

Рост эмиттанса при лазерно-плазменном ускорении электронов в направляющих структурах

М.Е.Вейсман, С.В.Кузнецов, Н.Е.Андреев

Проведено исследование угловых характеристик – эмиттанса и доли электронов, вылетающих в заданный телесный угол, для сгустков электронов, ускоряемых в кильватерных полях, генерируемых в различных направляющих структурах – капиллярных волноводах и плазменных каналах, по которым распространяются интенсивные лазерные импульсы. Исследование проведено при различных энергиях инжекции, моделирующих условия на входе в различные каскады многокаскадного ускорителя электронов. Показано, что в отличие от ограничений, определяющихся требованием захвата и ускорения значительной доли электронов сгустка, условие сохранения низкого эмиттанса сгустка, необходимое для успешной передачи ускоренного сгустка на вход следующего ускорительного каскада или другого устройства, налагает на порядок более жесткие ограничения на точность фокусировки лазерного излучения в направляющую структуру.

Ключевые слова: ускорение электронов, кильватерные поля, плазменные каналы, капиллярные волноводы, эмиттанс.

1. Введение

Будущее физики высоких энергий требует разработки ускорителей, способных генерировать сгустки электронов и позитронов с энергией ~ 10 ТэВ [1], намного превышающей ту, которая в настоящее время может быть достигнута с помощью имеющихся ускорителей традиционного типа. Существующие микроволновые ускорители имеют максимальный темп набора энергии электроном ~ 100 МэВ/м. При таком темпе ускорения, чтобы достичь энергии электронов в 10 ТэВ, длина ускорителя должна составлять 100 км, что вряд ли практически реализуемо.

Для многих практических приложений необходимы более компактные и более дешевые ускорители. Например, в настоящее время интенсивно расширяется область применения ускорителей в медицине – для стерилизации материалов и производства радиоизотопов. В результате развития техники ускорителей становится возможным создание интенсивных источников жесткого излучения, находящихся применение в биологии, в диагностике экстремальных состояний вещества, в исследовании и обработке материалов. Все эти возможные приложения нуждаются в разработке таких ускорителей нового типа, которые можно было бы перевести из категории уникальных приборов в разряд устройств, достаточно недорогих и компактных, но генерирующих пучки электронов с энергией от сотен мегаэлектронвольт до нескольких гигаэлектронвольт.

М.Е.Вейсман, С.В.Кузнецов. Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, 125412 Москва, ул. Ижорская, 13, стр.2; e-mail: bme@ihed.ras.ru

Н.Е.Андреев. Объединенный институт высоких температур РАН, Россия, 125412 Москва, ул. Ижорская, 13, стр.2; Московский физико-технический институт (государственный университет), Россия, Московская обл., 141701 Долгопрудный, Институтский пер., 9

Лазерно-плазменный метод ускорения электронов, впервые предложенный в работе [2], открывает перспективы для решения этих задач [3]. Лазерно-плазменные ускорители, в которых ускорение электронов происходит в полях кильватерной волны, генерируемой в плазме интенсивным лазерным импульсом, продемонстрировали темп набора энергии электроном свыше 100 ГэВ/м [4], что позволяет получать сгустки ускоренных электронов с энергией ~ 1 ГэВ на длине ускорения ~ 1 см [5]. Наибольший успех к настоящему времени достигнут в Национальной лаборатории им. Э.Лоуренса в Беркли, где уже создана установка [6], на которой импульс лазерного излучения с пиковой мощностью 300 ТВт (длительность импульса 40 фс, длина волны 0.815 мкм) в газонаполненном капилляре ускоряет сгусток электронов до энергии 4.2 ГэВ на длине 9 см.

Дальнейшее увеличение энергии частиц при лазерно-плазменном ускорении требует дополнительного анализа возможных схем ускорения. Однокаскадное ускорение электронов лимитируется сложностью поддержания стабильного ускоряющего поля с высокой напряженностью в плазменных структурах большой протяженности, а кроме того, ограничением длины ускорения за счет эффекта дефазировки. Для достижения большей энергии ускоренных частиц можно использовать схему многокаскадного ускорения, в которой сгусток электронов неоднократно ускоряется в одинаковых лазерно-плазменных секциях и после каждого каскада ускорения передается на вход следующего каскада для дальнейшего увеличения энергии электронов [7, 8].

Многокаскадная схема ускорения в принципе позволяет достичь энергий ускоренных частиц, во много раз превышающих полученные в одной ускорительной секции. Однако при этом имеется ряд трудностей. Среди них можно выделить следующие.

Во-первых, необходимо обеспечить инжекцию сгустка электронов в каждый следующий каскад ускорителя согласованно по времени с вводом в него лазерного излу-

чения, генерирующего ускоряющее кильватерное поле. Для достаточно большого приращения энергии электронов сгустка и сохранения их числа в процессе ускорения нужно, чтобы электроны попадали в строго определенную область фазы кильватерной волны, обладающую необходимыми фокусирующими и ускоряющими характеристиками. Это предполагает высокую степень синхронизации всех составляющих процесса многокаскадного ускорения.

Во-вторых, необходимо обеспечить достаточно хорошие характеристики электронного сгустка после каждого ускорительного каскада, которые, как правило, имеют тенденцию к ухудшению в процессе ускорения сгустка электронов в кильватерном поле. К важнейшим из них относятся разброс электронов сгустка по энергии, эмиттанс и длина сгустка. Известно [9, 10], что влияние длины сгустка электронов на разброс их по энергии в процессе ускорения является решающим. В свою очередь, при относительно низкой средней энергии электронов сгустка, которая характерна для первых каскадов ускорения, разброс электронов по энергии на входе в следующую ускорительную секцию будет приводить к дальнейшему увеличению длины сгустка. Большое влияние на характеристики сгустка в процессе ускорения оказывает его заряд, начальный эмиттанс, а также нелинейная динамика лазерного импульса [11–16]. Поэтому в каждой ускорительной секции условия ввода в нее электронного сгустка должны удовлетворять определенным требованиям, обеспечивающим оптимальное сочетание темпа набора энергии электронами сгустка и сохранения достаточно хороших его характеристик.

Большое влияние на характеристики электронного сгустка оказывает также дрейфовый промежуток между ускорительными секциями. Необходимо обеспечить такое прохождение электронного сгустка через дрейфовый промежуток, чтобы его характеристики не ухудшались. В этом смысле следует снова отметить удлинение сгустка в дрейфовом промежутке, вызываемое расталкиванием частиц из-за их собственного заряда, а также из-за их разброса по энергии [17]. Существенное значение имеет также угловая расходимость электронного пучка, определяемая его эмиттансом на выходе из ускорительного каскада.

И наконец, очень большое влияние на процесс многокаскадного ускорения оказывают угловые погрешности при вводе сгустка и лазерного излучения в каждую последующую секцию ускорителя [18, 19], а также нарушения их взаимной соосности во всей последовательности ускорительных секций – проблема, до сих пор не привлекавшая должного внимания исследователей.

Целью настоящей работы является исследование угловых характеристик (эмиттанса и угловой расходимости) пучка электронов, ускоряемого в кильватерных полях позади лазерных импульсов, распространяющихся в различных направляющих структурах – капиллярных волноводах и плазменных каналах.

При многокаскадном ускорении электронный сгусток, полученный на выходе из предыдущего ускорительного каскада подается на вход следующего каскада, при этом угловые характеристики сгустка зависят от его угловых характеристик на выходе из предыдущего каскада, а также от динамики электронного сгустка между каскадами. Однако в первом приближении можно рассматривать ускорение электронных сгустков, изначально имеющих нулевой эмиттанс на входе в каждый каскад, полагая, что

в процессе ускорения в сгустке электронов нарабатывается эмиттанс, значительно превышающий начальный. В этом подходе электронный сгусток с нулевым эмиттансом на входе в каждый каскад играет роль зондирующего инструмента, позволяющего определить, как будет влиять данный ускорительный каскад с данной начальной энергией инжекции на характеристики ускоряемых электронных сгустков. Именно такой подход рассматривается в настоящей работе.

В работе приведена также оценка доли электронов сгустка, ускоренного в предыдущем каскаде, которую без применения специальных мер типа использования плазменных линз [20, 21] можно передать на вход следующего ускорительного каскада (при заданной его входной апертуре). Такая доля тем больше, чем меньше эмиттанс и угловая расходимость электронного пучка на выходе из предыдущего каскада, чем короче дрейфовый промежуток между каскадами и чем больше входная апертура следующего ускорительного каскада. При этом из полученных результатов следует, что угловые характеристики ускоренных сгустков критическим образом зависят от точности фокусировки лазерного излучения в направляющую структуру.

2. Метод исследования

Для моделирования ускорения электронных сгустков в кильватерных полях, генерируемых лазерными импульсами в параболических плазменных каналах и капиллярных волноводах, применялась разработанная ранее модель [19, 22], в которой используются полученные аналитические выражения для угловых и радиальных мод лазерного излучения в этих направляющих структурах, выражения для угловых гармоник кильватерного поля и уравнения движения для электронов сгустка, решаемые численно методом Рунге–Кутты. Такая модель позволяет определять характеристики электронных сгустков на больших пространственных и временных масштабах, а также рассматривать произвольную несимметричность лазерных импульсов и произвольную несимметричность их инжекции в направляющую структуру при условии выполнения неравенства $(k_0 R)^{-1} \ll 1$ (для волноводов) [23, 24] или $(k_0 r_{ch})^{-1} \ll 1$ (для плазменных каналов) [22], где R – внутренний радиус волновода, r_{ch} – характерный радиус плазменного канала (см. ниже формулу (1)), $k_0 = \omega_0/c$ – модуль вакуумного волнового вектора лазерного излучения, ω_0 – его частота, c – скорость света.

Для выяснения влияния основных геометрических факторов, связанных с фокусировкой и распространением генерирующего ускоряющие кильватерные поля лазерного излучения, будем пренебрегать нелинейными процессами при взаимодействии лазерного излучения с плазмой и считать максимальную мощность P_0 лазерного излучения много меньшей критической мощности P_{cr} для релятивистской самофокусировки: $P_0 \ll P_{cr}$, где $P_{cr} = 0.017 \gamma_{ph}^2 \text{ ТВт}$, $\gamma_{ph} = \omega_0/\omega_p = \sqrt{n_{cr}/n_{e0}}$ – релятивистский гамма-фактор плазменной волны, $\omega_p = \sqrt{4\pi n_{e0} e^2/m}$ – плазменная частота, e и m – заряд и масса электрона соответственно ($e < 0$), n_{e0} – концентрация фоновых электронов плазмы, $n_{cr} = m\omega_0^2/(4\pi e^2)$ – критическая концентрация.

Плотность плазмы в капиллярных волноводах будем считать однородной, при этом диэлектрическая проницаемость плазмы внутри капилляра постоянна, $\epsilon = 1 - n_{e0}/n_{cr} = \text{const}$, и, кроме того, $|1 - \epsilon| \ll 1$ (более подробно см. в [19]).

Считаем, что профиль концентрации электронов $n(r)$ в плазменных каналах в поперечном направлении является параболическим и не меняется в продольном направлении:

$$n(r) = n_{e0}[1 + (r/r_{ch})^2]. \quad (1)$$

В линейном приближении для канала, радиус которого согласован с радиусом лазерного пучка, имеющего гауссову поперечную огибающую электрического поля, величина $r_{ch} = R_{fit}$, где

$$R_{fit} = k_p r_0^2 / 2; \quad (2)$$

$k_p = \omega_p / c$ – модуль волнового вектора плазменной волны; r_0 – радиус лазерного пятна, соответствующий полю $E \propto \exp(-r/r_0^2)$. При условии $r_{ch} = R_{fit}$ напряженность электрического поля лазерного импульса не меняется при его распространении в канале [22].

Уравнения движения электронов в кильватерных полях и выражения для кильватерных полей приведены в [19]. Как показано в этой работе, при наличии какой-либо несимметрии (всегда имеющейся в условиях реального эксперимента) кильватерный потенциал в плазме содержит как нулевые, так и более высокого порядка угловые гармоники (зависящие от азимутального угла φ в цилиндрической системе координат как $\exp(i l \varphi)$ для l -й гармоники). При этом источником l -й гармоники кильватерного потенциала является l -я угловая гармоника квадрата модуля безразмерной поперечной (лежащей в плоскости, перпендикулярной оси ее распространения) компоненты электрического поля $|\mathbf{a}_\perp|_l^2$, где $\mathbf{a}_\perp = e\mathbf{E}_\perp / (m\omega_0 c)$, а \mathbf{E}_\perp – поперечная компонента электрического поля лазерного импульса.

Из результатов работ [18, 23–25] и [22] следует, что вблизи оси направляющей структуры векторная структура электромагнитных полей лазерного излучения с точностью до членов первого порядка в разложении по малому параметру $(k_0 R)^{-1} \ll 1$ или $(k_0 r_{ch})^{-1} \ll 1$ может быть приближенно описана единственной скалярной функцией, определяемой волновым уравнением второго порядка с двумя граничными условиями, одно из которых задается на входе в направляющую структуру, при $z = 0$ (где z – ось направляющей структуры), а другое – при $r = R$ (условие непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на внутренней поверхности стенки капиллярного волновода) либо при $r \rightarrow \infty$ (условие обращения электромагнитных полей в нуль при $r \rightarrow \infty$) [22].

В этом случае величина $|\mathbf{a}_\perp|_l^2$ может быть выражена как [22]

$$|\mathbf{a}_\perp|_l^2 = a_0^2 \sum_p (S_{rp} S_{rp-l}^* + S_{\varphi p} S_{\varphi p-l}^*), \quad (3)$$

$$S_{rp} = \sum_{\sigma=\pm 1} \sum_n \tilde{\mathcal{C}}_{p\sigma n}(\xi, \zeta) D_n^{(p)}(r),$$

$$S_{\varphi p} = \sum_{\sigma=\pm 1} \sum_n \sigma \tilde{\mathcal{C}}_{p\sigma n}(\xi, \zeta) D_n^{(p)}(r),$$

где

$$\tilde{\mathcal{C}}_{l\sigma n}(\xi, \zeta) = C_{l\sigma n} F_{||}(\xi + \Phi_{l\sigma n}(\zeta)) \exp[-i\Phi_{l\sigma n}(\zeta)] \quad (4)$$

– зависящие от безразмерных, связанных с лазерным импульсом координат $\xi = k_0(z - ct)$ и $\zeta = k_0 z$ модовые коэффициенты с постоянными множителями $C_{l\sigma n}$, которые определяются граничными условиями на входе в направляющую структуру и имеют разный вид для капиллярных волноводов и плазменных каналов; $a_0 = eE_{\max} / (m\omega_0 c)$; E_{\max} – максимальная напряженность электрического поля лазерного импульса перед входом в направляющую структуру; $F_{||}$ – продольная огибающая лазерного импульса перед входом в направляющую структуру; $\Phi_{l\sigma n}$ – фазы; $D_n^{(p)}$ – радиальные функции, выражения для которых определяются указанными выше радиальными граничными условиями, имеющими разный вид для капиллярных волноводов и плазменных каналов.

Для капиллярных волноводов, заполненных плазмой с постоянной диэлектрической проницаемостью, $\varepsilon(r < R) = \varepsilon_c$, справедливы следующие соотношения:

$$D_n^{(l)} = J_l(u_{ln} r / R), \quad (5)$$

$$\Phi_{l\sigma n} = (\zeta/2)(k_{\perp l\sigma n}^2 + 1 - \varepsilon_c), \quad (6)$$

$$k_{\perp l\sigma n} = \frac{u_{l-\sigma n}}{\mathcal{R}} \left(1 - i \frac{\mu_\pm}{\mathcal{R}}\right) \text{ при } l \neq 0, \quad (7)$$

$$k_{\perp 0-1n} = \frac{u_{ln}}{\mathcal{R}} \left(1 - i \frac{\mu_B}{\mathcal{R}}\right), \quad k_{\perp 01n} = \frac{u_{ln}}{\mathcal{R}} \left(1 - i \frac{\mu_E}{\mathcal{R}}\right),$$

где J_l – функции Бесселя первого рода l -го порядка; u_{ln} – их n -е корни; $k_{\perp l\sigma n}$ – поперечные волновые векторы мод электромагнитного поля; $\mathcal{R} = k_0 R$;

$$\mu_B = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_w - 1}}, \quad \mu_E = \varepsilon_w \mu_B, \quad \mu_\pm = \mu_B \pm \mu_E \quad (8)$$

– факторы, зависящие от свойств стенок капилляра; ε_w – диэлектрическая проницаемость стенки капилляра.

Для параболических плазменных каналов с профилем концентрации (1) выражения для радиальных функций $D_n^{(l)}$ и фазовых факторов $\Phi_{l\sigma n}$ имеют вид

$$D_n^{(l)} = L_n^{||}(\kappa) \exp(-\kappa/2) \kappa^{||/2}, \quad \kappa \equiv k_p r^2 / r_{ch}, \quad (9)$$

где $L_n^{||}$ – обобщенные полиномы Лагерра;

$$\Phi_{l\sigma n} = \frac{\zeta}{2} \frac{n_{e0}}{n_{cr}} \left(1 + \frac{2n + l + 1}{k_p r_{ch}}\right). \quad (10)$$

Из граничных условий непрерывности электромагнитных полей на входе в направляющую структуру (при $z = 0$) и выражений (5) и (9) для радиальных мод электромагнитного поля внутри капиллярных волноводов и плазменных каналов соответственно получаем следующие выражения для постоянных множителей $C_{l\sigma n}$ модовых коэффициентов (4):

$$C_{0\sigma n} = -N_{1n}^{-1} \sum_{k=\pm 1} \frac{1 + k\eta}{2\sqrt{1 + \eta^2}} \left(k \frac{1 - \sigma}{2} + \frac{1 + \sigma}{2}\right) \mathcal{Z}_{-kn},$$

$$C_{l\sigma n} = N_{||-\sigma n}^{-1} \frac{1 + \sigma\eta}{2\sqrt{1 + \eta^2}} \mathcal{Z}_{|l-\sigma n} \text{ при } l \neq 0,$$

$$N_{kn} = \int_0^1 y J_k^2(u_{kn} y) dy, \quad (11)$$

$$\mathcal{Z}_{kn} = \int_0^1 y F_k(y) J_k(u_{kn} y) dy,$$

$$F_k(y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-ik\varphi) F_{\perp}(yR, \varphi) d\varphi$$

для капиллярных волноводов (где $F_{\perp}(r, \varphi)$ – поперечная огибающая лазерного поля при $z = 0$, а η – степень поляризации лазерного импульса, $\eta = 0$ – линейная поляризация, $\eta \neq 0$ – эллиптическая) и

$$C_{l\sigma n} = N_{|l|-\sigma n}^{-1} \frac{1 + \sigma\eta}{2\sqrt{1 + \eta^2}} \mathcal{Z}_{|l|-\sigma n},$$

$$N_{kn} = \int_0^{\infty} \exp(-y) y^{|k|} [L_n^{(|k|)}(y)]^2 dy, \quad (12)$$

$$\mathcal{Z}_{kn} = 2^{|k|/2+1} \int_0^{\infty} F_k(\sqrt{2y/(k_p r_{ch})}) \exp(-y) y^{|k|/2} L_n^{(|k|)}(2y) dy$$

для плазменных каналов.

С использованием величин $|a_{\perp}|_i^2$ и соответствующих выражений для гармоник кильватерных полей [19] вычислялись действующие на ускоряемые электроны продольные (ускоряющие) и поперечные (фокусирующие или дефокусирующие) силы, с помощью которых численно решались уравнения движения и определялись траектории электронов для данной длины распространения z лазерного импульса по направляющей структуре.

Отметим, что формулы (3)–(12) распространяют рассмотренную в работе [19] модель ускорения электронов в капиллярных волноводах на случай плазменных каналов.

После определения положения электронов ускоренного сгустка в фазовом пространстве вычислялся их нормализованный поперечный эмиттанс ϵ_n , связанный с угловым эмиттансом ϵ_* соотношением $\epsilon_n = \gamma_b \beta_b \epsilon_*$ [26]:

$$\epsilon_n = 4\sqrt{R^2 \bar{\alpha}^2 - (R\bar{\alpha})^2} \gamma_b \beta_b,$$

$$\bar{R}^2 = N_b^{-1} \sum_i R_i^2, \quad \bar{\alpha}^2 = N_b^{-1} \sum_i \alpha_i^2, \quad (13)$$

$$\bar{R}\bar{\alpha} = N_b^{-1} \sum_i R_i \alpha_i, \quad \alpha_i = \arctan(\tilde{P}_{ri}/P_{zi}),$$

$$\tilde{P}_{ri} = \frac{x_i P_{xi} + y_i P_{yi}}{R_i}, \quad R_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2},$$

где P_{xi} , P_{yi} , P_{zi} – поперечные и продольный импульсы i -го электрона сгустка, выраженные в единицах mc ; x_i , y_i – поперечные координаты i -го электрона сгустка; N_b – число электронов в сгустке; γ_b – гамма-фактор сгустка, определяемый как максимальное значение величины

$$\sqrt{1 + P_{xi}^2 + P_{yi}^2 + P_{zi}^2};$$

$\beta_b = \sqrt{1 - \gamma_b^{-2}}$ – бета-фактор сгустка.

Помимо эмиттанса, в настоящей работе вычислялась нормированная на единицу плотность распределения электронов по телесному углу $\Omega(\Theta)$ с углом раствора Θ относительно оси z направляющей структуры, т.е. величина

$$S(\Omega) = N_{\Sigma}^{-1} dN(\Omega)/d\Omega, \quad d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta, \quad (14)$$

где $dN(\Omega) = N(\Omega, \Omega + d\Omega)$ – число электронов сгустка в элементе $d\Omega$ телесного угла с углом раствора $d\theta$; N_{Σ} – полное число электронов в сгустке. С помощью плотности $S(\Omega)$ (14) вычислялась доля всех электронов $P(\Theta)$, попадающих в телесный угол $\Omega(\Theta)$ с углом раствора Θ :

$$P(\Theta) = \int_0^{\Omega(\Theta)} S(\Omega') d\Omega'. \quad (15)$$

Зная $P(\Theta)$ на выходе ускорительного каскада и входную апертуру следующего каскада, можно определить долю электронов, которые попадут на вход следующего каскада при их свободном распространении между каскадами.

3. Результаты расчетов

В расчетах лазерный импульс имел безразмерную амплитуду $a_0 = eE_{\max}/(m\omega_0 c) = 0.5$ и максимальную мощность $P_0/P_{cr} = 0.14$, релятивистский гамма-фактор $\gamma_{ph} = 80$. Огибающая поля лазерного импульса была гауссовой с радиусом $r_0 = 50$ мкм в поперечном направлении и длительностью на половине максимальной интенсивности $\tau_L = 56$ фс, длина волны лазерного излучения $\lambda_0 = 0.8$ мкм. Расчеты были выполнены для двух направляющих структур: кремниевого капиллярного волновода с внутренним радиусом $R = 82$ мкм и плазменного канала с концентрацией электронов $n(r)$ (1) и согласованным радиусом R_{fit} (2). В проведенных расчетах $r_{ch} = R_{fit} = 122$ мкм.

Сгустки электронов инжектировались вдоль оси направляющей структуры в первый период плазменной волны позади лазерного импульса. Фазой инжекции ξ_{inj} будем называть расстояние вдоль связанной с лазерным импульсом продольной координаты ξ от центра сгустка электронов до точки, соответствующей максимуму продольной ускоряющей силы. С целью обеспечить попадание большей части электронов сгустка в фокусирующую фазу кильватерного поля фаза инжекции выбиралась таким образом, чтобы безразмерная величина $k_p \xi_{inj}/k_0$ была равна 0.3 (для капиллярных волноводов и малых энергий инжекции $E_{inj} = 50$ МэВ) либо 0.1 (в остальных случаях), где $k_p = \omega_p/c$.

На входе в капиллярный волновод лазерное, а значит и кильватерное, поле является нерегулярным (см, напр., [24, 25]). Поэтому при моделировании ускорения электронных сгустков в капиллярных волноводах инжекция электронов проводилась не в начало (торец) капилляра ($z = 0$), а на расстоянии z_{inj} по глубине капилляра от его начала ($z_{inj} = 800/k_p$). Технически обеспечить такую инжекцию можно, если начальный участок капилляра будет пустым, не заполненным плазмой. Альтернативный способ решения проблемы нерегулярности лазерного поля на входе в волновод – использование специального (конического) профилированного входа [25].

Проведенные исследования показали, что наибольшее влияние на нормализованный поперечный эмиттанс ускоренного электронного сгустка при полностью симметричной геометрии задачи (т.е. при точной фокусировке лазерного излучения в направляющую структуру) имеют продольный и поперечный размеры этого сгустка. Во всех расчетах сгустки электронов имели гауссовы распределения концентрации электронов в продольном (вдоль оси распространения z) и поперечном направлениях, при этом начальные длина $k_p \sigma_z$ и поперечный размер $k_p \sigma_r$ электронного сгустка были равны соответственно 0.05 и 0.15.

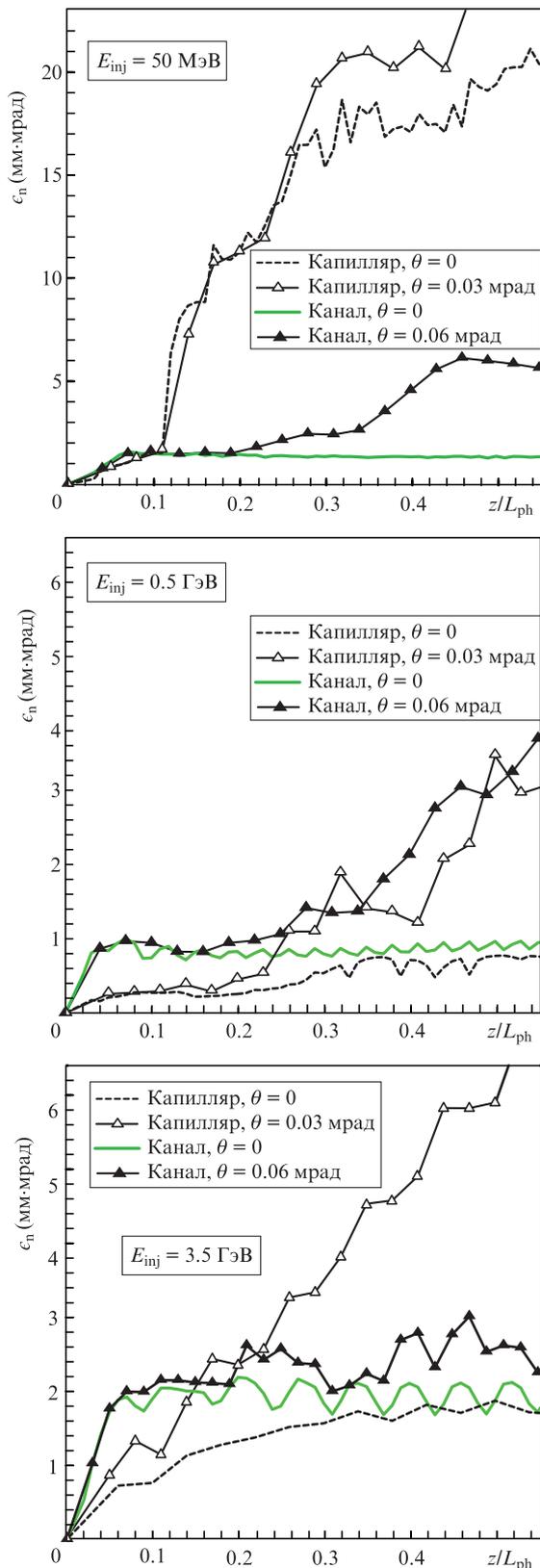


Рис.1. Эмиттанс электронных пучков в зависимости от безразмерной длины направляющей структуры для параметров задачи, указанных в тексте и на рисунках, при разных энергиях инъекции E_{inj} .

На рис.1 показан эмиттанс электронных пучков как функция длины z вдоль направляющей структуры, нормированной на длину дефазировки $L_{ph} = \lambda_0 \gamma_{ph}^3 = 41$ см, при различных энергиях инъекции E_{inj} . При этом фаза

инъекции $\xi_{inj} = 0.1 k_0/k_p$ для всех кривых, за исключением кривых для капиллярных волноводов и энергии инъекции $E_{inj} = 50$ МэВ, для которых $\xi_{inj} = 0.3 k_0/k_p$. Рассмотрены случаи различной фокусировки лазерного излучения на торец направляющей структуры: случай точной фокусировки, когда нет отклонения оси лазерного пучка от оси направляющей структуры (угол θ между осями равен нулю) и случаи неточной фокусировки, когда $\theta = 0.06$ мрад для плазменных каналов и 0.03 мрад для капиллярных волноводов.

Из рис.1 следует, что углы $\theta = 0.06$ мрад для плазменных каналов и $\theta = 0.03$ мрад для капиллярных волноводов – предельные, при которых возможно получение на длине ускорения $z \approx 0.5 L_{ph}$, соответствующей максимальному набору энергии $\Delta E_e = E_e - E_{inj}$ электронным пучком*, пучка ускоренных электронов с низким эмиттансом – не более нескольких мм-мрад (E_e – энергия электронов). Такое ограничение по углам θ является, как минимум, на порядок более сильным, чем ограничение, следующее из рассмотрения энергетических характеристик пучка электронов [19]. Для первого ускорительного каскада с энергией инъекции электронов $E_{inj} = 50$ МэВ при выбранных параметрах задачи получение пучка электронов с низким эмиттансом ($\epsilon_n \approx 1$ мм-мрад) оказывается возможным только с помощью плазменных каналов.

На рис.2 приведены результаты аналогичных расчетов, но только для одной энергии инъекции $E_{inj} = 0.5$ ГэВ, для разных смещений dx точки фокусировки лазерного излучения относительно оси направляющей структуры, для разных степеней несимметричности лазерного пятна, моделируемых отличным от единицы отношением r_y/r_x полуосей эллипса поперечной огибающей лазерного импульса (задаваемой в виде $E(x, y) = E_0 \exp(-x^2/r_x^2 - y^2/r_y^2)$, где $r_x^2 + r_y^2 = 2r_0^2$, при $r_0 = 50$ мкм), а также для точной (симметричной) фокусировки.

Из рис.2 видно, что следующие из условия сохранения низкого эмиттанса допуски на отклонение формы лазер-

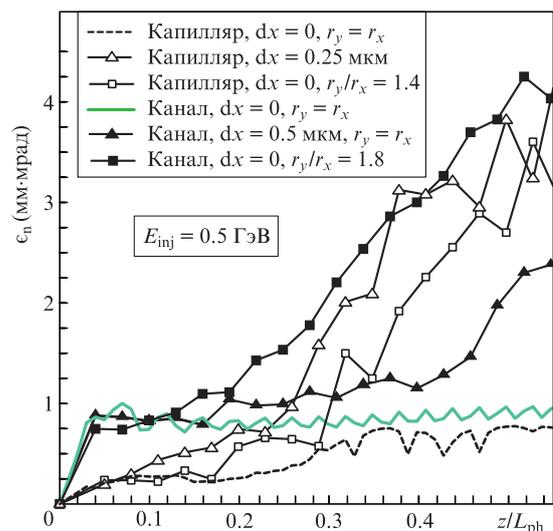


Рис.2. Эмиттанс электронных пучков в зависимости от безразмерной длины направляющей структуры при разных смещениях dx , разных отношениях r_y/r_x , а также при точной (симметричной) фокусировке. Остальные параметры такие же, как и для рис.1.

* Во всех проведенных расчетах $\Delta E_{e,max} \approx 0.5$ ГэВ для ускорения в плазменных каналах и ~ 0.3 ГэВ для ускорения в капиллярных волноводах.

ного пятна от цилиндрически-симметричной оказываются не слишком жесткими (и аналогичны допускам, следующим из условия сохранения больших значений набранной энергии ΔE_e и большой доли захваченных и ускоренных частиц N_{tr} [18, 19]). В то же время допуски на отклонение Δx точки фокусировки лазерного излучения от оси направляющей структуры, так же как и допуски на угол θ между осями лазерного пучка и направляющей структуры, примерно на порядок более жесткие, чем те, которые следуют из условий сохранения больших значений N_{tr} и ΔE_e .

На рис.3 для длины ускорения $z = 0.5L_{ph}$, различных энергий инжекции E_{inj} и различных условий фокусировки показана доля электронов, вылетающих внутри телесного угла с углом раствора Θ , как функция угла Θ . Видно, что даже малая неточность фокусировки лазерного излучения, проявляющаяся в наличии небольшого угла θ (0.03 и 0.06 мрад), может кардинально уширять угловой спектр и снижать долю электронов, вылетающих внутри малого телесного угла вблизи оси направляющей структуры. Особенно сильно этот эффект проявляется для плазменных каналов и малых энергий инжекции, соответствующих начальным ускорительным каскадам.

При этом снижается доля электронов, которые, пролетев расстояние X , могут попасть во входное отверстие

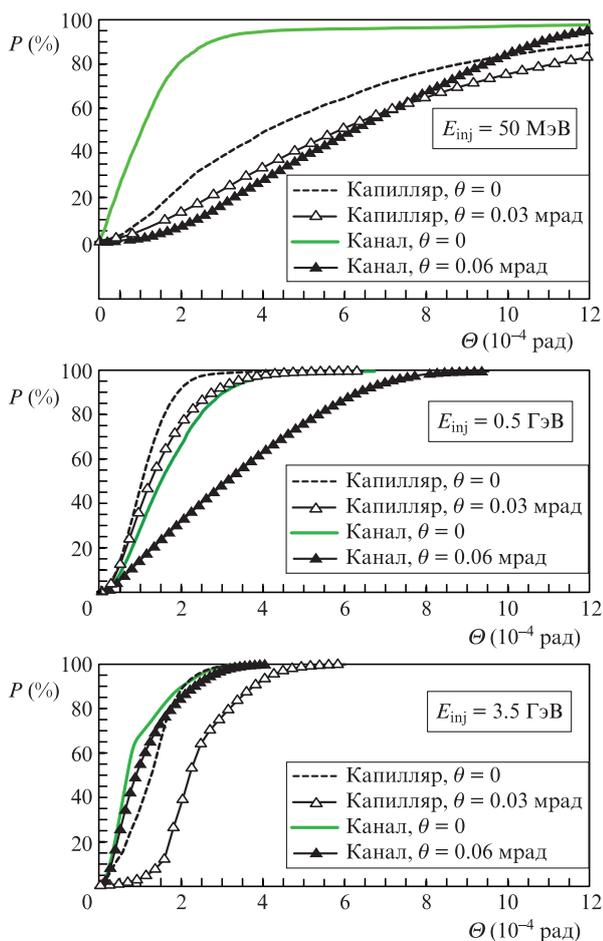


Рис.3. Доля электронов $P(\Theta)$, векторы скорости которых находятся внутри телесного угла с углом раствора Θ , для точки $z = 0.5L_{ph}$, отвечающей максимуму набранной энергии ΔE_e электронами сгустка. Расчеты проведены для разных направляющих структур, разных энергий инжекции E_{inj} и разных условий фокусировки, соответствующих разным углам θ . Остальные параметры такие же, как и для рис.1.

радиусом R следующего ускорительного каскада: так, при $R = 82$ мкм и $X = 0.4$ м получаем $\Theta = 2 \times 10^{-4}$. В данном случае, согласно рис.3, для первого ускорительного каскада с энергией инжекции 50 МэВ при точной фокусировке лазерного излучения ($\theta = 0$) в плазменный канал во второй ускорительный каскад может попасть $\sim 80\%$ электронов, тогда как при неточной фокусировке с $\theta = 0.06$ мрад – только $\sim 8\%$ электронов. Как было показано выше, при сравнительно низких энергиях инжекции эмиттанс электронного сгустка, ускоряемого в капиллярных волноводах, значительно превышает эмиттанс в случае ускорения в плазменных каналах даже при точной фокусировке. Это проявляется в том (рис.3), что независимо от условий фокусировки доля электронов, которые смогут попасть на вход второго ускорительного каскада при параметрах $R = 82$ мкм и $X = 0.4$ м, не превысит 20% в случае ускорения в капиллярных волноводах.

Расчеты для больших энергий инжекции, дающие оценку для последующих ускорительных каскадов, показывают, что в рассмотренном примере ($R = 82$ мкм, $X = 0.4$ м) на вход следующего ускорительного каскада (при $\Theta = 0.2$ мрад) попадает около 80%–90% электронов при точной фокусировке и $\sim 30\%$ электронов при неточной фокусировке с $\theta = 0.06$ мрад для плазменного канала и энергии инжекции $E_{inj} = 0.5$ ГэВ и с $\theta = 0.03$ мрад для капиллярного волновода и $E_{inj} = 3.5$ ГэВ.

Более жесткие, чем для плазменного канала, требования к точности фокусировки лазерного излучения для капиллярного волновода обусловлены тем, что в плазменном канале лазерные поля, а следовательно и генерируемые кильватерные поля, являются более регулярными. Это связано с более мягкими условиями отражения лазерного излучения от стенок плазменного канала с плавно меняющимся профилем концентрации электронов.

Были также проведены расчеты эмиттанса для более широких лазерных пучков при $r_0 = 100$ мкм. В данном случае согласованный внутренний радиус капиллярного волновода $R = 1.64r_0 = 164$ мкм [23, 24], а согласованный радиус плазменного канала, в соответствии с (2), $R_{fit} = 490.9$ мкм. Мощность лазерного излучения при этом возрастает в четыре раза по сравнению с ее значением в первоначальных расчетах, но оказывается по-прежнему меньше критической: $P_0/P_{cr} = 0.56$. Согласно [18] предельно допустимый угол θ_{max} между направлением распространения лазерного пучка и осью направляющей структуры, оцененный по энергетическим характеристикам и числу захваченных частиц, можно определить как $\theta_{max} \approx 2R/L_{ph} = 2R/(\lambda_0 \gamma_{ph}^3)$. При увеличении R в два раза этот угол также возрастает в два раза. Однако угол, определенный из условия сохранения низкого эмиттанса, как показали расчеты, не увеличивается при таком возрастании R .

4. Заключение

Как для практических приложений, так и для возможности многокаскадного ускорения электронов до больших энергий важно обеспечить минимальную угловую расходимость ускоренного сгустка электронов, т.е. минимальный эмиттанс и максимальную долю электронов, вылетающих внутри малого телесного угла вблизи оси направляющей структуры ускорителя.

Для исследования факторов, влияющих на угловую расходимость ускоренного сгустка, в настоящей работе проведено исследование эмиттанса и доли частиц, выле-

тающих в заданном телесном угле, для сгустков электронов, ускоряемых в кильватерных полях, генерируемых в различных направляющих структурах – капиллярных волноводах и плазменных каналах, по которым распространяются интенсивные лазерные импульсы.

Показано, что угловая расходимость электронного сгустка определяется начальной энергией инжекции пучка электронов в ускорительный каскад, а также, и в наибольшей степени, геометрией ускоряющих кильватерных полей, которая, в свою очередь, задается геометрией генерирующего их лазерного электромагнитного поля, определяющей точностью фокусировки лазерного излучения в направляющую структуру.

Установлено, что в отличие от ограничений, обусловленных требованием захвата и ускорения значительной доли электронов сгустка, условие сохранения низкого эмиттанса сгустка, необходимое для эффективной передачи ускоренного сгустка на вход следующего ускорительного каскада или другого устройства, налагает на порядок более жесткие ограничения на точность фокусировки лазерного излучения в направляющую структуру. В частности, определяемые эмиттансом и угловой расходимостью пучка характерные допуски на угол отклонения направления распространения лазерного излучения от оси направляющей структуры составляют не более 0.1 мрад для рассмотренных параметров (см. рис.3), а характерные допуски на относительное смещение точки фокусировки, рассчитываемое как отношение смещения точки фокусировки лазерного излучения от оси направляющей структуры к характерному поперечному размеру направляющей структуры, не превышают 0.5%.

Работа частично поддержана Программой Президиума РАН «Экстремальное лазерное излучение: физика и фундаментальные приложения».

1. Zisman M.S. <https://accelconf.web.cern.ch/accelconf/BIW2008/papers/moiotio01.pdf>.
2. Tajima T., Dawson J.M. *Phys. Rev. Lett.*, **43**, 267 (1979).
3. Katsouleas T. *Plasma Phys. Controlled Fusion*, **46**, B575 (2004).

4. Malka V., Fritzier S., Lefebvre E., et al. *Science*, **298** (5598), 1596 (2002).
5. Костюков И.Ю., Пухов А.М. *УФН*, **185** (1), 89 (2015).
6. Leemans W.P., Gonsalves A.J., Mao H.-S., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **113**, 245002 (2014).
7. Cheshkov S., Tajima T., Horton W., Yokoya K. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, **3**, 071301 (2000).
8. Kimura W.D., van Steenberg A., Babzien M., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 4041 (2001).
9. Andreev N.E., Kuznetsov S.V., Pogorelsky I.V. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, **3**, 021301 (2000); <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.3.021301>.
10. Andreev N.E., Kuznetsov S.V. *Plasma Phys. Controlled Fusion*, **45** (12A), A39 (2003).
11. Andreev N.E., Kuznetsov S.V. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **36** (4), 1765 (2008).
12. Andreev N.E., Baranov V.E., Cros B., et al. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, **653** (1), 66 (2011); www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900211001975.
13. Andreev N.E., Kuznetsov S.V., Cros B., et al. *Plasma Phys. Controlled Fusion*, **53** (1), 014001 (2011); <http://stacks.iop.org/0741-3335/53/i=1/a=014001>.
14. Кузнецов С.В. *ЖЭТФ*, **142** (1), 190 (2012).
15. Andreev N.E., Baranov V.E., Cros B., et al. *J. Plasma Phys.*, **79**, 143 (2013).
16. Кузнецов С.В. *ЖЭТФ*, **150** (2), 195 (2016).
17. Steinhauer L.C., Kimura W.D. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, **2**, 081301 (1999).
18. Andreev N.E., Kuznetsov S.V., Veysman M.E. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A*, **740**, 273 (2014).
19. Вейсман М.Е., Кузнецов С.В., Андреев Н.Е. *Квантовая электроника*, **46**, 288 (2016).
20. Su J.J., Katsouleas T., Dawson J.M., Fedele R. *Phys. Rev. A*, **41**, 3321 (1990).
21. Steinke S., van Tilborg J., Benedetti C., et al. *Phys. Plasmas*, **23** (5), 056705 (2016).
22. Veysman M.E., Andreev N.E. *J. Phys. Conf. Ser.*, **744**, 012109 (2016).
23. Veysman M.E., Cros B., Andreev N.E., Maynard G. *Phys. Plasmas*, **13** (5), 053114 (2006).
24. Veysman M.E., Andreev N.E., Cassou K., et al. *J. Opt. Soc. Am. B*, **27** (7), 1400 (2010).
25. Veysman M.E., Andreev N.E., Maynard G., Cros B. *Phys. Rev. E*, **86**, 066411 (2012).
26. Edwards D.A., Syphers M.J. *An Introduction to the Physics of High Energy Accelerators* (New York: Wiley, 1993).