

Классическая модель перерасеяния электрона в полях интенсивного инфракрасного и слабого высокочастотного импульсов излучения

А.В.Флегель, М.В.Фролов, А.Н.Желтухин, Н.В.Введенский

Исследуется влияние слабого высокочастотного (в области вакуумного ультрафиолета (ВУФ)) лазерного импульса на механизм перерасеяния электрона на родительском ионе в процессах генерации высших гармоник и надпороговой ионизации, индуцированных интенсивным ИК лазерным полем. Обсуждаются два сценария трехступенчатой картины перерасеяния: с поглощением ВУФ-фотона на этапе ионизации атома и с поглощением/излучением ВУФ-фотона в момент рекомбинации или рассеяния возвращенного ИК полем электрона к родительскому иону. Получены оценки для положений обрыва высокоэнергетического плато в спектрах генерации гармоник и надпороговой ионизации.

Ключевые слова: генерация высших гармоник, надпороговая ионизация, классическая модель перерасеяния, сильное лазерное поле, аналитические теории.

1. Введение

При взаимодействии интенсивного лазерного поля с атомными системами наблюдаются платообразные структуры в спектрах генерации высших гармоник (ГВГ) лазерного поля и надпороговой ионизации (НПИ) атомов: в случае ГВГ платообразные структуры отражают слабую зависимость эффективности генерации гармоники от ее частоты, в случае НПИ – слабую зависимость выхода высокоэнергетичных электронов от их энергии. Физика возникновения эффектов плато в сильных низкочастотных полях определяется классической трехшаговой моделью перерасеяния [1–4]: посредством туннелирования атомный электрон переходит из связанного состояния в состояние непрерывного спектра с нулевой энергией, затем сильное осциллирующее лазерное поле «подхватывает» высвободившийся электрон и возвращает его вдоль замкнутой траектории к исходному атомному остову, где электрон или набирает дополнительную энергию из лазерного поля в процессе перерасеяния, формируя тем самым высокоэнергетичное плато в спектрах НПИ, или рекомбинирует с родительским ионом с излучением жесткого фотона (гармоники), высвобождая энергию, нанобранную во время движения по замкнутой траектории.

Добавление к интенсивному ИК полю слабого ВУФ-поля способно существенно модифицировать спектры индуцированных процессов. Например, в работах [5, 6] показана возможность существенного уширения спектров ГВГ за счет сдвига границы плато в область более

высоких гармоник, а также усиления отдельных групп гармоник [5, 7]. В последнее время особый интерес вызывают исследования сверхбыстрых процессов с помощью ВУФ-индуцированной генерации высших гармоник (XUV-initiated HHG) [8, 9]. В отличие от ГВГ в сильном низкочастотном поле, ВУФ-индуцированная ГВГ инициируется поглощением жесткого фотона электроном на внутренней оболочке атома с последующим образованием вакансии и вылетом электрона в континуум. За время движения по замкнутой траектории образовавшаяся вакансия атомного остова «мигрирует» по нему. Временная миграция вакансии может быть зарегистрирована посредством измерения выхода гармоник на различных частотах [10, 11]. В случае НПИ комбинация ИК и ВУФ-импульсов в основном использовалась в аттосекундной метрологии [12, 13].

Анализ квантовомеханических амплитуд ГВГ и НПИ может быть выполнен в рамках квазиклассического (адиабатического) подхода. В рамках этого подхода ключевым является вычисление моментов времени ионизации и возврата (перерасеяния) электрона к родительскому иону и, соответственно, времени движения электрона по замкнутой классической траектории между моментами ионизации и перерасеяния [14, 15]. При наличии дополнительного ВУФ-импульса квазиклассический анализ амплитуд процессов показывает, что дополнительные каналы ионизации и (или) возбуждения атомной мишени, индуцированные высокочастотным импульсом, не могут быть учтены в рамках общепринятого адиабатического подхода. Наиболее последовательный учет этих каналов возможен в рамках теории возмущений по напряженности высокочастотного импульса на фоне непертурбативного взаимодействия низкочастотного поля с атомной мишенью.

В настоящей работе анализируется классическая модель перерасеяния с учетом слабого ВУФ-импульса в первом порядке теории возмущений. Для этого случая возможны следующие сценарии перерасеяния, учитывающие ионизацию, возбуждение или девозбуждение атомной мишени:

А.В.Флегель. Воронежский государственный университет, Россия 394018 Воронеж, Университетская пл., 1

М.В.Фролов. Воронежский государственный университет, Россия 394018 Воронеж, Университетская пл., 1; Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46

А.Н.Желтухин, Н.В.Введенский. Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Ульянова, 46; e-mail: vved@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 9 февраля 2017 г.

1. Атомный электрон поглощает жесткий ВУФ-фотон и переходит в непрерывный спектр, в котором электрон «подхватывается» сильным лазерным полем и движется вдоль замкнутой классической траектории. На последнем этапе электрон рекомбинирует (в случае ГВГ) или рассеивается на атомном остове (в случае НПИ).

2. Атомный электрон туннелирует в сильном низкочастотном поле и движется вдоль замкнутой траектории. На последнем этапе происходит его рекомбинация или рассеяние в поле высокочастотного импульса с испусканием или поглощением ВУФ-фотона на несущей частоте высокочастотного импульса.

В статье используется атомная система единиц.

2. Качественный анализ амплитуд генерации высших гармоник и надпороговой ионизации в сильном низкочастотном и слабом высокочастотном полях излучения

Предваряя анализ классического сценария перерасеяния электрона в сильном низкочастотном поле с участием жесткого ВУФ-фотона, сделаем ряд качественных замечаний относительно квантовомеханических амплитуд ГВГ и НПИ в сильном низкочастотном лазерном поле и в слабом (пертурбативном) поле ВУФ-импульса излучения. Рассмотрим вначале случай, когда ВУФ-компонента лазерного поля определяется монохроматическим высокочастотным полем с частотой Ω_γ и напряженностью F_γ . В нашем феноменологическом анализе мы ограничимся случаем линейной поляризации как низкочастотной, так и высокочастотной компоненты поля. Более того, в своем анализе мы пренебрежем различными интерференционными эффектами (см., напр., анализ в [16]). Общее выражение для амплитуд ГВГ и НПИ в сильном низкочастотном и слабом высокочастотном полях может быть представлено в следующем виде:

$$A \approx A_{IR} + A_{XUV}(\Omega_\gamma),$$

где A_{IR} – амплитуда НПИ/ГВГ в сильном низкочастотном поле, а $A_{XUV}(\Omega_\gamma) \propto F_\gamma$ – слагаемое, определяемое ВУФ-компонентой поля. Качественно амплитуда A_{IR} может быть представлена в виде произведения трех факторов – туннельного, пропагационного и атомного. Туннельный фактор определяется туннельной экспонентой $\exp[-\kappa^3/(3F)]$, где κ задает потенциал ионизации атомной мишени $I_p = \kappa^2/2$, а F – характерная напряженность низкочастотного лазерного поля. Пропагационный фактор плавно зависит от частоты гармоники (в случае ГВГ) или от энергии фотоэлектронов (в случае НПИ) вплоть до энергии отсечки (порядка трех пондеромоторных потенциалов для ГВГ и десяти пондеромоторных потенциалов поля для НПИ). Атомный фактор определяется амплитудой фоторекомбинации (для ГВГ) и амплитудой рассеяния (для НПИ). Таким образом, в отсутствие ВУФ-составляющей высота высокоэнергетичного плато в спектрах ГВГ и НПИ определяется вероятностью туннелирования, а значения энергий отсечки находятся из классического сценария перерасеяния [1–4] (рис.1).

Амплитуду $A_{XUV}(\Omega_\gamma)$ можно представить в виде суммы двух слагаемых, определяющих парциальные амплитуды двух каналов, индуцированных взаимодействием

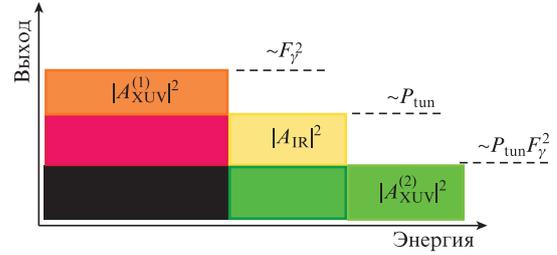


Рис.1. Схематическое представление индивидуального вклада в ГВГ и НПИ различных каналов перерасеяния в полях интенсивного низкочастотного и слабого ВУФ-импульсов излучения ($P_{tun} \propto \exp[-2\kappa^3/(3F)]$ – вероятность туннельной ионизации).

высокочастотной составляющей поля с атомным электроном:

$$A_{XUV}(\Omega_\gamma) = A_{XUV}^{(1)}(\Omega_\gamma) + A_{XUV}^{(2)}(\Omega_\gamma),$$

где $A_{XUV}^{(1)}(\Omega_\gamma)$ и $A_{XUV}^{(2)}(\Omega_\gamma)$ – парциальные амплитуды, соответствующие первому и второму каналам, индуцированным ВУФ-излучением (подробнее см. во Введении). Качественный анализ индуцированных ВУФ-каналов позволяет также параметризовать эти парциальные амплитуды в виде произведения трех факторов. А именно, амплитуду $A_{XUV}^{(1)}(\Omega_\gamma)$ можно представить как произведение амплитуды фотоионизации, пропагационного фактора с модифицированной энергией отсечки (см. разд.3) и атомного фактора, определяемого амплитудами рекомбинации (в случае ГВГ) и рассеяния (в случае НПИ). Таким образом, основной вклад от этого канала наблюдаем только в том случае, если вероятность туннелирования значительно меньше вероятности однофотонного поглощения (рис.1). Отметим, что, несмотря на малую (пертурбативную) интенсивность ВУФ-составляющей, такая ситуация может реализовываться экспериментально. Как показано в разд.3, этому каналу соответствует меньшее значение энергии отсечки, чем в случае отсутствия высокочастотной компоненты.

Качественно парциальная амплитуда $A_{XUV}^{(2)}(\Omega_\gamma)$ также может быть представлена в виде произведения трех факторов: туннельного фактора ($\propto \exp[-\kappa^3/(3F)]$), пропагационного фактора с модифицированной точкой отсечки по энергиям гармоник и фотоэлектронов (см. разд.4) и амплитудами рекомбинации (в случае ГВГ) и рассеяния (в случае НПИ), модифицированными ВУФ. Очевидно, что вклад от этой парциальной амплитуды будет существенно подавлен, однако, как показывает проведенный ниже анализ (см. разд.4), этот канал приводит к увеличению энергии отсечки, т.е. к возникновению дополнительной платообразной структуры (рис.1).

Возвращаясь к вопросу о влиянии длительности слабого ВУФ-импульса на амплитуду генерации высоких гармоник и надпороговую ионизацию, заметим, что амплитуды $A_{XUV}^{(1)}(\Omega_\gamma)$ и $A_{XUV}^{(2)}(\Omega_\gamma)$ линейно зависят от напряженности F_γ . Таким образом, результат для импульса конечной длительности может быть получен заменой F_γ на $F_\gamma(\Omega_\gamma)$ в выражениях для $A_{XUV}^{(1)}(\Omega_\gamma)$ и $A_{XUV}^{(2)}(\Omega_\gamma)$ с последующим интегрированием полученных выражений по Ω_γ , где $F_\gamma(\Omega_\gamma)$ определяет спектральное распределение напряженности в ВУФ импульсе:

$$F_\gamma(t) = \int F_\gamma(\Omega_\gamma) \exp(-i\Omega_\gamma t) d\Omega_\gamma.$$

В случае предельно коротких импульсов ширина области наибольшего вклада в таких интегралах по Ω_γ по порядку величины равна несущей частоте. Однако, если длительность импульса составляет пять и более периодов поля, с хорошей точностью такой импульс можно считать монохроматическим, и качественные результаты, полученные для монохроматического поля, будут верны и в случае импульса. Следует отметить, что между высокочастотной и низкочастотной составляющими возможна разность фаз, от которой существенно зависят формы спектров ГВГ и НПИ [17–20]. Однако настоящая работа направлена главным образом на анализ более «грубого» эффекта – появления новых платообразных структур, индуцированных ВУФ-импульсом. Этот эффект возникает в результате доминирования одного канала перерасcеяния над другим и соответственно определяется квадратом модуля парциальной амплитуды этого канала. Поскольку амплитуды $A_{XUV}^{(1)}(\Omega_\gamma)$ и $A_{XUV}^{(2)}(\Omega_\gamma)$ линейно зависят от напряженности поля, то их зависимости от относительной фазы φ могут иметь вид $A_{XUV}^{(1,2)}(\Omega_\gamma) \propto \exp(i\varphi)$. Таким образом, обсуждаемые ниже эффекты в линейном приближении по F_γ не зависят от относительной фазы между низ- и высокочастотной составляющими.

3. Классический сценарий перерасcеяния с поглощением ВУФ-фотона электроном в связанном состоянии

В соответствии с первым сценарием перерасcеяния, на первом этапе происходит поглощение жесткого фотона ВУФ-излучения с несущей частотой Ω_γ , что приводит к появлению в континууме в момент времени $t = t_1$ электрона с энергией ионизации $E_i = \Omega_\gamma - I_p$. Вторым этапом трехшагового сценария перерасcеяния является движение электрона вдоль замкнутой траектории под действием поля $F(t)$ ИК импульса. Для осуществления возврата электрона к родительскому иону в момент времени $t = t_2$ необходимо выполнение следующего условия:

$$\frac{1}{2}[q(t_1, t_2) + A(t_1)]^2 = \Omega_\gamma - I_p = E_i, \quad (1)$$

$$q(t_1, t_2) = -\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} A(t) dt, \quad (2)$$

где $A(t)$ – векторный потенциал низкочастотного лазерного поля ($F(t) = -A(t)$). Уравнение (1) отражает равенство кинетической энергии электрона в поле $F(t)$ в момент t_1 с энергией E_i , полученной электроном после поглощения фотона с энергией Ω_γ . Выражение (2) для «импульса» $q(t_1, t_2)$ обеспечивает замкнутость траектории движения электрона и соответствует решению классического уравнения движения $\ddot{r} = -F(t)$ с однородными краевыми условиями $r(t_1) = r(t_2) = 0$:

$$r(t) = q(t_1, t_2)(t - t_1) + \int_{t_1}^t A(t) dt.$$

Отметим, что при $\Omega_\gamma = 0$ уравнение (1) совпадает с соответствующим уравнением для сценария перерасcеяния, полученным при анализе квантовых амплитуд ГВГ и НПИ в квазиклассическом приближении для случая ИК импуль-

са. Если $E_i \sim I_p$, то уравнение (1) можно решать методами теории возмущений по параметру $\gamma = \omega \sqrt{2(\Omega_\gamma - I_p)}/F$, где ω и F – несущая частота и пиковая напряженность поля низкочастотного импульса (данная процедура аналогична рассмотренной в [14] для случая ИК импульса, где роль параметра малости играет параметр Келдыша $\gamma_K = \omega \sqrt{2I_p}/F$).

Дополнительное уравнение для пары времен t_1, t_2 зависит от конечного состояния квантовой системы и, соответственно, от рассматриваемого процесса. Для ГВГ третьим этапом картины перерасcеяния является рекомбинация электрона в основное состояние атома с испусканием фотона гармоника с энергией $\Omega_{\text{ННГ}}$. Равенство кинетической энергии электрона в поле $F(t)$ в момент t_2 и энергии рекомбинации определяет это дополнительное уравнение:

$$\frac{1}{2}[q(t_1, t_2) + A(t_2)]^2 = \Omega_{\text{ННГ}} - I_p. \quad (3)$$

В случае НПИ уравнение (3) следует заменить законом сохранения энергии свободного электрона в лазерном поле $F(t)$ в момент перерасcеяния t_2 с изменением импульса $q(t_1, t_2)$ на асимптотический импульс конечного состояния p :

$$\frac{1}{2}[q(t_1, t_2) + A(t_2)]^2 = \frac{1}{2}[p + A(t_2)]^2. \quad (4)$$

Система связанных уравнений (1) и (3) для ГВГ или (1) и (4) для НПИ определяет моменты начального (t_1) и конечного (t_2) времен при движении свободного электрона вдоль замкнутой траектории в поле низкочастотного лазерного импульса между моментами ионизации и рекомбинации (для ГВГ) или перерасcеяния (для НПИ). Эта система уравнений определяет классическую модель перерасcеяния в соответствии с первым сценарием, отвечающим поглощению жесткого фотона на первом этапе. Заметим, что в соответствии с рассматриваемой классической моделью перерасcеяния влиянием атомного потенциала на движение электрона между столкновениями с атомом пренебрегается. Влияние поля высокочастотного импульса учтено наличием в правой части уравнения (1) слагаемого Ω_γ , отсутствующего в случае одиночного ИК импульса.

Найдем вещественные решения t_1, t_2 , которым соответствуют максимальные значения энергии излученной гармоника $\Omega_{\text{ННГ}}$ и перерасcеянного электрона $E = p^2/2$. Эти значения определяют положение обрыва плато в спектрах ГВГ и НПИ. Системы уравнений для t_1 и t_2 , соответствующих $\max \Omega_{\text{ННГ}}$ и $\max E$, получаются объединением уравнения (1) с одним из следующих уравнений:

$$\frac{d}{dt_2} \Omega_{\text{ННГ}}[t_1(t_2), t_2] = 0, \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt_2} E[t_1(t_2), t_2] = 0, \quad (6)$$

где $\Omega_{\text{ННГ}}$ и E рассматриваются как функции времени, заданные уравнениями (3) и (4) соответственно, а полная производная по переменной t_2 вычисляется с учетом неявной зависимости $t_1 = t_1(t_2)$ согласно уравнению (1).

В дальнейшем ограничимся случаем линейной поляризации поля $F(t)$:

$$F(t) = eFf(\omega t), \quad A(t) = e\frac{F}{\omega}a(\omega t),$$

где $f(\tau)$ и $a(\tau)$ – безразмерные функции, определяющие эволюцию напряженности и векторного потенциала низкочастотного поля соответственно; $f(\tau) = -da/d\tau$; $\tau \equiv \omega t$; e – единичный вектор поляризации.

Рассмотрим сначала случай ГВГ и получим выражение для максимальной энергии фотона гармоники $\max \Omega_{\text{ННГ}}$. В нулевом приближении по малому параметру γ уравнения (1) и (5) принимают следующий вид [15]:

$$a(\tau_1) - \frac{1}{\tau_2 - \tau_1} \int_{\tau_1}^{\tau_2} a(\tau) d\tau = 0, \quad (7)$$

$$f(\tau_2) + \frac{a(\tau_2) - a(\tau_1)}{\tau_2 - \tau_1} = 0. \quad (8)$$

Совместное решение уравнений (7) и (8) дает времена начала и окончания движения по замкнутым экстремальным траекториям, на которых $\Omega_{\text{ННГ}}$ принимает максимальные значения. Глобальный максимум для случая монохроматического поля $f(\tau) = \cos \tau$ достигается при временах $\tau_2 - \tau_1 = 4.086$ и $\tau_2 + \tau_1 = \pi/2$, которым соответствует кратчайшая (одновозвратная) траектория.

Используя процедуру итеративного решения уравнений (1) и (5), описанную в [15], с точностью до членов $\sim \gamma^2$ получим

$$\max \Omega_{\text{ННГ}} = 2u_p [a(\tau_2) - a(\tau_1)]^2 + \frac{f(\tau_2)}{f(\tau_1)} (\Omega_\gamma - I_p), \quad (9)$$

где τ_1 и τ_2 определяются системой уравнений (7) и (8); u_p – ponderomotorная энергия электрона в сильном лазерном поле. Для монохроматического поля (9) принимает вид

$$\max \Omega_{\text{ННГ}} = 3.17u_p - 0.324(\Omega_\gamma - I_p). \quad (10)$$

Соотношения (9) и (10) указывают на линейную зависимость положения обрыва высокоэнергетического плато в спектре ГВГ от несущей частоты высокочастотного импульса Ω_γ . При этом анализ решений уравнений (7) и (8) показывает, что в области обрыва плато имеет место неравенство $f(\tau_2)/f(\tau_1) < 0$, и, следовательно, увеличение несущей частоты высокочастотного импульса приводит к укорочению высокоэнергетического плато.

На рис.2 приведены зависимости максимальной энергии испущенного фотона гармоники от несущей частоты высокочастотного импульса для случая монохроматического ИК поля. Сплошная кривая – это результат точного решения системы уравнений (1) и (5) для времен t_1, t_2 , являющихся точкой глобального максимума функции $\Omega_{\text{ННГ}}(t_1, t_2)$ в (3), штриховая – приближенный результат (10). Как видно из рисунка, аналитическое решение (10) прекрасно согласуется с результатом точного расчета вплоть до $\Omega_\gamma = I_p + 1.5u_p$ и демонстрирует линейный спад положения обрыва высокоэнергетического плато с ростом несущей частоты высокочастотного импульса. Дальнейший рост Ω_γ приводит к резкому сокращению плато при реализации ГВГ посредством ионизации атомной мишени при поглощении ВУФ-фотона. При $\Omega_\gamma > 3.17u_p + I_p$ вещественные решения уравнений (1) и (5) не существуют.

Рассмотрение НПИ и получение соотношения для максимальной энергии фотоэлектронов проводится анало-

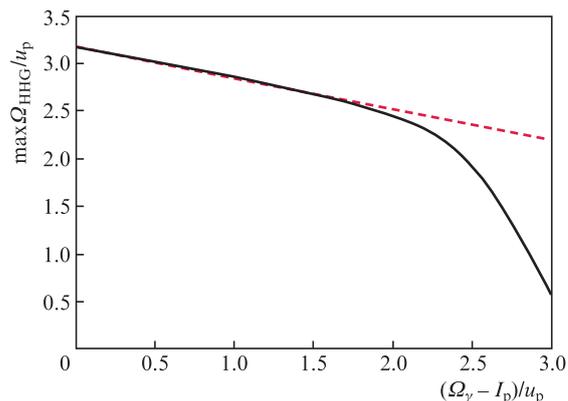


Рис.2. Зависимость максимальной энергии фотона гармоники $\max \Omega_{\text{ННГ}}$ от несущей частоты Ω_γ ВУФ-импульса согласно первому сценарию перерасеяния. Сплошная кривая – точный результат решения уравнений (1), (3) и (5), штриховая – приближенный результат (10).

гично вышеописанному для ГВГ. Рассмотрим случай коллинеарной геометрии $e \parallel p$. Уравнения для времен начала и окончания движения вдоль экстремальных траекторий, соответствующих максимальным энергиям $\max E$ в нулевом приближении по параметру γ , формально совпадают с системой уравнений (7), (8) при замене в уравнении (8) $f(\tau_2) \rightarrow 2f(\tau_2)$ (ср. с [14] для случая одиночного ИК импульса):

$$2f(\tau_2) + \frac{a(\tau_2) - a(\tau_1)}{\tau_2 - \tau_1} = 0. \quad (11)$$

Итеративное решение системы уравнений (1) и (6) по параметру γ приводит к следующему результату:

$$\begin{aligned} \max E = & 2u_p (|a(\tau_2)| + |a(\tau_2) - a(\tau_1)|)^2 \\ & + 4 \frac{f(\tau_2)}{f(\tau_1)} \left(1 + \frac{|a(\tau_2)|}{|a(\tau_2) - a(\tau_1)|} \right) (\Omega_\gamma - I_p), \end{aligned} \quad (12)$$

где времена τ_1 и τ_2 определяются системой уравнений (7) и (11). Для монохроматического поля соотношение (12) принимает следующий вид:

$$\max E = 10u_p - 0.54(\Omega_\gamma - I_p). \quad (13)$$

Из соотношений (12) и (13) видно, что аналогично случаю ГВГ максимальная энергия фотоэлектрона линейно уменьшается с ростом энергии фотона высокочастотного импульса.

На рис.3 показана зависимость максимальной энергии перерасеянных электронов от несущей частоты высокочастотного импульса для случая монохроматического ИК поля. Сплошная кривая – это результат точного решения системы уравнений (1) и (6) для точки (t_1, t_2) глобального максимума функции $E(t_1, t_2)$, неявно заданной уравнением (4), штриховая – приближенный результат (13). Как и в случае генерации гармоник (см. рис.2), имеет место линейное уменьшение энергии перерасеянных электронов с ростом Ω_γ в области $\Omega_\gamma = I_p + 1.5u_p$. При дальнейшем увеличении Ω_γ энергия перерасеянных электронов быстро уменьшается, так что рассматриваемый механизм перерасеяния становится неэффективным.

Таким образом, первый сценарий перерасеяния, в котором высокочастотный импульс ионизует атомную ми-

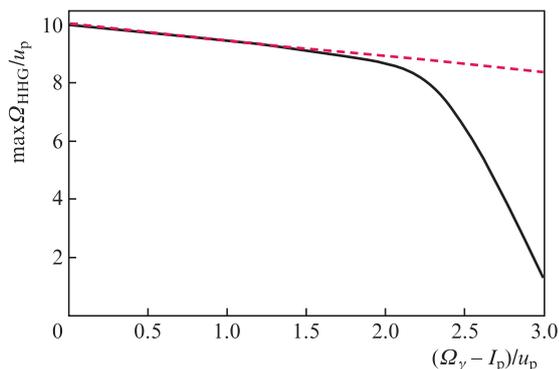


Рис.3. Зависимость максимальной энергии фотоэлектронов $\max E$ от несущей частоты Ω_γ ВУФ-импульса согласно первому сценарию перерасеяния. Сплошная кривая – точный результат решения уравнений (1), (4) и (6), штриховая – приближенный результат (13).

шень на первом этапе, приводит к линейному укорочению высокоэнергетичного плато с ростом несущей частоты ВУФ-импульса для обоих процессов – ГВГ и НПИ.

4. Классический сценарий перерасеяния с поглощением ВУФ-фотона в момент рекомбинации

Рассмотрим второй сценарий модификации спектров ГВГ и НПИ, а именно случай, когда излучение/поглощение ВУФ-фотона происходит на третьем шаге трехступенчатого механизма перерасеяния, т. е. при рекомбинации активного электрона с родительским ионом в процессе ГВГ или при электрон-ионном перерасеянии в процессе НПИ.

Согласно квазиклассической картине перерасеяния для процесса ГВГ, на первом шаге электрон туннелирует из атома и выходит в момент времени t_1 в континуум с нулевой энергией, начиная движение по замкнутой траектории. Этому этапу соответствует уравнение

$$q(t_1, t_2) + A(t_1) = 0, \tag{14}$$

совпадающее с уравнением (1) для первого сценария перерасеяния при $E_i = 0$ (рассматривается случай линейной поляризации поля $F(t)$). В момент времени t_2 лазерное ИК поле $F(t)$ возвращает электрон к иону, где электрон рекомбинирует в связанное состояние. Рекомбинация происходит в присутствии поля ВУФ-импульса и может сопровождаться дополнительным испусканием или поглощением фотона с энергией Ω_γ . Этапу рекомбинации соответствует следующее классическое уравнение сохранения энергии:

$$\frac{1}{2}[q(t_1, t_2) + A(t_2)]^2 = \Omega_{\text{HHG}} \pm \Omega_\gamma - I_p. \tag{15}$$

В уравнении (15) знак «+» («-») соответствует рекомбинации с дополнительным испусканием (поглощением) ВУФ-фотона. Уравнение для экстремума энергии фотона гармоника Ω_{HHG} как функции времени рекомбинации не зависит от величины Ω_γ и совпадает с уравнением (8). Таким образом, слабый высокочастотный импульс не оказывает влияния на замкнутые классические траектории, определяющие амплитуду ГВГ в случае одиночного

ИК импульса в квазиклассическом приближении. При этом из уравнения (15) следует, что рассматриваемый второй сценарий перерасеяния для ГВГ приводит к линейному удлинению (знак «-» в уравнении (15)) или укорочению (знак «+» там же) высокоэнергетичного плато с ростом несущей частоты высокочастотного импульса.

Для НПИ (как и для ГВГ) первым этапом в процессе перерасеяния является туннелирование электрона в момент t_1 в континуум, описываемое уравнением (14). В момент t_2 перерасеяния электрона на родительском ионе кинетическая энергия электрона в ИК поле, соответствующая индуцированному полем импульсу $q(t_1, t_2)$, переходит в кинетическую энергию, соответствующую асимптотическому (конечному) импульсу p , увеличенную или уменьшенную на энергию ВУФ-фотона Ω_γ :

$$\frac{1}{2}[q(t_1, t_2) + A(t_2)]^2 = \frac{1}{2}[p + A(t_2)]^2 \pm \Omega_\gamma. \tag{16}$$

Из уравнения (16) следует, что поглощение или испускание фотона высокочастотного излучения соответственно уменьшает или увеличивает энергию перерасеянных электронов. Стоит подчеркнуть, что в (16) малость энергии ВУФ-фотона по отношению к средней колебательной энергии u_p электрона в сильном ИК поле не предполагается. Аналогично сценарию перерасеяния, рассмотренному в разд.2, для нахождения максимальной, классически допустимой энергии фотоэлектронов $\max E$ необходимо продифференцировать уравнение (16) по переменной t_2 , учитывая неявную зависимость $t_1 = t_1(t_2)$, заданную уравнением (14), и полагая $dE/dt_2 = p dp/dt_2 = 0$. В результате получим следующее уравнение (рассматривается случай коллинеарной геометрии $e \parallel p$):

$$F(t_2) \left[1 + \left(1 \pm \frac{2\Omega_\gamma}{[A(t_2) - A(t_1)]^2} \right)^{1/2} \right] + \frac{A(t_2) - A(t_1)}{t_2 - t_1} = 0. \tag{17}$$

Система уравнений (14) и (17) определяет времена начала и окончания движения электрона в поле $F(t)$ по замкнутым экстремальным траекториям. Эти времена заметно модифицируются высокочастотным импульсом для энергий ВУФ-фотона, превышающих пондеромоторную энергию электрона в низкочастотном поле: $\Omega_\gamma > u_p$. Данный факт иллюстрируется на рис.4, где показано, как ВУФ-импульс влияет на время возврата $\Delta t = t_2 - t_1$ электрона к

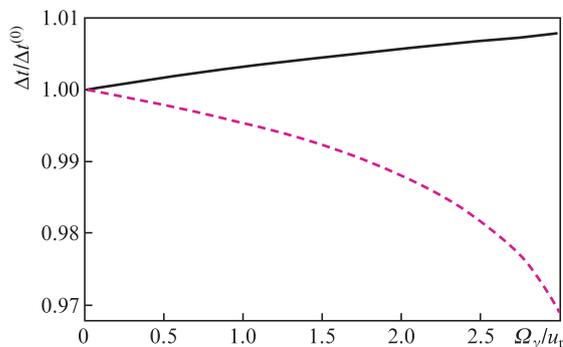


Рис.4. Время $\Delta t = t_2 - t_1$ движения электрона по кратчайшей экстремальной траектории между моментами туннелирования t_1 и перерасеяния t_2 как функция несущей частоты Ω_γ ВУФ-импульса по отношению к соответствующему времени $\Delta t^{(0)} = 4.306\omega^{-1}$ движения в отсутствие ВУФ-импульса. Сплошная кривая соответствует поглощению ВУФ-фотона, штриховая – его испусканию.

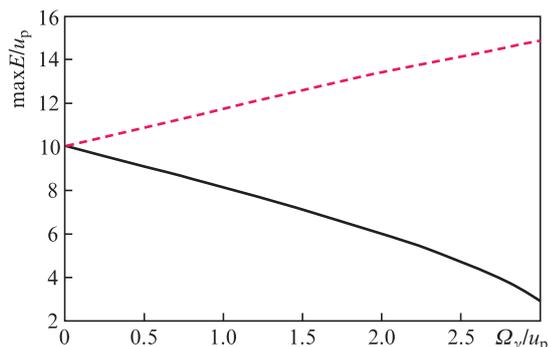


Рис.5. Зависимость максимальной энергии $\max E$ фотоэлектронов от несущей частоты Ω_γ ВУФ-импульса согласно второму сценарию перерасеяния. Сплошная кривая соответствует поглощению ВУФ-фотона, штриховая – его испусканию.

родительскому иону. Для «мягких» фотонов (таких, что $\Omega_\gamma \lesssim u_p$) влиянием высокочастотного импульса на времена t_1, t_2 можно пренебречь.

Результат для максимальной энергии $\max E$ перерасеянных электронов следует из уравнения (16) с учетом уравнения (14):

$$\max E = \frac{1}{2} \left(|A(t_2)| + \sqrt{[A(t_2) - A(t_1)]^2 \mp 2\Omega_\gamma} \right)^2, \quad (18)$$

где времена t_1, t_2 являются решением системы уравнений (14) и (17), а знак « \mp » (« \pm ») соответствует поглощению (испусканию) ВУФ-фотона в процессе перерасеяния. Из (18) следует, что, в отличие первого сценария перерасеяния, линейная зависимость положения обрыва высокоэнергетичного плато в спектрах НПИ от несущей частоты высокочастотного импульса должна наблюдаться только в случае «мягких» фотонов при выполнении условия $\Omega_\gamma \ll u_p$.

На рис.5 представлена зависимость максимальной энергии перерасеянных электронов от несущей частоты высокочастотного импульса в соответствии с уравнением (18) для второго сценария перерасеяния с излучением или поглощением ВУФ-фотона на этапе перерасеяния. Как видно из рисунка, линейная зависимость обрыва высокоэнергетичного плато от Ω_γ в спектрах НПИ должна наблюдаться вплоть до $\Omega_\gamma \sim u_p$.

5. Заключение

Представленные в работе аналитические соотношения позволяют оценить положения обрыва плато в спектрах ГВГ и НПИ в единицах u_p средней колебательной энергии свободного электрона в интенсивном ИК поле. В качестве примера приложения полученных оценок может быть рассмотрено взаимодействие электрона в основном состоянии атома водорода ($I_p = 13.6$ эВ) с монохроматическим (пикосекундным) лазерным импульсом с интенсивностью $I = 10^{14}$ Вт/см² и длиной волны $\lambda = 2$ мкм ($u_p = 37.35$ эВ). Для этих условий параметр Келдыша $\gamma_K = 0.6$.

Классическая модель перерасеяния электрона в интенсивном низкочастотном поле позволяет получить простые оценки для границ высокоэнергетичного плато в спектрах индуцированных полем процессов ГВГ и НПИ. Включение дополнительного слабого импульса ВУФ-излучения существенно модифицирует спектры процессов посредством одного из двух возможных механизмов: 1) ВУФ-фотон поглощается на первом этапе перерасеяния, переводя активный электрон в континуум и заменяя тем самым процесс туннелирования в случае стандартной трехшаговой модели перерасеяния; 2) обмен ВУФ-фотоном с высокочастотным импульсом происходит на этапе перерасеяния или рекомбинации электрона. В случае первого сценария перерасеяния для рассмотренных процессов ГВГ и НПИ наблюдается близкое к линейному уменьшение максимальной, классически разрешенной энергии фотона гармоник и фотоэлектрона, тогда как для второго сценария возможно как уменьшение этой энергии, так и ее увеличение, в зависимости от того, поглощается или испускается ВУФ-фотон в процессе возвратного столкновения электрона с атомом. Таким образом, изменение несущей частоты высокочастотного импульса позволяет модифицировать границу высокоэнергетичного плато, а также разделять различные механизмы генерации гармоник или получения высокоэнергетичных электронов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 15-12-10033).

1. Кучиев М.Ю. *Письма в ЖЭТФ*, **45**, 319 (1987).
2. Shafer K.J., Yang B., DiMauro L.F., Kulander K.C. *Phys. Rev. Lett.*, **70**, 1599 (1993).
3. Corkum P.B. *Phys. Rev. Lett.*, **71**, 1994 (1993).
4. Paulus G.G., Becker W., Nicklich W., Walthers H. *J. Phys. B*, **27**, L703 (1994).
5. Fleischer A., Moiseyev N. *Phys. Rev. A*, **77**, 010102(R) (2008).
6. Fleischer A. *Phys. Rev. A*, **78**, 053413 (2008).
7. Popruzhenko S.V., Zaretsky D.F., Becker W. *Phys. Rev. A*, **81**, 063417 (2010).
8. Leeuwenburgh J., Cooper B., Averbukh V., Marangos J.P., Ivanov M. *Phys. Rev. Lett.*, **111**, 123002 (2013).
9. Brown A.C., van der Hart H.W. *Phys. Rev. Lett.*, **117**, 093201 (2016).
10. Corkum P.B., Krausz F. *Nat. Phys.*, **3**, 381 (2007).
11. Krausz F., Stockman M. *Nat. Photonics*, **8**, 205 (2014).
12. Hentschel M., Kienberger R., Spielmann Ch., Reider G.A., et al. *Nature*, **414**, 509 (2001).
13. Uiberacker M., Uphues Th., Schultze M., Verhoef A.J., et al. *Nature*, **446**, 627 (2007).
14. Frolov M.V., Manakov N.L., Popov A.M., Tikhonova O.V., et al. *Phys. Rev. A*, **85**, 033416 (2012).
15. Frolov M.V., Knyazeva D.V., Manakov N.L., Geng J.-W., et al. *Phys. Rev. A*, **89**, 063419 (2014).
16. Frolov M.V., Manakov N.L., Xiong W.H., Peng L.Y., et al. *Phys. Rev. A*, **92**, 023409 (2015).
17. Bandrauk A.D., Shon N.H. *Phys. Rev. A*, **66**, 031401(R) (2002).
18. Shafer K.J., Gaarde M.B., Heinrich A., Biegert J., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 023003 (2004).
19. Biegert J., Heinrich A., Hauri C.P., et al. *Laser Phys.*, **15**, 899 (2005).
20. Johnsson P., López-Martens R., Kazamias S., Mauritsson J., et al. *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 013001 (2005).