

# Особенности бетатронных колебаний и бетатронного излучения в плазме с полым каналом

А.А.Голованов, И.Ю.Костюков

*Исследованы поперечные бетатронные колебания и соответствующее им бетатронное излучение электронов в сильно нелинейной кильватерной волне, возбуждаемой мощным лазерным импульсом в плазме с полым каналом. Найдены выражения для периода колебаний и критической частоты в синхротронном режиме бетатронного излучения. Рассмотрена двухстадийная схема, в которой электронный сгусток, сформированный в плазме с одним набором параметров, генерирует бетатронное излучение в плазме с другим набором параметров, и вычислен спектр излучения на второй стадии в приближении отсутствия ускорения сгустка.*

**Ключевые слова:** лазерно-плазменное ускорение, бетатронные колебания, бетатронное излучение.

## 1. Введение

Взаимодействие лазерного излучения с газовыми мишенями представляет большой интерес для задач ускорения электронов [1, 2] и генерации излучения в труднодоступных диапазонах, в частности в рентгеновском [3–5]. При таком взаимодействии передний фронт мощного лазерного импульса ионизует газ, а его основная часть возбуждает в газе кильватерную волну. Эта волна распространяется в плазме со скоростью, близкой к групповой скорости лазерного импульса, и имеет большое продольное электрическое поле, которое используется для ускорения частиц [6]. В то же время поперечные поля кильватерной волны приводят к осцилляциям ускоряемых электронов. Такие осцилляции называются бетатронными и обеспечивают генерацию бетатронного излучения, частота которого для сильно релятивистских электронов может находиться в рентгеновском диапазоне. Бетатронное излучение лазерно-плазменных источников неоднократно наблюдалось экспериментально [7–10], его характеристики (коллимированность, малая длительность импульса, хорошая пространственная когерентность) оказались подходящими для исследования структуры объектов [11, 12].

При достаточно больших интенсивностях лазерного поля ( $a_0 = eE_L / (mc\omega_L) > 1$ , где  $e > 0$  и  $m$  – модуль заряда и масса электрона,  $c$  – скорость света в вакууме,  $E_L$  и  $\omega_L$  – пиковая напряженность и частота лазерного поля) в разреженной плазме (с концентрацией  $n \ll n_{cr} = m\omega_L^2 / (4\pi e^2)$ ) кильватерная волна возбуждается в так называемом сильно нелинейном режиме (или в режиме плазменной полости) [13]. В этом режиме лазерный импульс полностью выталкивает электроны плазмы, что приводит к образо-

ванию за ним области, свободной от электронов. Плазменная полость имеет форму, близкую к сферической, поэтому в литературе ее часто называют «пузырем». Особенность сильно нелинейного режима состоит в наличии самоинжекции электронов: электроны плазмы захватываются в плазменную полость и ускоряются в ней [14]. Это существенно упрощает проведение экспериментов, т.к. для получения ускоренных сгустков и бетатронного излучения не требуются внешние электронные сгустки. Одной из проблем плазменных методов ускорения остается недостаточно высокое качество ускоренных сгустков. К перспективным путям решения этой проблемы относится использование плазмы с созданным в ней глубоким каналом, в котором на оси распространения лазерного импульса концентрация плазмы практически равна нулю [15]. Наличие канала существенно влияет на поперечную динамику электронов и, следовательно, на характеристики бетатронного излучения, что обуславливает интерес к исследованию этих эффектов.

Феноменологическая модель плазменной полости позволяет описать ее форму и распределение полей в ней как для однородной плазмы [16], так и для плазмы с каналом [17, 18], а также позволяет учесть влияние электронных сгустков в полости на поля в ней [19, 20]. Эти результаты дают возможность исследовать динамику электронов в полях плазменной полости аналитически. В настоящей работе мы проводим анализ бетатронных колебаний электронов в плазме с каналом (разд.2), на основе которого оцениваем характеристики спектра бетатронного излучения (разд.3). Исходя из полученных результатов, в разд.4 мы рассматриваем двухстадийную схему генерации бетатронного излучения, в которой электронный сгусток, сформированный на первой стадии в однородной плазме с одной концентрацией, применяется для генерации бетатронного излучения на второй стадии в однородной плазме с другой концентрацией либо в плазме с каналом.

В работе мы используем безразмерные переменные, нормируя заряды на  $e$ , скорости  $V$  на  $c$ , импульсы  $p$  на  $mc$ , энергии на  $mc^2$ , время на  $\omega_p^{-1}$ , координаты на  $c/\omega_p$ , концентрации  $n$  на  $n_0$ , электрическое ( $E$ ) и магнитное ( $B$ )

А.А.Голованов, И.Ю.Костюков. Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского, Россия, 603950 Н.Новгород, просп. Гагарина, 23; Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: agolovanov@appl.sci-nnov.ru, kost@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 6 февраля 2017 г.

поля на  $m\omega_p/e$ . Здесь  $\omega_p = (4\pi e^2 n_0/m)^{1/2}$  – характерная электронная плазменная частота, а  $n_0$  – характерная концентрация электронов в плазме (например, снаружи канала).

## 2. Бетатронные колебания

Движение электронов в полях кильватерной волны определяется силой Лоренца  $F$ . Наибольший интерес представляет рассмотрение электронов, захваченных в волну и ускоряемых либо замедляемых в ней. Такие электроны являются релятивистскими и движутся преимущественно вдоль оси  $z$ , т.е. для них параметр  $\beta_z = V_z/c \approx 1$ . В этом случае выражение для силы Лоренца может быть записано в упрощенном виде:

$$F_z \approx -E_z, \quad F_r \approx -E_r + B_\varphi, \quad (1)$$

где  $z$  – продольная координата (вдоль которой распространяется лазерный импульс);  $r$  и  $\varphi$  – радиальная и угловая координаты. Особое свойство плазменной полости в плазме с любым поперечным профилем концентрации заключается в том, что продольная сила, действующая на ускоряемые электроны, не зависит от поперечной координаты, а поперечная сила не зависит от продольной координаты. В однородной плазме эти силы являются линейными [21]:

$$F_z \approx -\frac{\xi}{2}, \quad F_r \approx -\frac{r}{2}, \quad (2)$$

где  $\xi = z - \beta_{ph}t$  ( $\xi = 0$  соответствует центру плазменной полости);  $\beta_{ph}$  – фазовая скорость кильватерной волны. Важно отметить, что структура волны хорошо сохраняется по мере ее распространения в плазме, поэтому приближенно можно полагать, что зависимость полей кильватерной волны от времени и координаты определяется только величиной  $\xi$  (так называемое квазистационарное приближение). Как показывают экспериментальные данные [22], при использовании лазерного импульса с линейной поляризацией у электронов появляется выделенное направление бетатронных колебаний в плоскости поляризации лазерного импульса. Поэтому для простоты мы будем рассматривать только траектории электронов, лежащие в плоскости, и для определенности выберем плоскость  $yz$ .

Сначала исследуем движение электрона в отсутствие продольной силы. В случае, когда частицы являются релятивистскими, причем их поперечный импульс мал по сравнению с продольным (т.е.  $|p_r| \ll p_z$ ), лоренц-фактор частицы  $\gamma \approx p_z$  можно считать не зависящим от поперечного импульса, что позволяет описывать поперечное движение с помощью нерелятивистских уравнений Ньютона для электрона массой  $\gamma$ . В этом случае фокусирующая сила (2) вызывает поперечные бетатронные осцилляции электронов с бетатронной частотой  $\omega_{b0} = 1/\sqrt{2\gamma}$  (рис.1,а).

Если же электрон, испытывающий бетатронные колебания, ускоряется или замедляется, то это приводит к адиабатическому изменению амплитуды бетатронных колебаний по закону  $r_{\max} \propto \gamma^{-1/4}$  ( $p_{r\max} \propto \gamma^{1/4}$ ). Таким образом, амплитуда колебаний поперечного импульса увеличивается при ускорении, но при этом отношение  $p_{r\max}/p_z \approx p_{r\max}/\gamma \propto \gamma^{-3/4}$  уменьшается.

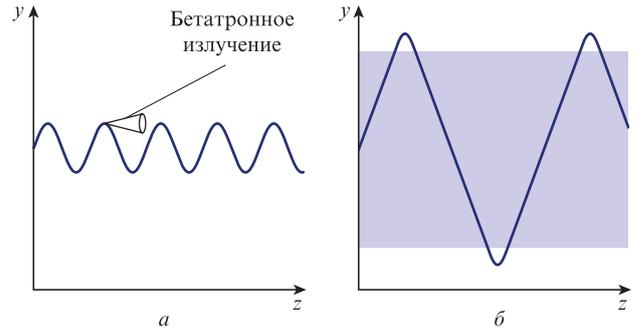


Рис.1. Схематическое изображение траекторий бетатронных осциллирующих частицы в однородной плазме (а) и в плазме с каналом (канал выделен серым цветом) (б).

В случае плазмы с вакуумным каналом с резкими стенками, для которой концентрация  $n(r) = \Theta(r - r_c)$ , где  $\Theta(X)$  – функция Хевисайда, поперечная сила может быть найдена как производная от кильватерного потенциала  $\Psi$ :  $F_r \approx \partial\Psi/\partial r$ . С учетом общего выражения для кильватерного потенциала [17] эта сила может быть представлена в следующем виде:

$$F_r = -\Theta(r - r_c) \frac{r^2 - r_c^2}{2r}. \quad (3)$$

Внутри канала из-за отсутствия ионов плазмы на электрон не действует поперечная сила, поэтому частица движется прямолинейно. В стенках канала электрон разворачивается (рис.1,б). Рассмотрим влияние наличия канала на период бетатронных колебаний  $T_b$ . Для электрона, имеющего поперечный импульс  $p_{r\max}$  на оси  $r = 0$ , период можно записать как

$$T_b = 2\sqrt{2\gamma} \int_0^{r_{\max}} \frac{dr'}{\sqrt{p_{r\max}^2/(2\gamma) - U(r')}}}, \quad (4)$$

где потенциал

$$U(r) = \Theta(r - r_c) \left[ \frac{r^2 - r_c^2}{4} - \frac{r_c^2}{2} \ln\left(\frac{r}{r_c}\right) \right]; \quad (5)$$

$r_{\max}$  определяется из требования обращения в нуль знаменателя выражения (4). Период колебаний можно представить в виде суммы двух времен:  $T_b = T_b^c + T_b^w$ , где  $T_b^c = 4r_c\gamma/p_{r\max}$  – время движения электрона в канале (при  $r < r_c$ ), а  $T_b^w$  – время движения электрона в стенках канала (при  $r > r_c$ ). Кривые, задаваемые выражением (4), показаны на рис.2.

Существуют два предельных случая, для которых период (4) можно приближенно вычислить. В случае, когда электрон глубоко проникает в стенки канала (т.е.  $r_{\max} \gg r_c$ ), период колебаний  $T_b$  будет близок к периоду бетатронных колебаний в однородной плазме:  $T_b \approx T_{b0} = 2\pi\sqrt{2\gamma}$ . Этот предельный случай реализуется при выполнении условия  $p_{r\max} \gg r_c\sqrt{\gamma}$  (пунктирные линии на рис.2). Поскольку в нашем рассмотрении поперечный импульс ограничен условием  $p_{r\max} \ll \gamma$ , это приближение может быть справедливо только для достаточно узких каналов.

Другой предельный случай соответствует неглубокому проникновению электрона в стенки канала, т.е.  $|r_{\max} - r_c| \ll r_c$ . Тогда выражение для потенциала (5) можно приближенно записать в виде

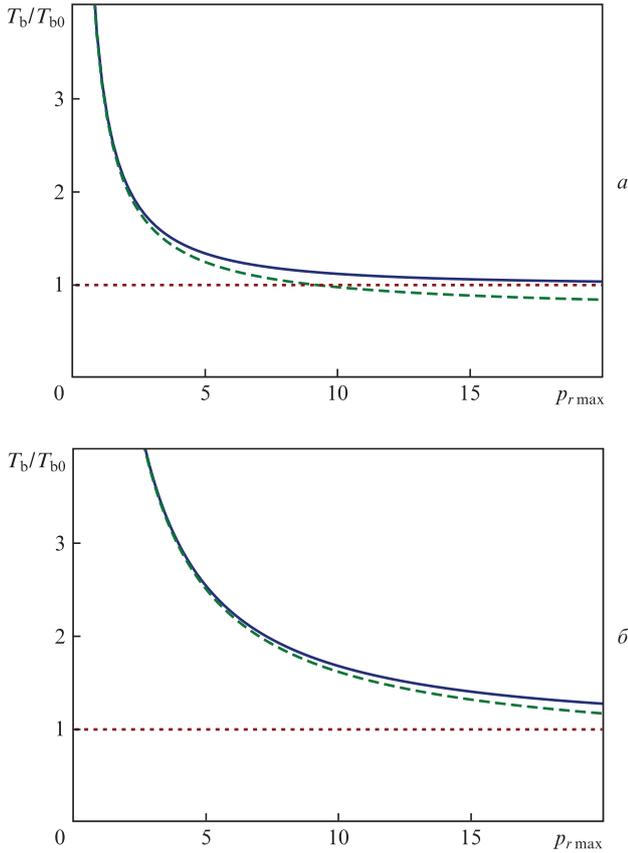


Рис.2. Зависимости отношения периода бетатронных колебаний в плазме с каналом  $T_b$  к периоду колебаний в однородной плазме  $T_{b0}$  от поперечного импульса электрона для радиуса канала  $r_c = 0.3$  (а) и 1 (б). Штриховые кривые – расчет по формуле (7) в приближении малого импульса, пунктирные линии – решение для однородной плазмы. Лоренц-фактор электрона  $\gamma = 400$ .

$$U(r) \approx \Theta(r - r_c) \frac{(r - r_c)^2}{2}, \tag{6}$$

а соответствующая ему сила оказывается линейной:  $F_r(r) \approx -(r - r_c)$  при  $r > r_c$ . Участок траектории электрона в стенках канала описывается уравнением гармонического осциллятора с фокусирующей силой, в два раза превышающей фокусирующую силу в однородной плазме, что соответственно приводит к уменьшению времени разворота в стенке канала в  $\sqrt{2}$  раз по сравнению со случаем однородной плазмы:  $T_b^w = 2\pi\sqrt{\gamma}$ . Таким образом, в этом случае полный период колебаний

$$T_b = 2\pi\sqrt{\gamma} + \frac{4r_c\gamma}{p_{r\max}}. \tag{7}$$

Данное приближение справедливо при  $p_{r\max} \ll \sqrt{\gamma r_c}$  (штриховые кривые на рис.2).

При адиабатическом изменении лоренц-фактора частицы ее поперечный импульс не может изменяться быстрее, чем  $\gamma^{1/4}$  (в случае однородной плазмы). Следовательно, при ускорении частиц в плазменном канале величина  $p_{r\max}/\sqrt{\gamma}$  при достаточной ширине канала должна стать много меньше  $r_c$ , в результате чего будет справедливо второе приближение.

### 3. Бетатронное излучение

В разд.2 были рассмотрены бетатронные колебания как в однородной плазме, так и в плазме с каналом. Здесь мы перейдем к исследованию излучения частиц, вызванного этими колебаниями и также имеющего название «бетатронного». Мгновенное излучение релятивистской частицы сконцентрировано в очень узком угле ( $1/\gamma$ ) в направлении ее движения (рис.1,а). В случае, когда релятивистская частица испытывает бетатронные колебания в плазме, угол наклона траектории колеблется в пределах от 0 до  $p_{r\max}/p_z$ . Если  $1 \ll p_{r\max} \ll p_z$ , то  $p_{r\max}/p_z \gg 1/\gamma$ , т.е. этот угол много больше угла диаграммы направленности мгновенного излучения частицы. Это означает, что бетатронное излучение будет наблюдаться преимущественно в направлении оси  $z$  под углами менее  $p_{r\max}/\gamma$ , причем для заданного направления излучение будет приходиться с очень малого участка траектории частицы и представляться в виде последовательности коротких импульсов (по два импульса за период колебаний). В этом случае участок траектории, с которого приходит излучение в рассматриваемом направлении, приблизительно можно считать дугой окружности, поэтому спектр бетатронного излучения частицы в данном направлении будет синхротронным и будет определяться только ее энергией и локальной кривизной соответствующего участка траектории [23].

Мощность спонтанного излучения пропорциональна квадрату кривизны траектории, поэтому наиболее интенсивно частицы излучают, находясь в точке траектории, наиболее удаленной от оси  $z$ . Излучение в этой точке направлено вдоль оси  $z$ , и его полный спектр задается функцией  $S$  [3, 4]:

$$\frac{dW}{d\omega} \propto S\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right), \quad S(X) = X \int_X^\infty K_{5/3}(Y) dY, \tag{8}$$

где  $W$  – излученная энергия;  $K_{5/3}$  – функция Макдональда порядка  $5/3$ ;  $\omega_c = 3\gamma^3/(2\rho)$  – критическая частота;  $\rho$  – радиус кривизны траектории электрона в точке  $r = r_{\max}$ .

График функции  $S(X)$  показан на рис.3. Ширина спектра определяется критической частотой  $\omega_c$ , зависящей от радиуса кривизны траектории в точке наибольшего удаления от оси. Кривизна, в свою очередь, связана с поперечной силой, действующей на электрон:  $\rho = \gamma/F_r(r_{\max})$ . При этом критическая частота

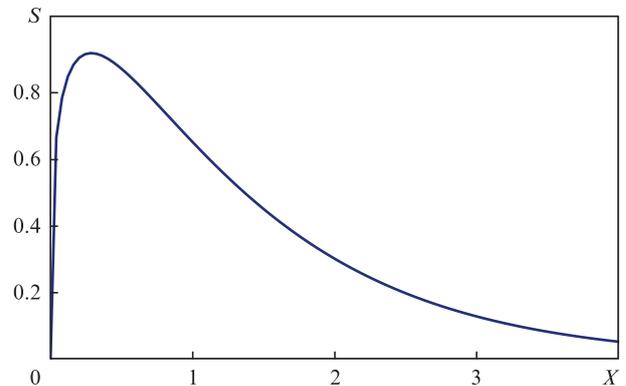


Рис.3. График функции  $S(X)$ .

$$\omega_c = \frac{3}{2} \gamma^2 F_r(r_{\max}). \quad (9)$$

Рассмотрим, как соотносятся критические частоты в случаях однородной плазмы и плазмы с каналом. С учетом (2) критическая частота для электрона в однородной плазме записывается как

$$\omega_{c0} = \frac{3}{4} \gamma^2 r_{\max} = 3 \left( \frac{\gamma}{2} \right)^{3/2} p_{r\max}. \quad (10)$$

Частота линейно растет с ростом поперечного импульса электрона.

Для плазмы с каналом критическая частота может быть найдена с использованием выражений (3) и (5). В предельных случаях можно получить аналитические выражения. В случае, когда электрон глубоко проникает в стенки канала ( $r_{\max} \gg r_c$ ), критическая частота будет близка к критической частоте  $\omega_{c0}$  в однородной плазме. В противоположном случае, когда  $|r_{\max} - r_c| \ll r_c$ , использование квадратичного приближения для потенциала (6) позволяет получить  $\omega_c \approx \sqrt{2} \omega_{c0}$ . Учет поправок следующего порядка малости дает

$$\omega_c \approx \sqrt{2} \omega_{c0} \left( 1 - \frac{p_{r\max}}{3r_c \sqrt{\gamma}} \right). \quad (11)$$

Зависимости отношения критических частот от импульса электрона для плазмы с каналом и для однородной плазмы представлены на рис.4. В режиме неглубокого проникновения электронов в стенки канала, реализуе-

мом при ускорении электронов в случае достаточно широкого канала, критическая частота в плазме с каналом оказывается в  $\sqrt{2}$  раз больше частоты в однородной плазме для той же плазменной концентрации, что соответствует увеличению концентрации плазмы в два раза.

#### 4. Двухстадийный метод генерации бетатронного излучения

Для задач генерации излучения представляет интерес двухстадийная схема, в которой электронный сгусток захватывается и ускоряется в плазменной полости с одним набором параметров плазмы, а основное излучение происходит в плазме с другим набором параметров. Из-за наличия разных наборов параметров плазмы в данном разделе будут использоваться размерные переменные, в которых критическая частота (10) в однородной плазме запишется как

$$\omega_c = \frac{3}{4} \frac{\gamma^2 \omega_p^2 r_{\max}}{c}. \quad (12)$$

Сгусток, сформированный в однородной плазме с концентрацией  $n$ , имеет распределение электронов по поперечным координатам и импульсам, в котором радиус сгустка  $r_0$  и максимальный поперечный импульс  $p_{r0}$  связаны следующим соотношением:

$$p_{r0} = \sqrt{\frac{\gamma}{2}} m \omega_p r_0. \quad (13)$$

Здесь  $\gamma$  соответствует усредненному лоренц-фактору электронов сгустка в предположении о его квазимоноэнергетичности. Как показывают эксперименты, лазерно-плазменные ускорители позволяют получить квазимоноэнергетические сгустки с разбросом электронов по энергии порядка нескольких процентов [24], который не окажет существенного влияния на спектр бетатронного излучения.

Поскольку мощность излучения пропорциональна амплитуде колебаний, наиболее интенсивно будут излучать электроны с максимальной амплитудой колебаний, поэтому спектр излучения будет приближенно соответствовать спектру колебаний с амплитудой  $r_{\max} = r_0$ . Также, поскольку мощность синхротронного излучения пропорциональна  $\gamma^4/\rho$  (где  $\rho$  изменяется не быстрее, чем  $\gamma^{3/2}$ ) и тем самым сильно зависит от лоренц-фактора электронов, наибольший вклад в спектр будет вносить излучение на участке траектории, на котором достигнута наибольшая энергия электронов (в случае ускорения – конечный участок, в случае замедления – начальный), поэтому критическая частота будет определяться лоренц-фактором  $\gamma$  на этом участке. Кроме того, предположим, что ускорением электронов на второй стадии можно пренебречь.

Переход между двумя стадиями с разными параметрами плазмы будем считать достаточно коротким для того, чтобы параметры электронного сгустка на длине этого перехода оставались почти неизменными. Поскольку электронный сгусток является ультрарелятивистским, силами кулоновского расталкивания электронов на этом участке можно пренебречь, т. к. их влияние уменьшается обратно пропорционально  $\gamma^2$ ; нестационарность кильватерных полей на таком переходе, наблюдающаяся на расстояниях порядка нескольких плазменных длин волн (т. е. много

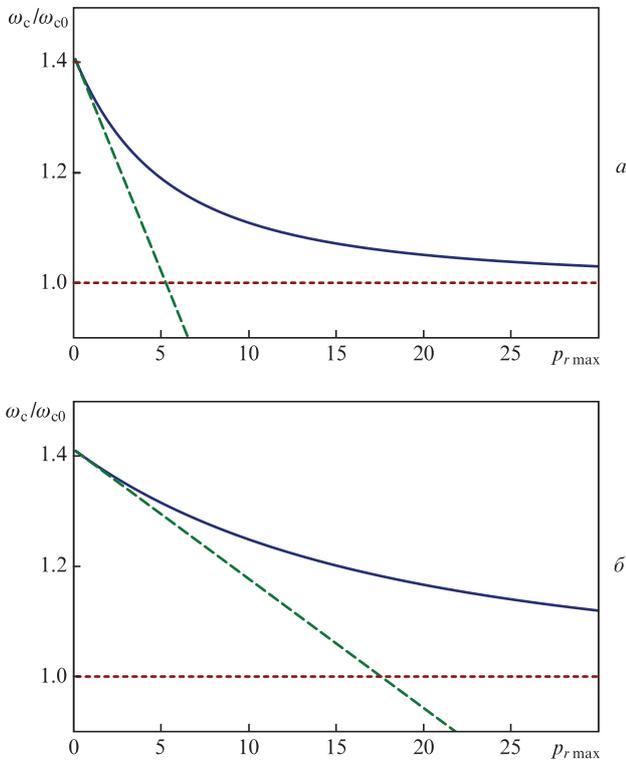


Рис.4. Зависимости отношения критической частоты в плазме с каналом к критической частоте в однородной плазме от поперечного импульса электрона для канала радиусом  $r_c = 0.3$  (а) и 1 (б). Штриховые кривые – расчет по формуле (11) в приближении малого импульса, пунктирные линии – решение для однородной плазмы. Лоренц-фактор электрона  $\gamma = 400$ .

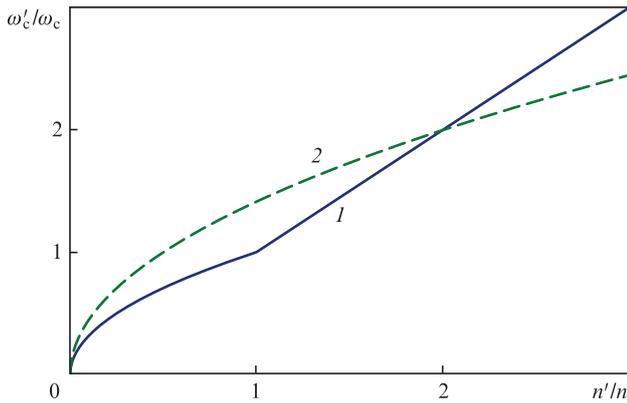


Рис.5. Зависимости отношения критической частоты на второй стадии к критической частоте на первой стадии от отношения концентраций плазмы для случаев однородной плазмы (1) и плазмы с каналом (2) на второй стадии.

меньших амплитуды бетатронных осцилляций), также не может оказать существенного влияния на параметры сгустка. Поэтому изменение радиуса сгустка будет происходить вследствие угловой расходимости сгустка  $\theta \approx p_{r0}/l(m\gamma)$ . Наибольшую расходимость имеют траектории электронов, находящиеся вблизи оси  $r = 0$ , поэтому приближенно оценить допустимую длину  $l$  перехода между двумя стадиями можно с помощью неравенства  $l\theta < r_0$ , которое, с учетом (13), приводит к соотношению  $k_p l < \sqrt{2}\gamma$ , где  $k_p$  – волновое число плазменных колебаний на первой стадии. Если это условие не выполнено, для сохранения параметров сгустка потребуются использовать внешнее воздействие.

Рассмотрим, как изменится критическая частота в спектре бетатронного излучения этого сгустка, если на второй стадии его направить в однородную плазму с концентрацией  $n'$ . Если  $n' > n$ , то амплитуда колебаний сгустка при таком переходе не изменится, т.е.  $r'_0 = r_0$ . Тогда в соответствии с формулой (12) критическая частота на второй стадии

$$\omega'_c = \omega_c \left( \frac{\omega'_p}{\omega_p} \right)^2 = \omega_c \frac{n'}{n}. \quad (14)$$

Если же  $n' < n$ , радиус сгустка на второй стадии будет определяться амплитудой колебаний электронов с наибольшим поперечным импульсом  $p'_{r0} = p_{r0}$ . В этом случае в соответствии с (13) амплитуда колебаний  $r'_0 = \sqrt{n/n'} r_0$ , что приводит к следующему соотношению для критической частоты на второй стадии:

$$\omega'_c = \omega_c \sqrt{\frac{n'}{n}}. \quad (15)$$

Рассмотрим теперь случай, когда электронный сгусток радиусом  $r_0$ , сформированный в однородной плазме с концентрацией  $n$ , попадает в плазму с каналом радиусом  $r_c > r_0$  и концентрацией вне канала  $n'$ . Как показано в разд.3, в случае, когда электроны неглубоко проникают в стенки канала, т.е.  $\max(r - r_c) \ll r_c$ , критическая частота для одного и того же поперечного импульса электрона будет в  $\sqrt{2}$  раз больше критической частоты в однородной плазме с той же концентрацией. С учетом этого, а также соотношений (12) и (13), получаем

$$\omega'_c = \omega_c \sqrt{\frac{2n'}{n}}. \quad (16)$$

Зависимости критической частоты на второй стадии от концентрации плазмы для случаев однородной плазмы и плазмы с широким каналом показаны на рис.5. Таким образом, мы вычислили спектр излучения электронного сгустка на второй стадии в предположении отсутствия ускорения сгустка.

## 5. Заключение

В работе были рассмотрены поперечные бетатронные колебания электронов и соответствующее им бетатронное излучение в сильно нелинейной кильватерной волне, возбуждаемой лазерным импульсом в плазме, для случаев однородной плазмы и плазмы с цилиндрическим каналом, имеющим резкие стенки. Продемонстрировано, что для сильно релятивистских частиц ( $|p_r| \ll p_z$ ), период бетатронных колебаний в плазме с каналом зависит от поперечного импульса электрона, причем для больших поперечных импульсов он соответствует периоду колебаний в однородной плазме, а для малых импульсов растет обратно пропорционально импульсу. При ускорении электронов в достаточно широком канале реализуется режим малого поперечного импульса, что приводит к существенному увеличению периода колебаний по сравнению со случаем однородной плазмы.

Проанализировано влияние наличия канала на бетатронное излучение в синхротронном режиме ( $p_{r\max} \gg 1$ ). Найдено выражение для критической частоты излучения в зависимости от поперечного импульса электрона и показано, что при больших импульсах критическая частота совпадает с критической частотой излучения в однородной плазме, а при малых импульсах она оказывается примерно в  $\sqrt{2}$  раз больше.

Рассмотрена двухстадийная схема генерации бетатронного излучения, в которой электронный сгусток, сформированный на первой стадии в однородной плазме с одной концентрацией, используется для генерации бетатронного излучения на второй стадии в плазме с другой концентрацией. Отдельно рассмотрены случаи однородной плазмы и плазмы с широким каналом на второй стадии и показано, как зависит критическая частота спектра излучения от концентрации для этих двух случаев в приближении отсутствия ускорения.

Исследование динамики бетатронных колебаний поддержано грантом Российского научного фонда № 16-12-10383 (И.Ю.К.), а исследование бетатронного излучения – грантом Правительства РФ № 14.B25.31.0008 и Программой Президиума РАН «Экстремальное лазерное излучение: физика и фундаментальные приложения» (А.А.Г.).

1. Esarey E., Schroeder C., Leemans W. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 1229 (2009).
2. Костюков И.Ю., Пухов А.М. *УФН*, **185**, 89 (2015).
3. Esarey E., Shadwick B., Catravas P., Leemans W. *Phys. Rev. E*, **65**, 056505 (2002).
4. Kostyukov I., Kiselev S., Pukhov A. *Phys. Plasmas*, **10**, 4818 (2003).
5. Corde S., Ta Phuoc K., Lambert G., Fitour R., Malka V., Rousse A., Beck A., Lefebvre E. *Rev. Mod. Phys.*, **85**, 1 (2013).
6. Tajima T., Dawson J. *Phys. Rev. Lett.*, **43**, 267 (1979).
7. Rousse A., Ta Phuoc K., Shah R., Pukhov A., Lefebvre E., Malka V., Kiselev S., Burgy F., Rousseau J.-P., Umstadter D., Hulin D. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, 135005 (2004).

8. Ta Phuoc K., Burgy F., Rousseau J.-P., Malka V., Rousse A., Shah R., Umstadter D., Pukhov A., Kiselev S. *Phys. Plasmas*, **12**, 023101 (2005).
9. Fourmaux S., Corde S., Ta Phuoc K., Leguay P.M., Payeur S., Lassonde P., Gnedyuk S., Lebrun G., Fourment C., Malka V., Sebban S., Rousse A., Kieffer J.C. *New J. Phys.*, **13**, 033017 (2011).
10. Kneip S., McGuffey C., Martins J.L., Martins S.F., Bellei C., Chvykov V., Dollar F., Fonseca R., Huntington C., Kalintchenko G., Maksimchuk A., Mangles S.P.D., Matsuoka T., Nagel S.R., Palmer C.A.J., Schreiber J., Ta Phuoc K., Thomas A.G.R., Yanovsky V., Silva L.O., Krushelnick K., Najmudin Z. *Nat. Phys.*, **6**, 980 (2010).
11. Fourmaux S., Corde S., Ta Phuoc K., Lassonde P., Lebrun G., Payeur S., Martin F., Sebban S., Malka V., Rousse A., Kieffer J.C. *Opt. Lett.*, **36**, 2426 (2011).
12. Wenz J., Schleede S., Khrennikov K., Bech M., Thibault P., Heigoldt M., Pfeiffer F., Karsch S. *Nat. Commun.*, **6**, 7568 (2015).
13. Pukhov A., Meyer-ter-Vehn J. *Appl. Phys. B*, **74**, 355 (2002).
14. Sävert A., Mangles S.P.D., Schnell M., Siminos E., Cole J.M., Leier M., Reuter M., Schwab M.B., Möller M., Poder K., Jäckel O., Paulus G.G., Spielmann C., Skupin S., Najmudin Z., Kaluza M.C. *Phys. Rev. Lett.*, **115**, 055002 (2015).
15. Pukhov A., Jansen O., Tueckmantel T., Thomas J., Kostyukov I.Yu. *Phys. Rev. Lett.*, **113**, 245003 (2014).
16. Lu W., Huang C., Zhou M., Tzoufras M., Tsung F.S., Mori W.B., Katsouleas T. *Phys. Plasmas*, **13**, 056709 (2006).
17. Thomas J., Kostyukov I.Yu., Pronold J., Golovanov A., Pukhov A. *Phys. Plasmas*, **23**, 053108 (2016).
18. Голованов А.А., Костюков И.Ю., Пухов А.М., Томас Й. *Квантовая электроника*, **46**, 295 (2016).
19. Tzoufras M., Lu W., Tsung F.S., Huang C., Mori W.B., Katsouleas T., Vieira J., Fonseca R.A., Silva L.O. *Phys. Plasmas*, **16**, 056705 (2009).
20. Golovanov A.A., Kostyukov I.Yu., Thomas J., Pukhov A. *Phys. Plasmas*, **23**, 093114 (2016).
21. Kostyukov I., Pukhov A., Kiselev S. *Phys. Plasmas*, **11**, 5256 (2004).
22. Ta Phuoc K., Corde S., Shah R., Albert F., Fitour R., Rousseau J.-P., Burgy F., Mercier B., Rousse A. *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 225002 (2006).
23. Jackson J.D. *Classical Electrodynamics* (New York: Wiley, 1999).
24. Leemans W.P., Nagler B., Gonsalves A.J., Tóth Cs., Nakamura K., Geddes C.G.R., Esarey E., Schoeder C.B., Hooker S.M. *Nat. Phys.*, **2**, 696 (2006).