

## НАНОСТРУКТУРЫ

# Влияние слоистых наноструктур на ширину линии запрещенных E2-переходов

Д.В.Гузатов, В.В.Климов

*В рамках классической электродинамики получены и исследованы аналитические выражения для ширины линии запрещенных E2-переходов в атоме (молекуле), расположенном вблизи слоистых металлодиэлектрических наноструктур. Показано, что интенсивность излучения на запрещенном переходе при детектировании в полупространстве за слоистой наноструктурой может значительно превышать интенсивность при детектировании в полупространстве, где расположен атом (молекула).*

**Ключевые слова:** спонтанное излучение, запрещенный E2-переход, ширина линии, анизотропный метаматериал, гиперболический закон дисперсии.

## 1. Введение

В связи с развитием нанотехнологий и миниатюризацией лазерных и других излучающих систем большое значение приобретают исследования, направленные на изучение модификации скоростей переходов (ширин линии) нанокружением [1]. Заметим, что при исследовании излучения атомов и молекул в присутствии материальных тел часто пользуются терминами «скорость спонтанного распада» или просто «скорость перехода» и «ширина линии». В рамках настоящей работы мы будем использовать эти термины как эквивалентные.

Влияние плоской поверхности на излучение диполя (атома, молекулы) исследуется уже более ста лет, начиная со знаменитой статьи А.Зоммерфельда [2]. В последнее время к подобным исследованиям снова появился интерес, что обусловлено успехами в создании искусственных материалов (метаматериалов) в виде многослойных структур в том числе структур с субмикронными толщинами слоев. Такие анизотропные структуры могут иметь нетривиальные оптические свойства, что обуславливает их подробное исследование в нанофотонике и наноплазмонике (см., напр., [3, 4]). В частности, весьма нетривиальными являются оптические свойства поверхности раздела между изотропным и одноосным анизотропным диэлектриками, где могут распространяться так называемые волны Дьяконова [5, 6]. Другой нетривиальной анизотропный метаматериал – гиперболический метаматериал (ГММ), который может быть получен, например, с помощью чередования плоских нанослоев из диэлектрика и

металла или с помощью упорядоченного расположения металлических нанопроволок в диэлектрике. Особенно впечатляющих успехов ученые достигли в синтезе слоистых ГММ. Так, в [7] были изготовлены ГММ с толщиной слоев в несколько нанометров при сохранении кристаллической структуры (рис.1). Более того, в природе существуют ГММ со слоями атомной толщины [8].

Следует отметить, что в настоящей работе мы будем использовать для ГММ эффективные значения диэлектрической и магнитной проницаемостей. Это заведомо хорошее приближение для ГММ, синтезированных в [7, 8]. В общем случае слоистых сред, когда толщины слоев  $h$  не очень малы по сравнению с длиной волны излучения  $\lambda$  (т.е. в случае  $0.01 < h/\lambda < 0.1$ ), для корректного описания нужно использовать не характеристический импеданс, который определяется эффективными диэлектрической и магнитной проницаемостями, а поверхностный импеданс, выражение для которого можно найти, например, в работах [9–12].

Уникальность свойств ГММ состоит в том, что различные компоненты тензора эффективной диэлектрической проницаемости такого метаматериала имеют раз-

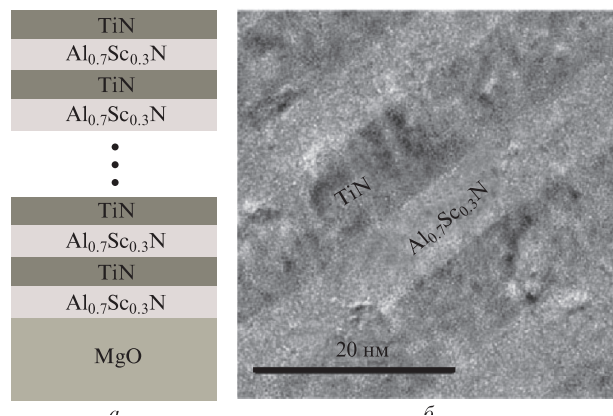


Рис.1. ГММ, образованный слоями TiN и  $Al_{0.7}Sc_{0.3}N$  с толщинами 8.5 и 6.3 нм соответственно: схема слоев (а) и РЭМ-изображение интерфейса между слоями (б). Изображение взято из [14] и адаптировано.

Д.В.Гузатов. Гродненский государственный университет им. Янки Купалы, Беларусь, 230023 Гродно, ул. Ожешко, 22; email: dm\_guzatov@mail.ru

В.В.Климов. Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН, Россия, 119991 Москва, Ленинский просп., 53; Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л.Духова, Россия, 127055 Москва, ул. Суцеская, 22; Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Россия, 115409 Москва, Каширское ш., 31; e-mail: vklim@sci.lebedev.ru

Поступила в редакцию 27 апреля 2017 г.

ные знаки, и если в обычном (изотропном) диэлектрике изочастотная поверхность в пространстве волновых векторов, соответствующая распространяющимся волнам, является сферой или эллипсоидом, то в ГММ она имеет вид гиперболоида. Следовательно, в ГММ теоретически могут распространяться волны со сколь угодно большими волновыми числами и локальная плотность фотонных состояний в ГММ также может стать бесконечно большой [13]. Согласно золотому правилу Ферми это приводит к тому, что скорость спонтанного распада атома (молекулы), расположенного вблизи ГММ, будет стремиться к бесконечности при приближении к поверхности метаматериала [13].

Спонтанное излучение атома (молекулы) как дипольного источника, расположенного вблизи ГММ и структур из ГММ, экспериментально и теоретически рассмотрено во многих работах [7, 13–24]. Однако атомы и молекулы могут являться источниками не только дипольного, но и квадрупольного, а также других типов мультипольного излучения [25]. Можно показать, что модификация спонтанного излучения атомов и молекул вблизи материальных тел может происходить за счет переходов любой мультипольности [26–39]. Поэтому нужно дополнить имеющиеся исследования влияния слоев анизотропных метаматериалов на спонтанное излучение атомов и молекул и рассмотреть электрические квадрупольные переходы (E2-переходы). Следует отметить, что такая задача ранее в литературе не рассматривалась. Важность данного исследования связана и с тем, что для создания нанолазеров необходимо знать влияние нанокружения на все, в том числе и запрещенные, переходы.

К настоящему времени теоретически исследовано происходящее за счет запрещенных E2-переходов спонтанное излучение атомов и молекул в случае их расположения вблизи плоских границ разделов сред и в плоскопараллельном зазоре между средами [26–30], вблизи структуры в виде металлических нанополосок на диэлектрической подложке [31], вблизи сферических частиц и их димеров [32–36], вблизи двумерной бесконечной периодической решетки из металлических наносфер [37], вблизи идеально проводящего цилиндра [38], а также вблизи двух металлических наностержней конечной длины с квадратным сечением [39]. Цель настоящей работы – в рамках классической электродинамики теоретически рассмотреть влияние плоского слоя из произвольного анизотропного вещества, в том числе обладающего сильной анизотропией диэлектрической проницаемости (т.е. свойствами ГММ), на спонтанное излучение, происходящее за счет запрещенного E2-перехода в атоме (молекуле). При этом переход будет моделироваться электрическим квадрупольным источником, а основное внимание будет уделено модификации радиационной ширины линии при излучении атома (молекулы) в полупространства перед слоем и за слоем, что важно для приложений, где используются именно излученные фотоны (рис.2). Наша работа является естественным продолжением работы [36], где было рассмотрено влияние димера наночастиц на запрещенные переходы.

Статья имеет следующую структуру. В разд.2 рассмотрено электромагнитное поле электрического квадрупольного источника (атома, молекулы) в присутствии плоского слоя из одноосного анизотропного вещества. В разд.3 выводятся аналитические выражения для ширины линии запрещенных E2-переходов в атоме (молекуле) вблизи

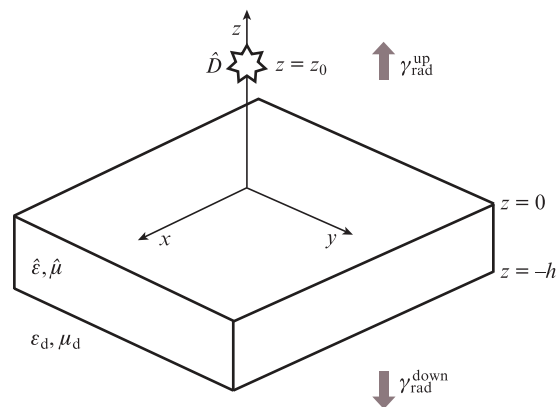


Рис.2. Геометрия задачи об электрическом квадрупольном источнике (атоме, молекуле), расположенном вблизи плоского слоя из анизотропного вещества.

анизотропного слоя конечной толщины. В разд.4 приведены графические иллюстрации полученных результатов и их обсуждение, а в разд.5 – основные результаты работы.

## 2. Электромагнитное поле электрического квадрупольного источника (атома, молекулы) в присутствии плоского анизотропного слоя

Для решения в рамках классической электродинамики задачи о влиянии плоского слоя из анизотропного метаматериала на спонтанное излучение расположенного вблизи него электрического квадрупольного источника (атома, молекулы) необходимо сначала найти поля излучения источника в присутствии такого слоя в пренебрежении реакцией излучения на источник. Для этого надо записать общие выражения для полей вне слоя с учетом источника, а также для полей внутри слоя и затем с помощью граничных условий на поверхностях разделов сред найти неизвестные коэффициенты разложений в решениях.

Рассмотрим квадрупольный источник с тензором электрического квадрупольного момента  $\hat{D}$ , расположенный в среде с единичными диэлектрической и магнитной проницаемостями (в вакууме) вблизи слоя толщиной  $h$ , изготовленного из анизотропного вещества, с диэлектрической и магнитной проницаемостями

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_\rho & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_\rho & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix}, \quad \hat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_\rho & 0 & 0 \\ 0 & \mu_\rho & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $\epsilon_\rho = \epsilon_x = \epsilon_y$  и  $\mu_\rho = \mu_x = \mu_y$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости соответственно вдоль декартовых осей  $x$  и  $y$ ;  $\epsilon_z$  и  $\mu_z$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости соответственно вдоль декартовой оси  $z$ . Следует отметить, что анизотропные ГММ, как правило, являются немагнитными и не имеют анизотропии магнитной проницаемости [13]. Однако в нашей работе будут получены аналитические выражения для более общего случая, а затем они будут применены к описанию немагнитного анизотропного слоя (ГММ), т.е. при  $\mu_\rho = \mu_z = 1$ .

Для определенности пусть источник находится в точке  $z = z_0$  на положительной части декартовой оси  $z$ , а слой расположен перпендикулярно декартовой оси  $z$  и занимает область  $-h < z < 0$  (рис.2). За слоем ( $z < -h$ ) находится

изотропная среда с положительными диэлектрической и магнитной проницаемостями  $\epsilon_d$  и  $\mu_d$ .

Электрическое и магнитное поля электрического квадрупольного источника, расположенного в вакууме, можно представить в следующем виде (экспоненциальный множитель  $\exp(-i\omega t)$ , характеризующий зависимости полей от времени, далее опущен) [40]:

$$\mathbf{E}_0 = ik_0 \mathbf{A} - \text{grad}\phi, \quad \mathbf{H}_0 = \text{rot}\mathbf{A}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{E}_0$  и  $\mathbf{H}_0$  – напряженности электрического и магнитного полей соответственно;  $k_0 = \omega/c$  – волновое число;  $\omega$  – частота;  $c$  – скорость света; потенциалы  $\mathbf{A}$  и  $\phi$  имеют вид ( $\alpha = x, y, z$ )

$$A_\alpha = \frac{ik_0}{6} \sum_{\beta=x,y,z} D_{\alpha\beta} \nabla_\beta \frac{\exp(ik_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}; \quad (3)$$

$$\phi = \frac{1}{6} \sum_{\alpha,\beta=x,y,z} D_{\alpha\beta} \nabla_\alpha \nabla_\beta \frac{\exp(ik_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|};$$

$A_\alpha$  – декартова компонента  $\mathbf{A}$ ;  $\nabla_\alpha$  – декартова компонента оператора градиента;  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор точки наблюдения;  $\mathbf{r}_0$  – радиус-вектор точки положения квадруполья;

$$D_{\alpha\beta} = \int_V dV \rho_e(\mathbf{r})(3r_\alpha r_\beta - \delta_{\alpha\beta} r^2)$$

– компоненты тензора электрического квадрупольного момента;  $\rho_e(\mathbf{r})$  – плотность электрического заряда;  $r_\alpha$  – декартова компонента радиуса-вектора;  $\delta_{\alpha\beta}$  – символ Кронекера; интегрирование проводится по объему распределенного заряда  $V$ . Из определения квадрупольного момента получаются соотношения

$$D_{\alpha\beta} = D_{\beta\alpha}, \quad \sum_{\alpha=x,y,z} D_{\alpha\alpha} = 0,$$

которые далее используются для упрощения получаемых выражений.

Для решения задачи о поле электрического квадрупольного источника в присутствии плоского слоя из анизотропного вещества (1) удобно представить напряженности (2) в виде разложений по векторным цилиндрическим гармоникам:

$$\mathbf{E}_0 = \begin{cases} \mathbf{E}_0^{(+)}, & 0 < z_0 < z, \\ \mathbf{E}_0^{(-)}, & 0 < z < z_0, \end{cases} \quad \mathbf{H}_0 = \begin{cases} \mathbf{H}_0^{(+)}, & 0 < z_0 < z, \\ \mathbf{H}_0^{(-)}, & 0 < z < z_0, \end{cases} \quad (4)$$

где

$$\mathbf{E}_0^{(\pm)} = \frac{i}{k_0} \text{rot}\mathbf{H}_0^{(\pm)}; \quad (5)$$

$$\mathbf{H}_0^{(\pm)} = -i \sum_{\sigma=e,o} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^\infty dq [A_{nq\sigma}^{(\pm)} \mathbf{m}_{nq\sigma}^{(\pm)} + B_{nq\sigma}^{(\pm)} \mathbf{n}_{nq\sigma}^{(\pm)}];$$

$A_{nq\sigma}^{(\pm)}$  и  $B_{nq\sigma}^{(\pm)}$  – коэффициенты разложения;

$$\begin{cases} \mathbf{m}_{nq\sigma}^{(\pm)} \\ \mathbf{n}_{nq\sigma}^{(\pm)} \end{cases} = \text{rot} \left[ e_z \exp(\pm i\sqrt{k_0^2 - q^2}z) J_n(q\rho) \begin{cases} \cos(n\varphi) \\ \sin(n\varphi) \end{cases} \right], \quad (6)$$

$$\begin{cases} \mathbf{n}_{nq\sigma}^{(\pm)} \\ \mathbf{m}_{nq\sigma}^{(\pm)} \end{cases} = \frac{1}{k_0} \text{rot} \begin{cases} \mathbf{m}_{nq\sigma}^{(\pm)} \\ \mathbf{n}_{nq\sigma}^{(\pm)} \end{cases}$$

– векторные цилиндрические гармоники (см., напр., [41]);  $0 \leq \rho < \infty$ ,  $0 \leq \varphi < 2\pi$  и  $-\infty < z < \infty$  – цилиндрические координаты;  $e_z$  – единичный вектор, направленный вдоль декартовой оси  $z$ ;  $q$  – поперечное волновое число; квадратный корень в (6) (и далее в аналогичных выражениях) вычисляется таким образом, что его мнимая часть не отрицательна;  $J_n(q\rho)$  – функция Бесселя [42]. Полнота и ортогональность векторных цилиндрических гармоник рассмотрены в [41]. Выражения для  $A_{nq\sigma}^{(\pm)}$  и  $B_{nq\sigma}^{(\pm)}$  ( $\sigma = e, o$ ) из-за своей громоздкости приведены в Приложении 1.

Электрическое и магнитное поля, индуцированные вне плоского анизотропного слоя, можно представить в следующем виде:

$$\mathbf{E}_r = \frac{i}{k_0} \text{rot}\mathbf{H}_r,$$

$$\mathbf{H}_r = -i \sum_{\sigma=e,o} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^\infty dq [C_{nq\sigma} \mathbf{m}_{nq\sigma}^{(+)} + D_{nq\sigma} \mathbf{n}_{nq\sigma}^{(+)}], \quad z > 0, \quad (7)$$

$$\mathbf{E}_d = \frac{iZ_d}{k_d} \text{rot}\mathbf{H}_d,$$

$$\mathbf{H}_d = -\frac{i}{Z_d} \sum_{\sigma=e,o} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^\infty dq [F_{nq\sigma} \mathbf{m}_{nq\sigma}^{d(-)} + G_{nq\sigma} \mathbf{n}_{nq\sigma}^{d(-)}], \quad z < -h,$$

где  $\mathbf{E}_r$  и  $\mathbf{H}_r$  – напряженности электрического и магнитного полей, отраженных от слоя;  $\mathbf{E}_d$  и  $\mathbf{H}_d$  – напряженности электрического и магнитного полей, прошедших через слой; гармоники  $\mathbf{n}_{nq\sigma}^{d(-)}$  и  $\mathbf{m}_{nq\sigma}^{d(-)}$  можно получить из гармоник  $\mathbf{n}_{nq\sigma}^{(-)}$  и  $\mathbf{m}_{nq\sigma}^{(-)}$  соответственно, если в (6) сделать замену  $k_0 \rightarrow k_d = k_0 \sqrt{\epsilon_d \mu_d}$ ;  $k_d$  – волновое число в среде за слоем;  $Z_d = \sqrt{\mu_d/\epsilon_d}$  – импеданс. Коэффициенты  $C_{nq\sigma}$ ,  $D_{nq\sigma}$ ,  $F_{nq\sigma}$  и  $G_{nq\sigma}$  в (7) определяются с помощью граничных условий.

Напряженности электрического и магнитного полей внутри слоя из анизотропного вещества с материальными константами (1) могут быть найдены как сумма напряженностей ТМ и ТЕ полей. При этом ТМ поля имеют равную нулю проекцию напряженности магнитного поля на ось  $z$ , а ТЕ поля – равную нулю проекцию напряженности электрического поля на ось  $z$ . Процедура нахождения полей для квадруполья полностью аналогична процедуре для диполья [43], поэтому далее она не приводится. Как результат, для полей в анизотропном слое можно получить следующие выражения ( $-h < z < 0$ ):

$$\mathbf{E}_t = \frac{i}{k_0} \sum_{\alpha=x,y,z} \epsilon_\alpha^{-1} (e_\alpha \text{rot}\mathbf{H}_t) e_\alpha, \quad (8)$$

$$\mathbf{H}_t = -i \sum_{s=+,-} \sum_{\sigma=e,o} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^\infty dq [\epsilon_\rho K_{nq\sigma}^{\text{TM}(s)} \mathbf{m}_{nq\sigma}^{\text{TM}(s)} + K_{nq\sigma}^{\text{TE}(s)} \mathbf{n}_{nq\sigma}^{\text{TE}(s)}]$$

$$-ie_z \left( \frac{\mu_\rho}{\mu_z} - 1 \right) \sum_{s=+,-} \sum_{\sigma=e,o} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^\infty dq \frac{q^2}{k_0} K_{nq\sigma}^{\text{TE}(s)} U_{nq\sigma}^{\text{TE}(s)},$$

где  $\mathbf{E}_t$  и  $\mathbf{H}_t$  – напряженности электрического и магнитного полей внутри слоя;  $e_\alpha$  – единичный вектор, направленный вдоль соответствующей декартовой оси; коэффициенты  $K_{nq\sigma}^{\text{TM}(\pm)}$  и  $K_{nq\sigma}^{\text{TE}(\pm)}$  определяются с помощью граничных условий; гармоники в (8) имеют вид ( $L = \text{TM}, \text{TE}$ )

$$\mathbf{m}_{nq\sigma}^{(L)(\pm)} = \text{rot}(\mathbf{e}_z U_{nq\sigma}^{(L)(\pm)}); \quad \mathbf{n}_{nq\sigma}^{(L)(\pm)} = \frac{1}{k_0} \text{rot} \mathbf{m}_{nq\sigma}^{(L)(\pm)}; \quad (9)$$

$$\begin{cases} U_{nq\sigma}^{(L)(\pm)} \\ U_{nq\sigma}^{(L)(\pm)} \end{cases} = \exp(\pm ik_L z) J_n(q\rho) \begin{cases} \cos(n\varphi) \\ \sin(n\varphi) \end{cases};$$

$$k_{\text{TM}} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_\rho \mu_\rho - q^2 (\varepsilon_\rho / \varepsilon_z)}, \quad (10)$$

$$k_{\text{TE}} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_\rho \mu_\rho - q^2 (\mu_\rho / \mu_z)}$$

– продольные волновые числа полей соответствующих типов. Из выражения для  $k_{\text{TM}}$  можно найти закон дисперсии для ГММ ( $\mu_\rho = \mu_z = 1$ ) [13]:

$$\frac{k_x^2 + k_y^2}{\varepsilon_z} + \frac{k_z^2}{\varepsilon_\rho} = k_0^2, \quad (11)$$

где  $q^2 = k_x^2 + k_y^2$  и  $k_z = k_{\text{TM}}$ . В случае  $\varepsilon_\rho > 0$  и  $\varepsilon_z < 0$  из (11) получаем уравнение двухполостного гиперboloида, а соответствующий метаматериал называется ГММ первого типа (ГММ-I) [18]. В случае  $\varepsilon_\rho < 0$  и  $\varepsilon_z > 0$  из (11) получаем уравнение однополостного гиперboloида, а соответствующий метаматериал называется ГММ второго типа (ГММ-II) [18]. При  $\varepsilon_\rho > 0$  и  $\varepsilon_z > 0$  имеем анизотропный диэлектрик.

Для нахождения неизвестных коэффициентов в выражениях (7), (8) необходимо воспользоваться условиями непрерывности тангенциальных компонент напряженностей электрического и магнитного полей на поверхностях разделов сред [41]. В результате для коэффициентов имеем следующие выражения:

$$C_{nq\sigma} = r_{\text{TM}} A_{nq\sigma}^{(-)}, \quad K_{nq\sigma}^{\text{TM}(+)} = b_{\text{TM}} \exp(2ik_{\text{TM}} h) K_{nq\sigma}^{\text{TM}(-)},$$

$$\varepsilon_\rho K_{nq\sigma}^{\text{TM}(-)} = \frac{1 + a_{\text{TM}}}{1 + a_{\text{TM}} b_{\text{TM}} \exp(2ik_{\text{TM}} h)} A_{nq\sigma}^{(-)},$$

$$D_{nq\sigma} = r_{\text{TE}} B_{nq\sigma}^{(-)}, \quad K_{nq\sigma}^{\text{TE}(+)} = b_{\text{TE}} \exp(2ik_{\text{TE}} h) K_{nq\sigma}^{\text{TE}(-)},$$

$$\mu_\rho K_{nq\sigma}^{\text{TE}(-)} = \frac{1 + a_{\text{TE}}}{1 + a_{\text{TE}} b_{\text{TE}} \exp(2ik_{\text{TE}} h)} B_{nq\sigma}^{(-)}, \quad (12)$$

$$F_{nq\sigma} = \frac{(1 + a_{\text{TM}})(1 + b_{\text{TM}}) \exp(ik_{\text{TM}} h - i\sqrt{k_d^2 - q^2} h)}{1 + a_{\text{TM}} b_{\text{TM}} \exp(2ik_{\text{TM}} h)} Z_d A_{nq\sigma}^{(-)},$$

$$G_{nq\sigma} = \frac{(1 + a_{\text{TE}})(1 + b_{\text{TE}}) \exp(ik_{\text{TE}} h - i\sqrt{k_d^2 - q^2} h)}{1 + a_{\text{TE}} b_{\text{TE}} \exp(2ik_{\text{TE}} h)} B_{nq\sigma}^{(-)},$$

где  $r_{\text{TM}}$  и  $r_{\text{TE}}$  – коэффициенты отражения TM и TE полей соответственно;

$$a_{\text{TM}} = \frac{\varepsilon_\rho \sqrt{k_0^2 - q^2} - k_{\text{TM}}}{\varepsilon_\rho \sqrt{k_0^2 - q^2} + k_{\text{TM}}}; \quad b_{\text{TM}} = \frac{\varepsilon_d k_{\text{TM}} - \varepsilon_\rho \sqrt{k_d^2 - q^2}}{\varepsilon_d k_{\text{TM}} + \varepsilon_\rho \sqrt{k_d^2 - q^2}}; \quad (13)$$

$$r_{\text{TM}} = \frac{a_{\text{TM}} + b_{\text{TM}} \exp(2ik_{\text{TM}} h)}{1 + a_{\text{TM}} b_{\text{TM}} \exp(2ik_{\text{TM}} h)};$$

явные выражения для  $a_{\text{TE}}$ ,  $b_{\text{TE}}$  и  $r_{\text{TE}}$  получаются из выражений для  $a_{\text{TM}}$ ,  $b_{\text{TM}}$  и  $r_{\text{TM}}$  соответственно формальной

заменой проницаемостей  $\varepsilon_\rho \rightarrow \mu_\rho$ ,  $\varepsilon_d \rightarrow \mu_d$  и индексов TM  $\rightarrow$  TE.

### 3. Ширина линии запрещенных E2-переходов в атоме (молекуле), расположенном вблизи плоского анизотропного слоя

Ширину линии  $\gamma_{\text{total}}$  (скорость спонтанного распада), связанную с полным временем жизни возбужденного состояния источника (атома, молекулы) вблизи материального тела, можно вычислить через отношение мощности потерь источника на поддержание электромагнитного поля вблизи тела к аналогичной мощности в отсутствие тела [44]. В рассматриваемом случае запрещенных E2-переходов выражение для  $\gamma_{\text{total}}$  имеет вид [35]

$$\frac{\gamma_{\text{total}}}{\gamma_0} = 1 + \frac{ck_0}{12P_0} \text{Im} \left[ \sum_{\alpha, \beta = x, y, z} D_{\alpha\beta}^* \nabla_\beta E_{\text{rca}}(\mathbf{r})|_{r=r_0} \right], \quad (14)$$

где  $\gamma_0 = 4P_0/(\hbar\omega)$  – ширина линии E2-перехода в атоме (молекуле) в отсутствие материального тела (в вакууме) [28];  $E_{\text{rca}}$  – декартова компонента напряженности отраженного от слоя электрического поля, которое вычисляется в точке положения источника  $r_0$ ;

$$P_0 = \frac{ck_0^6}{360} \sum_{\alpha, \beta = x, y, z} |D_{\alpha\beta}|^2 \quad (15)$$

– мощность излучения источника в вакууме [45].

Отметим, что выражения (14) и (15) справедливы как при классическом, так и при квантовом рассмотрении.

Как следует из (14), ширина линии запрещенных E2-переходов пропорциональна градиенту напряженности отраженного электрического поля и поэтому возрастает в сильно неоднородных электрических полях, где возникает большой градиент.

Ширина линии (14) является полной шириной линии и ее можно представить в виде суммы нескольких парциальных компонент (см. ниже).

Подставляя (7) в (14), для относительной ширины линии  $\gamma_{\text{total}}/\gamma_0$  получаем выражение

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_{\text{total}}}{\gamma_0} = & 1 - \frac{ck_0}{576P_0} \text{Re} \left\{ \int_0^\infty dq q^3 \sqrt{k_0^2 - q^2} \exp(2i\sqrt{k_0^2 - q^2} z_0) \right. \\ & \times \left[ 18r_{\text{TM}} |D_{zz}|^2 - \frac{4}{q^2} \left[ r_{\text{TM}} \frac{(2q^2 - k_0^2)^2}{k_0^2 - q^2} - r_{\text{TE}} k_0^2 \right] (|D_{xz}|^2 + |D_{yz}|^2) \right. \\ & \left. \left. + \left( r_{\text{TM}} - r_{\text{TE}} \frac{k_0^2}{k_0^2 - q^2} \right) (|D_{xx} - D_{yy}|^2 + 4|D_{xy}|^2) \right] \right\}. \quad (16) \end{aligned}$$

В случае очень толстого анизотропного слоя (т. е. полупространства из анизотропного вещества) выражения для коэффициентов отражения  $r_{\text{TM}}$  и  $r_{\text{TE}}$  упрощаются и принимают вид  $r_{\text{TM}} \approx a_{\text{TM}}$  и  $r_{\text{TE}} \approx a_{\text{TE}}$ . Подставляя эти коэффициенты в (16), можно найти выражение для  $\gamma_{\text{total}}$  в случае атома (молекулы) вблизи плоской поверхности раздела с анизотропной средой. Следует отметить, что в частных случаях ориентаций электрического квадрупольного момента перехода относительно поверхности раздела из этого выражения получаются результаты, которые совпадают с результатами [28], полученными для

случая поверхности раздела с диэлектриком (металлом), что подтверждает корректность (16).

При очень малых расстояниях от источника до поверхности полупространства из анизотропного вещества,  $k_0 z \ll 1$ , можно найти асимптотику для  $\gamma_{\text{total}}$ . Для этого в подынтегральном выражении (16) (где сделана замена  $r_{\text{TM}} \rightarrow a_{\text{TM}}$  и  $r_{\text{TE}} \rightarrow a_{\text{TE}}$ ) следует рассмотреть случай  $k_0 \rightarrow 0$ . В результате получаем выражение

$$\frac{\gamma_{\text{total}}}{\gamma_0} \approx \frac{15}{32(k_0 z_0)^5} \times \left( \frac{18|D_{zz}|^2 + 16|D_{xz}|^2 + 16|D_{yz}|^2 + |D_{xx} - D_{yy}|^2 + 4|D_{xy}|^2}{\sum_{\alpha, \beta = x, y, z} |D_{\alpha\beta}|^2} \right) \times \text{Im} \left( \frac{\sqrt{\varepsilon_\rho \varepsilon_z} - 1}{\sqrt{\varepsilon_\rho \varepsilon_z} + 1} \right). \quad (17)$$

Из (17) следует, что при приближении атома (молекулы) к границе раздела со средой со свойствами ГММ ширина линии запрещенных E2-переходов возрастает пропорционально  $1/(k_0 z_0)^5$ . Это превышает аналогичное увеличение ширины линии электрических дипольных переходов (разрешенных E1-переходов) в атоме (молекуле), которое пропорционально  $1/(k_0 z_0)^3$  [15]. Заметим, что в частном случае  $\sqrt{\varepsilon_\rho \varepsilon_z} = \varepsilon$  асимптотика (17) совпадает с аналогичной асимптотикой для запрещенных переходов в атоме (молекуле), расположенном вблизи полупространства из вещества с изотропной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  [35], что снова подтверждает корректность выражения (16).

Необходимо отметить, что выражение для ширины линии (16) (а также все полученные далее выражения для нее) соответствует случаю двухуровневого атома (молекулы). При этом величина  $D_{\alpha\beta}$  должна рассматриваться как электрический квадрупольный момент исследуемого перехода с частотой  $\omega$  [28]. Для учета возможности перехода в несколько состояний надо просуммировать соответствующие парциальные ширины линии по всем конечным состояниям.

Помимо полной ширины линии  $\gamma_{\text{total}}$  (см. (14) и (16)), важной величиной, которая может быть непосредственно измерена в экспериментах, является радиационная ширина линии  $\gamma_{\text{rad}}$ , связанная с детектированием излученных фотонов в дальнем поле (радиационная скорость спонтанного распада). В рамках классической электродинамики радиационная ширина может быть вычислена через отношение мощности излучения источника (атома, молекулы) вблизи материального тела к мощности излучения источника в отсутствие тела [44]. В рассматриваемом случае запрещенных E2-переходов в атоме (молекуле), расположенном вблизи слоя, радиационную ширину линии  $\gamma_{\text{rad}}$  можно, по аналогии со случаем разрешенных E1-переходов [23, 27], представить в виде суммы двух компонент:

$$\gamma_{\text{rad}} = \gamma_{\text{rad}}^{\text{up}} + \gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}, \quad (18)$$

где  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{up}}$  и  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}$  – радиационные ширины линии запрещенных переходов в атоме (молекуле) при его излучении в «верхнее» (перед слоем) и «нижнее» (за слоем) полупространства соответственно (рис.2). Для определения  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{up}}$  и  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}$  необходимо вычислить соответствующие мощно-

сти излучений. Для этого сначала нужно найти асимптотики напряженностей электрических и магнитных полей на больших расстояниях от анизотропного слоя, а затем проинтегрировать выражения для нормальных проекций векторов Пойнтинга, получаемые с помощью этих асимптотик, по поверхностям полусфер бесконечно большого радиуса по обе стороны от слоя [46]. В [47] был подробно описан способ нахождения асимптотик напряженностей полей для электрического дипольного источника вблизи плоского изотропного слоя. Следуя этому способу, в рассматриваемом случае электрического квадрупольного источника вблизи анизотропного слоя также можно получить искомые асимптотики. Далее эти асимптотики и выражения для мощностей нам не понадобятся, поэтому сразу приводим выражения для  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{up}}$  и  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}$ :

$$\frac{\gamma_{\text{rad}}^{\text{up}}}{\gamma_0} = \frac{ck_0^2}{8P_0} \sum_{n=0}^2 \int_0^{\pi/2} d\theta \sin\theta \cos^2\theta \times [(1 + \delta_{0n})(|A_{ne}^{(+)} + C_{ne}|^2 + |B_{ne}^{(+)} + D_{ne}|^2) + (1 - \delta_{0n})(|A_{no}^{(+)} + C_{no}|^2 + |B_{no}^{(+)} + D_{no}|^2)], \quad (19)$$

$$\frac{\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}}{\gamma_0} = \frac{ck_d^2}{8Z_d P_0} \sum_{n=0}^2 \int_{\pi/2}^{\pi} d\theta \sin\theta \cos^2\theta \times [(1 + \delta_{0n})(|F_{ne}|^2 + |G_{ne}|^2) + (1 - \delta_{0n})(|F_{no}|^2 + |G_{no}|^2)], \quad (20)$$

где  $\theta$  – зенитный угол в сферической системе координат; коэффициенты  $A_{n\sigma}^{(\pm)}$ ,  $B_{n\sigma}^{(\pm)}$ ,  $C_{n\sigma}$  и  $D_{n\sigma}$  получаются из коэффициентов  $A_{nq\sigma}^{(\pm)}$ ,  $B_{nq\sigma}^{(\pm)}$ ,  $C_{nq\sigma}$  и  $D_{nq\sigma}$  (см. (12) и выражения в Приложении 1) соответственно с помощью замены  $q \rightarrow k_0 \sin\theta$  ( $\sqrt{k_0^2 - q^2} \rightarrow k_0 \cos\theta$ ); коэффициенты  $F_{n\sigma}$  и  $G_{n\sigma}$  получаются из  $F_{nq\sigma}$  и  $G_{nq\sigma}$  (см. (12)) соответственно с помощью замены  $q \rightarrow k_d \sin\theta$  ( $\sqrt{k_d^2 - q^2} \rightarrow -k_d \cos\theta$ ). Явные выражения для компонент радиационной ширины линии (19) и (20) имеют громоздкий вид и поэтому приведены в Приложении 2.

Следует отметить, что в случае атома (молекулы), расположенного вблизи идеально проводящей плоскости ( $r_{\text{TM}} \rightarrow 1$  и  $r_{\text{TE}} \rightarrow -1$ ), можно проинтегрировать выражения для полной ширины линии (16) и радиационной ширины линии (19) аналитически. Получаемые при этом соотношения совпадают, что подтверждает корректность используемого выше подхода при нахождении радиационной ширины.

Полная ширина линии всегда больше радиационной, т.к. часть излученных фотонов поглощается окружением (джоулевы потери). Если в слое нет других потерь (например, на образование волноводных волн),  $\gamma_{\text{total}}$  может быть вычислено с помощью соотношения [44]

$$\gamma_{\text{total}} = \gamma_{\text{rad}} + \gamma_{\text{nonrad}}, \quad (21)$$

т.е. полная ширина линии является суммой радиационной ширины  $\gamma_{\text{rad}}$  и ширины  $\gamma_{\text{nonrad}}$ , связанной с нерадационными потерями.

Важно отметить, что использование классической и квантовой электродинамики при описании запрещенных E2-переходов в атоме (молекуле), расположенном вблизи материального тела, приводит, вообще говоря, к разным

результатам. В работе [28] была показана эквивалентность классического и квантового подходов лишь при расчетах полной ширины линии запрещенных переходов в случае слабого взаимодействия атома (молекулы) и тела, когда для вычисления можно применять золотое правило Ферми (т.е. теорию возмущений). Если взаимодействие между атомом (молекулой) и телом сильное, то возникают сложные эффекты (см., напр., [48, 49]), для описания которых требуются более строгие расчеты в рамках квантовой электродинамики. Помимо этого, нет полной эквивалентности квантового и классического подходов при расчетах вклада в ширину линии, связанного с нерезонансными потерями в веществе для атома (молекулы), расположенного вблизи поглощающего тела. В этом случае в рамках квантовой электродинамики необходимо использовать нестандартную схему квантования [50, 51], что существенно усложняет расчеты. В настоящей работе вычисления полной и радиационной ширины линии проводятся лишь в рамках классической электродинамики.

#### 4. Графические иллюстрации и обсуждение результатов

Применим полученные выше аналитические результаты для описания модификации ширины линии запрещенных E2-переходов в случае анизотропного слоя с гиперболическим законом дисперсии и в случае изотропной металлической пленки. При этом рассмотрим несколько частных случаев ориентации квадрупольного момента перехода:  $zz$ -случай с отличными от нуля компонентами тензора электрического квадрупольного момента  $D_{xx} = D_{yy}$  и  $D_{zz} = -D_{xx} - D_{yy}$ ;  $xz$ -случай с отличными от нуля  $D_{xz} = D_{zx}$ ;  $xy$ -случай с отличными от нуля  $D_{xy} = D_{yx}$ . Другие ориентации электрических квадрупольных моментов перехода, в том числе и случай усредненной ориентации, могут быть рассмотрены аналогично, с помощью найденных выше общих выражений. Для определенности, пусть вещество в области  $z < -h$  имеет  $\epsilon_d = 2.25$  и  $\mu_d = 1$  (стекло). Магнитные проницаемости вещества слоя  $\mu_\rho = \mu_z = 1$ .

На рис.3 показаны зависимости относительных полной и радиационных ширины линии запрещенных E2-переходов в атоме (молекуле), для которого  $D_{zz} \neq 0$  и  $D_{xx} = D_{yy} \neq 0$  ( $zz$ -случай), от нормированного расстояния  $k_0 z_0$  до поверхностей слоя со свойствами ГММ-I (рис.3,а) и слоя со свойствами ГММ-II (рис.3,б). Слои имеют неболь-

шое поглощение:  $\text{Im} \epsilon_\rho = \text{Im} \epsilon_z = 0.1$ . Видно, что на малых расстояниях от слоя ( $k_0 z_0 \rightarrow 0$ ) полная ширина линии  $\gamma_{\text{total}}$  неограниченно возрастает (см. (17)), а при увеличении  $k_0 z_0$  значения  $\gamma_{\text{total}}$  становятся близкими к значениям радиационной ширины линии  $\gamma_{\text{rad}}$ . Из рис.3 также видно, что обе компоненты радиационной ширины линии запрещенных переходов в атоме (молекуле), расположенном на поверхности слоя ( $z_0 = 0$ ), остаются конечными, а  $\gamma_{\text{rad}}$  и  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}$  принимают в этом случае максимальные значения.

На рис.4 для  $zz$ -,  $xz$ - и  $xy$ -случаев (см. выше) приведены компоненты относительной радиационной ширины линии запрещенных E2-переходов в атомах (молекулах), расположенных на поверхности слоев из ГММ-I и ГММ-II с небольшим поглощением ( $\text{Im} \epsilon_\rho = \text{Im} \epsilon_z = 0.1$ ), как функции  $k_0 h$ . Из рис.4,а и б следует, что ширины линии  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{up}}$  и  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}$ , связанные с излучением в верхнее и нижнее полупространство соответственно, осциллируют с затуханием как функции  $k_0 h$  для атомов (молекул), расположенных на поверхности слоя со свойствами ГММ-I. Максимумы осцилляций отвечают максимумам излучения электромагнитных волн в полупространстве перед слоем (рис.4,а) и, особенно, за слоем (рис.4,б). В то же время для атомов (молекул) на поверхности слоя со свойствами ГММ-II (см. рис.4,б и в) зависимость компонент радиационной ширины линии от  $k_0 h$  уже не является осциллирующей. В этом случае при увеличении  $k_0 h$  ширина линии  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{up}}$  достигает некоторого предельного значения и затем не меняется (рис.4,б), а ширина линии  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}$  сначала может достигнуть максимума, но затем стремится к нулю из-за потерь в слое (рис.4,в).

Важным для приложений на рис.3 и 4 является то, что для атома (молекулы), расположенного вблизи слоя, ширина линии  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}$ , обусловленная излучением вниз, может быть существенно больше ширины линии  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{up}}$ , обусловленной излучением вверх. Во-первых, это связано с тем, что отношение  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{up}}/\gamma_0$  ограничено и не может превышать 2, что следует из анализа ширины линии запрещенных E2-переходов в атоме (молекуле), расположенном вблизи идеально проводящей плоскости, когда излучение может полностью отражаться в верхнее полупространство. Во-вторых, возбуждаемая в слое поверхностная (плазменная) мода может вытекать в нижнее полупространство, заполненное диэлектриком, что увеличивает  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}$ . Для слоя из анизотропного вещества с материальными параметрами (1) условия вытекания поверхностных ТМ или

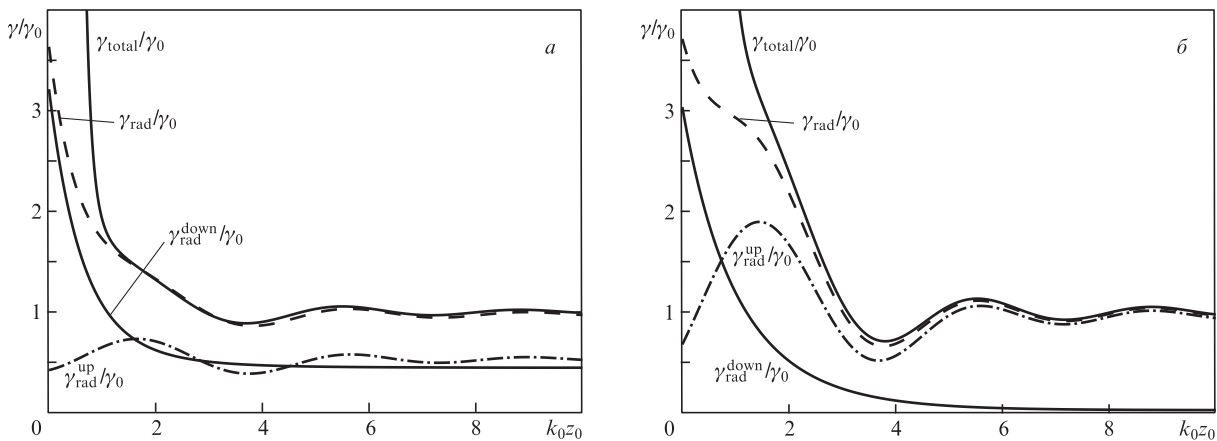


Рис.3. Относительные полная ( $\gamma_{\text{total}}/\gamma_0$ ) и радиационные ( $\gamma_{\text{rad}}/\gamma_0$ ,  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{up}}/\gamma_0$  и  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}/\gamma_0$ ) ширины линии запрещенных E2-переходов в атоме (молекуле) с  $D_{zz} \neq 0$  и  $D_{xx} = D_{yy} \neq 0$  ( $zz$ -случай), расположенном вблизи плоского слоя ( $k_0 h = 1$ ) со свойствами ГММ, как функции  $k_0 z_0$ . Диэлектрические проницаемости слоя  $\epsilon_\rho = 5 + i0.1$ ,  $\epsilon_z = -5 + i0.1$  (ГММ-I) (а) и  $\epsilon_\rho = -5 + i0.1$ ,  $\epsilon_z = 5 + i0.1$  (ГММ-II) (б).

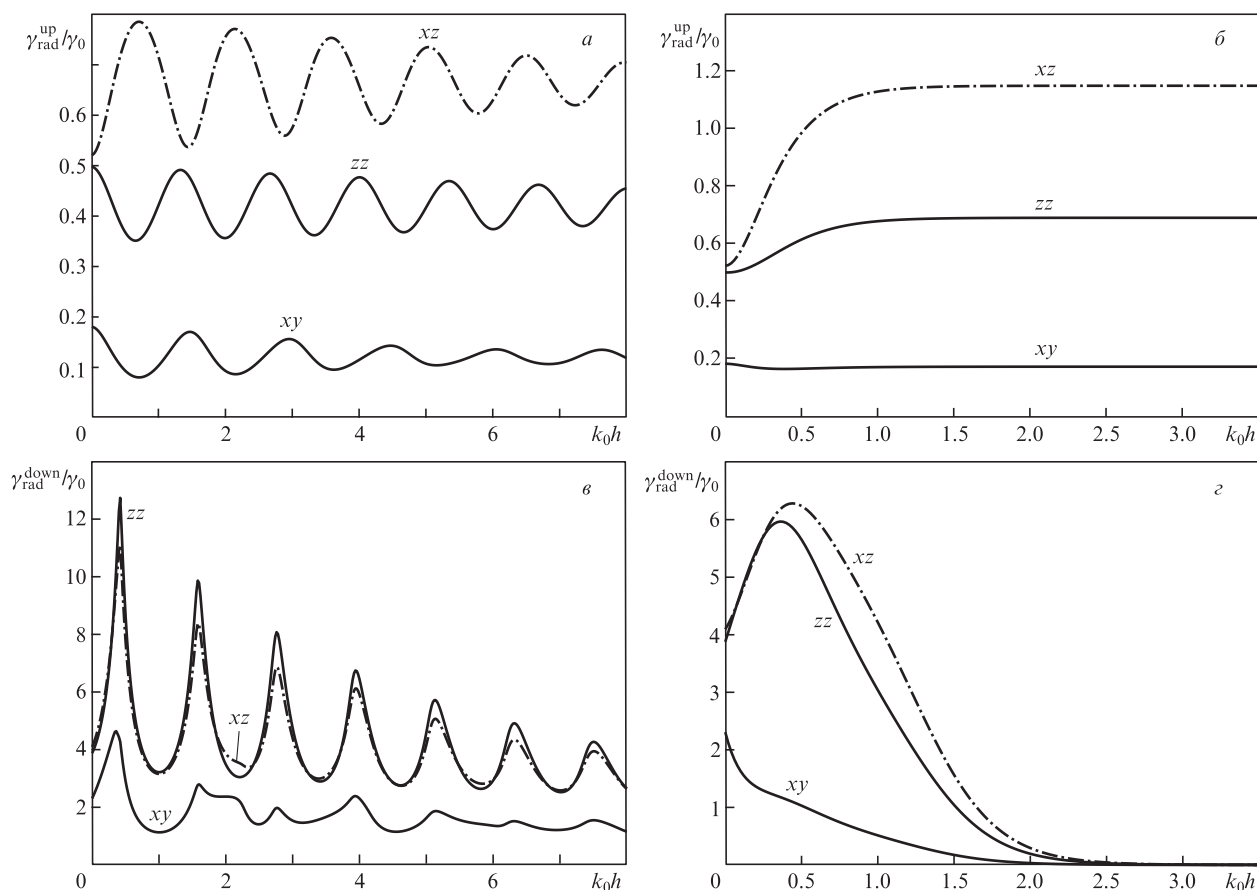


Рис.4. Относительные радиационные ширины  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{up}}/\gamma_0$  (а, б) и  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}/\gamma_0$  (в, г) линии запрещенных E2-переходов в атомах (молекулах) для zz-, xz- и xy-случаев (для которых  $D_{zz} \neq 0$  и  $D_{xx} = D_{yy} \neq 0$  (zz), а также  $D_{xz} = D_{zx} \neq 0$  (xz) и  $D_{xy} = D_{yx} \neq 0$  (xy)) как функции  $k_0 h$ . Атомы расположены на поверхности ( $z_0 = 0$ ) плоского слоя со свойствами ГММ. Диэлектрические проницаемости слоя  $\epsilon_\rho = 5 + i0.1$ ,  $\epsilon_z = -5 + i0.1$  (ГММ-I) (а, в) и  $\epsilon_\rho = -5 + i0.1$ ,  $\epsilon_z = 5 + i0.1$  (ГММ-II) (б, г).

TE мод могут быть найдены из условий их возбуждения, которые получаются при обращении знаменателя в выражении для коэффициента отражения  $r_{\text{TM}}$  или  $r_{\text{TE}}$  в нуль (см. (13)), и из условия для поперечного волнового числа:  $q = k_d$ . Решение дисперсионного уравнения для вытекающих плазмонных мод рассмотрено в [23].

Интересно сравнить усиление спонтанного излучения за счет запрещенных E2-переходов в атоме (молекуле), расположенном вблизи слоя со свойствами ГММ и вбли-

зи металлического изотропного слоя ( $\epsilon_\rho = \epsilon_z < 0$ ). На рис.5 для zz-, xz- и xy-случаев показаны зависимости относительных радиационных ширин  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}/\gamma_0$  и  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{up}}/\gamma_0$  линии запрещенных переходов в атомах (молекулах), расположенных на поверхности изотропного слоя с таким же поглощением, как и в случае слоя из ГММ ( $\epsilon_z = \epsilon_\rho = \epsilon = \epsilon' + i0.1$  и  $\mu_\rho = \mu_z = \mu_d = 1$ ), от  $\epsilon'$ . Из рис.5,а видно, что наибольшее значение  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}/\gamma_0 \approx 26.3$ , обусловленное вытеканием плазмонных мод, реализуется в случае zz-перехода в

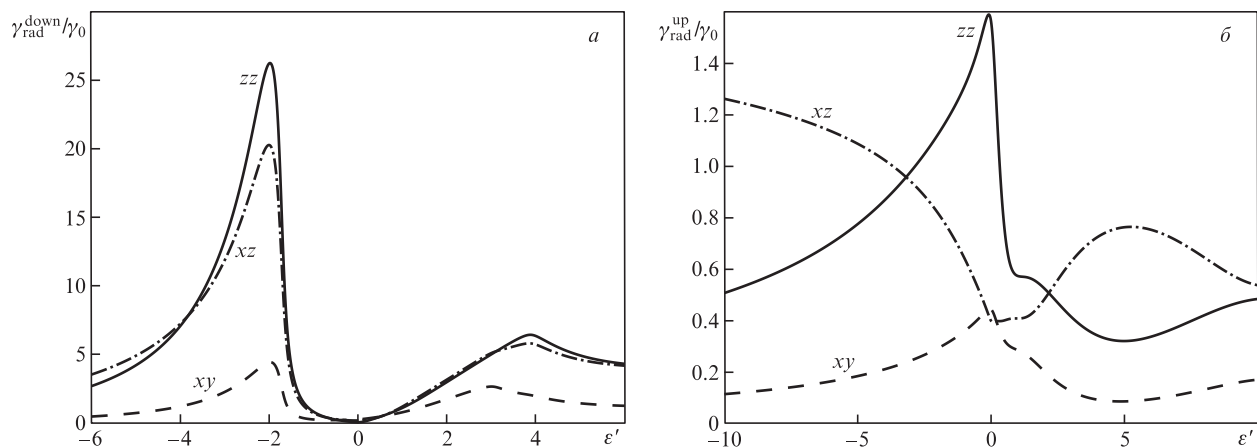


Рис.5. Относительные радиационные ширины  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}/\gamma_0$  (а) и  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{up}}/\gamma_0$  (б) линии запрещенных E2-переходов в атомах (молекулах) для zz-, xz- и xy-случаев (для которых  $D_{zz} \neq 0$  и  $D_{xx} = D_{yy} \neq 0$  (zz), а также  $D_{xz} = D_{zx} \neq 0$  (xz) и  $D_{xy} = D_{yx} \neq 0$  (xy)) как функции  $\epsilon'$ . Атомы расположены на поверхности ( $z_0 = 0$ ) плоского слоя ( $k_0 h = 1$ ) из изотропного вещества ( $\epsilon_\rho = \epsilon_z = \epsilon = \epsilon' + i0.1$ ).

атоме (молекуле). Это означает, что наличие слоя металла может привести к большему усилению излучения за слоем, чем наличие ГММ, когда максимальное усиление за слоем  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}/\gamma_0 \approx 12.8$  (см. рис.4,б).

В то же время из рис.5,б видно, что значительного увеличения  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{up}}$  при изменении диэлектрической проницаемости не происходит, поскольку  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{up}} \leq 2\gamma_0$ , что и следует из анализа предельного случая спонтанного излучения за счет запрещенных E2-переходов в атоме (молекуле), расположенном вблизи идеально проводящей плоскости. Аналогичная ситуация имеет место в случае спонтанного излучения, возникающего за счет разрешенных E1-переходов [23].

Важно отметить, что изменение диэлектрической проницаемости подложки  $\epsilon_d$  может приводить к еще большему росту  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}$  для металла [23]. Например, при  $\epsilon_d = 5.8$  и в  $zz$ -случае запрещенного E2-перехода в атоме (молекуле), который расположен на поверхности слоя толщиной  $k_0h = 1$ , изготовленного из металла с  $\text{Im}\epsilon = 0.1$ , максимальное значение  $\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}/\gamma_0 \approx 108.5$ . Следовательно, даже при поглощении излучения слоем металла для атома (молекулы) вблизи слоя возможно существенное усиление спонтанного излучения, возникающего за счет электрических квадрупольных переходов, в полупространство за слоем, заполненное диэлектриком с достаточно большой диэлектрической проницаемостью: это усиление оказывается большим, чем усиление излучения атома (молекулы) вблизи слоя со свойствами ГММ.

## 5. Заключение

В настоящей работе в рамках классической электродинамики получены аналитические выражения для ширины линии (интенсивности излучения) запрещенных E2-переходов в атоме (молекуле), расположенном вблизи плоского слоя из анизотропного вещества, при детектировании излучения в полупространствах перед слоем и за слоем. Данные выражения исследованы для различных случаев ориентации квадрупольных моментов перехода в атоме (молекуле). Показано, что радиационная ширина линии при излучении атома (молекулы) в полупространство за слоем может значительно превышать радиационную ширину линии при его излучении в полупространство перед слоем. Важным результатом является и то, что изотропный слой металла со специально подобранными свойствами (на специальной частоте) может обеспечить большее усиление излучения, чем любой слой из анизотропного вещества, в том числе и со свойствами ГММ.

Полученные результаты могут быть использованы для расчетов радиационной ширины линии запрещенных E2-переходов в атоме (молекуле), расположенном вблизи слоистых наноструктур, и для разработки новых оптических устройств на основе ГММ (одnofотонных источников света, например).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-52-52006) и при поддержке Программы повышения конкурентоспособности НИЯУ МИФИ.

## Приложение 1. Явные выражения для коэффициентов в (5)

Выражения для коэффициентов  $A_{nq\sigma}^{(\pm)}$  и  $B_{nq\sigma}^{(\pm)}$ , входящих в (5), имеют следующий вид:

$$A_{nq\sigma}^{(\pm)} = \frac{k_0}{6} \left[ \pm \frac{3}{2} \delta_{0n} q D_{zz} + i \delta_{1n} \frac{2q^2 - k_0^2}{\sqrt{k_0^2 - q^2}} D_{xz} \pm \frac{1}{2} \delta_{2n} q (D_{xx} - D_{yy}) \right] \exp(\mp i \sqrt{k_0^2 - q^2} z_0), \quad (\text{П1.1})$$

$$A_{nq\sigma}^{(\pm)} = \frac{k_0}{6} \left( i \delta_{1n} \frac{2q^2 - k_0^2}{\sqrt{k_0^2 - q^2}} D_{yz} \pm \delta_{2n} q D_{xy} \right) \exp(\mp i \sqrt{k_0^2 - q^2} z_0),$$

$$B_{nq\sigma}^{(\pm)} = \frac{k_0^2}{6} \left( \mp \delta_{1n} D_{yz} - i \delta_{2n} \frac{q}{\sqrt{k_0^2 - q^2}} D_{xy} \right) \exp(\mp i \sqrt{k_0^2 - q^2} z_0), \quad (\text{П1.2})$$

$$B_{nq\sigma}^{(\pm)} = \frac{k_0^2}{6} \left[ \pm \delta_{1n} D_{xz} + \frac{i}{2} \delta_{2n} \frac{q}{\sqrt{k_0^2 - q^2}} (D_{xx} - D_{yy}) \right]$$

$$\times \exp(\mp i \sqrt{k_0^2 - q^2} z_0).$$

## Приложение 2. Явные выражения для компонент радиационной ширины линии (19) и (20)

Для радиационной ширины линии запрещенных E2-переходов в атоме (молекуле), расположенном вблизи слоя из анизотропного вещества, при его излучении в верхнее полупространство (19) находим выражение

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_{\text{rad}}^{\text{up}}}{\gamma_0} &= \frac{ck_0^6}{64P_0} |D_{zz}|^2 \int_0^{\pi/2} d\theta \sin^3 \theta \cos^2 \theta \\ &\times |1 - R_{\text{TM}} \exp(2ik_0 z_0 \cos \theta)|^2 + \frac{ck_0^6}{288P_0} (|D_{xz}|^2 + |D_{yz}|^2) \\ &\times \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta [\cos^2(2\theta) |1 + R_{\text{TM}} \exp(2ik_0 z_0 \cos \theta)|^2 \\ &+ \cos^2 \theta |1 - R_{\text{TE}} \exp(2ik_0 z_0 \cos \theta)|^2] \\ &+ \frac{ck_0^6}{1152P_0} (|D_{xx} - D_{yy}|^2 + 4|D_{xy}|^2) \\ &\times \int_0^{\pi/2} d\theta \sin^3 \theta [\cos^2 \theta |1 - R_{\text{TM}} \exp(2ik_0 z_0 \cos \theta)|^2 \\ &+ |1 + R_{\text{TE}} \exp(2ik_0 z_0 \cos \theta)|^2], \quad (\text{П2.1}) \end{aligned}$$

где

$$R_{\text{TM}} = \frac{A_{\text{TM}} + B_{\text{TM}} \exp(2ik_0 h \sqrt{\epsilon_\rho/\epsilon_z} \sqrt{\epsilon_z \mu_\rho - \sin^2 \theta})}{1 + A_{\text{TM}} B_{\text{TM}} \exp(2ik_0 h \sqrt{\epsilon_\rho/\epsilon_z} \sqrt{\epsilon_z \mu_\rho - \sin^2 \theta})}; \quad (\text{П2.2})$$

$$R_{\text{TE}} = \frac{A_{\text{TE}} + B_{\text{TE}} \exp(2ik_0 h \sqrt{\mu_\rho/\mu_z} \sqrt{\epsilon_\rho \mu_z - \sin^2 \theta})}{1 + A_{\text{TE}} B_{\text{TE}} \exp(2ik_0 h \sqrt{\mu_\rho/\mu_z} \sqrt{\epsilon_\rho \mu_z - \sin^2 \theta})};$$

$$A_{\text{TM}} = \frac{\sqrt{\epsilon_z \epsilon_\rho} \cos \theta - \sqrt{\epsilon_z \mu_\rho - \sin^2 \theta}}{\sqrt{\epsilon_z \epsilon_\rho} \cos \theta + \sqrt{\epsilon_z \mu_\rho - \sin^2 \theta}}; \quad (\text{П2.3})$$

$$B_{\text{TM}} = \frac{\epsilon_d \sqrt{\epsilon_z \mu_\rho - \sin^2 \theta} - \sqrt{\epsilon_z \epsilon_\rho} \sqrt{\epsilon_d \mu_d - \sin^2 \theta}}{\epsilon_d \sqrt{\epsilon_z \mu_\rho - \sin^2 \theta} + \sqrt{\epsilon_z \epsilon_\rho} \sqrt{\epsilon_d \mu_d - \sin^2 \theta}};$$



выражения для  $A_{TE}$  и  $B_{TE}$  получаются из выражений для  $A_{TM}$  и  $B_{TM}$  соответственно с помощью замены  $\varepsilon_\xi \Leftrightarrow \mu_\xi$ , где  $\xi = \rho, z$  и  $d$ .

Для радиационной ширины линии запрещенных E2-переходов в атоме (молекуле), расположенном вблизи слоя из анизотропного вещества, при его излучении в нижнее полупространство (20) имеем выражение

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_{\text{rad}}^{\text{down}}}{\gamma_0} &= \frac{ck_0^6}{64P_0} \varepsilon_d^{3/2} \mu_d^{5/2} |D_{zz}|^2 \int_{\pi/2}^{\pi} d\theta \sin^3 \theta \cos^2 \theta |T_{TM}|^2 \\ &\times \exp(-2k_0 z_0 \text{Im} \sqrt{1 - \varepsilon_d \mu_d \sin^2 \theta}) + \frac{ck_0^6}{288P_0} \varepsilon_d^{1/2} \mu_d^{3/2} \\ &\times (|D_{xz}|^2 + |D_{yz}|^2) \int_{\pi/2}^{\pi} d\theta \sin \theta \cos^2 \theta \\ &\times \left( \left| \frac{2\varepsilon_d \mu_d \sin^2 \theta - 1}{\sqrt{1 - \varepsilon_d \mu_d \sin^2 \theta}} T_{TM} \right|^2 + \frac{\varepsilon_d}{\mu_d} |T_{TE}|^2 \right) \\ &\times \exp(-2k_0 z_0 \text{Im} \sqrt{1 - \varepsilon_d \mu_d \sin^2 \theta}) + \frac{ck_0^6}{1152P_0} \varepsilon_d^{3/2} \mu_d^{5/2} \\ &\times (|D_{xx} - D_{yy}|^2 + 4|D_{xy}|^2) \int_{\pi/2}^{\pi} d\theta \sin^3 \theta \cos^2 \theta \\ &\times \left( |T_{TM}|^2 + \frac{\varepsilon_d}{\mu_d} \left| \frac{T_{TE}}{\sqrt{1 - \varepsilon_d \mu_d \sin^2 \theta}} \right|^2 \right) \\ &\times \exp(-2k_0 z_0 \text{Im} \sqrt{1 - \varepsilon_d \mu_d \sin^2 \theta}), \end{aligned} \quad (\text{П2.4})$$

где

$$\begin{aligned} T_{TM} &= \frac{(1 + C_{TM})(1 + D_{TM}) \exp(ik_0 h \sqrt{\varepsilon_\rho / \varepsilon_z} \sqrt{\varepsilon_z \mu_\rho - \varepsilon_d \mu_d \sin^2 \theta})}{1 + C_{TM} D_{TM} \exp(2ik_0 h \sqrt{\varepsilon_\rho / \varepsilon_z} \sqrt{\varepsilon_z \mu_\rho - \varepsilon_d \mu_d \sin^2 \theta})}; \\ T_{TE} &= \frac{(1 + C_{TE})(1 + D_{TE}) \exp(ik_0 h \sqrt{\mu_\rho / \mu_z} \sqrt{\varepsilon_\rho \mu_z - \varepsilon_d \mu_d \sin^2 \theta})}{1 + C_{TE} D_{TE} \exp(2ik_0 h \sqrt{\mu_\rho / \mu_z} \sqrt{\varepsilon_\rho \mu_z - \varepsilon_d \mu_d \sin^2 \theta})}; \\ C_{TM} &= \frac{\sqrt{\varepsilon_z \varepsilon_\rho} \sqrt{1 - \varepsilon_d \mu_d \sin^2 \theta} - \sqrt{\varepsilon_z \mu_\rho - \varepsilon_d \mu_d \sin^2 \theta}}{\sqrt{\varepsilon_z \varepsilon_\rho} \sqrt{1 - \varepsilon_d \mu_d \sin^2 \theta} + \sqrt{\varepsilon_z \mu_\rho - \varepsilon_d \mu_d \sin^2 \theta}}; \\ D_{TM} &= \frac{\sqrt{\varepsilon_d} \sqrt{\varepsilon_z \mu_\rho - \varepsilon_d \mu_d \sin^2 \theta} + \sqrt{\varepsilon_z \varepsilon_\rho} \cos \theta}{\sqrt{\varepsilon_d} \sqrt{\varepsilon_z \mu_\rho - \varepsilon_d \mu_d \sin^2 \theta} - \sqrt{\varepsilon_z \varepsilon_\rho} \cos \theta}; \end{aligned} \quad (\text{П2.6})$$

выражения для  $C_{TE}$  и  $D_{TE}$  получаются из выражений для  $C_{TM}$  и  $D_{TM}$  соответственно с помощью замены  $\varepsilon_\xi \Leftrightarrow \mu_\xi$ , где  $\xi = \rho, z$  и  $d$ .

1. Климов В.В., Дюклуа М., Летохов В.С. *Квантовая электроника*, **31**, 569 (2001) [*Quantum Electron.*, **31**, 569 (2001)].
2. Sommerfeld A. *Ann. Phys.*, **28**, 665 (1909).
3. Gaponenko S.V. *Introduction to Nanophotonics* (Cambridge: Cambridge University Press, 2010).
4. Klimov V. *Nanoplasmonics* (Singapore: Pan Stanford Publishing, 2014).

5. Дьяконов М.И. *ЖЭТФ*, **67**, 119 (1988).
6. Аверкиев Н.С., Дьяконов М.И. *Оптика и спектроскопия*, **68**, 1118 (1990).
7. Naik G.V., Saha B., Liu J., Saber S.M., Stach E.A., Irudayaraj J.M.K., Sands T.D., Shalae V.M., Boltasseva A. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, **111**, 7546 (2014).
8. Dai S., Ma Q., Anderson T., Mcleod A.S., Fei Z., Liu M.K., Wagner M., Watanabe K., Taniguchi T., Thiemens M., Keilmann F., Jarillo-Herrero P., Fogler M.M., Basov D.N. *Nat. Commun.*, **6**, 6963 (2015).
9. Simovski C.R., Popov M., He S. *Phys. Rev. B*, **62**, 13718 (2000).
10. Simovski C.R., Tretyakov S.A. *Phys. Rev. B*, **75**, 195111 (2007).
11. Симовский К.Р. *Радиотехника и электроника*, **52**, 1031 (2007).
12. Енкин Н.А., Мерзлякин А.М., Виноградов А.П. *Радиотехника и электроника*, **55**, 1 (2010).
13. Poddubny A., Iorsh I., Belov P., Kivshar Y. *Nat. Photonics*, **7**, 948 (2013).
14. Shalaginov M.Y., Vorobyov V.V., Liu J., Ferrera M., Akimov A.V., Lagutchev A., Smolyaninov A.N., Klimov V.V., Irudayaraj J., Kildishev A.V., Boltasseva A., Shalae V.M. *Laser Photonics Rev.*, **9**, 120 (2015).
15. Jacob Z., Kim J.-Y., Naik G.V., Boltasseva A., Narimanov E.E., Shalae V.M. *Appl. Phys. B*, **100**, 215 (2010).
16. Xie H.Y., Leung P.T., Tsai D.P. *Solid State Commun.*, **149**, 625 (2009).
17. Ni X., Naik G.V., Kildishev A.V., Barnakov Y., Boltasseva A., Shalae V.M. *Appl. Phys. B*, **103**, 553 (2011).
18. Cortes C.L., Newman W., Molesky S., Jacob Z. *J. Opt.*, **14**, 063001 (2011).
19. Kidwai O., Zhukovsky S.V., Sipe J.E. *Opt. Lett.*, **36**, 2530 (2011).
20. Iorsh I., Poddubny A., Orlov A., Belov P., Kivshar Y.S. *Phys. Lett. A*, **376**, 185 (2012).
21. Lu D., Kan J.J., Fullerton E.E., Liu Z. *Nat. Nanotechnol.*, **9**, 48 (2014).
22. Гузатов Д.В. *ЖПЭС*, **81**, 469 (2014).
23. Klimov V.V., Pavlov A.A., Guzatov D.V., Zabkov I.V., Savinov V.D. *Phys. Rev. A*, **93**, 033831 (2016).
24. Chebykin A.V., Babicheva V.E., Iorsh I.V., Orlov A.A., Belov P.A., Zhukovsky S.V. *Phys. Rev. A*, **93**, 033855 (2016).
25. Собельман И.И. *Введение в теорию атомных спектров* (М.: Физматлит, 1963).
26. Chance R.R., Prock A., Silbey R. *J. Chem. Phys.*, **65**, 2527 (1976).
27. Chance R.R., Prock A., Silbey R. *Adv. Chem. Phys.*, **37**, 1 (1978).
28. Klimov V.V., Ducloy M. *Phys. Rev. A*, **72**, 043809 (2005).
29. Tan R., Li G.-X. *Chin. Phys. Lett.*, **23**, 2434 (2006).
30. Crosse J.A., Scheel S. *Phys. Rev. A*, **79**, 062902 (2009).
31. Deguchi K., Okuda M., Iwamae A., Nakamura H., Sawada K., Hasuo M. *J. Phys. Soc. Jpn.*, **78**, 024301 (2009).
32. Klimov V.V., Letokhov V.S. *Opt. Commun.*, **122**, 155 (1996).
33. Klimov V.V., Letokhov V.S. *Phys. Rev. A*, **54**, 4408 (1996).
34. Klimov V.V., Letokhov V.S. *Comm. Mod. Phys.*, **2**(1), D15 (2000).
35. Гузатов Д.В. *ЖЭТФ*, **149**, 737 (2016).
36. Гузатов Д.В., Климов В.В. *Квантовая электроника*, **46**, 634 (2016) [*Quantum Electron.*, **46**, 634 (2016)].
37. Yannopoulos V., Paspalakis E. *J. Mod. Opt.*, **62**, 1435 (2015).
38. Klimov V.V., Ducloy M. *Phys. Rev. A*, **62**, 043818 (2000).
39. Kern A.M., Martin O.J.F. *Phys. Rev. A*, **85**, 022501 (2012).
40. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. *Теория поля* (М.: Наука, 1988).
41. Стрэттон Дж.А. *Теория электромагнетизма* (М.: Гостехиздат 1948).
42. *Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами*. Под ред. М.Абрамовитца (М.: Наука, 1979).
43. Kong J.A. *Geophys.*, **37**, 985 (1972).
44. Klimov V.V., Ducloy M. *Phys. Rev. A*, **69**, 013812 (2004).
45. Джексон Дж. *Классическая электродинамика* (М.: Мир, 1966).
46. Гузатов Д.В. *ЖПЭС*, **83**, 5 (2016).
47. Новотный Л., Хехт Б. *Основы нанооптики* (М.: Физматлит, 2009).
48. Klimov V.V., Ducloy M., Letokhov V.S. *Phys. Rev. A*, **59**, 2996 (1999).
49. Klimov V.V., Letokhov V.S., Ducloy M. *Laser Phys.*, **17**, 912 (2007).
50. Dung H.T., Knoll L., Welsch D.-G. *Phys. Rev. A*, **62**, 053804 (2000).
51. Dung H.T., Knoll L., Welsch D.-G. *Phys. Rev. A*, **57**, 3931 (1998).