

МОДУЛЯЦИЯ СВЕТА

Акустооптический модулятор с вращающимся вектором поляризации на основе гиротропного кристалла

В.М.Котов, С.В.Аверин, Е.В.Котов, А.И.Воронко, С.А.Тихомиров

Исследовано влияние эллиптичности собственных волн гиротропного кристалла на выходные характеристики акустооптического (АО) модулятора, создаваемого на основе интерферометрической схемы. Рассмотрены схемы АО модуляторов, обеспечивающих частоту вращения вектора поляризации $fn/2$, где f – частота звуковой волны, n – целое число. Предпочтение отдано схеме, сочетающей в себе каскадную и поляризационно-независимую дифракции. Описан экспериментальный макет АО модулятора, работающего при $f = 44.5$ МГц, при этом частота модуляции интенсивности выходного оптического излучения составляет 89 МГц. Частота электрического сигнала с фотоприемника равна 179.5 МГц.

Ключевые слова: акустооптическая дифракция, брэгговский режим, сдвиг частоты, амплитудная модуляция.

1. Введение

Акустооптика широко используется для управления параметрами лазерного излучения (см., напр., [1–3]). Одно из важных свойств акустооптического (АО) взаимодействия – простота получения сдвига частоты оптического сигнала на частоту звука в результате отражения света от бегущей акустической решетки [1, 2, 4] – широко применяется для решения задач оптического гетеродинамирования [5], в лазерной доплеровской анемометрии [6, 7] и т. д. В работе [8] эффект сдвига частоты в процессе АО взаимодействия, происходящего в режиме поляризационно-независимой дифракции [9–11], использовался для формирования оптического излучения с вращающейся линейной поляризацией, при этом частота вращения определялась частотой звуковой волны. Оптическое излучение с заданной частотой вращения линейной поляризации перспективно, например, в лазерной интерферометрии [7], для волоконно-оптических линий связи [12], волоконно-оптических датчиков [13] и т. д. Такое излучение после прохождения через поляризатор регистрируется фотодетектором в виде электрического сигнала заданной частоты, связанной с частотой звука.

Предложенный в [8] метод оказался перспективным и для получения амплитудной модуляции интенсивности света на более высоких частотах, кратных частоте звука. Увеличение частоты модуляции крайне актуально, например, для лазерных доплеровских анемометров, где частота модуляции определяет диапазон измерения скоростей движущихся частиц [6, 7]. В работе [8] предполагалось, что складываемые оптические лучи имеют строго циркулярные поляризации, при этом анализатор поляри-

зации на выходе модулятора можно ориентировать в любом положении, глубина модуляции от этого не меняется. Но, строго говоря, при использовании одноосных гиротропных кристаллов (таких как TeO_2), в которых собственные волны в общем случае уже не циркулярные, а эллиптические, глубина модуляции уменьшается – она начинает зависеть от положения выходного поляризатора. Это необходимо учитывать при создании конкретных вариантов модуляторов. В работе [8] также описаны схемы, позволяющие существенно увеличить частоту вращения вектора поляризации, и проведено сравнение разных вариантов увеличения частоты.

2. Суперпозиция оптических лучей с эллиптическими поляризациями

Для анализа характеристик оптического излучения, формируемого на выходе рассматриваемых в настоящей работе модуляторов, проанализируем сложение двух эллиптически поляризованных волн. Для простоты полагаем, что полуоси эллипсов поляризации обеих волн ориентированы в некоторой системе координат x, y, z вдоль осей x и y , волны распространяются вдоль оси z . Проекции электрических векторов на оси x и y будем описывать следующими выражениями:

$$\begin{aligned} E_{x1} &= a_1 \sin(\omega_1 t), \\ E_{y1} &= b_1 \cos(\omega_1 t) \end{aligned} \quad (1)$$

для первой волны и

$$\begin{aligned} E_{x2} &= a_2 \cos(\omega_2 t), \\ E_{y2} &= b_2 \sin(\omega_2 t) \end{aligned} \quad (2)$$

для второй волны. Здесь E_{x1} , E_{y1} и E_{x2} , E_{y2} – проекции электрических векторов первой и второй волн на оси x и y ; a_1 , a_2 и b_1 , b_2 – амплитуды этих проекций; ω_1 , ω_2 – частоты волн. Считается, что различие в частотах возникает в ре-

В.М.Котов, С.В.Аверин, Е.В.Котов, А.И.Воронко, С.А.Тихомиров.
Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им.
В.А.Котельникова РАН, Россия, Московская обл., 141190
Фрязино, пл. Акад. Введенского, 1; e-mail: vmk277@ire216.msk.su

Поступила в редакцию 9 августа 2016 г., после доработки – 3 ноября 2016 г.

зультате АО взаимодействия. В дальнейшем полагаем, что $\omega_2 = \omega_1 + \Omega$, где Ω – сдвиг частоты одной из волн относительно частоты другой ($\omega_1 \gg \Omega$). Если сдвиг частоты происходит в результате нескольких актов дифракции, то Ω – суммарный сдвиг частоты. Система (1) описывает пространство «левовращающейся» волны, (2) – «правовращающейся» (в соответствии с определением из [14]). Складывая колебания (выражения (1), (2)) отдельно по осям x и y в соответствии с правилом сложения гармонических колебаний (см., напр., [15, 16]), получаем:

для направления вдоль оси x

$$E_x = E_{x1} + E_{x2} = a_1 \sin(\omega_1 t) + a_2 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) = A \sin(\omega_1 t + \varphi'), \quad (3)$$

где

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2 \sin \varphi_1}; \quad \tan \varphi' = \frac{a_2 \cos \varphi_1}{a_1 + a_2 \sin \varphi_1}; \quad (4)$$

для направления вдоль оси y

$$E_y = E_{y1} + E_{y2} = b_1 \cos(\omega_1 t) + b_2 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) = B \sin(\omega_1 t + \varphi''), \quad (5)$$

где

$$B = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 - 2b_1 b_2 \sin \varphi_1}; \quad \tan \varphi'' = \frac{b_1 + b_2 \cos \varphi_1}{b_2 \cos \varphi_1}. \quad (6)$$

В выражениях (3)–(6) $\varphi_1 = (\omega_2 - \omega_1)t = \Omega t$ – медленно изменяющаяся со временем начальная фаза. Из приведенных выражений видно, что проекции суммарного электрического поля E на оси x и y изменяются по гармоническому закону с одной и той же частотой ω_1 , а амплитуды проекций A и B , а также начальные фазы φ' и φ'' медленно изменяются со временем. Будем рассматривать процесс формирования поляризации за малый промежуток времени, тогда величины A , B , φ' и φ'' можно считать постоянными. В этом случае две волны, распространяющиеся вдоль оси z и имеющие одну и ту же частоту, вектор поляризации одной из которых направлен вдоль оси x , а другой – вдоль оси y , в сумме образуют эллиптически поляризованную волну [14]. Пусть электрические поля волн описываются выражениями $E_x = A \sin(\omega_1 t + \varphi')$ и $E_y = B \sin(\omega_1 t + \varphi'')$. Тогда конец вектора электрического поля описывает эллипс вида [14, 17]

$$\left(\frac{E_x}{A}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{B}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{A}\right)\left(\frac{E_y}{B}\right) \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi, \quad (7)$$

где $\Delta\varphi = \varphi' - \varphi''$.

На рис.1 в качестве примера проиллюстрировано сложение двух волн с эллиптическими поляризациями. Расчеты выполнены на основе выражений (3)–(7). Полагалось, что большие полуоси исходных эллипсов 1 и 2 ориентированы ортогонально друг другу, длины больших полуосей равны пяти условным единицам, малых – двум. Эллипс 1 описывается выражением (1), эллипс 2 – выражением (2). На рис.1,б приведены результаты сложения эллипсов для $\Delta\varphi$, равных 0, 0.25 π , 0.5 π , 0.75 π , π , 1.25 π ,

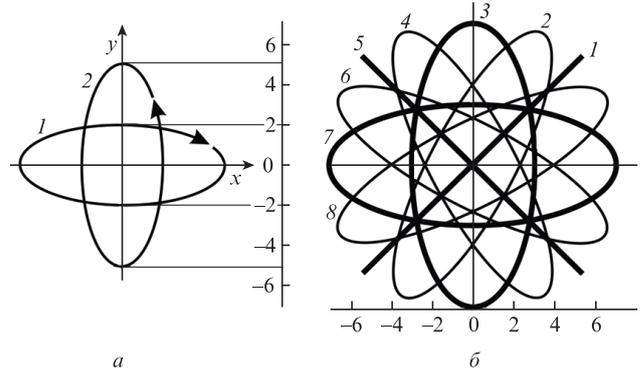


Рис.1. Сложение двух волн с эллиптическими поляризациями: 1, 2 – эллипсы поляризации исходных волн, описываемые выражениями (1) и (2) соответственно (а), и результирующей волны в зависимости от разности фаз $\Delta\varphi$ между ними (см. текст) (б). Цифры на осях определяют длины полуосей эллипсов.

1.5 π , и 1.75 π (эллипсы 1–8 соответственно). Видно, что при $\Delta\varphi = 0$ (линия 1) конец результирующего электрического вектора движется вдоль прямой, составляющей угол 45° с осями x и y , что соответствует линейной поляризации. При изменении $\Delta\varphi$ вектор поляризации начинает описывать эллипсы. При $\Delta\varphi = \pi$ (линия 5) поляризация вновь становится линейной, но направленной ортогонально поляризации 1. Для линейных поляризаций амплитуды поля $E = a_1 b_1 \sqrt{2/(a_1^2 + b_1^2)}$. При $\Delta\varphi \neq k\pi$, где k – целое число, электрический вектор описывает эллипсы. Наибольшая эллиптичность достигается при $\Delta\varphi = 0.5\pi + k\pi$. В этом случае полуоси ориентированы вдоль осей x и y (эллипсы 3 и 7), а длины большой и малой полуосей равны $a_1 + b_1$ и $a_1 - b_1$ соответственно.

При сложении двух волн с круговыми поляризациями и одинаковыми амплитудами (в выражениях (1), (2) $a_1 = a_2 = b_1 = b_2$), как показывает анализ, всегда формируется волна с линейной поляризацией, при этом угол поворота вектора поляризации равен $\Delta\varphi/2$. Поясним это на примере распространения света через гиротропную среду. На рис.2 линейно поляризованное оптическое излучение с волновым вектором K и поляризацией E_1 распространяется в направлении оси z и падает на грань P_1 гиротропной среды. Внутри среды излучение распадается на две собственные волны 1 и 2 с круговыми поляризациями, векторы поляризации которых вращаются в противоположные стороны. Волны распространяются с разными скоростями, разность фаз между ними

$$\Delta\varphi = \frac{\omega}{c} L(n_R - n_L), \quad (8)$$

где ω и c – частота световой волны и скорость света; L – длина пути лучей в среде; n_R и n_L – показатели преломления для собственных волн. На выходе из среды в плоскости P_2 волны складываются, образуя линейно поляризованное излучение с вектором поляризации E_2 . Угол поворота E_2 относительно E_1 есть $\psi = \Delta\varphi/2$ [18]. Теперь положим, что циркулярно поляризованные волны внутри среды распространяются с одинаковыми скоростями ($n_R = n_L$), но имеют разные частоты (ω_1 и ω_2). Тогда

$$\Delta\varphi = \frac{L}{c} (\omega_1 - \omega_2) = \frac{L}{c} \Omega = \Omega t, \quad (9)$$

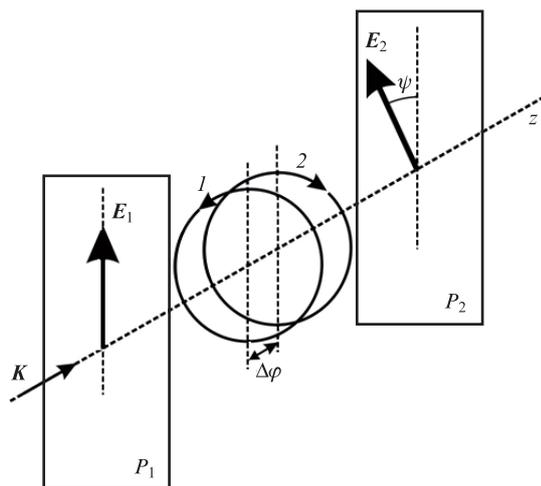


Рис.2. Процесс формирования линейно поляризованной волны при сложении двух волн с циркулярными поляризациями.

где t – время. В предположении, что $\Omega \ll \omega_1, \omega_2$, величина $\Delta\varphi$ медленно меняется со временем. При этом вектор поляризации E_2 изменяет угол наклона с угловой скоростью $\psi/t = \Delta\varphi/2t = \Omega/2$. Другими словами, вектор E_2 не меняет своего модуля и равномерно вращается вокруг направления распространения луча. Для эллиптических поляризаций, как можно заключить на основании рис.1,б, картина гораздо сложнее. Здесь суммарное поле в общем случае будет представлять собой эллипс, параметры которого (эллиптичность и наклон большой полуоси) медленно меняются со временем. При этом, строго говоря, большая полуось вращается неравномерно. На рис.3 приведены зависимости изменения угла ψ от величины Ωt для волны, образованной при сложении двух волн с циркулярными поляризациями (штриховая линия 1), и угла поворота ψ' (сплошная кривая 2) большой полуоси при сложении волн с эллиптическими поляризациями 1 и 2 (рис.1,а). Видно, что при изменении Ωt кривая 2 изменяется нелинейно, хотя и проходит достаточно близко к линии 1. Однако с хорошим приближением можно считать, что угол поворота большой полуоси равен половине разности фаз между собственными волнами. С ростом эллиптичности собственных волн кривая 2 приближается к линии 1.

Для полноты картины добавим, что если рассматривается сложение двух волн с одинаковыми амплитудами,

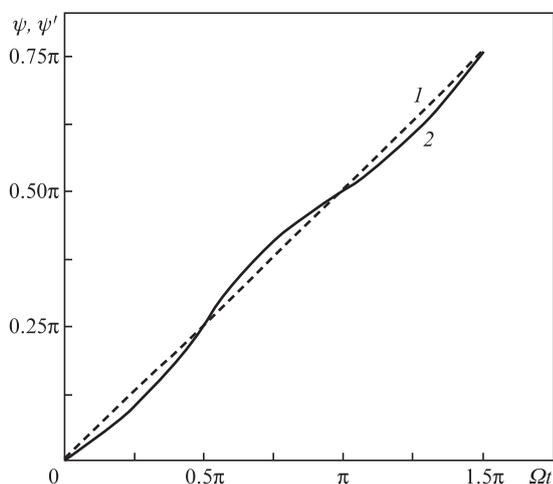


Рис.3. Зависимости углов ψ (1) и ψ' (2) от Ωt .

линейно поляризованных вдоль осей x и y , то при их суммировании образуется волна с эллиптической поляризацией. Полуоси эллипса поляризации не вращаются, он все время ориентирован так, что большая полуось составляет угол 45° с осями x и y [14, 17]. При изменении $\Delta\varphi$ длина большой полуоси уменьшается, а малой – увеличивается, эллипс превращается в круг, который опять трансформируется в эллипс, но уже развернутый на 90° относительно первоначального эллипса.

Из вышеизложенного следует, что при сложении волн с эллиптическими поляризациями, близкими к круговым, частота вращения суммарного вектора поляризации равна половине разности частот складываемых волн. Однако при измерении интенсивности света обычно используют квадратичные фотодетекторы. Поэтому частота электрического сигнала с фотодетектора равна не $\Omega/2$, а Ω . Этот момент необходимо учитывать при использовании предлагаемого метода сложения двух циркулярно поляризованных волн на практике.

Необходимо отметить еще один аспект, который относится к особенностям модулятора, описанного в [8]. В модуляторе используются зеркала, выполняющие две функции – отражение света строго в обратном направлении и преобразование поляризации оптического излучения в ортогональную. В полной мере это реализуется только в том случае, если свет циркулярно поляризован. Если же он имеет эллиптическую поляризацию, то эллипс поляризации после отражения вращается в противоположную сторону, но его оси не поворачиваются на 90° . Как было установлено в [9, 10], это приводит к уменьшению доли света, участвующего в повторной дифракции, вследствие чего, вообще говоря, складываемые волны на выходе модулятора имеют разные амплитуды. Поэтому чем ближе оптические лучи света распространяются к оптической оси кристалла, тем ближе поляризации волн к круговым и тем лучше условия формирования линейно поляризованной волны с вращающимся вектором поляризации. Наши эксперименты показали, что оптимальные условия получения волны с вращающимся вектором поляризации на основе использования схемы из работы [8] на длине волны света $0.63 \mu\text{м}$ достигаются в диапазоне частот звука $f = 20 - 45 \text{ МГц}$. Для получения модуляции на более высоких частотах мы предлагаем использовать схемы умножения частотного сдвига.

3. Схемы умножения частоты вращения вектора поляризации

Одна из возможных схем умножения частоты уже описывалась в работе [19]. Там предлагалось использовать каскадную дифракцию, когда одна из собственных волн падающего излучения претерпевает несколько актов дифракции на одной и той же акустической волне. На выходе устройства продифрагировавшее оптическое излучение складывается с другой собственной волной, не участвующей в дифракции. В работе экспериментально получены четыре каскада дифракции на звуковой волне с частотой 45 МГц . Суммарное оптическое излучение направлялось на фотодетектор. Частота электрического сигнала на выходе фотодетектора составляла 180 МГц .

В настоящей работе нами предлагается другая схема, обладающая, на наш взгляд, существенными преимуществами по сравнению со схемой из работы [19]. Предлагаемый метод является в определенном смысле «гибрид-

ным», основанным на сочетании методов работ [8] и [19]. Он позволяет увеличить глубину модуляции интенсивности света примерно в пять раз по сравнению с глубиной модуляции при каскадной дифракции [18]. Оптическая схема метода приведена на рис.4. Это схема получения амплитудно-модулированного оптического сигнала на частоте $2f$, однако она без труда может быть обобщена и для модуляции света на частоте nf (n – целое число). Исходное излучение с интенсивностью I_0 направляется на АО модулятор под углом θ_1 к фронту акустической волны. Предполагается, что модулятор изготовлен из гиротропного материала, собственные волны которого являются циркулярно поляризованными. Для удобства изложения правоциркулярную поляризацию будем называть R-поляризацией, левоциркулярную – L-поляризацией. Будем считать, что происходит анизотропная дифракция света на звуковой волне, сопровождающаяся сменой поляризации, т.е. R-поляризация переходит в L-поляризацию, и наоборот. В общем случае при анизотропной дифракции углы падения света на звуковую волну и отражения от нее не равны друг другу [1, 2]. Будем полагать, что свет падает под углом θ_1 , при этом R-поляризованная волна дифрагирует в L-поляризованную (R → L). Угол отражения световой волны равен θ_2 .

На рис.4 исходное линейно поляризованное излучение с частотой ω распадается в кристалле на R- и L-поляризованные волны. Волна с L-поляризацией проходит кристалл без дифракции в направлении луча 1, волна с R-поляризацией дифрагирует на звуковой волне в направлении луча 2, приобретая L-поляризацию. В результате дифракции частота волны становится равной $\omega - f$. Волна 2, отразившись от зеркала 31 строго в обратном направлении, становится волной 3, которая приобретает в результате отражения R-поляризацию. Поскольку волна 3 падает на звуковую волну под углом θ_2 , в дифракции она не участвует и распространяется в направлении зеркала 33. Волна 1, отразившись от зеркала 32 строго в обратном направлении (луч 4) становится R-поляризованной. Эта волна падает на звуковую волну под углом θ_1 и дифрагирует, становясь волной 5. Она является L-поляризованной, ее частота составляет $\omega + f$. Волны 3 и 5, распространяясь коллинеарно друг другу, отражаются от зеркал 33 и 34. После отражения от двух зеркал волны сохраняют свои поляризации (R-поляризацию для волны 3 и L-поляризацию для волны 5). Только в случае сохранения поляризаций волн 3 и 5 после отражения от зеркал, как показывает анализ, достигается эффект накопления разностной частоты. Зеркало 34 направляет обе волны в

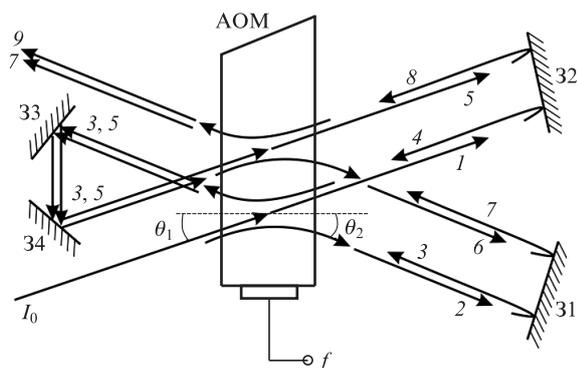


Рис.4. Оптическая схема формирования амплитудно-модулированного оптического излучения.

АО модулятор под углом θ_1 . Волна 3 дифрагирует на звуковой волне в направлении луча 6, ее частота становится равной $\omega - 2f$. После отражения от зеркала 31 она преобразуется в волну 7 с R-поляризацией и проходит АО модулятор без дифракции. Волна 5 пересекает АО модулятор от 34 до 32 также без дифракции, однако после отражения от зеркала 32 меняет L-поляризацию на R-поляризацию, становясь волной 8. Она дифрагирует на звуковой волне в направлении луча 9. Частота волны 9 равна $\omega + 2f$, она имеет L-поляризацию. Таким образом, на выходе устройства образуются волны 7 и 9 с R- и L-поляризациями и частотами $\omega - 2f$ и $\omega + 2f$ соответственно. Эти волны в сумме образуют линейно поляризованную волну, вектор поляризации которой вращается с частотой, равной половине разности частот слагаемых волн, т.е. $2f$. Если на пути такой волны установлен поляризатор, а за ним – фотоприемник, то на его выходе регистрируется электрический сигнал с частотой $4f$.

Предлагаемая схема существенно превосходит схему с использованием только каскадной АО дифракции [19]: в ней обе интерферирующие волны участвуют в дифракции, т.е. их фронты «деформируются» одинаковым образом, а следовательно, условия интерференции существенно лучше, чем в случае использования каскадной дифракции; волны проходят практически одинаковые пути, поэтому нет необходимости отслеживать длину когерентности; не используется делительный кубик, что существенно уменьшает оптические потери устройства в целом.

4. Эксперимент и обсуждение результатов

Для проверки полученных результатов был выполнен эксперимент, оптическая схема которого приведена на рис.5. Оптическое излучение с интенсивностью I_{inc} и длиной волны 0.63 мкм, генерируемое лазером Л, отражалось от зеркала 31 и направлялось на модулятор АОМ. Частота звука составляла 44.5 МГц. На выходе модулятора формировались две волны – прошедшая, с интенсивностью I_0 , и отраженная от звуковой волны, с интенсивностью I_1 . При помощи внешних зеркал 32–35 обеспечивался ход лучей, приведенный на рис.4. Выходящее из устройства излучение направлялось на поляризатор П, после которого – на фотоприемник ФП. Электрический сигнал с фотоприемника подавался на осциллограф. На рис.6 приведена осциллограмма этого сигнала. Поляризатор П был установлен в положение, обеспечивающее максимальную глубину модуляции сигнала. Видно, что он является синусоидальным, а его частота (177.9 МГц) совпадает с учетверенной частотой звуковой волны. Видно также, что электрический сигнал «зашумлен». Этот шум вызван шумом фотоприемного тракта: в отсутствие оптического сигнала на фотоприемнике электрический сиг-

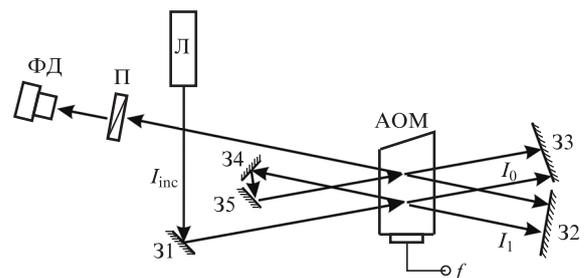


Рис.5. Оптическая схема экспериментальной установки.

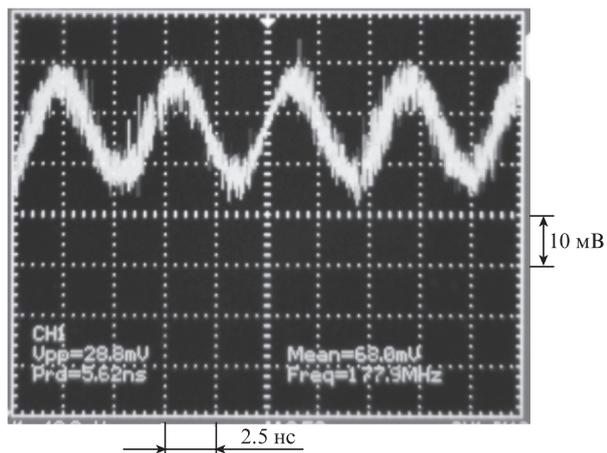


Рис.6. Осциллограмма электрического сигнала с фотоприемника.

нал на осциллографе представляет собой горизонтальную линию с той же величиной шума. Глубина модуляции сигнала достигает 50%. Отметим, что в работе [19] глубина модуляции составляла только 10%. Если ориентацию поляризатора П на рис.5 изменить, то глубина модуляции уменьшится и при изменении ориентации на 45° составит $\sim 10\%$, т.е. в зависимости от ориентации поляризатора глубина модуляции уменьшается с 50% до 10%. Это находится в хорошем качественном согласии с рис.1,б. Глубину модуляции более 50% получить не удалось, что, по нашему мнению, обусловлено, главным образом, искажениями фронтов оптических волн, интерферирующих между собой. В любом случае хороший амплитудно-модулированный сигнал наблюдается на частоте $4f$.

Описанный способ может быть использован и для получения амплитудно-модулированной оптической волны с большей частотой модуляции nf ($n > 2$), при этом на экране осциллографа будет наблюдаться электрический сигнал с частотой $2nf$.

5. Заключение

На основании изложенного можно сформулировать основные результаты работы.

1. Приведена общая методика расчета состояния поляризации излучения, сформированного в результате сложения двух волн с произвольными (в частности, взаимно ортогональными) поляризациями. Показано, что

при сложении двух волн с циркулярными взаимно ортогональными поляризациями и разными частотами суммарное излучение является линейно поляризованным, а вектор поляризации вращается с частотой $\Omega/2$, где Ω – разность частот складываемых волн.

2. Описаны схемы, позволяющие существенно увеличить частоту вращения вектора поляризации. Наилучшей является «гибридная» схема, сочетающая в себе каскадный и поляризационно-независимый варианты дифракции.

Полученные результаты могут найти применение в различных устройствах, использующих вращение вектора поляризации с заданной частотой.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты № 15-07-02312 и 16-07-00064), а также гранта Президента РФ государственной поддержки ведущих научных школ РФ № НШ-3317.2010.9.

1. Балакшиев В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. *Физические основы акустооптики* (М.: Радио и связь, 1985).
2. Xu J., Stroud R. *Acousto-Optic Devices: Principles, Design, and Applications* (New York: John Wiley & Sons Inc., 1992).
3. Котов В.М. *Акустооптика. Брэгговская дифракция многоцветного излучения* (М.: Янус-К, 2016).
4. Магдич Л.Н., Молчанов В.Я. *Акустооптические устройства и их применение* (М.: Сов. радио, 1978).
5. Дьелесан Э., Руайе Д. *Упругие волны в твердых телах* (М.: Наука, 1982).
6. Клочков В.П., Козлов Л.Ф., Потыкевич И.В., Соскин М.С. *Лазерная анемометрия, дистанционная спектроскопия и интерферометрия* (Киев: Наукова думка, 1985).
7. Коронкевич В.П., Соболев В.С., Дубнишев Ю.Н. *Лазерная интерферометрия* (Новосибирск: Наука, 1983).
8. Котов В.М., Аверин С.В., Шкердин Г.Н. *Квантовая электроника*, **46** (2), 179 (2016).
9. Котов В.М., Шкердин Г.Н. *Письма в ЖТФ*, **20** (6), 35 (1994).
10. Котов В.М. *Квантовая электроника*, **21** (10), 937 (1994).
11. Котов В.М., Шкердин Г.Н., Шкердин Д.Г., Булюк А.Н., Тихомиров С.А. *Квантовая электроника*, **31** (9), 839 (2001).
12. *Оптоволоконные сенсоры: принципы и компоненты. Вып.1.* Под ред. Дж. Дейкина, Б. Калшо. (М.: Мир, 1992).
13. *Fiber Optic Sensors* (Ed. by Eric Udd) (New York: John Wiley & Sons Inc., 1991).
14. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М.: Наука, 1973).
15. Кошкин Н.И., Ширкевич М.Г. *Справочник по элементарной физике* (М.: Наука, 1976).
16. Саржевский А.М. *Оптика. Полный курс* (М.: Едиториал УРСС, 2004).
17. Ярив А., Юх П. *Оптические волны в кристаллах* (М.: Мир, 1987).
18. Най Дж. *Физические свойства кристаллов* (М.: Мир, 1967).
19. Котов В.М., Аверин С.В., Котов Е.В. *Прикладная физика*, **3**, 65 (2016).