апертуре ее можно связать с диафрагменным числом  $P$  (знаменатель относительного отверстия) простым соотношением:  $A' \approx 1/2P$ . Полихроматическую ЧКХ в рабочем спектральном диапазоне  $\lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max}$  получают, используя несколько монохроматических ЧКХ [8].

На рис.3 представлены типичные полихроматические ЧКХ модельного объектива с задаваемым уровнем аббераций: дифракционно-ограниченная ЧКХ и ЧКХ этого же объектива, но в присутствии аббераций. Легко видеть, что абберации, в зависимости от их величин, приводят к падению контраста (вплоть до нуля) на средних частотах.

Очевидно, что гарантированно исключить практически ощутимые искажения отклика матричного фотоприемника можно простым ограничением числовой апертуры объектива, получив ее из условия

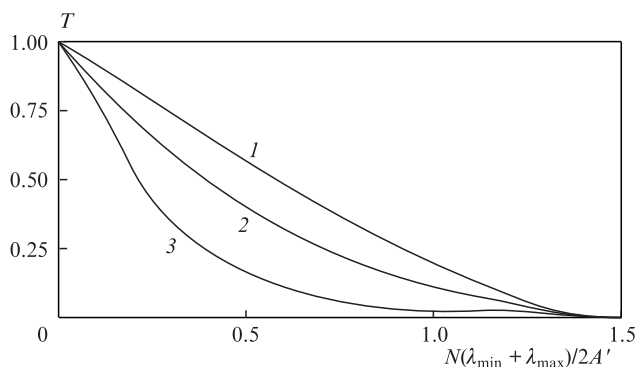


Рис.3. Пример полихроматических ЧКХ объектива – дифракционно-ограниченной (1), при малых абберациях (2) и при абберациях, существенно искажающих формируемое изображение (3).

$$\frac{2A'}{\lambda} \leq (0.25 - 0.5)N_N. \quad (11)$$

Однако для получения приемлемого отклика матричного фотоприемника при ограниченной освещенности объектив камеры должен быть светосильным, т.е. должен иметь достаточную числовую апертуру. В то же время с ростом числовой апертуры резко растут абберации, что ограничивает разрешающую способность объектива. Обычно разрешающая способность объектива характеризуется пространственными частотами, на которых контраст не опускается ниже заданного уровня. Этот уровень задается в зависимости от функционального назначения и ценовой категории камеры, как правило в диапазоне 0.2 – 0.5.

В результате для обеспечения требуемой светосилы и высокого разрешения при одновременной минимизации искажений изображения, обусловленных дискретностью фотоприемника, целесообразно:

- выбирать матричный фотоприемник с минимально возможным размером пикселя;
- числовую апертуру объектива камеры выбирать из условий достижения как требуемой освещенности, так и степени коррекции аббераций, при которой контраст на граничной частоте  $N_b$  не будет опускаться ниже заданного уровня ( $T(N_b) \geq 0.2-0.5$ );
- при коррекции аббераций добиваться превышения контраста на частоте  $0.5N_b$  над контрастом на частоте  $N_b$  как минимум в полтора-два раза;
- исключить попадание на матричный фотоприемник пространственных частот  $N > N_b$ .

Последнее условие может быть выполнено только путем введения между объективом и фотоприемником фото- или видеокамеры фильтра низких пространственных частот [9]. Такой фильтр komponуется из двоякопреломляющих сред. Он расщепляет формируемое объективом изображение, и в результате на матричном фотоприемнике фокусируются не одно, а четыре изображения, пространственно сдвинутых относительно друг друга в двух взаимно перпендикулярных направлениях. В работе [3] показано, что ЧКХ такого фильтра описывается функцией

$$T_{LRF} = |\cos(\pi l/N)|, \quad (12)$$

где  $l$  – расстояние, на которое сдвигаются относительно друг друга изображения в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Сдвиг на один пиксель ( $l = \Lambda$ ) обнуляет контраст на частоте Найквиста. Контраст же на частоте  $N_b = 0.5N_N$  в этом случае равен 0.707. Если, например, контраст на частоте  $0.5N_N$  снизить по крайней мере до 0.4, получим сдвиг, равный полутора пикселям ( $l = 1.5\Lambda$ ).

### 3. Заключение

С использованием метода прямой оценки энергии, падающей на каждый пиксель фоточувствительной матрицы, показано, что искажения отклика матричного фотоприемника на синусоидальный пространственный сигнал, обусловленные пространственным сдвигом сигнала относительно решетки элементов матрицы, зависят от соотношения между пространственной частотой сигнала и частотой Найквиста матрицы. Все виды возникающих

искажений по характерным признакам разделены на четыре основные группы.

Из обобщения результатов, полученных методом прямой оценки энергии, падающей на каждый пиксель фоточувствительной матрицы, и вероятностным методом, следует, что для достижения высокого качества изображения нужно ограничить спектр пространственных частот в нем не более чем половиной частоты Найквиста. Исходя из этого сформулированы рекомендации по выбору разрешения матричного фотоприемника в зависимости от максимальной пространственной частоты в регистрируемой интерференционной картине, а также по согласованию разрешающих способностей объектива и фотоприемника цифровой фото- или видеокамеры. Кроме того, определены требования к вводимому между объективом и фотоприемником камеры фильтру низких пространственных частот.

1. Папулис А. *Теория систем и преобразований в оптике*. (М.: Мир, 1971, с. 93).
2. Королев А.Н., Морозов С.Л., Сивяков И.Н. *Оптич. журн.*, **62**, 54 (1995).
3. Lenhardt K. *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.*, **6834**, 68340WA.-1 (2007).
4. Грейсх Г.И., Ежов Е.Г., Степанов С.А. В сб. *VI Международ. конф. «Прикладная оптика-2004»* (СПб.: изд-е ГОИ, 2004, т. 3, с. 88).
5. Ежов Е.Г. В сб. *II Всерос. науч.-тех. конф. «Современные методы и средства обработки пространственно-временных сигналов»* (Пенза: ПГТА, 2004, с. 94).
6. Ежов Е.Г. В сб. *V Всерос. науч.-тех. конф. «Современные методы и средства обработки пространственно-временных сигналов»* (Пенза: ПГТА, 2007, с. 113).
7. <http://www.cambridgeincolour.com/ru/tutorials-ru/camera-sensors.htm>
8. Слюсарев Г.Г. *Расчет оптических систем* (Л.: Машиностроение, 1975, с. 640).
9. <https://photographylife.com/what-is-low-pass-filter>.

## ПОПРАВКА

**А.А.Сурин, С.В.Ларин, Т.Е.Борисенко, К.Ю.Прусаков, Ю.С. Стирманов.** Мощные непрерывные лазеры видимого диапазона с накачкой излучением волоконных ВКР-лазеров («Квантовая электроника», 2016, т. 46, № 12, с. 1097–1101). В подпись к рис.2 на с. 1098 внесены изменения. Приводим исправленный текст.

Рис.2. Зависимости от мощности излучения накачки на  $\lambda = 1070$  нм выходной мощности излучения ( $I$ ) на  $\lambda = 1122$  (а), 1178 (б) и 1246 нм (в) и эффективности (2) ВКР-лазеров на германосиликатном волокне.