# Генерация параболических лазерных импульсов в коротких волоконных усилителях

И.А.Щукарев, Д.А.Коробко, М.Ю.Салганский, И.О.Золотовский

Исследована эволюция лазерного импульса в волоконном усилителе с нормальной дисперсией. Рассмотрены случаи идеального, однородного по спектру усиления, и усиления с ограничением по спектру. Показано, что трансформация огибающей входного импульса к параболическому виду возможна не только для спектрально-плоского, но и для спектрально-ограниченного усиления. В последнем случае важным параметром является оптимальная длина усилителя. Результаты показывают, что при достаточно широком спектре усиления всегда можно найти оптимальную длину усилителя, после прохождения которой огибающая выходного импульса будет близка к параболе.

Ключевые слова: волоконные усилители, параболические импульсы, нормальная дисперсия.

# 1. Введение

Импульсные волоконные лазеры и усилители в настоящее время широко востребованы в оптической связи, в обработке материалов, в медицине и т.д. [1,2]. Необходимость дальнейшего повышения энергии и пиковой мощности, а также снижения длительности выходных импульсов волоконных систем стимулирует развитие новых подходов к усилению и генерации лазерных импульсов. Одним из таких подходов, интенсивно развиваемых в последние десятилетия, является концепция симиляритонных (самоподобно-эволюционирующих) параболических лазерных импульсов с линейной частотной модуляцией [3,4]. Такие импульсы – идеальный объект для оптического процессинга, в частности они могут быть сжаты с высокой степенью компрессии как во временной [5,6], так и в спектральной области [7,8] с достижением высокой пиковой мощности либо спектральной плотности.

Параболический симиляритон является асимптотическим решением нелинейного уравнения Шрёдингера (НУШ) с постоянным усилением в случае нормальной дисперсии [9]. Это означает, что в волоконных усилителях с нормальной дисперсией параболические импульсы, казалось бы, должны формироваться автоматически, приобретая высокую энергию без критических искажений, приводящих к разрушению импульса (wave-breaking эффект [10]). Однако, в отличие от идеального случая, описываемого НУШ, в реальных усилителях коэффициент усиления непостоянен ни по спектру (вследствие ограниченности ширины линии усиления), ни по длине (из-за насыщения усиления). Показано, что насыщение не ограничивает формирование параболического симиляритона в

И.А.Щукарев, Д.А.Коробко, И.О.Золотовский. НИТИ УлГУ, Ульяновский государственный университет, Россия, 432017 Ульяновск, ул. Л.Толстого, 42; e-mail: blacxpress@gmail.com

М.Ю.Салганский. Институт химии высокочистых веществ им. Г.Г.Девятых РАН, Россия, 603950 Н.Новгород, ул. Тропинина, 49

Поступила в редакцию 8 апреля 2019 г.

усилителе [11], однако ограниченность спектральной полосы усиления является критическим фактором. Действительно, ширина спектра симиляритона пропорциональна  $E^{1/3}$  (*E* – энергия импульса) [3], и при ее росте до величин, сравнимых с шириной полосы усиления, получить качественный параболический импульс значительной энергии невозможно. Перспективный метод генерации параболических симиляритонов при помощи пассивных световодов с нормальной, уменьшающейся по длине дисперсией [12], не привел в настоящий момент к прорывным результатам. В основном это обусловлено тем, что для формирования параболической огибающей необходимо использование волокна значительной длины, на которой критичным оказывалось негативное воздействие высших дисперсий (главным образом, дисперсии третьего порядка (ДТП)) [13]. Интересные результаты были получены по генерации параболических импульсов в длинных (~1 км) неоднородных по длине ВКР-усилителях [14]. Тем не менее, даже в этом случае малого и достаточно широкополосного рамановского усиления, ограничения, вызванные спектральной ограниченностью полосы усиления и ДТП, не позволили получить качественные параболические импульсы с энергиями, превышающими 1 нДж. Исследования возможностей генерации параболических импульсов интенсивно ведутся и в последние годы. В этом контексте можно отметить, например, работы [15, 16], в которых методом моделирования рассматривается формирование параболических импульсов в длинных (сотни метров) неоднородных по длине волоконных усилителях и уделяется внимание проблеме компенсации ДТП. Важно отметить, что ограниченность спектра усиления в этих работах не учитывалась.

Объект настоящей работы несколько отличается от указанных выше – это относительно короткие (не более нескольких метров) волоконные усилители. Физически им соответствуют волокна, легированные Yb либо Er, с нормальной дисперсией и достаточно мощной накачкой. Целью работы является поиск параметров усилителей, обеспечивающих максимальное сближение выходного импульса с параболическим симиляритоном.

## 2. Постановка задачи. Основные уравнения

Рассмотрим волоконный оптический усилитель с нормальной дисперсией групповых скоростей (ДГС). Распространение сигнала в усилителе описывается уравнением Гинзбурга–Ландау для комплексной амплитуды поля A(z,t) [17]:

$$\frac{\partial A}{\partial z} - i \frac{\beta_2 - ig/\Omega_g^2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i\gamma |A|^2 A = gA, \qquad (1)$$

где *z* – продольная координата; *t* – время в бегущей системе координат;  $\beta_2 > 0$  – коэффициент нормальной ДГС;  $\gamma$  – параметр керровской нелинейности волокна; *g* – коэффициент усиления. Зависимостью дисперсии от длины волны, т.е. высшими дисперсиями (третьего и более высоких порядков), пренебрегается, т.к. длина усилителя невелика. Вклады высших нелинейностей (дисперсии нелинейности и ВКР) также не учитываются, поскольку рассматриваются импульсы длительностью ~ 1 пс и более, и опять же вследствие небольшой длины усилителя. Уравнение (1) отличается от НУШ наличием члена, описывающего параболическое по спектру усиление, с параметром  $\Omega_g$ , определяющим ширину линии усиления (в с<sup>-1</sup>), а также тем, что коэффициент усиления *g* из-за эффекта насыщения зависит от длины усилителя:

$$g = g_0 \left( 1 + \frac{\int |A(z,t)|^2 dt}{E_{\text{sat}}} \right)^{-1}.$$
 (2)

Здесь  $g_0$  – коэффициент усиления слабого сигнала;  $E_{\rm sat}$  – энергия насыщения. Параметры рассматриваемой усилительной системы таковы:  $\gamma = 6 \text{ Br}^{-1} \cdot \text{км}^{-1}$ ,  $\beta_2 = 50 \text{ nc}^2/\text{км}$ ,  $g_0 = 0.88 \text{ M}^{-1}$ . В качестве начального используется спектрально-ограниченный гауссов импульс длительностью  $\tau = 0.3$  пс с пиковой мощностью P = 100 Br. Далее рассмотрим несколько характерных случаев эволюции импульса, описываемых уравнением (1).

#### 2.1. Однородное по спектру усиление без насыщения

Этому варианту соответствует НУШ с постоянным по длине коэффициентом усиления  $g = g_0$ , которое можно получить из (1) в предельном случае  $E_{\text{sat}} \rightarrow \infty$ ,  $\Omega_{\text{g}} \rightarrow \infty$ . Известно, что при данных условиях асимптотически (при  $z \rightarrow \infty$ ) начальный импульс с энергией  $E_{\text{in}}$  (в рассматриваемом случае  $E_{\text{in}} \approx 75$  пДж) и с произвольной огибающей трансформируется к виду параболического симиляритона [3]:

$$A(z,t) = |A(z,t)| \exp(i\Phi(z,t)),$$
  

$$|A(z,t)| = A_0 \exp\left(\frac{2g}{3}z\right) \sqrt{1 - \frac{t^2}{t_p^2(z)}},$$
  

$$|t| < t_p, \quad |A(z,t)| = 0, \quad |t| > t_p,$$
  

$$t_p = \frac{3\sqrt{\gamma\beta_2/2}}{g} A_0 \exp\left(\frac{2g}{3}z\right), \quad A_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{2gE_{in}}{\sqrt{\gamma\beta_2/2}}\right)^{1/3},$$
  
(3)





Рис.1. Однородное по спектру усиление без насыщения. Импульс излучения и изменение его мгновенной частоты на длине усилителя L = 0.1 (*a*) и 6 м ( $\delta$ ). Результаты моделирования (сплошные кривые) и расчета по асимптотическим выражениям (3) (штриховые кривые); *в* – изменение параметра несоответствия огибающих MF по длине усилителя; *г* – эволюция чирпа, штриховая линия – асимптотическое предельное значение  $\alpha = g/(3\beta_2)$ .

Отметим, что асимптотический чирп импульса определяется коэффициентом усиления и ДГС:  $\alpha = g/(3\beta_2)$ ; длительность симиляритона  $t_p$  и, соответственно, ширина его спектра  $\Delta \Omega \approx 2\pi \alpha t_p$  экспоненциально возрастают с длиной *z*.

Уравнение (1) с указанными параметрами было промоделировано стандартным методом пошагового преобразования Фурье с разделением по физическим параметрам [17]. Результаты моделирования в сравнении с асимптотическими выражениями показаны на рис.1. Как можно видеть, импульс в начальной фазе усиления далек от асимптотики (3) (рис.1,*a*). Однако выражение (3) описывает, по сути, нелинейный аттрактор динамической системы, что подтверждает фактическое совпадение результатов моделирования с асимптотикой после прохождения нескольких метров в усиливающем волокне (рис.1, $\delta$ ). В качестве характеристики различия между результатами моделирования уравнения (1) | $\tilde{A}$ |<sup>2</sup> и аналитическими выражениями для |A|<sup>2</sup> (3) использовался параметр несоответствия огибающих MF (misfit [14, 18]):

$$MF = \frac{\int \left[ |\tilde{A}|^2 - |A|^2 \right]^2 dt}{\int |\tilde{A}|^4 dt}.$$
 (4)

Рисунки 1, в и г дополнительно иллюстрируют вышесказанное: по мере усиления импульса огибающая стремится к теоретически предсказанному параболическому виду, а значение чирпа сближается с асимптотическим значением  $\alpha = g/(3\beta_2)$ .



2

4

6

R

8

z (M)

0

#### 2.2. Однородное по спектру усиление с насыщением

Этот вариант можно получить из (1) в пределе  $\Omega_g \rightarrow \infty$  при конечном значении энергии насыщения  $E_{\text{sat}} < \infty$ . Для аналитического подхода к решению полученного уравнения может быть использован вариационный метод [19, 20], в котором пробный импульс записывается в виде параболического симиляритона

$$u(z,t) = u_0(z) \sqrt{1 - \frac{t^2}{t_p^2(z)}} \exp i[\alpha(z)t^2 + \varphi(z)], |t| < t_p. (5)$$

Уравнения динамической системы для усредненного по времени лагранжиана НУШ,

$$L = \frac{i}{2} \left( u \frac{\partial u^*}{\partial z} - u^* \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\beta_2}{2} \left| \frac{\partial u}{\partial t} \right|^2 + \frac{\gamma}{2} |u|^4,$$
$$\frac{\partial \langle L \rangle}{\partial \alpha} = 0, \quad \frac{\partial \langle L \rangle}{\partial u_0} = 0, \quad \frac{\partial \langle L \rangle}{\partial t_p} = 0,$$

приводят к системе уравнений, описывающей эволюцию параметров импульса при усилении:

$$\frac{du_0}{dz} = g_0 u_0 \left( 1 + \frac{4}{3} \frac{u_0^2 t_p}{E_{\text{sat}}} \right)^{-1} - \alpha \beta_2 u_0,$$

$$\frac{dt_p}{dz} = 2\beta_2 \alpha t_p, \quad \frac{d\alpha}{dz} = -2\alpha^2 \beta_2 + \frac{u_0^2 \gamma}{t_p^2}.$$
(6)



Рис.2. Однородное по спектру усиление с насыщением. Результаты моделирования (сплошные кривые) и решения системы (6) (штриховые кривые). Импульс излучения и изменение его мгновенной частоты на длине усилителя L = 0.1 (*a*) и 10 м ( $\delta$ ); *в* – изменение параметра МF по длине усилителя; *г* – эволюция скорости частотной модуляции (чирпа).

Энергия насыщения E<sub>sat</sub> была выбрана равной 10 нДж (~135 энергий начального импульса E<sub>in</sub>). Начальные значения параметров системы (6) выбраны следующими:  $u_0^2(0) = P = 100$  BT,  $\alpha(0) = 0$ ,  $t_p(0) = \tau_p = 3\pi\tau/4 \approx 0.7$  пс, т.е. энергии и пиковые мощности начального гауссова импульса, используемого для моделирования уравнения (1), и начального параболического импульса, эволюционирующего согласно системе (6), равны. Результаты моделирования уравнения (1) в сравнении с результатами решения системы (6) представлены на рис.2. Как и в предыдущем случае, отмечаем существование нелинейного аттрактора, способствующего формированию параболической огибающей и линейной частотной модуляции. Естественно, что при одинаковой длине волокна и насыщаемом усилении энергия импульса и величина его чирпа оказываются существенно меньшими, чем при постоянном усилении. Важно отметить и четкий локальный минимум параметра несоответствия (вблизи  $L \approx 3.8$  м), свидетельствующий о близости огибающей импульса к форме параболы в данной точке (рис.2, в). Однако в этот момент скорость частотной модуляции (чирп) моделируемого импульса не вполне соответствует значению, получаемому из вариационных расчетов (рис.2,г).

### 2.3. Усиление с насыщением, ограниченное по спектру

Далее рассмотрим случай, наиболее близкий к реальным волоконным усилителям, в котором учитывается ширина линии усиления. Для этого при моделировании уравнения (1) параметр  $\Omega_{\rm g}$  был выбран равным 20 пс<sup>-1</sup>, что соответствует ширине полосы усиления ~ 40 нм в диапазоне длин волн излучения иттербиевых волоконных лазеров ( $\lambda = 1050$  нм). Энергия насыщения остается неизменной ( $E_{\rm sat} = 10$  нДж).

Эволюция начального гауссова импульса в волоконном усилителе, описываемая уравнением (1), сравнивается с эволюцией параметров параболического импульса, описываемой системой (6). Прямое сравнение указанных процессов не совсем корректно, т. к. лагранжиан *L* не соответствует уравнению (1), содержащему член со спектральным ограничением усиления. Таким образом, при равных прочих параметрах импульс, эволюционирующий согласно (1), получает меньше энергии, чем параболический импульс, параметры которого изменяются согласно (6). Однако задачу исследования можно переформулировать следующим образом: необходимо найти параметры волоконного усилителя, описываемого уравнением (1), которые обеспечивают максимальное сближение огибающей усиливаемого импульса с некоторым параболическим импульсом, эволюционирующим в системе с равномерным насыщенным усилением, т.е. равенство начальных энергий необязательно. (Импульс в системе с равномерным усилением имеет меньшую начальную энергию.) В результате задача поиска оптимальных для параболизации параметров волоконного усилителя сводится к поиску минимума функционала несоответствия огибающей (величины параметра MF), аналогичного (4):

$$MF = \frac{\int [|A|^2 - |u|^2]^2 dt}{\int |A|^4 dt}.$$
 (7)

В данном случае оптимизация происходит на некоторой длине L «реального» усилителя не только за счет выбора параметров уравнения (1), определяющих импульс  $|A|^2$ . Выбирая в некотором диапазоне начальные значения  $t_p(0)$  и  $u_0(0)$ , мы задаем параболический импульс u(z, t) вида (5), эволюционирующий в усилителе с равномерным насыщаемым усилением, который обеспечивает минимум MF.

Поясним сказанное на примере. Минимальное значение функционала (7) при заданных параметрах усилителя MF  $\approx 9 \times 10^{-4}$  (крайняя правая точка на рис.3,*a*). Этому значению соответствуют L = 2.03 м и начальные параметры параболического вариационного решения  $u_0^2(0) = P$ ,  $t_{\rm p}(0) = 0.86 \tau_{\rm p}$ . Далее вычислим минимум этого параметра при уменьшении ДГС усилителя. Результаты представлены на рис.3,а. При поиске оптимальных значений параметра MF длина усилителя варьировалась в диапазоне 1.5-2.5 м, а величины  $u_0(0)$  и  $t_p(0)$  – в пределах (0.9-1)P и  $(0.8-0.95)\tau_{\rm p}$  соответственно. Как можно видеть, при  $\beta_2 =$ 30 пс<sup>2</sup>/км минимальное значение параметра несоответствия огибающей может быть уменьшено до  $\sim 5 \times 10^{-4}$ . При этом оптимизированном для данной усилительной системы значении ДГС ( $\beta_2 = 30 \text{ nc}^2/\text{км}$ ) рассмотрена зависимость минимума параметра MF от энергии насыщения усиления E<sub>sat</sub> (рис.3,б). Как показывают результаты, ка-



Рис.3. Минимальное значение параметра MF (7) при ограниченном по спектру усилении с насыщением в зависимости от ДГС усилителя при  $E_{\text{sat}} = 10 \text{ нДж}$  (*a*) и от энергии насыщения усилителя при  $\beta_2 = 30 \text{ пc}^2/\text{км}$  (*б*).

венно, однако, что платой за уменьшение энергии насыщения становится уменьшение выходной энергии импульса.

ниченном усилении с параметрами  $E_{sat} = 10$  нДж,  $\beta_2 =$ 

30 пс<sup>2</sup>/км. При выборе оптимальной длины усилителя L =

1.97 м огибающая выходного импульса близка к парабо-

ле (рис.4,*a*). Из рис.4,*б* видно, что оптимальная длина оп-

ределена достаточно четко. При отклонении длины уси-

лителя от оптимальной параметр несоответствия суще-

ственно возрастает. Несмотря на неполную линеариза-

цию чирпа импульса на данной длине (отмечаем нели-

нейную частотную модуляцию на крыльях импульса), при

прохождении импульса через линейный дисперсионный

элемент происходит значительная временная компрессия, сопровождающаяся ростом пиковой мощности. На

рис.4, в приведены огибающие выходного импульса и вы-

ходного импульса, прошедшего через линейный дисперси-

онный элемент, - пару дифракционных решеток с ано-

мальной дисперсией  $\beta_2 = -0.07 \text{ пc}^2/\text{км}$ . Возрастание пико-

вой мощности более чем в 6 раз свидетельствует о линей-

ности частотной модуляции выходного импульса, достаточ-

ной для качественной временной компрессии. На рис.4,г

представлены огибающие выходных импульсов, прошед-

ших через усилители различной длины. Можно обратить

На рис.4 представлены результаты, характеризующие эволюцию начального импульса при спектрально-огра-

чество «параболичности» огибающей при оптимальном значении  $E_{sat} = 1$  нДж может быть доведено до уровня, практически соответствующего идеальному случаю равномерного по спектру усиления MF  $\approx 3 \times 10^{-4}$ . Естест-

## 3. Обсуждение результатов. Выводы

Проведенные исследования эволюции лазерного импульса в нелинейном усилителе позволяют сделать ряд выводов. Известный факт существования в усилительной системе с нормальной ДГС и неограниченным спектром усиления нелинейного аттрактора в виде параболического симиляритона можно дополнить важным наблюдением. Данная асимптотическая сходимость немонотонна и обладает рядом локальных минимумов (см. рис. 1, в и 2, в), связанных с постепенной линеаризацией частотной модуляции импульса. При рассмотрении спектрально-ограниченного усиления можно отметить, что первый локальный минимум асимптотической сходимости импульса к параболическому виду сохраняется и в данном случае. Другими словами, при достаточно широком спектре усиления всегда можно найти оптимальную длину усилителя, после прохождения которой импульс будет обладать огибающей, близкой к параболе (см. рис.4). Оптимизируя величины ДГС усилителя и накачки, отличия формы огибающей от параболы можно свести к минимуму (рис.3). Все указанные выводы сделаны для коротких усилителей, что обосновывает пренебрежение при расчетах факторами высших дисперсий (дисперсии третьего порядка и выше) и нелинейностей (ВКР и дисперсии нелинейности).



Рис.4. Спектрально-ограниченное усиление с насыщением; a – импульс излучения и изменение его мгновенной частоты на длине усилителя L = 1.97 м, результаты моделирования (сплошные кривые) и решения системы (6) (штриховые кривые);  $\delta$  – изменение параметра MF по длине усилителя; s – вид импульса на выходе усилителя с L = 1.97 м (I) и после компрессии на выходном линейном дисперсионном элементе (2); z – нормированная на максимум огибающая импульса при прохождении усилителей различной длины, штриховая кривая – параболическая огибающая.

Предложенный метод расчета может быть полезен при постановке серии экспериментов по генерации импульсов с параболической огибающей в реальных волоконных усилителях оптимальной длины. Разработанные генераторы параболических импульсов в дальнейшем могут применяться в системах временной и спектральной компрессии [21, 22], оптического процессинга [23], для последующего усиления импульсов до сверхвысоких энергий [24, 25].

Работа поддержана РНФ (проект №19-72-10037) и РФФИ (грант №18-42-732001).

- 1. Fermann M.E., Hartl I. Nature Photon., 7, 868 (2013).
- Gumenyuk R., Okhotnikova E.O., Filippov V., Korobko D.A., Zolotovskii I.O., Guina M. *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.*, 24, 1 (2018).
- Dudley J.M., Finot C., Richardson D.J., Millot G. Nat. Phys., 3, 597 (2007).
- 4. Ponomarenko S.A., Agrawal G.P. JOSA B, 25, 983 (2008).
- Tomlinson W.J., Stolen R.H., Shank C.V. J. Opt. Soc. Am. B, 1, 139 (1984).
- Fermann M.E., Kruglov V.I., Thomsen B.C., Dudley J.M., Harvey J.D. *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 6010 (2000).
- Andresen E.R., Dudley J.M., Oron D., Finot C., Rigneault H. Opt. Lett., 36, 707 (2011).
- Korobko D.A., Okhotnikov O.G., Zolotovskii I.O. *JOSA B*, 33, 239 (2016).

- Kruglov V.I., Peacock A.C., Dudley J.M., Harvey J.D. Opt. Lett., 25, 1753 (2000).
- Anderson D., Desaix M., Karlsson M., Lisak M., Quiroga-Teixeiro M.L. J. Opt. Soc. Am. B, 10, 1185 (1993).
- 11. Bale B.G., Wabnitz S. Opt. Lett., 35, 2466 (2010).
- 12. Hirooka T., Nakazawa M. Opt. Lett., 29, 498 (2004).
- Latkin A.I., Turitsyn S.K., Sysoliatin A.A. Opt. Lett., **32**, 331 (2007).
   Finot C., Barviau B., Millot G., Guryanov A., Sysoliatin A.,
- Wabnitz S. Opt. Express, 15, 15824 (2007).
- 15. Chowdhury D., Ghosh D., Basu M. J. Opt., 20, 095503 (2018).
- 16. Ghosh B.K., Ghosh D., Basu M. J. Opt., 21, 045503 (2019).
- 17. Agrawal G. Nonlinear Fiber Optics (New York: Springer, 2007)
- Vukovic N., Broderick N.G.R., Poletti F. Ad. Nonlin. Opt., 2008, 1 (2008).
- Золотовский И.О., Семенцов Д.И., Сенаторов А.К., Сысолятин А.А., Явтушенко М.С. Квантовая электроника, 40, (3), 229 (2010) [Quantum Electron., 40 (3), 229 (2010)].
- Золотовский И.О., Коробко Д.А., Охотников О.Г., Сысолятин А.А., Фотиади А.А. Квантовая электроника, 42 (9), 828 (2012) [Quantum Electron., 42 (9), 828 (2012)].
- Finot C., Dudley J.M., Kibler B., Richardson D.J., Millot G. *IEEE J. Quantum Electron.*, 45, 1482 (2009).
- Абрамов А.С., Золотовский И.О., Коробко Д.А., Фотиади А.А. Оптика и спектроскопия, 124 (3), 342 (2018).
- 23. Boscolo S., Finot C. Intern. J. Opt., 2012, 159057 (2012).
- Korobko D.A., Okhotnikov O.G., Sysolyatin A.A., Yavtushenko M.S., Zolotovskii I.O. JOSA B, 30, 582 (2013).
- Liu W., Schimpf D.N., Eidam T., Limpert J., Tünnermann A., Kärtner F.X., Chang G. Opt. Lett., 40, 151 (2015).