

## СВЕТОВЫЕ ПУЧКИ

# Отражение световых пучков от chirпированной диэлектрической плоскостной структуры

А.В.Козарь, В.Ф.Марченко, П.Ю.Шестаков

Численно исследовано отражение световых пучков с различной шириной углового спектра от chirпированной плоскостной диэлектрической структуры. Для широких пучков боковой сдвиг отраженного пучка зависит от положения фотонного барьера внутри структуры и сдвига Гуса–Хенхен. Для узких пучков область взаимодействия со структурой увеличивается, происходит уширение профиля и фазовая модуляция волнового фронта отраженного пучка. Показано, что световое излучение, отраженное от квазипериодической структуры с отрицательной пространственной дисперсией, испытывает фокусировку.

**Ключевые слова:** chirпированная периодическая структура, отраженные пучки, модуляция волнового фронта, фокусировка.

## 1. Введение

Существует известная аналогия между сжатием и растяжением световых временных импульсов и фокусировкой и дефокусировкой пространственных пучков в квазипериодических диэлектрических структурах [1, 2]. В качестве примера рассмотрим отражение монохроматического коллимированного пучка от плоскостной двухкомпонентной структуры (брэгговского зеркала), в которой период  $d$  линейно увеличивается вдоль оси  $z$ :  $d(z) = d_0 + \alpha(z - z_0)$ , где  $z_0$  – координата некоторой точки внутри структуры (рис.1). В этом случае продольные компоненты волновых векторов плоских волн, образующих поперечный профиль пучка, удовлетворяют условию Брэгга в различных точках структуры:  $k_z(z) = k_0 + \beta(z - z_0)$ , где  $k_0 = \pi/d_0$ ,  $\beta = -\alpha\pi/(2n_0d_0^2)$ ,  $n_0$  – средний показатель преломления.

Падающий вдоль нормали широкий пучок, центральная спектральная компонента которого удовлетворяет условию  $k(z_0) \approx k_0$ , после отражения в основном сохраняет поперечный профиль и плоский волновой фронт. Отражение узкого пучка, в спектре которого боковые компоненты играют существенную роль, характеризуется уширением профиля и искажением фазового фронта. Как показано на рис.1, параметр  $\alpha$  определяет знак фазовой модуляции углового спектра пучка. Например, при уменьшении периода  $d$  вдоль  $z$  ( $\alpha < 0$ ) chirпированное брэгговское зеркало ведет себя как среда с отрицательной пространственной дисперсией подобно паре дифракционных решеток [3]. Распространяясь после отражения в среде с положительной дифракцией, пучок будет фокусироваться.

**А.В.Козарь, В.Ф.Марченко, П.Ю.Шестаков.** Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Воробьевы горы; e-mail: marchenko@physics.msu.ru, avk@physics.msu.ru, iveage@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 28 апреля 2017 г., после доработки – 24 июня 2017 г.

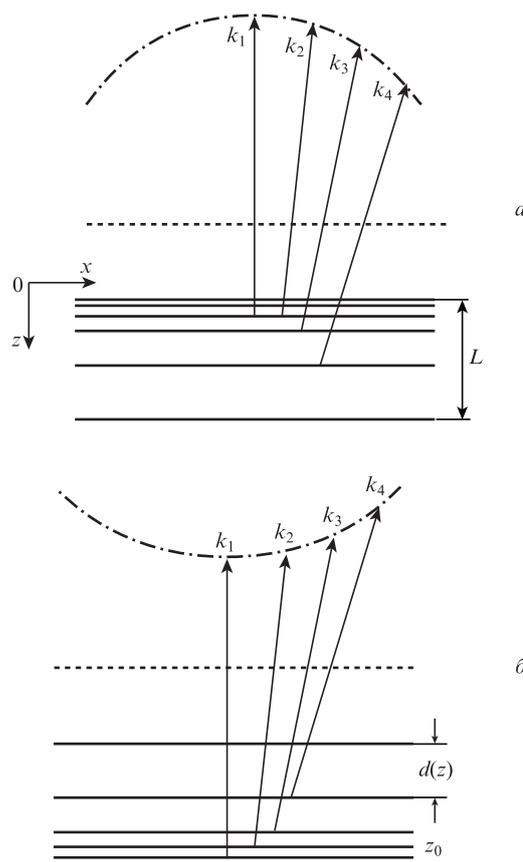


Рис.1. Отражение различных спектральных компонент светового пучка от chirпированных периодических решеток при  $\alpha > 0$  (а) и  $\alpha < 0$  (б). Пунктиром и штрих-пунктиром показаны профили фазового фронта соответственно падающего и отраженного пучка в плоскости  $z = 0$ .

Заметим, что в приближении плоской волны отражение импульса от chirпированного брэгговского зеркала характерно тем, что различные компоненты частотного спектра приобретают различные времена задержки [4]. В результате происходит увеличение длительности импуль-

са и появляется линейная частотная модуляция. Знак  $\alpha$ , определяющий рост или уменьшение мгновенной частоты внутри импульса, эквивалентен знаку крутизны фазового фронта пространственного пучка.

Если для импульсов во времени механизм сжатия-растяжения одинаков как при нормальном, так и при наклонном падении на chirпированную периодическую структуру, то для пучка при наклонном отражении возникают боковой сдвиг и более сложная деформация фазового фронта. Этот случай подробно изучается в настоящей работе с использованием численных методов. Расчет полного поля проводился нами с помощью метода конечных разностей [5], а спектральные характеристики структуры определялись методом матриц переноса [6].

Одним из практических применений квазипериодических структур является их использование при усилении коротких световых импульсов [7–9]. В этом случае происходит предварительное растяжение импульса, что позволяет избежать нелинейных искажений при усилении. Затем та же структура, но с обратным знаком параметра  $\alpha$  используется для восстановления прежней формы и длительности импульса. Переход в такой схеме от волноводных к объемным образцам требует учета дифракционных эффектов.

Исследование трансформации профиля пучков, отраженных от квазипериодической диэлектрической структуры, представляет и самостоятельный интерес, поскольку такие структуры проявляют свойства метаматериалов [10].

## 2. Отражение широких пучков. Сдвиг Гуса–Хенхен

Особенностью chirпированной диэлектрической структуры является существование локальных запрещенных областей не только в частотном и угловом спектрах падающего излучения, но и вдоль продольной координаты  $z$ .

Пусть на квазипериодическую структуру длиной  $L$  падает под углом  $\theta_0$  плоская волна, для которой условие Брэгга выполняется в точке  $z_0$ . При небольшом диэлектрическом контрасте структуры, когда зависимость диэлектрической проницаемости аппроксимируется в виде [4]

$$\epsilon(z) = \epsilon_0 + \Delta\epsilon \cos\left[\frac{2\pi}{d_0}z + \frac{1}{2}\beta(z - z_0)^2\right], \quad (1)$$

можно оценить размер локальной пространственной запрещенной области – фотонного барьера (ФБ). Границы барьера определяются из условия  $\delta = \pm\kappa$ , где отстройка от брэгговского резонанса  $\delta = k_0\sqrt{\epsilon_0}\cos\theta_0 - \pi/d_0 + \beta(z - z_0)$ , брэгговская связь  $\kappa = \Delta\epsilon k_0/(4\sqrt{\epsilon_0})$ ,  $\epsilon_0 = n_0^2$ ,  $\Delta\epsilon \approx (\epsilon_1 - \epsilon_2)/2$ ,  $\Delta\epsilon/\epsilon_0 \ll 1$  – диэлектрический контраст. Размер фотонного барьера определяется как  $l_{pb} = 2\kappa/|\beta|$ . Для chirпированных периодических структур, использующихся на практике, параметр  $\beta \sim 10^8 - 10^9$  рад/м<sup>2</sup>, и ширина фотонного барьера может составлять сотни или тысячи периодов.

Нами исследовались двухкомпонентные квазипериодические структуры различных длин, состоящие из четвертьволновых слоев с показателями преломления  $n_1 = 1.6$  и  $n_2 = 1.4$ , при параметре  $\alpha = 2 \times 10^{-3}$ . Угловая запрещенная зона структуры располагалась между углами падения  $\theta_1 = 27^\circ$  и  $\theta_2 = 33^\circ$ .

Огибающая светового пучка имела вид  $A(x) = \exp[-(x - x_0)^2/2a^2]$  (здесь  $a$  – апертура пучка), длина волны  $\lambda =$

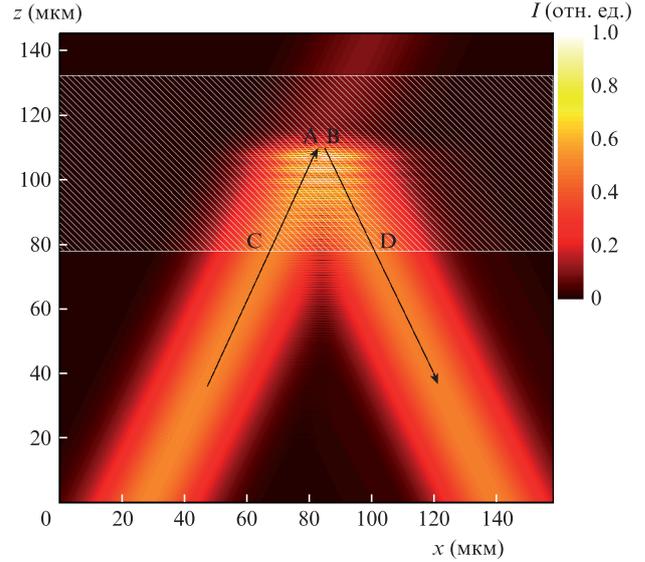


Рис.2. Отражение широкого светового пучка ( $a/\lambda = 15$ ) от фотонного барьера, расположенного внутри периодической структуры ( $\alpha = 2 \times 10^{-3}$ ,  $l_{pb} = 8$  мкм). Здесь и на рис.3, 4 и 6 стрелками показано направление распространения пучка (цветные изображения этих рисунков помещены на сайте нашего журнала <http://www.quantum-electron.ru>).

1 мкм, угол падения  $\theta_0 = 30^\circ$  (соответствует точному брэгговскому резонансу в точке  $z_0 = L/2$ ). Рассматривалось отражение световых пучков с широкой ( $\Delta k_{x,b} \ll \Delta k_{x,bg}$ ) и узкой ( $\Delta k_{x,b} \approx \Delta k_{x,bg}$ ) апертурами, где  $\Delta k_{x,b}$  – ширина углового спектра пучка,  $\Delta k_{x,bg}$  – ширина запрещенной зоны квазипериодической структуры.

На рис.2 показано отражение слаборасходящегося пучка ( $a/\lambda = 15$ ) в условиях, когда фотонный барьер  $l_{pb} = 8$  мкм и расположен в окрестности  $L/2$  (на этом и других рисунках заштрихованная область показывает расположение и размер квазипериодической структуры). Искажение профиля и фазовая модуляция светового пучка практически отсутствуют. Общий боковой сдвиг (отрезок CD = 35 мкм) отраженного пучка на границе  $z = 0$  складывается из сдвига, обусловленного распространением пучка в области прозрачности chirпированной структуры, и сдвига на поверхности фотонного барьера (отрезок AB = 2 мкм), или сдвига Гуса–Хенхен (сдвиг Г–Х) [11].

Рассмотрим подробнее сдвиг Г–Х, используя геометрический подход, предложенный еще в монографии [12] для описания сдвига пучка на границе двух однородных диэлектриков с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$  в условиях полного внутреннего отражения ( $n_1 > n_2$ ). Можно считать, что отражение происходит не от границы раздела диэлектриков, а от плоскости, расположенной на некоторой эффективной глубине  $d_{eff}$ . Если величину  $d_{eff}$  определить как мнимую часть обратной величины продольной составляющей волнового вектора:  $d_{eff} = \text{Im}(k_z^{-1}) = (k_0\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_0})^{-1}$  (здесь  $\theta_0 > \theta_{cr} = \arcsin(n_2/n_1)$ ,  $\theta_{cr}$  – критический угол), то значение бокового сдвига пучка  $\Delta = 2d_{eff}\tan\theta_0$  совпадает со значением, вычисленным по формуле Артамана:  $\Delta = (k_1\cos\theta)^{-1}d\varphi_r/d\theta$  [13], где  $\varphi_r$  – фаза коэффициента отражения, имеющего вид

$$r = (n_1\cos\theta_0 - i\sqrt{n_1^2\sin^2\theta_0 - n_2^2}) \times (n_1\cos\theta_0 + i\sqrt{n_1^2\sin^2\theta_0 - n_2^2})^{-1}.$$

В качестве промежуточного результата рассмотрим сдвиг  $\Gamma-X$  при угловом падении пучка электромагнитного излучения на однородную периодическую диэлектрическую структуру ( $\alpha = 0$ ), когда угловой спектр пучка находится внутри запрещенной полосы [14]. Как показано в [15], фаза коэффициента отражения (предполагается, что  $n_1 \approx n_2 \approx \sqrt{\epsilon_0}$ ) имеет вид  $\varphi = \arctan(\delta q^{-1} \tanh(\kappa L))$ , где  $q = \sqrt{\delta^2 - \kappa^2}$ . Отсюда следует, что при  $\delta = 0$  боковой сдвиг  $\Delta = -d\varphi/dk_x = \tanh(\kappa L)\kappa^{-1} \tan\theta$ . Это выражение совпадает с формулой  $\Delta = 2d_{\text{eff}} \tan\theta$ , если глубина эффективного слоя  $d_{\text{eff}} = 1/2\kappa$ .

Известно [15], что полное поле внутри структуры представляет собой суперпозицию прямых и обратных волн, которые экспоненциально затухают вдоль  $z$  примерно как  $\exp(-kz)$ . Эффективную глубину проникновения можно оценить численно следующим выражением:

$$d_{\text{eff}} = \frac{\int_0^L z |E_{\text{for}}|^2 dz}{\int_0^L |E_{\text{for}}|^2 dz} = \frac{1}{2\kappa}, \tag{2}$$

где  $E_{\text{for}}$  – амплитуда прямой волны. Таким образом, эффективная глубина проникновения излучения определяется затуханием «центра тяжести» прямой волны. Такая же оценка глубины проникновения сохраняется и для чирпированных периодических структур.

На рис.3 показано отражение широкого светового пучка в условиях, когда фотонный барьер располагается у края периодической структуры. Общий сдвиг пучка определяется только сдвигом  $\Gamma-X$ , величина которого составляет несколько длин волн падающего излучения. Для конкретной структуры (отрезок АВ на рис.3) из геометрического построения сдвиг  $\Gamma-X$   $\Delta = 2$  мкм, численный расчет по формуле Артмана дает величину  $\Delta = 1.9$  мкм. Приведенные выше оценки предполагают, что отраженный пучок сохраняет первоначальный профиль.

Полученные формулы справедливы для полубесконечных структур. Фактически это означает, что затухание внутри фотонного барьера должно быть достаточным для того, чтобы коэффициент отражения был близок

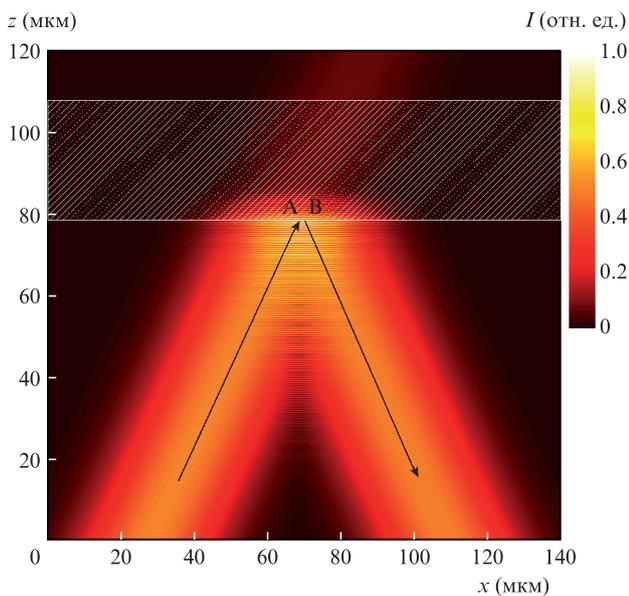


Рис.3. Отражение широкого пучка ( $a/\lambda = 15$ ) от фотонного барьера, расположенного на передней границе чирпированной структуры ( $\alpha = 2 \times 10^{-3}$ ,  $l_{\text{pb}} = 8$  мкм).

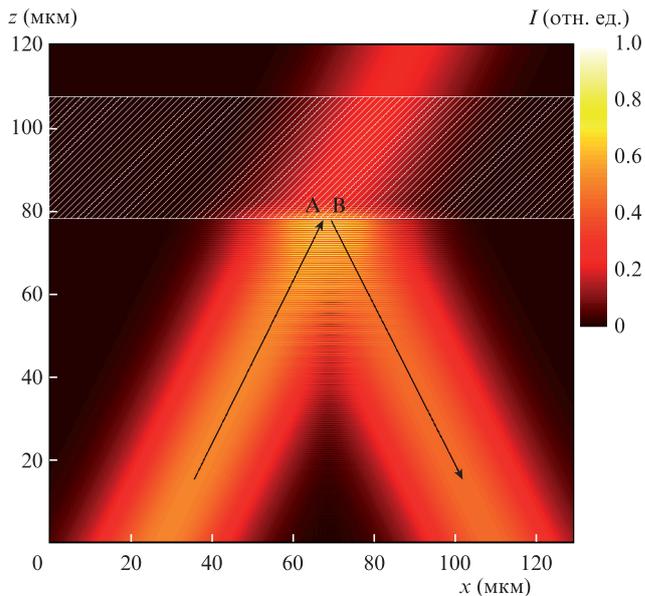


Рис.4. Отражение широкого пучка ( $a/\lambda = 15$ ) от уменьшенного фотонного барьера, расположенного на передней границе чирпированной структуры ( $\alpha = 6 \times 10^{-3}$ ,  $l_{\text{pb}} = 2.75$  мкм).

к единице; это накладывает ограничение на размер фотонного барьера в случае чирпированной решетки: из условия  $\tanh(\kappa l_{\text{pb}}) \approx 1$  следует, что  $\kappa l_{\text{pb}} \geq 3$ . При падении светового пучка на структуру с  $\kappa l_{\text{pb}} < 3$  наблюдается заметное туннелирование электромагнитного излучения через ФБ (рис.4). Такой режим уменьшает эффективность механизма сжатия-растяжения отраженных импульсов (пучков) и на практике не используется.

Из приведенных оценок также следует, что на фоне общего сдвига пучка (отрезок CD на рис.2) сдвигом  $\Gamma-X$  (отрезок АВ на рис.3), за исключением приповерхностного слоя, можно пренебречь.

### 3. Отражение узких световых пучков

Рассмотрим отражение узких расходящихся световых пучков, т. е. пучков, обладающих широким угловым спектром ( $\Delta k_{x,b} \leq \Delta k_{x,bg}$ ), с фазовой модуляцией. Область отражения таких пучков охватывает значительную часть чирпированной структуры, при этом происходит искажение профиля пучка и его волнового фронта.

Поскольку явное выражение для коэффициента отражения отсутствует, можно воспользоваться приближенными формулами для оценки бокового сдвига и угловой дисперсии. Будем считать, что отраженный пучок формируется из спектральных компонент, каждая из которых полностью отражается от расположенных на разной глубине плоскостей. Коэффициент отражения текущей спектральной компоненты  $R \approx \exp(i2zk_z)$ , где его фаза  $\varphi = 2zk_z$ ,  $2z = 2(k_z - k_0)/\beta + z_0$  – двойной путь, прошедший спектральной компонентой в продольном направлении при отражении от плоскости на глубине  $z$ . Определяя сдвиг по формуле  $\Delta = -d\varphi/dk_x$  и используя соотношение между продольной и поперечной составляющими волнового вектора:  $k^2 = k_x^2 + k_z^2$ , получаем приближенные формулы для бокового сдвига и фазовой модуляции спектральных компонент пучка:

$$-\frac{d\varphi}{dk_x} = \frac{2k_x(k_z - k_0)}{k_z\beta} = 2z \tan\theta, \tag{3}$$

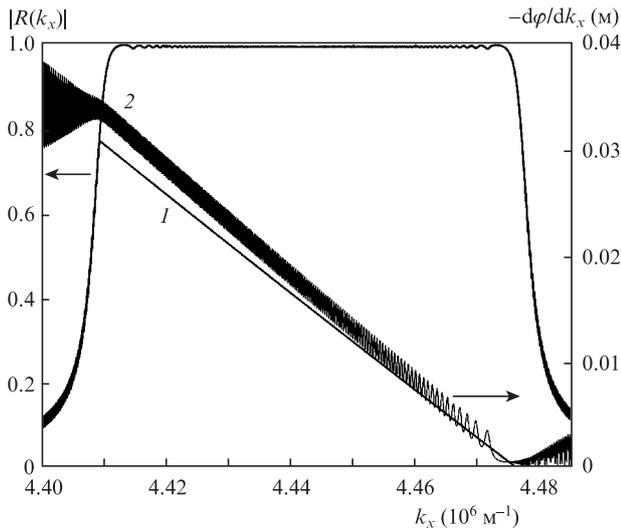


Рис.5. Зависимости бокового смещения от поперечной компоненты волнового вектора, полученные с помощью формулы (3) (1) и численного расчета (2). Параметры периодической структуры:  $L = 1.5$  см,  $n_0 = 1.4$ ,  $\alpha = -5 \times 10^{-7}$ ,  $\Delta\epsilon/\epsilon_0 \approx 10^{-3}$ .

$$-k \frac{d^2\varphi}{dk_x^2} = \frac{2}{\beta} \left( k - \frac{k_0}{\cos^3\theta} \right) \quad (4)$$

(здесь  $\theta$  – текущий угол).

Из формулы (3) можно сделать вывод, что в плоскости  $z = 0$  образуется растянутый отраженный пучок, спектральные компоненты которого имеют характерный линейный боковой сдвиг по  $x$ . На рис.5 приведены зависимости  $\Delta(k_x)$ , рассчитанные по формуле (3) (кривая 1) и с помощью численного метода (кривая 2). Ход кривых практически совпадает, однако кривая 2 содержит осцилляции бокового сдвига, обусловленные переотражениями светового излучения внутри периодической структуры. Дифракционный параметр (4) определяет знак и величину кривизны волнового фронта пучка.

На рис.6 показано отражение узкого расходящегося светового пучка от chirпированной структуры с  $\alpha = -2 \times 10^{-3}$ . Видно, что в формировании отраженного пучка за-

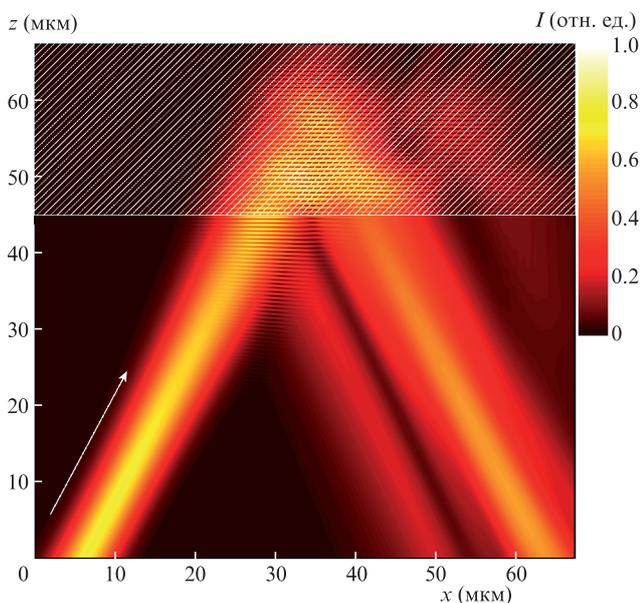


Рис.6. Фокусировка отраженного узкого пучка ( $a/l = 5$ ) от chirпированной периодической структуры ( $\alpha = -2 \times 10^{-3}$ ).

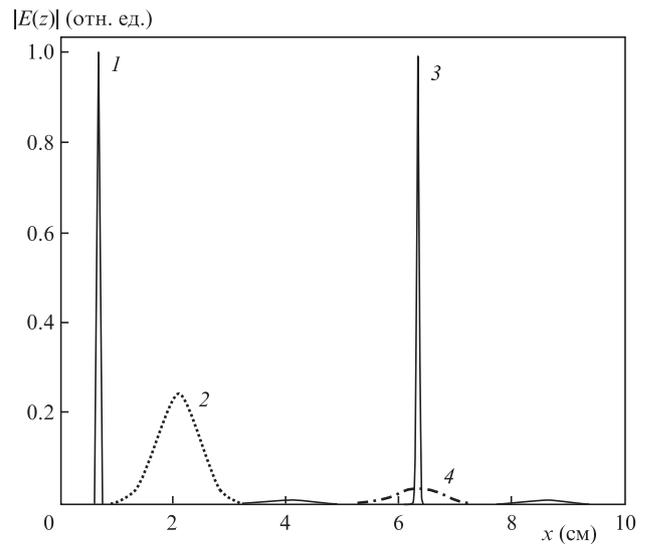


Рис.7. Компенсация фазовой модуляции после отражения от chirпированной решетки. Приведены профили начального пучка (1), уширенного пучка (2), отраженного пучка (3) в плоскости  $z = 0$ , а также прошедшего пучка (4) в плоскости  $z = L$ .

действована значительная часть периодической структуры. В ходе отражения пучок приобретает сходящийся волновой фронт. Наряду с фокусировкой части отраженного пучка наблюдаются дополнительные отражения пучка и более сложная структура поля в области его формирования.

При изменении знака  $\alpha$  световой пучок после отражения от квазипериодической структуры приобретет фазовый фронт, соответствующий расходящемуся пучку, а его профиль уширится. При дальнейшем распространении в свободном пространстве такой пучок продолжит дифрагировать.

Эффективность применения chirпированных объемных структур для трансформации световых пучков зависит от точности согласования спектральных характеристик устройств сжатия и растяжения. Поскольку зависимость угловой дисперсии от угла в chirпированных структурах нелинейна, это ограничивает использование узких световых пучков с большой угловой расходимостью.

Применение достаточно широких пучков позволяет повысить точность согласования. В качестве примера рассмотрим сжатие дифрагированного светового пучка ( $a/l = 5 \times 10^3$ ,  $\lambda = 1$  мкм,  $\theta = 45^\circ$ ,  $-kd^2\varphi/dk_x^2 = 2.83$  м) примерно в 25 раз при отражении от chirпированной периодической структуры с параметрами  $L = 1.5$  см,  $\alpha = -5 \times 10^{-7}$ ,  $\Delta\epsilon/\epsilon_0 \approx 10^{-3}$  (рис.7). В результате компенсации фазовой модуляции пучок восстановил свою первоначальную ширину ( $a/l = 200$ ) на границе  $z = 0$ . Эффективность восстановления составила 96%, что связано с потерями энергии пучка вследствие туннелирования.

#### 4. Заключение

Численно рассчитано отражение от chirпированной диэлектрической плоскостной структуры световых пучков гауссовой формы с разной шириной углового спектра. С помощью геометрического подхода получены приближенные формулы для общего бокового сдвига, сдвига Гуса–Хенхен и фазовой модуляции волнового фронта отраженного излучения.

Общий боковой сдвиг отраженного пучка с узким угловым спектром складывается из сдвига Гуса–Хенхен и сдвига, связанного с распространением излучения в области прозрачности квазипериодической структуры. Отражение световых пучков с широким угловым спектром сопровождается увеличением области взаимодействия излучения со структурой, в результате чего происходит уширение профиля и появляется фазовая модуляция углового спектра. Использование чирпированной периодической структуры позволяет получить при отражении как сходящиеся, так и расходящиеся световые пучки.

1. Martinez O. *J. Opt. Soc. Am. A*, **1**, 10 (1984).
2. Cheng Y., Peckus M., Kicas S., Trull J., Cojocaru C., Vilaseca R., Drazdys R., Staliunas K. *Phys. Rev. A*, **87**, 45802 (2013).
3. Яковлев И.В. *Квантовая электроника*, **44**, 5 (2014) [*Quantum Electron.*, **44**, 5 (2014)].
4. Kaim S., Mokhov S., Zeldovich B.Y., Glebov L.B. *Opt. Eng. SPIE*, **5**, 53 (2014).
5. Taflove A. *Computational Electrodynamics: the Finite-difference Time-domain Method* (Boston: Artech House, 1995).
6. Манцызов Б.И. *Когерентная и нелинейная оптика фотонных кристаллов* (М: Физматлит, 2009, с. 136).
7. Liao K.-H., Cheng M.-Y., Flecher E., Smirnov V.I., Glebov L.B., Galvanauskas A. *Opt. Express*, **8**, 15 (2007).
8. Chang C., Rever M., Smirnov V., Glebov L., Galvanauskas A. *Opt. Lett.*, **34**, 10 (2009).
9. Sun R., Jin D., Tan F., Wei S., Hong C., Xu J., Liu J., Wang P. *Opt. Express*, **24**, 20 (2016).
10. Wang S., Lai J., Wu T., Chen C., Sun J. *Opt. Express*, **25**, 6 (2017).
11. Goos F., Hanchen H. *Ann. Phys.*, **436**, 7 (1947).
12. Бреховских Л.М. *Волны в слоистых средах* (М.: Наука, 1973).
13. Artman K. *Ann. Phys.*, **87**, 2 (1984).
14. Felbaq D., Moreau A., Smaïli R. *Opt. Lett.*, **28**, 18 (2003).
15. Захарова И.Г. и др. *Вестник Моск. ун-та. Сер. Физика. Астрономия*, **66**, 5 (2011).