#### 967

# ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ

# О возможности существенного повышения качества квантового фантомного изображения за счет регистрации дополнительного изображения в объектном канале

### Д.А.Балакин, А.В.Белинский

Рассмотрена модификация классической схемы формирования квантовых фантомных изображений, в которой в объектном канале формируется и регистрируется изображение исследуемого объекта. Оно используется вместе с фантомным изображением для построения оценки распределения прозрачности объекта. Показано, что это позволяет уменьшить ухудшение качества изображения, связанное с неединичной квантовой эффективностью датчиков, причем и в том случае, если квантовое изображение, полученное в объектном канале, дополнительно искажено шумом, обусловленным не взаимодействовавшими с объектом фотонами.

Ключевые слова: фантомные изображения, редукция измерения, квантовая эффективность датчика, запутанные фотоны.

#### 1. Введение

Одним из важных доводов в пользу использования квантовых фантомных изображений является создание максимально щадящих условий освещения исследуемого объекта, когда воздействие излучения на объект (иногда необратимое) минимально [1]. Особенно это важно при облучении живых существ, например рентгеновским излучением.

В классической схеме формирования фантомных изображений в объектном канале (где находится исследуемый объект) излучение регистрируется интегрирующим детектором, т.е. одноэлементным фотоприемником, перехватывающим весь пучок излучения, пронизывающего объект исследования или отраженного от него (рис.1). При этом никакого изображения, конечно, не получается. Оно формируется в другом канале за счет жесткой корреляции между фотонами в этих двух каналах. При фиксированных характеристиках оптической схемы и заданной информации об объекте исследования, доступной исследователю, минимальная освещенность объекта, при которой достижимо приемлемое качество изображения, может быть снижена лишь за счет повышения квантовой эффективности детекторов. Однако резервы такого форсирования не только не бесконечны, но и сопряжены с техническими трудностями и финансовыми затратами. При этом, если для обычных изображений требуется лишь регистрация взаимодействовавшего с объектом фотона, при формировании фантомных изображений необходима регистрация пары фотонов, т.е. среднее число зарегистрированных фотонов пропорционально квадрату квантовой эффективности.

Д.А.Балакин, А.В.Белинский. Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, физический факультет, Россия, 119991 Москва, Воробъевы горы; о mail helskii d combusice marun helinelu/@inhor.mu

e-mail: balakin\_d\_a@physics.msu.ru, belinsky@inbox.ru

Поступила в редакцию 9 апреля 2019 г., после доработки – 11 июня 2019 г.



Рис.1. Классическая схема формирования фантомных изображений: HK – нелинейный кристалл;  $\omega_p$  – частота квантов пучка накачки;  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – частоты запутанных пар фотонов (пучки расходятся вследствие использования неколлинеарного процесса параметрического рассеяния); О – объект; ИД – интегрирующий детектор в объектном канале; Л – собирающая линза; CCD – матрица фотодетекторов в восстанавливающем канале; К – коррелятор интенсивностей.

Мы предлагаем новое схемное решение, обеспечивающее, с одной стороны, сохранность объекта изучения за счет снижения интенсивности освещения, а с другой – повышение качества изображения. При этом увеличение отношения сигнал/шум, характерное для фантомных изображений, формируемых схемой совпадений, остается в силе, т. е. удается объединить преимущества метода фантомных изображений с преимуществами формирования обычных изображений.

Рассмотрим рис.2. В объектном канале, как и в восстанавливающем канале, вместо интегрирующего детектора используется матрица фотоприемников, на которой строится обыкновенное изображение исследуемого объекта с помощью оптического объектива. При облучении рентгеновским излучением матрица помещается непосредственно за объектом, поскольку в рентгеновской области хорошо работают лишь отражательные оптические системы с большими углами падения излучения, и качество изображения оставляет желать лучшего.

Итак, в рассматриваемой схеме регистрируются два квантовых изображения: обычное и фантомное. Последующая их компьютерная обработка дает возможность снизить минимально требуемое число фотонов, пронизывающих объект, и повысить качество изображения. Отметим, что предложенная схема отличается и от схемы раз-



Рис.2. Предлагаемая схема формирования пары квантовых изображений:

НК – нелинейный кристалл;  $\omega_p$  – частота квантов пучка накачки;  $\omega_1$  и  $\omega_2$  – частоты запутанных пар фотонов (пучки расходятся вследствие использования неколлинеарного процесса); О – объект; Л1 и Л2 – оптические линзы; ССD1 и ССD2 – матрицы фотодетекторов в объектном и восстанавливающем каналах; К – коррелятор интенсивностей.

ностных измерений (см., напр., [2]), поскольку, в отличие от нее, полученные изображения обрабатываются не вычислением их разности. Это означает, в частности, что снимается жесткое условие абсолютной идентичности детекторов в объектном и восстанавливаюшем каналах. Кроме того, вследствие радикально различных принципов работы нашей и разностной схем, различаются и компоновки их оптических систем.

#### 2. Метод редукции измерения

При освещении объекта минимальным числом фотонов эффективность математических методов и алгоритмов обработки измерений должна быть такой, чтобы они не только обеспечивали минимальную погрешность, но и позволяли использовать всю доступную исследователю информацию об объекте. Это можно сделать с помощью математического метода редукции измерения и реализующих его алгоритмов.

Рассмотрим типичную схему измерений, в которой на входе измерительного преобразователя (ИП) формируется измеряемый сигнал f, принадлежащий евклидову пространству  $\mathcal{F}$  [3]. ИП преобразует сигнал f в принадлежащий евклидову пространству  $\mathcal{X}$  сигнал

$$\xi = Af + \nu, \tag{1}$$

где  $A: \mathcal{F} \to X$  – оператор, моделирующий физические процессы в ИП, определяющие преобразование f в сигнал A f, и далее также обозначающий моделируемый им ИП; v – погрешность (шум измерения). Результат измерения зависит от характеристик измеряемого объекта, взаимодействующего с ИП и искаженного измерением, а исследователя, как правило, интересуют характеристики объекта, не искаженного измерением. Их связь моделируется идеальным ИП, заданным оператором  $U: \mathcal{F} \to \mathcal{U}$ , на вход которого поступает тот же сигнал, что и на вход ИП A, но на его выходе сигнал Uf соответствует интересующей исследователя характеристике объекта исследования. Задача редукции состоит в нахождении оператора редукции  $R_*$ , для которого  $R_{*}\xi$  – наиболее точная версия Uf; оператор редукции *R*<sup>\*</sup> синтезируется в вычислительном преобразователе. Если в (1) f – априори произвольный вектор, а v – случайный вектор, принимающий значения в пространстве X, имеющий математическое ожидание Ev = 0 и невырожденный ковариационный оператор  $\Sigma_{v}$ :  $\forall x \in X \Sigma_{v} x =$ Ev(x, v), то линейный оператор редукции  $R_* : X \to U$  определяется как оператор, минимизирующий максимальную по *f* среднеквадратичную погрешность интерпретации *R*  $\xi$  как *Uf*:

$$h(R, U) = \sup_{f \in \mathcal{F}} \|R\xi - Uf\|^2$$

Эта погрешность минимальна [3] при

$$R_* = U(A^{\dagger} \Sigma_{\nu}^{-1} A)^{-1} A^{\dagger} \Sigma_{\nu}^{-1}$$
(2)

и определяется выражением

$$h(R_*, U) = \operatorname{tr} U(A^{\dagger} \Sigma_{\nu}^{-1} A)^{-1} U^{\dagger}, \qquad (3)$$

если  $U(I - A^{-}A) = 0$ , в противном случае погрешность (3) равна бесконечности. Здесь I – единичный оператор;  $A^{-}$  – оператор, псевдообратный к A; сивол † означает эрмитово сопряжение.

Пусть исследователя интересует распределение прозрачности объекта. Значения прозрачностей пикселей принадлежат единичному отрезку. Это учитывается при редукции измерения проецированием оценки на множество  $[0,1]^{\dim \mathcal{U}}$  [4-6]: оценка определяется как неподвижная точка отображения, комбинирующего результат линейной редукции  $R_*\xi$  и некоторую оценку  $\hat{u}$  распределения прозрачности как некоррелированные результаты «основного» и фиктивного измерений с последующим проецированием на множество [0, 1]<sup>dim U</sup> при минимизации расстояния Махаланобиса  $\|\Sigma_{R_{i\xi}}^{-1/2}\|$ , связанного с ковариационным оператором  $\Sigma_{R_{i\xi}} = U(A^{\dagger}\Sigma_{v}^{-1}A)^{-1}U^{\dagger}$  оценки линейной редукции. Кроме того, исследователю известно, что прозрачности соседних пикселей, как правило, различаются слабо. Эта информация часто формализуется [7-11] разреженностью распределения прозрачности как вектора Uf в заданном базисе, т.е. как информация о том, что в этом базисе значительная часть компонент вектора Uf равна нулю.

В [12,13] предложен алгоритм редукции, позволяющий исследователю учесть такую информацию при обработке мультиплексированных квантовых фантомных изображений. Алгоритм основан на проверке статистических гипотез о равенстве компонент оценки в выбранном базисе нулю (альтернатива – неравенство). Результат зависит от параметра алгоритма т – уровня используемого в задаче проверки гипотез критерия. Выбор этого параметра определяется приемлемым для исследователя компромиссом между подавлением шума и искажением изображения. Для выбора значения т исследователь может смоделировать регистрацию тестового изображения, содержащего требуемые детали, и использовать максимальное значение  $\tau$ , при котором они сохраняются. Похожий метод выбора параметра регуляризации предложен в работе [14], где в качестве тестового изображения берется результат гауссова размытия изображения, соответствующего отсутствию информации о разреженности. Альтернативный способ – задать  $\tau$ , сравнивая результаты редукции при различных значениях т и используя доступную информацию о шуме [15].

# 3. Влияние квантовой эффективности детекторов на схему измерения

Пусть ПЗС-матрицы в объектном и восстанавливающем каналах одинаковы и описываются оператором *A*<sub>0</sub>. Это предположение сделано для упрощения приведенных ниже формул (произвольное различие аппаратных функций требует рассматривать случай бесконечномерных пространств  $\mathcal{F}$  и  $\mathcal{X}$ ) и не является принципиальным. Более подробное изучение влияния различия аппаратных функций датчиков в объектном и восстанавливающем каналах, обусловленного, в первую очередь, дифракцией [16–18], является темой дальнейших исследований.

При единичной квантовой эффективности детекторов в объектном и восстанавливающем каналах схема измерения сигнала (1) принимает вид

$$\xi = \begin{pmatrix} \xi_0 \\ \xi_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_0 \\ A_0 \end{pmatrix} nf + \begin{pmatrix} v_{\text{img}} + v_{\varepsilon} \\ v_{\text{img}} \end{pmatrix},$$

где  $\xi_0$  – результат измерений ПЗС-матрицей в объектном канале;  $\xi_1$  – результат измерения сформированного квантового фантомного изображения;  $v_{img}$  – погрешность, обусловленная регистрацией квантовых изображений;  $v_{\varepsilon}$  – погрешность квантового изображения, сформированного в объектном канале, обусловленная шумовыми фотонами; n – среднее число освещающих объект фотонов. Отметим, что при формировании фантомного изображений, если ее время срабатывания достаточно мало (см. сравнение схем формирования квантовых изображений в [7]), в противном случае аналогичное  $v_{\varepsilon}$  слагаемое появляется и в выражении для погрешности квантового фантомного изображения. Ковариационный оператор погрешности имеет вид

$$\begin{split} \Sigma_{\nu} &= \begin{pmatrix} A_0 S(f) A_0^{\dagger} + \Sigma_{\nu_{\varepsilon}} & A_0 S(f) A_0^{\dagger} \\ A_0 S(f) A_0^{\dagger} & A_0 S(f) A_0^{\dagger} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \otimes A_0 S(f) A_0^{\dagger} + \begin{pmatrix} \Sigma_{\nu_{\varepsilon}} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{split}$$
(4)

где оператор S(f) определяется дисперсиями и ковариациями фотоотсчетов. Например, если статистика фотоотсчетов – пуассоновская, то  $S(f) = n \operatorname{diag} f$ . Здесь и далее diag q – матрица, диагональные элементы которой равны соответствующим компонентам матрицы q, а остальные – нулю, символ  $\otimes$  обозначает произведение Кронекера. В этом случае регистрация пространственного распределения интенсивности излучения в объектном канале не позволяет улучшить качество редукции (результат этого измерения не влияет на результат редукции).

При эффективности детектора в объектном канале  $\eta_0$ и эффективности детектора в восстанавливающем канале  $\eta_1$  схема измерения принимает вид

$$\boldsymbol{\xi} = \begin{pmatrix} \xi_0 \\ \xi_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_0 A_0 \\ \eta_0 \eta_1 A_0 \end{pmatrix} \boldsymbol{n} \boldsymbol{f} + \begin{pmatrix} v_{\mathrm{img}} + v_0 + v_{\varepsilon} \\ v_{\mathrm{img}} + v_0 + v_1 \end{pmatrix},$$

где дополнительные погрешности  $v_0$  и  $v_1$  обусловлены пропуском части фотонов детекторами в объектном и восстанавливающем каналах соответственно. Ковариационный оператор погрешности в этом случае имеет вид

$$\begin{split} \Sigma_{\nu} &= \eta_0^2 \begin{pmatrix} 1 & \eta_1 \\ \eta_1 & \eta_1^2 \end{pmatrix} \otimes A_0 S(f) A_0^{\dagger} + \eta_0^2 \begin{pmatrix} \Sigma_{\nu_{\varepsilon}} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} \eta_0 (1 - \eta_0) & \eta_0 (1 - \eta_0) \eta_1 \\ \eta_0 (1 - \eta_0) \eta_1 & \eta_0 \eta_1 (1 - \eta_0 \eta_1) \end{pmatrix} \otimes \operatorname{diag}(A_0 f), \end{split}$$
(5)

где первые два слагаемых имеют то же происхождение, что и в (4), но они меньше из-за уменьшения среднего числа фотоотсчетов, а последнее слагаемое непосредственно связано с неединичной эффективностью датчиков.

Поскольку оператор линейной редукции имеет вид (2), а погрешность оценки редукции в отсутствие дополнительной информации определяется выражением (3), то обусловленный регистрацией изображения в объектном канале выигрыш

$$\Delta h = \eta_0^{-2} \operatorname{tr} U \bigg\{ \eta_0 \eta_1^{-1} \{ A_0^{\dagger} [\eta_0 \eta_1 A_0 S(f) A_0^{\dagger} + (1 - \eta_0 \eta_1) \\ \times \operatorname{diag}(A_0 f) ]^{-1} A_0 \}^{-1} - \bigg[ (A_0^{\dagger} \eta_1 A_0^{\dagger}) \Sigma_{\nu}^{-1} \begin{pmatrix} A_0 \\ \eta_1 A_0 \end{pmatrix} \bigg]^{-1} \bigg\} U^{\dagger}, (6)$$

где оператор  $\Sigma_{v}$  определен выражением (5). На рис.3 показан относительный выигрыш по среднему числу фотонов, освещающих объект, в зависимости от квантовой эффективности датчиков и относительного среднего числа шумовых фотонов (по отношению к среднему числу освещающих фотонов, используемому при регистрации только фантомного изображения) в случае, когда эффективности датчиков в объектном и восстанавливающем каналах одинаковы. Однако нами рассмотрен и более общий случай. Выигрыш определен как отношение уменьшения  $\Delta n$  среднего числа фотонов, требуемого для освещения объекта, к среднему числу п освещающих фотонов в традиционно применяемой схеме при неизменной погрешности восстановленного изображения. Предполагается, что при этом число шумовых фотонов  $n_{\varepsilon}$  уменьшается пропорционально *п*. Как и следовало ожидать, выигрыш монотонно возрастает при уменьшении числа шумовых фотонов и при уменьшении квантовой эффективности датчиков  $\eta = \eta_0 = \eta_1$ . В отсутствие шумовых фотонов относительный выигрыш равен 1 –  $\eta$ . При наличии дополнительной информации выигрыш, как правило, уменьшается с сохранением знака, т. к. одновременно уменьшаются обе сравниваемые погрешности, причем бо́льшая уменьшается в большей степени.



Рис.3. Относительный выигрыш  $\Delta n/n$  по среднему числу фотонов, освещающих объект, в зависимости от квантовой эффективности датчиков  $\eta = \eta_0 = \eta_1$  и относительного среднего числа шумовых фотонов  $n_e/n$  (по отношению к среднему числу *n* освещающих фотонов, используемому при регистрации только фантомного изображения).

Следует отметить, что в случае разных квантовых эффективностей датчиков в объектном и восстанавливающем каналах выгоднее поместить датчик с большей эффективностью в объектный канал: как видно из (5) и (6), это не изменяет уровень шума регистрируемого фантомного изображения, на который влияет произведение эффективностей, но уменьшает уровень шума изображения в объектном канале.

# 4. Результаты компьютерного моделирования

На рис.4-11 показаны результаты компьютерного моделирования и последующей обработки квантовых изображений методом редукции измерения с помощью описанного в [12, 13] алгоритма. При моделировании предполагалось, что в обоих каналах расположены одинаковые матрицы, датчики в которых имеют размер, втрое превышающий размер пикселя объекта. В случае рис.4 каждый пиксель объекта освещается в среднем 1 фотоном, среднее число шумовых фотонов, не взаимодействующих с объектом, но попадающих на матрицу в объектном канале, составляет 0.1 фотона на пиксель объекта, а квантовые эффективности датчиков в объектном и восстанавливающем каналах равны 0.4. На рис.5 среднее число освещающих фотонов уменьшено до 0.7 фотона на пиксель при пропорциональном уменьшении числа шумовых фотонов. На рис.6 и 7 квантовые эффективности датчиков одного из каналов уменьшены до 0.2, а на рис.8 до 0.2 уменьшены эффективности всех датчиков. На рис.9 и 10 приведены результаты моделирования при уменьшении и увеличении числа шумовых фотонов в 10 раз. На рис.11



Рис.4. Квантовые изображения объекта (*a*), зарегистрированные в объектном ( $\delta$ ) и восстанавливающем (*в*) каналах, и результаты их обработки методом редукции: обработка обоих изображений в отсутствие информации о разреженности (*г*) и при наличии такой информации для двух значений параметра алгоритма  $\tau$  (*д*,*e*), а также аналогичная обработка только фантомного изображения (*ж*-*и*). Среднее число освещающих фотонов – 1 фотон на пиксель, шумовых – 0.1 фотона на пиксель.



Рис.5. Квантовые изображения объекта на рис.4, а, зарегистрированные в объектном (a) и восстанавливающем ( $\delta$ ) каналах, и результаты их обработки методом редукции: обработка обоих изображений в отсутвие информации о разреженности ( $\epsilon$ ) и при наличии такой информации ( $\epsilon$ , d), а также аналогичная обработка только фантомного изображения (e-3). Среднее число освещающих фотонов – 0.7 фотона на пиксель.

показаны результаты моделирования освещения и регистрации изображений другого объекта и при другом базисе, с помощью которого формализуется информация о разреженности. На рис.4–11 приведены значения численной характеристики перекрытия  $c(\hat{u}, u) = (\hat{u}, u)/(||\hat{u}|| || u ||)$  как результата обработки оценки  $\hat{u}$  и распределения прозрачности u.

Как отмечалось выше, параметр алгоритма  $\tau$  отражает приемлемый для исследователя компромисс между подавлением шума и искажением изображения. Чем больше значение  $\tau$ , тем в большей степени подавляется шум, но при этом также постепенно усиливается искажение деталей изображения (ср., напр., рис.4, з и u, где при увеличении  $\tau$  происходит размытие изображения щели). Значение  $\tau = 0$  соответствует отсутствию как дополнительного подавления шума, связанного с использованием информации о разреженности распределения прозрачности, так и искажения изображения, т. е. оно эквивалентно отсутствию информации о разреженности распределения прозрачности объекта. Значения  $\tau$ , использованные на рис.4, выбраны так, чтобы на рис.4, d искажения были бы еще не заметны, а на рис.4, e – уже заметны.

Высказанное выше предположение о том, что при наличии дополнительной информации выигрыш за счет обработки изображения, зарегистрированного в объектном канале, уменьшается при сохранении знака, подтверждается сравнением рис.4 и 5. Ослабление освещения, при котором погрешность результата редукции пары изображений в отсутствие информации о разреженности примерно соответствовала погрешности редукции фантомного изображения до ослабления освещения, меньше, чем это следует из рис.3. Это связано с тем, что выигрыш уменьшается



Рис.6. Квантовые изображения объекта на рис.4, *a*, зарегистрированные в объектном (*a*) и восстанавливающем ( $\delta$ ) каналах, и результаты их обработки методом редукции: обработка обоих изображений в отсутствие информации о разреженности (*b*) и при наличии такой информации (*c*, *d*), а также аналогичная обработка только фантомного изображения (*e*-*3*). В отличие от рис.4, квантовая эффективность детекторов в объектном канале равна 0.2, а в восстанавливающем – 0.4.



Рис.7. Квантовые изображения объекта на рис.4, а, зарегистрированные в объектном (*a*) и восстанавливающем ( $\delta$ ) каналах, и результаты их обработки методом редукции: обработка обоих изображений в отсутствие информации о разреженности (*b*) и при наличии такой информации (*c*, *d*), а также аналогичная обработка только фантомного изображения (*e*-3). В отличие от рис.4, квантовая эффективность детекторов в объектном канале равна 0.4, а в восстанавливающем – 0.2.



Рис.8. Квантовые изображения объекта на рис.4, *a*, зарегистрированные в объектном (*a*) и восстанавливающем ( $\delta$ ) каналах, и результаты их обработки методом редукции: обработка обоих изображений в отсутствие информации о разреженности (*b*) и при наличии такой информации (*c*, *d*), а также аналогичная обработка только фантомного изображения (*e*-*3*). В отличие от рис.4, квантовые эффективности детекторов равны 0.2.

при учете информации о том, что значения прозрачностей пикселей принадлежат единичному отрезку, а погрешности редукции при использовании также и информации о разреженности уменьшаются немного больше, чем без использования такой информации.

Уровень шума оценки без использования информации о разреженности, построенной только по фантомному изображению (рис.4, $\mathcal{H}$ ), больше, чем построенной по обоим изображениям (рис.4, $\mathcal{H}$ ). Поэтому размытие изображения при одинаковых значениях параметра алгоритма  $\tau$ , отвечающего за баланс между размытием важных деталей изображения и подавлением шума, больше для оценки, построенной только по фантомному изображению: оценки на рис.4, $\mathcal{H}$  и u искажены в большей степени, чем на рис.4, $\mathcal{H}$  и e.

На рис.6–8 показаны аналогичные приведенным на рис.4 результаты для различных квантовых эффективностей датчиков. Как и следовало ожидать, при различных эффективностях датчиков в объектном и восстанавливающем каналах перестановка более эффективных датчиков в объектный канал улучшает качество редукции пары полученных изображений (ср. рис.6 и 7), но слабо влияет на качество редукции только фантомного изображения. Уменьшение эффективности детекторов в объектном канале при фиксированной эффективности детекторов в восстанавливающем канале быстрее снижает качество редукции пары полученных изображений, чем уменьшение эффективности детекторов в восстанавливающем канале при фиксированной эффективности детекторов в объектном канале.

На рис.9 и 10 показаны результаты моделирования, аналогичные приведенным на рис.4, при уменьшенном и



Рис.9. Квантовые изображения объекта на рис.4, а, зарегистрированные в объектном (*a*) и восстанавливающем ( $\delta$ ) каналах, и результаты их обработки методом редукции: обработка обоих изображений в отсутствие информации о разреженности (*s*) и при наличии такой информации (*г*, *d*), а также аналогичная обработка только фантомного изображения (*e*-*3*). В отличие от рис.4, среднее число шумовых фотонов уменьшено в 10 раз (до 0.01).



увеличенном в 10 раз числе шумовых фотонов. Как и следовало ожидать, увеличение числа шумовых фотонов увеличивает погрешность оценки, построенной с помощью обоих изображений, и не влияет на погрешность оценки, построенной только по фантомному изображению, благодаря подавлению вклада шумовых фотонов схемой совпадений.

На рис.11 показаны результаты моделирования для другого объекта исследования и при использовании для формализации информации о разреженности не базиса Хаара, как для рис.4–10, а базиса дискретного косинусного преобразования. Ввиду большей сложности этого объекта использовалось большее среднее число освещающих фотонов (10 фотонов на пиксель). В этом случае заметно, что, несмотря на бо́льшую степень перекрытия распределения прозрачности и его оценки при обработке только фантомного изображения, рис.11,*и* более размыт, чем рис.11,*е*.

Наконец, локализация шума, обусловленного использованием полученного в объектном канале изображения, отличается от локализации шума, связанного с неединичной эффективностью детекторов. В то время как распределение по площади изображения шума, связанного с шумовыми фотонами, как правило, не зависит от объекта, распределение по площади изображения шума, связанного с неэффективностью детекторов, напрямую от него зависит, т. к. чем больше фотонов попадает на датчик, тем больше дисперсия числа его срабатываний. Поэтому изменение параметра  $\tau$  по-разному влияет на искажение деталей изображения, расположенных в областях с различной средней яркостью.



Рис.10. Квантовые изображения объекта на рис.4, *a*, зарегистрированные в объектном (*a*) и восстанавливающем ( $\delta$ ) каналах, и результаты их обработки методом редукции: обработка обоих изображений в отсутствие информации о разреженности (*b*) и при наличии такой информации (*c*, *d*), а также аналогичная обработка только фантомного изображения (*e*-3). В отличие от рис.4, среднее число шумовых фотонов увеличено в 10 раз (до 1).

Рис.11. Квантовые изображения объекта (*a*), зарегистрированные в объектном ( $\delta$ ) и восстанавливающем (*в*) каналах, и результаты их обработки методом редукции: обработка обоих изображений в отсутствие информации о разреженности (*г*) и при наличии такой информации (*d*, *e*), а также аналогичная обработка только фантомного изображения ( $\mathcal{H}$ -*u*). В отличие от рис.4–10, для формализации информации о разреженности применялся не базис Хаара, а базис дискретного косинусного преобразования.

#### 5. Заключение

Результаты компьютерного моделирования показывают, что при неединичной эффективности датчиков регистрация дополнительного изображения в объектном канале позволяет извлекать дополнительную информацию из объекта при фиксированной интенсивности освещения. В случае же достаточно хорошего качества результата обработки лишь фантомного изображения регистрация дополнительного изображения дает возможность уменьшить интенсивность освещения при сохранении качества результата обработки.

Отметим, что рассмотренная схема регистрации изображения позволяет улучшить качество квантового изображения на этапе компьютерной обработки также благодаря учету на этом этапе ограниченности фантомных изображений из-за дифракции [16–18]. Это обусловлено тем, что обычное изображение не имеет ограничений изза дифракции, характерных для фантомных изображений, связанных с ограниченностью поперечных размеров пучка накачки и, следовательно, с его расходимостью. Изучение влияния дифракции, а также случая, когда аппаратные функции датчиков различны, является темой дальнейших исследований.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №18-01-00598 А).

1. *Квантовое изображение*. Под ред. М.И.Колобова (М.: Физматлит, 2009).

- Treps N., Delaubert V., Maître A., et al. *Phys. Rev. A*, **71** (1), 013820 (2005).
- Пытьев Ю.П. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем (М.: Физматлит, 2012).
- Балакин Д.А., Пытьев Ю.П. Вести. Моск. ун-та. Сер. Физика. Астрономия, № 2, 3 (2017) [Moscow Univ. Phys. Bull., 72 (2), 101 (2017)].
- Балакин Д.А., Пытьев Ю.П. Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та, № 5, 1850301 (2018).
- Балакин Д.А., Белинский А.В., Чиркин А.С. ЖЭТФ, 152 (2), 252 (2017) [JETP, 125 (2), 210 (2017)].
- Morris P.A., Aspden R.S., Bell J.E.C., et al. Nat. Commun., 6, 5913 (2015).
- Shi X., Huang X., Nan S., et al. Laser Phys. Lett., 15 (4), 045204 (2018).
- 9. Gong W., Han S. Sci. Rep., 5 (1), 9280 (2015).
- Zerom P., Chan K.W.C., Howell J.C., Boyd R.W. *Phys. Rev. A*, 84 (6), 061804 (2011).
- Katz O., Bromberg Y., Silberberg Y. Appl. Phys. Lett., 95 (13), 131110 (2009).
- Балакин Д.А., Белинский А.В. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физика. Астрономия, № 1, 10 (2019) [Moscow Univ. Phys. Bull., 74 (1), 8 (2019)].
- Balakin D.A., Belinsky A.V., Chirkin A.S. *Quantum Inf. Process.*, 18 (3), 80 (2019).
- 14. Mertens L., Sonnleitner M., Leach J., et al. Sci. Rep., 7, 42164 (2017).
- Балакин Д.А. Матер. Междунар. молодежного научного форума «Ломоносов-2019» (М.: МАКС Пресс, 2019).
- Белинский А.В. Вестн. Моск. ун-та. Сер. Физика. Астрономия, № 5, 3 (2018) [Moscow Univ. Phys. Bull., 73 (5), 447 (2019)].
- 17. Moreau P.-A., Morris P.A., Toninelli E., et al. *Sci. Rep.*, **8** (1), 13183 (2018).
- Moreau P.-A., Morris P.A., Toninelli E., et al. Opt. Express, 26 (6), 7528 (2018).