# Метод измерения амплитуды и фазы ультракоротких лазерных импульсов на основе самомодуляции в керровской среде и спектральной интерферометрии

# А.В.Андрианов, А.В.Ким, Е.А.Хазанов

Предложен новый метод измерения поля ультракоротких импульсов, основанный на измерении спектральной интерференции исходного и прошедшего через керровскую среду импульсов. Разработанный итерационный алгоритм позволяет восстановить амплитуду и фазу импульса. В численных экспериментах показана применимость разработанного алгоритма для восстановления импульсов со сложной формой интенсивности и фазы, а также устойчивость алгоритма к шуму во входных данных. Метод требует помещения всего лишь одного нелинейного элемента в исследуемый лазерный пучок.

**Ключевые слова:** измерение поля ультракоротких импульсов, самомодуляция, спектральная интерференция, итерационные алгоритмы.

## 1. Введение

Проблема метрологии оптических ультракоротких импульсов (УКИ), несмотря на активные исследования в последние десятилетия, остается очень актуальной для лазерной физики [1]. Интерес к данной проблеме обусловлен еще и тем, что параметры генерируемых современными лазерными системами импульсов достигают экстремальных значений: сверхширокой спектральной полосы и предельно короткой длительности, кроме того, эти параметры зачастую реализуются в мало освоенных с точки зрения физики УКИ спектральных диапазонах, где применение существующих методов затруднено. Помимо этого, важным и активно обсуждаемым в настоящее время аспектом измерения УКИ является получение полной пространственно-временной информации об оптическом пучке, что требует фактически измерения временной формы импульса в каждой точке его поперечного сечения [2]. Данная задача особенно актуальна для сверхмощных лазерных систем и для экспериментов по нелинейному взаимодействию сверхсильного лазерного излучения с материей. В этом отношении особенно перспективными являются одноимпульсные методы измерения формы ультракороткого импульса, а также методы, легко адаптируемые для одновременного измерения во многих точках по поперечному сечению пучка.

Для полной характеризации УКИ необходимо получить информацию как о временной форме его интенсивности, так и о временной форме фазы. Среди широко используемых способов, позволяющих получить данную информацию из экспериментальных измерений и не требующих заранее известного опорного импульса, следует отметить методы оптического стробирования со спектральным разрешением (FROG) [3, 4] и методы, основан-

А.В.Андрианов, А.В.Ким, Е.А.Хазанов. Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: alex.v.andrianov@gmail.com

Поступила в редакцию 6 февраля 2017 г.

ные на извлечении спектральной фазы по наблюдению спектральной интерферометрии. К последним надо отнести метод SPIDER [5], основанный на наблюдении спектральной интерференции двух сдвинутых по частоте копий исследуемого импульса и имеющий прямой алгоритм восстановления формы импульса, а также способы, в которых опорный импульс генерируется из исследуемого с помощью некоторого нелинейного процесса (SRSI – Self-referenced spectral interferometry [6]), такого как процесс генерации ортогонально поляризованной волны (XPW) [7]. Менее распространены методики, использующие автокорреляционные измерения с дополнительными спектральными или интерференционными измерениями и соответствующие итерационные алгоритмы решения обратной задачи [8].

Отдельный интерес представляют методы, основанные на измерении спектра (здесь и далее мы подразумеваем, что измеряется модуль спектра) импульса после прохождения им среды с кубической (керровской) нелинейностью. Спектры таких импульсов существенно зависят от спектральной фазы исходного импульса [9]. Метод, предложенный в работе [10] и развитый далее в [11], долгое время не привлекал особого внимания в силу существенных ограничений его применимости. Недавно было показано, что с помощью дополнительного третьего измерения спектра при прохождении импульсом среды с другим значением керровской нелинейности или другой толщины возможно существенно расширить область применимости метода [12]. Метод был успешно использован для измерения формы импульса в сверхмощной параметрической системе [12] с тонкими пластиковыми пленками в качестве среды с кубической нелинейностью. Достоинством данного метода является относительно простая экспериментальная реализация в случае мощной лазерной системы с интенсивностью на уровне ~1 ТВт/см<sup>2</sup> и более в режиме одного импульса. Однако необходимость регистрации спектра при двух толщинах нелинейной среды затрудняет применение данного метода для измерения характеристик импульса в поперечном сечении пучка.

В настоящей работе мы предлагаем новый метод измерения УКИ, требующий всего лишь одного нелинейного элемента в исследуемом лазерном пучке. Метод может быть достаточно легко адаптирован для одновременного измерения во многих точках по поперечному сечению.

#### 2. Идея метода измерения

Принцип измерения амплитуды и фазы УКИ, предлагаемый в настоящей работе, заключается в следующем. Проводятся измерения трех спектров: спектра импульса до прохождения нелинейной среды, спектра импульса после прохождения нелинейной (керровской) среды, а также спектра когерентной суммы этих двух импульсов. Из указанных спектров алгоритм восстанавливает поле исходного импульса. Отличием данного метода от рассмотренных ранее является дополнительное наблюдение спектральной интерференции входного импульса и импульса, прошедшего через нелинейную среду, что позволяет далее получить информацию об изменении спектральной фазы импульса при прохождении нелинейного элемента.

На рис.1 показан предполагаемый вариант практической реализации данной схемы, удобный для проведения эксперимента на установках, работающих в одноимпульсном режиме. Пучок мощного излучения посылается на тонкую пластинку из нелинейного материала под небольшим углом к нормали. Отраженные от передней и задней грани пластинки сигналы направляются на спектрометр для наблюдения спектральной интерференции. Сигнал, отраженный от задней грани, имеет значительно меньшую интенсивность, чем исходный сигнал (~4% для типичных значений показателя преломления), поэтому влиянием нелинейности при его обратном проходе через пластинку можно пренебречь. Измерения трех спектров могут проводится как тремя спектрографами, так и одним спектрографом, если три пучка будут разведены в плоскости, перпендикулярной плоскости рисунка.

При хорошей видности спектральной интерференционной картины возможно извлечение всех трех спектров из двух измерений (спектра на выходе и спектральной интерференции), что делает предложенный метод одним из наиболее простых в экспериментальной реализации: схема состоит фактически из одного нелинейного элемента и измерителя спектра.

Предложенная конфигурация, в принципе, позволяет проводить измерения исходного и преобразованного спектров, а также интерференционного спектра в одной и той же точке по поперечному сечению пучка, что может быть важно для диагностики пространственно-временных искажений. При использовании в качестве регистрирующего элемента в спектрометрах двумерных массивов фотоприемников (камер) можно в одноимпульсном режиме за-



Рис.1. Принцип построения схемы для измерения поля ультра-коротких импульсов.

писать набор спектров вдоль линии, параллельной щели спектрометра. Это дает возможность далее восстановить временную форму вдоль выбранной линии в поперечном сечении пучка.

# 3. Алгоритм восстановления формы импульса

Пусть поле импульса на входе в нелинейную среду представлено в виде  $E(x, y, z, t) = \text{Re}(A_{\text{in}}(t)) \exp(-i\omega_0 t)$ , где  $A_{\text{in}}(t)$  – комплексная огибающая, а  $\omega_0$  – несущая частота. Введем операторы прямого и обратного преобразования Фурье следующим образом:

$$\hat{F}[A] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(t) \exp(i\omega t) dt,$$
(1)

$$\hat{F}^{-1}[A] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega) \exp(-i\omega t) dt.$$
<sup>(2)</sup>

Тогда спектр входного сигнала, измеряемый в эксперименте, можно записать в виде

$$S_0(\omega) = |F[A_{\rm in}]|^2.$$
 (3)

При прохождении через среду с керровской нелинейностью за счет эффекта фазовой самомодуляции импульс приобретает дополнительную фазу во временном представлении. Комплексная огибающая импульса на выходе нелинейной среды имеет вид [13]

$$A_{\rm NL}(t) = A_{\rm in}(t) \exp(i\gamma d |A_{\rm in}(t)|^2), \qquad (4)$$

где  $\gamma$  – коэффициент нелинейности среды, а d – толщина пластинки. Максимальный набег нелинейной фазы при прохождении нелинейной среды характеризуется значением *B*-интеграла

$$B = \int_0^d \gamma |A_{\max}|^2 dz = \gamma d |A_{\max}|^2,$$
(5)

где  $|A_{\max}|^2$  – пиковая интенсивность сигнала.

Измеряемая в эксперименте спектральная интенсивность на выходе нелинейной среды

$$S_1(\omega) = |F[A_{\rm NL}]|^2.$$
(6)

Подчеркнем, что мы не предполагаем известными значение пиковой интенсивности входного сигнала  $|A_{\rm max}|^2$ и величину нелинейности среды  $\gamma$ , а также их произведение. Влиянием дисперсионных эффектов и нелинейных эффектов высших порядков будем пренебрегать, полагая нелинейную среду достаточно тонкой, а ширину спектра не слишком большой.

Спектральная интенсивность когерентной суммы сигналов со входа и выхода нелинейной среды имеет вид

$$S_{01}(\omega) = |F[A_{\rm in}] + F[A_{\rm NL}(t+\tau)]|^2.$$
(7)

Здесь мы учли, что сигнал с выхода нелинейной среды приходит на спектрометр с временной задержкой  $\tau = 2nd/c$  относительно входного сигнала, где n – показатель преломления пластинки, а c – скорость света.



Рис.2. Спектр (закрашенная область) и фаза (сплошная кривая) импульса на входе в нелинейную среду и спектр (пунктирная кривая) и фаза (штриховая кривая) на выходе нелинейной среды (*a*), а также интерференционный спектр (закрашенная область) и разность фаз  $\phi(\omega)$ , полученная прямым вычислением (сплошная кривая) и извлеченная из интерференционного спектра (пунктирная кривая) ( $\delta$ ).

Теперь задача восстановления формы исследуемого импульса может быть сформулирована следующим образом: по известным спектрам  $S_0$ ,  $S_1$  и  $S_{01}$  найти такую комплексную огибающую входного поля  $A_{in}(t)$ , чтобы для некоторого значения произведения  $\gamma d |A_{max}|^2$  выполнялись соотношения (3), (4), (6), (7). На данный момент нам не известно о возможности прямого решения данной обратной задачи, тем не менее подобные задачи успешно решаются с помощью различного рода итерационных алгоритмов.

Первый этап, заключающийся в извлечении разности спектральных фаз сигналов на входе и выходе нелинейной среды  $\phi(\omega) = \arg(F[A_{\rm NL}]) - \arg(F[A_{\rm in}])$  может быть выполнен с помощью прямого алгоритма, многократно обсуждавшегося при решении задач спектральной интерферометрии [1, 6]. Алгоритм основан на выделении быстро осциллирующей составляющей интерференционного спектра с помощью обратного преобразования Фурье во временную область  $S_{01}(t) = F^{-1}[S_{01}(\omega)]$ , фильтрации компоненты, находящейся в интервале времен около  $\tau$ , прямого преобразования Фурье отфильтрованного сигнала  $S'_{01}(t)$  в частотную область  $S'_{01}(\omega) = F[S'_{01}(t)]$  и извлечения фазы из получившейся комплексной функции. Пример извлечения фазы из интерференционного спектра показан на рис.2.

Далее для построения приближенного решения задачи восстановления формы импульса мы предлагаем итерационный алгоритм, схема которого представлена на рис.3. Алгоритм использует принципы, лежащие в основе итерационных алгоритмов восстановления фазы по данным спектральной и временной интенсивности типа алгоритма Гершберга–Сакстона [14].

Работа алгоритма начинается с блока 1, на вход которого на первой итерации поступает исходная догадка о комплексном спектре импульса на выходе нелинейной среды  $A_0(\omega)$ , в качестве которой может быть выбран шумовой сигнал со случайной спектральной фазой. Далее будет пояснено, почему отправной точкой выбран выходной, а не входной сигнал. В блоке 1 происходит замена модуля спектра на измеренный в эксперименте спектр  $\sqrt{S_1}$  с сохранением спектральной фазы. Полученный комплексный спектр подается на вход блока 2, кроме того, сигнал во временном представлении  $A_1(t)$ , полученный после обратного преобразования Фурье, поступает на вход блоков 5 и 3. В блоке 2 используется информация об измеренной разности спектральных фаз сигнала до и после прохождения нелинейной среды  $\phi(\omega)$ , а также информация об измеренном модуле спектра на входе в нелинейную среду S<sub>0</sub>. После блока 2 вычисляется комплексный спектр сигнала на входе в нелинейную среду  $A_2(t)$ . В типичной ситуации ширина спектра входного сигнала меньше ширины спектра выходного сигнала, поэтому влияние неточности в определении спектральной фазы, в особенности на краях спектра, ослабляется в блоке 2. Этим обусловлен выбор стартовой точки алгоритма с наиболее широкого спектра. Для случая, когда ширина выходного спектра меньше входного (например, при наличии соответствующей фазы у входного импульса), алго-



Рис.3. Схема итерационного алгоритма восстановления формы импульса; FFT и FFT<sup>-1</sup> – быстрое прямое и обратное преобразования Фурье.

ритм может быть легко модифицирован с помощью замены  $S_0$  на  $S_1$ ,  $\phi$  на  $-\phi$  и  $\gamma$  на  $-\gamma$ .

Блоки 3 и 4 используются для учета нелинейного распространения сигнала. В блоке 3 моделируется обратное распространение от выхода ко входу с помощью добавления соответствующей временной фазы (4), а в блоке 4 происходит замена амплитуды полученного спектра на измеренную экспериментально  $\sqrt{S_0}$ . Поскольку величина нелинейности среды предполагается неизвестной, в простейшем варианте алгоритма ее можно подбирать на каждой итерации. Это можно сделать с помощью нескольких проходов блоков 3 и 4 с различными пробными значениями нелинейности  $\gamma d$ , наилучшее из которых выбирается при достижении минимального отклонения получающегося спектра  $|A_3(\omega)|^2$  от измеренного экспериментально спектра  $S_0$ .

В блоке 5 осуществляется коррекция временной формы профиля интенсивности импульса. При этом используется тот факт, что профиль интенсивности импульса должен совпадать на входе и выходе нелинейной среды:  $|A_1(t)| = |A_2(t)|$  (см. выражение (4)). Также, в случае сходимости к правильному ответу, с этим профилем должен совпадать и профиль интенсивности, полученный в блоке 4,  $|A_3(t)| = |A_1(t)| = |A_2(t)|$ . В качестве скорректированного профиля интенсивности для следующей итерации было выбрано среднее геометрическое интенсивностей  $(|A_1(t)||A_2(t)||A_3(t)|)^{1/3}$ . Данный выбор давал хорошие результаты на различных формах тестовых импульсов, тем не менее другие функции, такие как среднее арифметическое, в том числе с различными весами, могут давать в некоторых случаях лучшие результаты.

Контроль сходимости алгоритма к правильному решению осуществлялся с помощью вычисления несоответствия восстановленных спектральных интенсивностей  $A_1(\omega)$ ,  $A_3(\omega)$  экспериментально измеренным  $S_0$  и  $S_1$ , а также несоответствия между собой восстановленных огибающих импульсов на входе и выходе нелинейной среды  $A_1(t)$  и  $A_2(t)$ :

$$\Delta_{0} = \frac{\|S_{0}(\omega) - |A_{1}(\omega)|^{2}\|^{1/2}}{\|\sqrt{S_{0}(\omega)}\|},$$

$$\Delta_{1} = \frac{\|S_{1}(\omega) - |A_{0}(\omega)|^{2}\|^{1/2}}{\|\sqrt{S_{1}(\omega)}\|},$$

$$\Delta_{2} = \frac{\||A_{1}(t)|^{2} - |A_{2}(t)|^{2}\|^{1/2}}{\|A_{1}(t)\|},$$
(8)

где

$$||f|| = \sum_{j=1}^{N} |f_j|^2,$$

а N – число точек разбиения во временной (и спектральной) области. При работе алгоритма минимизировалась безразмерная величина ошибки  $\Delta = \Delta_0 + \Delta_1 + \Delta_2$ , которая стремится к нулю при приближении к правильному решению.

Интересной особенностью данного алгоритма является то, что для многих тестовых форм импульсов нахождение правильного решения возможно без использования «нелинейной ветви» (блоков 3 и 4). В этом случае работа алгоритма фактически была основана лишь на требовании равенства профилей интенсивности импульсов на входе и выходе нелинейной среды без использования соотношения для временной фазы (4), при этом минимизировалось значение  $\Delta_0 + \Delta_2$ . По всей видимости, в данном варианте для некоторых случаев задача может иметь несколько точных решений или сильно различающиеся решения с весьма близкими формами восстановленных спектральных интенсивностей, примеры которых действительно были найдены в тестовых расчетах. Тем не менее режим алгоритма с отключенной обратной связью по «нелинейной ветви» может использоваться для ускорения работы на нескольких промежуточных итерациях с периодическим контролем решения с учетом нелинейности. В таком варианте поиск значения  $\gamma d$  требуется лишь на некоторых итерациях. В нашей реализации предложенного алгоритма мы подбирали значение нелинейности на каждой пятой итерации с помощью нескольких проходов блоков 3 и 4. Поиск осуществлялся простым перебором в диапазоне значений В-интеграла 0.3-6 с шагом 0.05, что по нашим наблюдениям обеспечивает достаточную точность восстановления и скорость работы алгоритма. Кроме того, был реализован механизм защиты от стагнации алгоритма. При отсутствии уменьшения ошибки в течение 150 итераций профиль интенсивности импульса заменялся на лучший найденный на текущий момент профиль с добавлением случайных возмущений.

### 4. Численное моделирование

С целью проверки возможности применения предложенного метода были проведены различные численные эксперименты, в которых были использованы несколько тестовых форм входных импульсов как в идеализированных условиях при отсутствии шумов, так и в условиях, приближенных к экспериментальным.

Выбор тестовых форм импульса, которые хорошо выявляют потенциальные проблемы в работе алгоритмов восстановления, многократно обсуждался при рассмотрении ранее предложенных методов, таких как FROG [3] и метод спектральной интерферометрии [15], и при поиске неоднозначностей при их применении.

Все численные эксперименты проводились при размере временной и спектральной сеток 512 точек, что соответствует типичному разрешению ИК камер. Толщина пластинки соответствовала временному сдвигу 2.9 пс. Далее мы не будем приводить спектры интерференции как не несущие полезной визуальной информации, но будем приводить спектральные фазы сигналов на входе и выходе нелинейной среды.

Первая серия численных тестов позволяет убедиться в возможности восстановления предложенным алгоритмом импульсов с квадратичной и кубической временной фазой. Комплексная огибающая входного импульса имеет вид  $A(t) = \exp(-t^2/T^2 + i\alpha t^2 + i\beta t^2)$ , где T – длительность импульса, а  $\alpha$ ,  $\beta$  – коэффициенты квадратичной и кубической фазы импульса. На рис.4 показаны результаты работы алгоритма для импульсов с различными параметрами. Видно, что во всех случаях как форма временной огибающей импульса, так и его фаза были восстановлены практически идеально. Правильно восстановлены также и спектральные фазы исходного и преобразованного импульсов, что говорит о верном подборе коэффициента нелинейности.

Далее были протестированы различные более сложные формы огибающей и фазы импульса. На рис.5,*a*-*в* 



Рис.4. Результаты работы алгоритма восстановления для тестовых импульсов с различными параметрами временной фазы: квадратичная фаза,  $\alpha = -2 \operatorname{nc}^{-2} (a-e)$ , квадратичная фаза,  $\alpha = 2 \operatorname{nc}^{-2} (a-e)$ , квадратичная фаза,  $\alpha = 2 \operatorname{nc}^{-2} (a-e)$ , кубическая фаза,  $\beta = 100 \operatorname{nc}^{-3} (\mathcal{H} - u)$ . Показаны временные распределения интенсивности и фазы ( $a, e, \mathcal{H}$ ), спектры и спектральные фазы на входе в нелинейную среду ( $\delta, \partial, 3$ ), спектры и спектральные фазы на выходе в нелинейной среды (s, e, u). Приняты следующие обозначения: исходный профиль интенсивности – закрашенная область, восстановленный профиль интенсивности – пунктирная кривая, исходная фаза – сплошная кривая, восстановленная фаза – штриховая кривая. Значения *В*-интеграла приведены на рис.4, *s*, *e*, *u* для спектров на выходе нелинейной среды (в скобках приведены восстановленные значения).

приведены результаты для супергауссова импульса с полиномиальной фазой  $A(t) = \exp(-t^4/T^4 + i\alpha t^2 + i\beta t^3 + i\delta t^4)$ , где  $T = 200 \text{ фс}, \alpha = 2 \text{ пс}^{-2}, \beta = 100 \text{ пс}^{-3}, \delta = 100 \text{ пс}^{-4}$ . На рис.5,г-е показан пример восстановления импульса с пьедесталом с огибающей  $A(t) = a \exp(-t^2/T_1^2) + \exp[-(t-s_2)^2/T_2^2 +$  $i\alpha(t-s_2)^2$ ], где a = 0.3,  $T_1 = 400 \text{ фс}$ ,  $T_2 = 200 \text{ фc}$ ,  $s_2 = -400 \text{ фc}$ ,  $\alpha = 2 \text{ пс}^{-2}$ . В примере, показанном на рис.5,  $\mathcal{H}-u$ , рассмотрен импульс с осциллирующим хвостом и сложной фазой. Исходный гауссов импульс с полиномиальной фазой с параметрами  $T = 200 \text{ фс}, \alpha = 2 \text{ пс}^{-2}, \beta = 100 \text{ пс}^{-3} \text{ был пропу$ щен через среду с дисперсией, внесшую спектральную фазу вида  $\psi = \sigma \omega^2 + i \rho \omega^3$ , здесь  $\sigma = 0.0072 \text{ nc}^2$ ,  $\rho = 0.00084 \text{ nc}^3$ . Верно был восстановлен не только профиль интенсивности осциллирующего хвоста импульса, но также и сложная временная фаза. В примере на рис.5, к-м показан асимметричный импульс с очень длинным пьедесталом и сильной нелинейной зависимостью фазы от времени. За счет особой формы импульса и фазы его спектр уширяется весьма слабо при прохождении нелинейной среды. Результат восстановления профиля интенсивности не идеален, тем не менее временная фаза восстановлена верно вплоть до значений в несколько десятков радиан. За исключением небольшой части в высокочастотной области, спектральная фаза как входного, так и преобразованного сигнала восстановлена верно. Результат неточного восстановления заметен на графиках спектральных интенсивностей входного сигнала. Таким образом, алгоритм предоставляет возможность оценки качества полученного решения. Характерные величины ошибки  $\Delta = \Delta_0 + \Delta_1 + \Delta_2$  в случае хорошей сходимости уменьшаются до  $10^{-7}-10^{-4}$  (для случаев, показанных на рис.5,*a*,*c*,*ж*). Если результат восстановления не идеален, ошибка находится на уровне  $10^{-4}-10^{-2}$  ( $\Delta = 0.006$  для рис.5,*k*).

Приведенные выше примеры показывают успешное определение направления хода временной оси, что невозможно для алгоритмов, основанных на использовании квадратичной нелинейности без дополнительных измерений (метод FROG на второй гармонике, автокореляционный метод).

Одним из общепринятых тестов для проверки алгоритмов измерения формы импульсов являются двойные импульсы, примеры работы алгоритма с которыми по-



Рис.5. Результаты работы алгоритма с тестовыми импульсами со сложной огибающей и фазой. Параметры импульсов приведены в тексте. Обозначения те же, что и на рис.4.

казаны на рис.6. На рис.6,*а*,*г* продемонстрирована способность алгоритма определять абсолютную фазу между импульсами, что является нетривиальной задачей для многих методов. Тестовые импульсы, находящиеся на расстоянии 600 фс, имели гауссову форму с полиномиальными фазами с параметрами T = 100 фс,  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 100$  пс<sup>-3</sup> (первый импульс) и T = 200 фс,  $\alpha = 2$  пс<sup>-2</sup>,  $\beta = 0$  (второй импульс), при этом абсолютная фаза между ними была равна 0 (рис.6,*г*) или  $\pi$  (рис.6,*а*).

На рис.6,  $\mathcal{K}-u$  и  $\mathcal{K}-M$  показаны результаты работы алгоритма с гауссовыми импульсами одинаковой длительности (T = 200 фc), но разной интенсивности (соотношение интенсивностей 0.64). Импульсы имели общую поли-

номиальную фазу с параметрами  $\alpha = -2 \text{ пc}^{-2}$ ,  $\beta = \delta = 0$  (рис.6, $\mathcal{H}$ ) и  $\alpha = -2 \text{ пc}^{-2}$ ,  $\beta = -100 \text{ пc}^{-3}$ ,  $\delta = -100 \text{ пc}^{-4}$  (рис.6, $\mathcal{K}$ ). Результат восстановления профиля интенсивности двойного импульса в последнем случае не идеален, тем не менее надо отметить правильное восстановление сложной временной фазы, изменяющейся более чем на 8 радиан между центрами импульсов. В результате численных экспериментов было установлено, что значения *B*-интеграла, при которых метод дает адекватные результаты, находятся в диапазоне 1.5–4.5 в зависимости от конкретной формы импульса.

Далее работа алгоритма была протестирована в условиях, имитирующих экспериментальные. Для этого в ка-



Рис.6. Результаты работы алгоритма с двойными тестовыми импульсами. Параметры импульсов приведены в тексте. Обозначения те же, что и на рис.4,5.

честве тестового сигнала был выбран достаточно сложный импульс, являющийся суммой нескольких импульсов с различными амплитудами и фазами, который был затем пропущен через среду с дисперсией. Кроме того, к спектрам на входе и выходе нелинейной среды был добавлен случайный шум. Результаты работы алгоритма восстановления представлены на рис.7. Добавление шума осуществлялось двумя способами. В первом из них шум добавлялся к реальной и мнимой частям комплексных спектров перед взятием квадрата модуля. Такой вариант может соответствовать некоторым случайным компонентам излучения, приходящим вместе с импульсом. Во втором

варианте шум добавлялся к квадратам модулей спектров, что соответствует собственному шуму спектрометра и некогерентной компоненте излучения. На рис. 7,a-e шум не добавлен, на рис. 7,e-e шум на комплексной амплитуде 1% (пик-пик по отношению к амплитуде спектров  $\sqrt{S_0}$ и $\sqrt{S_1}$ , что соответствует 10%-ному отклонению в максимуме квадрата модуля спектра), на рис.  $7, \pi-u$  шум на комплексной огибающей 10% (что соответствует 30%-ному отклонению в максимуме квадрата модуля спектра), на рис.  $7, \kappa-m$  шум квадрата модуля спектра 3%. Видно, что результат восстановления не идеален во всех случаях, тем не менее даже при наличии значительной шумовой состав-



Рис.7. Результаты работы алгоритма на зашумленных входных данных. Параметры импульсов приведены в тексте. Обозначения те же, что и на рис.4–6.

ляющей во входных данных общая структура импульса восстанавливается правильно. Характерное значение ошибки находится на уровне 0.01–0.08. Таким образом, предложенный алгоритм достаточно устойчив даже в случае весьма сложной формы входного импульса, и наличие дополнительного шума во входных данных не приводит к катастрофическим искажениям результатов восстановления.

Характерное число итераций алгоритма, после которых не происходит дальнейшего уменьшения ошибки, составляет около 100 в простых случаях и увеличивается до нескольких тысяч (обычно не более 10000) для сложных импульсов и зашумленных входных данных. Типичное время работы нашей программной реализации алгоритма на персональном компьютере с процессором Intel Core i5 (1.7 ГГц) составляет от нескольких секунд до нескольких минут.

В заключение отметим, что предложенный метод измерения амплитуды и фазы ультракоротких импульсов основан на измерении спектральной интерференции исходного импульса и импульса, прошедшего через среду с кубической (керровской) нелинейностью. В численных экспериментах продемонстрирована эффективность разработанного алгоритма для восстановления импульсов со сложной формой интенсивности и фазы, а также устойчивость алгоритма к шуму во входных данных. Метод позволяет проводить измерения за один импульс и требует помещения всего лишь одного нелинейного элемента в исследуемый лазерный пучок.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (проект № 14.Z50.31.0007) и Программы Президиума РАН «Экстремальное лазерное излучение: физика и фундаментальные приложения».

- 1. Walmsley I.A., Dorrer C. Adv. Opt. Photon., 1, 308 (2009).
- Pariente G., Gallet V., Borot A., Gobert O., Quéré F. Nat. Photonics, 10, 547 (2016).
- Trebino R. Frequency-Resolved Optical Gating: the Measurement of Ultrashort Laser Pulses (Kluwer Academic, 2002).
- 4. Trebino R. et al. Rev. Sci. Instrum., 68, 3277 (1997).
- 5. Iaconis C., Walmsley I.A. Opt. Lett., 23, 792 (1998).
- Oksenhendler T., Coudreau S., Forget N., Crozatier V., Grabielle S., Herzog R., Gobert O., Kaplan D. Appl. Phys. B, 99, 7 (2010).

- Minkovski N., Petrov G.I., Saltiel S.M., Albert O., Etchepare J. J. Opt. Soc. Am. B, 21, 1659 (2004).
- Naganuma K., Mogi K., Yamada H. *IEEE J. Quantum Electron.*, 25, 1225 (1989).
- Гинзбург В.Н., Кочетков А.А., Яковлев И.В., Миронов С.Ю., Шайкин А.А., Хазанов Е.А. Квантовая электроника, 46, 106 (2016).
- Nibbering E.T.J., Franco M.A., Prade B.S., Grillon G., Chambaret J.-P., Mysyrowicz A. J. Opt. Soc. Am. B, 13, 317 (1996).
- Ferreiro J.J., de la Fuente R., Lopez-Lago E. Opt. Lett., 26, 1025 (2001).
- Anashkina E.A., Ginzburg V.N., Kochetkov A.A., Yakovlev I.V., Kim A.V., Khazanov E.A. Sci. Rep., 6, 33749 (2016).
- Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов (М.: Наука, 1988).
- 14. Gerchberg R.W., Saxton W.O. *Optik (Stuttgart)*, **35**, 237 (1972).
- 15. Rhodes M., Steinmeyer G., Trebino R. Appl. Opt., 53, D1 (2014).