# Теоретическое моделирование сигнала для схемы гироскопа на атомном спине с оптическим детектированием

Е.Н.Попов, К.А.Баранцев, А.Н.Литвинов

Описана схема работы гироскопа на атомном спине с оптическим детектированием, в которой в качестве носителей спина ядра атома используются два изотопа благородного газа – <sup>129</sup>Хе и <sup>131</sup>Хе. На основе этой схемы построена теоретическая модель динамики спиновой поляризации щелочного металла и намагниченности благородного газа в условиях спин-обменного взаимодействия и оптической накачки. Данная модель позволяет моделировать накачку и считывание сигнала в схеме гироскопа. Построены временные зависимости этого сигнала, анализ которых показал, что сигнал имеет сложсную комплексную структуру. Таким образом, возникает задача о демодуляции данного сигнала на основе совершенствования методов и алгоритмов демодуляции.

Ключевые слова: лазерный гироскоп, атомный спин, оптическое детектирование.

#### 1. Введение

В последнее время большое внимание уделяется разработке высокоточных систем навигации. В мире на сегодняшний день имеются две глобальные системы навигации, обеспечивающие связь в любой точке планеты: ГЛОНАСС и GPS. Данные системы имеют определённые недостатки, главным из которых является требование отсутствия препятствий на пути передачи сигнала между спутником и навигационным приёмником (клиентом). Это существенно ограничивает область применения указанных систем в местах, где затруднён приём сигнала от спутниковых систем навигации. В таких случаях используют так называемые инерциальные системы навигации, которые определяют местоположение объекта с помощью фундаментальных свойств инерции движения в неинерциальных системах отсчёта при поворотах и линейном ускорении. Преимущества инерциальных навигационных систем - это автономность, универсальность и помехозащищенность. В авиационных, космических, морских и геодезических системах (где отсутствует сигнал от систем ГЛОНАСС и GPS) определение текущего местоположения, скорости и направления движения объекта возможно только с использованием инерциальных навигационных комплексов. Для стабилизации курса движения в таких системах применяются гироскопы.

Эффект ядерного магнитного резонанса (ЯМР) заключается в резонансном поглощении или излучении на определенной частоте (частота ЯМР) электромагнитной энергии веществом, содержащим ядра с ненулевым спином, во внешнем магнитном поле, что обусловлено переориентацией магнитных моментов ядер [1]. Использова-

**Е.Н.Попов, К.А.Баранцев, А.Н.Литвинов.** Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия, 195251 С.-Петербург, ул. Политехническая, 29; e-mail: enp-tion@yandex.ru, andrey.litvinov@mail.ru

Поступила в редакцию 8 мая 2018 г., после доработки – 3 июля 2018 г.

ние этого эффекта дало начало целым направлениям в физике (спиновое эхо [2], квантовые магнитометры [3]), химии (химический сдвиг, спин-спиновое взаимодействие [4]) и медицине (магнитно-резонансная томография [5]), связанным со спектроскопией ядер. Ядерный спин может играть роль квантового механического волчка, не подверженного трению или иному механическому воздействию. Одним из наиболее популярных методов измерения угловой скорости является создание момента силы, который заставляет ядерный спин совершать прецессию вокруг выделенной оси с определённой угловой скоростью в лабораторной системе отсчёта. Тогда во вращающейся системе отсчёта квантового гироскопа будет детектироваться другое значение угловой скорости, отличное от угловой скорости в лабораторной системе, которая сохраняется. По различию детектируемых угловых скоростей в этих системах отсчёта можно определять, с какой скоростью вращается сам датчик. По этому принципу работает гироскоп на основе ЯМР [6-9].

Первая рабочая схема измерения угловой скорости вращения на основе ЯМР была реализована в парах ртути, содержащих изотопы <sup>199</sup>Нg и <sup>201</sup>Нg с разными гиромагнитными отношениями [10,11]. Идея заключалась в том, что ларморовские частоты прецессии для двух изотопов в одном и том же внешнем магнитном поле различны. В такой схеме частоты прецессии (соответствующие каждому из изотопов) в системе отсчёта гироскопа могут быть измерены непосредственно в устройстве с помощью модулятора и частотомера. Исключая алгебраическим путём индукцию внешнего магнитного поля, можно получить механическую частоту вращения. Использование двух изотопов делает схему устойчивой к флуктуациям магнитного поля и даёт преимущество перед аналогичными схемами, работающими с единственным носителем атомного спина. Однако из-за сложности миниатюризации и многочисленных технологических проблем при работе с ртутью данная схема не эффективна для практического применения.

В работе [12] была предложена схема квантового датчика вращения на основе атомного ко-магнитометра, имеющая ряд преимуществ по сравнению со схемой ЯМР на смеси двух газов с разными гиромагнитными отношениями ядер, о которой говорилось выше. Эта схема принципиально отличается от схемы ртутного гироскопа, поскольку в ней искусственно подавляется спин-обменное взаимодействие между щелочным металлом и благородным газом и не используется магнитный резонанс. В схеме ко-магнитометра электронный спин атомов щелочного металла накачивается лазерным излучением с круговой поляризацией и передается атомам благородного газа посредством спин-обменного взаимодействия при столкновениях [13]. Однако техническая сложность реализации ко-магнитометра и недостаточное развитие теории в этом направлении делает его менее востребованным по сравнению с квантовым гироскопом на основе ЯМР. Более того, существенным недостатком такого устройства является очень высокая чувствительность гироскопа к изменению угла между накачивающим и считывающим пучками, имеется также проблема, связанная с необходимостью высокой степени защиты от внешних магнитных полей и точного задания компенсирующего магнитного поля.

Существует ещё одна альтернативная схема квантового датчика вращения на ядерном спине, которая не реализована на практике. Данная схема, описанная в работе [14], по физическому принципу близка к схеме ЯМРдатчика на двух изотопах ксенона, но в ней используется один лазерный пучок с круговой поляризацией, причём как для накачки, так и для считывания. При этом альтернативная схема имеет весомый недостаток – сложность оптимизации параметров лазера, связанная с тем, что для накачки и для считывания требуются различные интенсивности, поляризации и отстройки.

Более совершенная схема измерения угловой скорости на основе ЯМР была реализована в 2011 году в американской компании Northrop Grumman [15-18]. При этом отметим, что работы компании Northrop Grumman явились продолжением начавшихся в 1970-е годы работ фирмы Litton, вошедшей позже в состав Northrop Grumman. В отличие от ртутного спинового генератора в указанной схеме применялись два изотопа благородного газа – <sup>129</sup>Хе и <sup>131</sup>Хе. Главное преимущество ксенона – большое сечение спин-обменного взаимодействия, наличие двух стабильных изотопов ( $^{129}$ Xe и  $^{131}$ Xe) со спином, не превышающим 3/2, и д-факторов разных знаков. Кроме того, оба изотопа с отличными от нуля угловыми моментами содержатся в достаточном количестве в природном газе ксеноне. В результате в 2014 году были достигнуты следующие характеристики прибора: дрейф 0.02 град/ч, случайное блуждание угла (ARW) 0.005 град/ч<sup>1/2</sup> [18,19]. По уровню дрейфа созданный прибор не в полной мере соответствует навигационному классу. Дальнейшей задачей является совершенствование методов обработки (демодуляции) сигнала, а также снижение влияния температурных и магнитных градиентов на точность его измерения. Оптимизация данных величин является одной из ключевых проблем. Одновременно с проводимыми в США исследованиями по созданию гироскопа на основе ЯМР этим направлением в последние годы занялись учёные из Китая. В настоящее время они также используют схему накачки ядерных спинов через спин-обменное взаимодействие с атомами щелочных металлов. В качестве благородных газов выбрана схема двух стабильных изотопов ксенона [20, 21].

Главное преимущество данной схемы состоит в возможности её миниатюризации при использовании для накачки и считывания полупроводниковых лазеров с вертикальным резонатором (VCSEL). К тому же работа с благородным газом вместо ртути представляется более простой с точки зрения технической реализации устройства. Существенным аргументом в пользу выбора такой схемы является и то, что прототип прибора, пусть и с недостаточными для навигационного класса характеристиками, но всё-таки реализован. Таким образом, задачей настоящей статьи является разработка теоретической модели динамики ядерной намагниченности двух изотопов благородного газа в схеме гироскопа на атомном спине с оптическим детектированием (в литературе по данной тематике принято использовать название «гироскоп на основе ЯМР» - ЯМГ), которая позволила бы учесть все основные физические эффекты, появляющиеся при реализации гироскопа. В итоге теоретическая модель должна дать возможность моделировать сигнал физического блока гироскопа и проводить многофакторную оптимизацию параметров гироскопа с целью достижения навигационного класса точности.

### 2. Описание и принцип работы ЯМГ

Рассмотрим основной принцип работы ЯМГ. Основным физическим блоком гироскопа является ячейка, в которой находятся два изотопа благородного газа, насыщенный пар щелочного металла и буферный газ азот. В качестве носителей ядерного спина используются два изотопа благородного газа –  $^{129}$ Xe и  $^{131}$ Xe, у которых гиромагнитные отношения ядер различаются.

Поскольку у атомов ксенона все электронные оболочки заполнены и не взаимодействует со светом, то для накачки и считывания поляризации ксенона используют щелочной металл (Rb или Cs). Передача спиновой поляризации между щелочными атомами и изотопами ксенона происходит путём спин-обменного взаимодействия. Для увеличения эффективности этого взаимодействия дополнительно используют буферный газ азот (N<sub>2</sub>), который позволяет также обеспечить тушение флуоресценции щелочных атомов.

При оптической накачке щелочных атомов в рабочей среде создаётся выделенное направление поляризации, которое передаётся от щелочного металла к ксенону посредством столкновений и спин-обменного взаимодействия. Поперечное радиочастотное поле, приложенное к ячейке, позволяет возбудить ЯМР обоих изотопов ксенона. Поскольку гиромагнитные отношения изотопов  $^{129}$ Хе и  $^{131}$ Хе различаются по знаку, ларморовская прецессия происходит для них в противоположных направлениях. Тогда измеряемые частоты прецессии изотопов ксенона во вращающейся со скоростью  $\Omega$  системе отсчёта гироскопа можно представить в виде

$$\omega_{129} = \gamma_{129} B_0 - \Omega,$$
(1)  

$$\omega_{131} = \gamma_{131} B_0 + \Omega.$$

Из (1) видно, что путём алгебраического исключения внешнего магнитного поля  $B_0$  мы можем определить величину  $\Omega$ . При этом сравнение суммарной частоты

$$\omega_0 = \omega_{129} + \omega_{131} = (\gamma_{129} + \gamma_{131})B_0 \tag{2}$$

с эталонной частотой даёт возможность реализовать стабилизацию постоянного внешнего магнитного поля  $B_0$ обратной связью на катушку. Использование внешней магнитной экранировки позволяет ЯМГ быть маловосприимчивым к флуктуациям магнитного поля.

Теперь перейдём к более детальному рассмотрению схемы чувствительного элемента ЯМГ (рис.1). Итак, возьмём ячейку 3, содержащую газовую смесь из двух изотопов, щелочного металла и буферного газа. Отметим, что концентрация щелочных атомов примерно на шесть порядков меньше, чем концентрации ксенона и азота. Приложим к ячейке однородное по всему объёму постоянное продольное магнитное поле 4, которое будет определять частоты прецессии ядерной намагниченности обоих изотопов (<sup>129</sup>Хе и <sup>131</sup>Хе) и резонансную частоту электронного парамагнитного резонанса атомов щелочного металла. Тогда вектор 2 ядерной намагниченности благородного газа будет совершать прецессионное движение (1) вокруг вектора индукции магнитного поля. Теперь приложим к ячейке два поперечных магнитных поля 5 на частоте ЯМР двух изотопов ксенона – <sup>129</sup>Хе и <sup>131</sup>Хе. Необходимо также приложить переменное магнитное поле вдоль оси пучка накачки, создаваемое катушкой 6 и вызывающее продольный электронный парамагнитный резонанс (ЭПР) щелочного металла. В качестве накачивающего и детектирующего лазера применяются малогабаритные лазерные источники типа VCSEL [22]. Для оптической накачки используется лазерное излучение 7 с круговой поляризацией, настроенное в резонанс с одним из переходов D<sub>1</sub>-линии щелочного металла. Направление распространения лазерной накачки совпадает с направлением вектора индукции магнитного поля, создаваемого катушкой 6. Детектирующий пучок 8 расположен перпендикулярно к накачивающему пучку и имеет линейную поляризацию. При прохождении детектирующего пучка через ячейку угол наклона  $\psi$  плоскости поляризации к оси z изменяется вследствие обратного парамагнитного эффекта Фарадея. До входа в ячейку плоскость поляризации 9 перпендикулярна плоскости ху. В конечном счёте



#### Рис.1. Схема чувствительного элемента ЯМГ:

 $I_0$  – постоянный ток, протекающий в катушках и создающий продольное магнитное поле  $B_0$  вдоль оси *z*;  $I_{\rm epr}$  – переменный ток, протекающий в катушках и создающий продольное переменное магнитное поле  $B_{\rm epr}$ ;  $I_{\rm nmr}^{(12)}$  и  $I_{\rm nmr}^{(131)}$  – переменные токи, протекающие в катушках и создающие поперечное переменное магнитное поле B, которое вызывает ЯМР в <sup>129</sup>Хе и <sup>131</sup>Хе соответственно;  $\psi$  – угол наклона плоскости поляризации к оси *z* (остальные обозначения см. в тексте).

излучение детектирующего пучка попадает на поляризационный делитель 10, разделяющий детектирующий пучок на два пучка, плоскости поляризации которых повернуты на углы  $+45^{\circ}$  и  $-45^{\circ}$  вокруг оси распространения детектирующего пучка относительно его первоначальной плоскости поляризации.

Таким образом, по изменению угла наклона плоскости поляризации детектирующего пучка при прохождении его через ячейку можно определить угловую скорость механического вращения  $\Omega$ . Здесь следует отметить, что поскольку пучок детектирующего лазера разделяется на два пучка с ортогональными поляризациями и измеряется разность их интенсивностей, то шум, возникающий на фотодетекторе, должен сравниваться не с интенсивностью детектирующего излучения, а именно с сигналом, который может быть на несколько порядков меньше. Это приводит к дополнительному требованию, предъявляемому к характеристикам схемы детектирования: она должна иметь как можно меньше шумов для достижения навигационного класса точности ЯМГ.

Нужно отметить, что реализация схемы гироскопа дополнительно осложняется двумя обстоятельствами. Вопервых, это необходимость обеспечения целого комплекса (более десяти) чувствительных обратных связей [23]. Во-вторых, поскольку измеряемый на фотодетекторе сигнал (угол наклона плоскости поляризации к оси *z*) имеет сложную природу, требуется развитие новых и совершенствование уже имеющихся способов демодуляции сигнала [25].

Перейдём к математическому описанию схемы, представленной на рис.1, и попытаемся построить теорию ЯМГ, в которой учтены все основные физические процессы, протекающие при накачке и считывании спиновой поляризации в газовой ячейке, содержащей смесь из щелочных атомов, изотопов ксенона и буферного газа азота.

## 3. Математическая модель гироскопа на атомном спине

Для того чтобы математически описать схему, приведённую на рис.1, рассмотрим по отдельности уравнения для накачки щелочных атомов и динамики изотопов благородного газа. Связующим звеном этих уравнений будет константа спин-обменного взаимодействия. Обратимся сначала к щелочным атомам, взаимодействующим с накачивающим,  $E^{p}(z,t)$ , и считывающим,  $E^{s}(z,t)$ , полями. При этом используем представление электрического поля в виде классической плоской волны, а схему уровней щелочного металла рассмотрим квантово-механически. Это так называемый полукласический подход, который хорошо зарекомендовал себя при описании таких систем [25,26]. Далее в качестве опорной используем частоту  $\omega$ , соответствующую разности энергий среднего арифметического из возбуждённых сверхтонких подуровней в D<sub>1</sub>линии и верхнего сверхтонкого подуровня щелочного металла в основном состоянии электронной оболочки 2S<sub>1/2</sub>.

Напряжённость электрического поля накачки, распространяющегося вдоль оси *x*, может быть представлена в следующем виде:

$$E^{p}(z,t) = E_{0}^{p}e_{p}\exp[-i(\omega t + \delta_{p}t - k_{p}z)] + c.c.,$$
(3)

где  $E_0^p$  – амплитуда накачивающего поля;  $e_p$  – единичный вектор поляризации (в круговом базисе он может быть

разложен на векторы e<sub>±</sub>, соответствующие левой и правой круговой поляризации);  $\delta_p$  – однофотонная отстройка накачивающего поля; k<sub>p</sub> – волновое число.

Аналогичным образом запишем выражение для поля сканирующего излучения, распространяющегося вдоль оси *z*:

$$\boldsymbol{E}^{s}(\boldsymbol{x},t) = E_{0}^{s}\boldsymbol{e}_{s}\exp[-\mathrm{i}(\omega t + \delta_{s}t - k_{s}x)] + \mathrm{c.c.}, \qquad (4)$$

где  $E_0^s$  – амплитуда считывающего поля;  $e_s$  – единичный вектор поляризации;  $\delta_s$  – однофотонная отстройка сканирующего поля;  $k_{\rm s}$  – волновое число.

Будем описывать состояние щелочного атома матрицей плотности  $\rho_{\alpha\beta}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{r},t)$ , где  $\boldsymbol{v}$  и  $\boldsymbol{r}$  – скорость и координата атома в лабораторной системе отсчета. Квантовые кинетические уравнения для матрицы плотности имеют вид

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{v}\nabla\right)\rho_{\alpha\beta}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{r},t)$$
  
=  $-\frac{\mathrm{i}}{\hbar}\sum_{j=1}^{N} [H_{\alpha j}\rho_{j\beta}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{r},t) - \rho_{\alpha j}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{r},t)H_{j\beta}] + R_{\alpha\beta} + S_{\alpha\beta},$  (5)

где  $\hat{H}$  – гамильтониан взаимодействия щелочного атома с лазерным полем; *R* – матрица релаксации; *S* – интеграл столкновений. Гамильтониан может быть представлен в виде  $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$ , где

$$\hat{H}_0 = \sum_i \varepsilon_i \left| i \right\rangle \left\langle i \right| \tag{6}$$

– гамильтониан в отсутствие лазерного поля:  $\varepsilon_i$  – энергии уровней щелочного атома; оператор  $\hat{V}$  описывает взаимодействие атома с лазерным полем. В дипольном приближении

$$\hat{V} = \hat{V}^{\mathrm{p}} + \hat{V}^{\mathrm{s}} + \gamma_{\mathrm{e}} \sum_{n,F} g_{nF} \hat{S}_{nF} \boldsymbol{B}(t), \qquad (7)$$

где  $\hat{V}^{\rm p} = -\hat{d}E^{\rm p}$ ;  $\hat{V}^{\rm s} = -\hat{d}E^{\rm s}$ ;  $\hat{d}$  – оператор дипольного момента щелочного металла; уе – гиромагнитное отношение щелочного атома; g<sub>nF</sub> – фактор Ланде для соответствующего энергетического уровня n и полного углового момента F; S<sub>nF</sub> – спиновые матрицы Паули для полного углового момента, соответствующего энергетическому уровню щелочного атома n; B(t) – вектор магнитного поля, представляющий собой суперпозицию приложенных к ячейке магнитных полей. Далее мы его рассмотрим более подробно.

Перейдём в базис сверхтонких состояний. Разделим матрицу плотности  $\hat{\sigma}$  в этом базисе на подматрицы, которые будут описывать два нижних сверхтонких уровня  $(\hat{\sigma}_{gg})$  и два верхних сверхтонких подуровня  $(\hat{\sigma}_{ee})$  в D<sub>1</sub>-линии и оптическую когерентность между ними ( $\hat{\sigma}_{eg}$ ) в предположении, что радиочастотные и зеемановские когерентности  $\hat{\sigma}_{gg'}$  и  $\hat{\sigma}_{ee'}$  равны нулю. Будем считать, что матрица плотности атомов вследствие эффекта Доплера зависит от проекций их скоростей на оси лазерных пучков и от координат вдоль них, следовательно  $\sigma \equiv \sigma(x, z, v_x, v_z, t)$ , а накачка организована с уровня с  $F_{\rm g}$  = 2 на уровни с  $F_{\rm e} = 1, 2.$ 

Выделим медленно меняющиеся компоненты оптической когерентности, создаваемой накачивающим и считывающим полями, которые обозначим как  $\sigma_{eg}^{p}(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{r}, t)$  и  $\sigma_{\rm eg}^{\rm s}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{r},t)$  соответственно:

$$\rho_{\rm eg}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{r},t) = \exp(i\omega t + i\delta_{\rm p}t - ik_{\rm p}z)\sigma_{\rm eg}^{\rm p}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{r},t) + \exp(i\omega t + i\delta_{\rm s}t - ik_{\rm s}x)\sigma_{\rm eg}^{\rm s}(\boldsymbol{v},\boldsymbol{r},t).$$
(8)

В работе рассматривается распределение атомов щелочного металла по скоростям, которое при термодинамическом равновесии в точности совпадает с распределением Максвелла:

$$\mu_{v}(v_{x}, v_{z}) = \left[\frac{1}{v_{0}\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{v_{z}^{2}}{v_{0}^{2}}\right)\right] \left[\frac{1}{v_{0}\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{v_{x}^{2}}{v_{0}^{2}}\right)\right], \quad (9)$$

где  $v_0 = \sqrt{2k_{\rm B}T/m_{\rm a}}$ ;  $k_{\rm B}$  – постоянная Больцмана; T – температура ячейки; m<sub>а</sub> – масса атома щелочного металла. В связи с тем, что атомы имеют сравнительно высокие скорости движения (поскольку  $T = 55 \,^{\circ}\text{C} - 80 \,^{\circ}\text{C}$ ), мы пренебрегаем коллективными многоатомными эффектами, наблюдающимися для холодных атомных ансамблей [27 - 29].

Далее выполним интегрирование по скоростям в предположении, что при столкновениях происходит максвеллизация, тогда динамическая система уравнений для элементов матрицы  $\hat{\sigma}$ , описывающих щелочной атом в основном и возбуждённом состояниях, который взаимодействует с полями накачки и считывания, будет иметь следующий вид:

- -

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\sigma}_{gg}}{\partial t} &- D_{gg} \left( \frac{\partial^2 \hat{\sigma}_{gg}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{\sigma}_{gg}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \hat{\sigma}_{gg}}{\partial z^2} \right) \\ &= \mathrm{i}(\hat{V}_{gg}^{\mathrm{p}} \times \hat{\sigma}_{gg} - \hat{\sigma}_{gg} \times \hat{V}_{gg}^{\mathrm{p}} + \hat{V}_{ge}^{\mathrm{s}} \times \hat{\sigma}_{eg}^{\mathrm{s}} - \hat{\sigma}_{ge}^{\mathrm{s}} \times \hat{V}_{eg}^{\mathrm{s}} \\ &+ \hat{V}_{ge}^{\mathrm{p}} \times \hat{\sigma}_{eg} - \hat{\sigma}_{ge} \times \hat{V}_{eg}^{\mathrm{p}} \right) + \mathrm{i}\mu \left\{ \left[ \sum_{\alpha = x, y, z} B_{\alpha}(t) \hat{S}_{\alpha} \right] \times \hat{\sigma}_{gg} \\ &- \hat{\sigma}_{gg} \times \left[ \sum_{\alpha = x, y, z} B_{\alpha}(t) \hat{S}_{\alpha} \right] \right\} + \mathrm{i}\mu_{\mathrm{shift}} B_{0}(\hat{S}_{\mathrm{shift}} \times \hat{\sigma}_{\mathrm{gg}} - \hat{\sigma}_{\mathrm{gg}} \times \hat{S}_{\mathrm{shift}}) \\ &+ \frac{1}{2} \mathcal{R}(\hat{P}_{1} \times \Im\{\hat{\sigma}_{\mathrm{ce}}, \hat{I}_{G}\} \times \hat{P}_{1} + \hat{P}_{2} \times \Im\{\hat{\sigma}_{\mathrm{ce}}, \hat{I}_{G}\} \times \hat{P}_{2}) \\ &- \mathcal{F}\left(\hat{\sigma}_{\mathrm{gg}} - \frac{1}{G}\hat{I}_{G}\right), \end{aligned}$$
(10)

$$\frac{\partial \hat{\sigma}_{ee}}{\partial t} - D_{ee} \left( \frac{\partial^2 \hat{\sigma}_{ee}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{\sigma}_{ee}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \hat{\sigma}_{ee}}{\partial z^2} \right)$$

$$= i(\hat{V}_{ee}^p \times \hat{\sigma}_{ee} - \hat{\sigma}_{ee} \times \hat{V}_{ee}^p + \hat{V}_{eg}^s \times \hat{\sigma}_{ge} - \hat{\sigma}_{eg}^s \times \hat{V}_{ge}^s$$

$$+ \hat{V}_{eg}^p \times \hat{\sigma}_{ge} - \hat{\sigma}_{eg} \times \hat{V}_{ge}^p) + i \frac{\mu}{3} \left\{ \left[ \sum_{\alpha = x, y, z} B_{\alpha}(t) \hat{S}_{\alpha} \right] \times \hat{\sigma}_{ee} - \hat{\sigma}_{ee} \times \left[ \sum_{\alpha = x, y, z} B_{\alpha}(t) \hat{S}_{\alpha} \right] \right\} - (\mathcal{R} + \mathcal{F}) \hat{\sigma}_{ee}$$

$$- v_{mix} \left( \hat{\sigma}_{ee} - \frac{1}{2} \Im \{ \hat{\sigma}_{ee}, \hat{I}_G \} \right), \qquad (11)$$

$$\begin{aligned} \nu_{\rm dec}\hat{\sigma}_{\rm ge}^{\rm p} &-\mathrm{i} \int_{-\infty}^{+\infty} [\hat{V}_{\rm gg}^{\rm p} \times \hat{\sigma}_{\rm ge}^{\rm p}(v_x, v_z) - \hat{\sigma}_{\rm ge}^{\rm p}(v_x, v_z) \times \hat{V}_{\rm ee}^{\rm p}] \mathrm{d}v_x \mathrm{d}v_z \\ &=\mathrm{i} \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_v(v_x, v_z) (\hat{V}_{\rm ge}^{\rm p} \times \hat{\sigma}_{\rm ee} - \hat{\sigma}_{\rm gg} \times \hat{V}_{\rm ge}^{\rm p}) \mathrm{d}v_x \mathrm{d}v_z, \end{aligned}$$
(12)

$$v_{\rm dec}\hat{\sigma}_{\rm ge}^{\rm s}-{\rm i}\int_{-\infty}^{+\infty} [\hat{V}_{\rm gg}^{\rm s}\times\hat{\sigma}_{\rm ge}^{\rm s}(v_{\rm x},v_{\rm z})-\hat{\sigma}_{\rm ge}^{\rm s}(v_{\rm x},v_{\rm z})\times\hat{V}_{\rm ee}^{\rm s}]{\rm d}v_{\rm x}{\rm d}v_{\rm z}$$

$$=\mathrm{i} \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_v(v_x, v_z) (\hat{V}_{\mathrm{ge}}^s \times \hat{\sigma}_{\mathrm{ee}} - \hat{\sigma}_{\mathrm{gg}} \times \hat{V}_{\mathrm{ge}}^s) \mathrm{d} v_x \mathrm{d} v_z.$$
(13)

Здесь  $D_{\alpha\alpha}$  – коэффициент диффузии в ячейке при заданных парциальных давлениях в смеси;  $v_{dec}$  – скорость релаксации оптической когерентности;  $v_{mix}$  – скорость перемешивания между зеемановскими уровнями в возбуждённом состоянии;  $\hat{V}_{gg}^{p}$  – подматрица оператора взаимодействия щелочного металла с полем накачки, содержащая отстройки накачивающего поля:

$$\hat{V}_{gg}^{p} = \begin{pmatrix} 0 \times \hat{I}_{G_{1}} & 0\\ 0 & \delta_{p} \times \hat{I}_{G_{2}} \end{pmatrix} + k \upsilon_{z} \hat{I}_{G};$$
(14)

 $\hat{V}_{gg}^{s}$  – подматрица оператора взаимодействия щелочного металла с полем считывания, содержащая отстройки считывающего поля:

$$\hat{V}_{gg}^{s} = \begin{pmatrix} (\delta_{s} + \omega_{hfsg}) \hat{I}_{G_{1}} & 0\\ 0 & \delta_{s} \hat{I}_{G_{2}} \end{pmatrix} + k \upsilon_{x} \hat{I}_{G};$$
(15)

 $\omega_{\rm hfsg}$  – сверхтонкое расщепление в основном состоянии;  $\hat{V}_{\rm ee}^{\rm p}$  – подматрица, позволяющая учесть сверхтонкое расщепление  $\omega_{\rm hfse}$  возбуждённого уровня в D<sub>1</sub>-линии:

$$\hat{V}_{ee}^{p} = \begin{pmatrix} \frac{\omega_{hfse}}{2} \hat{I}_{G_{1}} & 0\\ 0 & -\frac{\omega_{hfse}}{2} \hat{I}_{G_{2}} \end{pmatrix};$$
(16)

 $\hat{V}_{ge}^{p}$  – подматрица оператора взаимодействия щелочного металла с полем накачки, содержащая амплитуду и поляризацию поля (знак ± определяет левую или правую круговую поляризацию электрического поля):

$$\hat{V}_{ge}^{p} = \frac{d_{m}}{\hbar} (\hat{g}_{\pm}^{p} E_{\pm}^{p}); \qquad (17)$$

 $\hat{V}_{eg}^{s}$  – подматрица оператора взаимодействия щелочного металла с полем считывания, содержащая амплитуду и поляризацию поля:

$$\hat{V}_{eg}^{s} = \frac{d_{m}}{\hbar} (\hat{g}_{-}^{s} E_{-}^{s} + \hat{g}_{+}^{s} E_{+}^{s});$$
(18)

 $\hat{g}_{\pm}^{\rm p}$  и  $\hat{g}_{\pm}^{\rm s}$  – круговые компоненты оператора дипольного момента накачивающего и считывающего полей соответственно:

$$\hat{g}_{\pm}^{\text{p,s}} = G_{F_{\text{g}}F_{\text{e}}} \sum_{F_{\text{g}},F_{\text{e}},m,m'} (-1)^{F_{\text{g}}-m} \begin{pmatrix} F_{\text{g}} & 1 & F_{\text{e}} \\ -m & \pm 1 & m' \end{pmatrix} |F_{\text{g}},m\rangle \langle F_{\text{e}},m'|; \quad (19)$$

$$G_{F_{g}F_{e}} = (-1)^{F_{e}+J_{g}+I+1} \times \sqrt{(2F_{g}+1)(2F_{e}+1)} \begin{cases} I_{n} & F_{g} & J_{g} \\ 1 & J_{e} & F_{e} \end{cases}; (20)$$

где  $F_{\rm g}$  и  $F_{\rm e}$  – полные моменты сверхтонкого основного (|g)) и возбуждённого (|e)) уровней; m и m'– проекции полного момента атома в состояниях |g) и |e) соответственно;  $J_{\rm g}$  и  $J_{\rm e}$  – угловые моменты электронной оболочки;  $I_{\rm n}$  – угловой момент ядра;  $d_{\rm m}$  – приведённый дипольный мо-

мент перехода  $D_1$ -линии щелочного металла;  $\mu$  – константа, задающая расщепление зеемановских уровней в магнитном поле в первом порядке;  $\mu_{shift}$  – константа, задающая расщепление зеемановских уровней в магнитном поле во втором порядке (определяется из формулы Брейта – Раби [30]);  $B_{\alpha}(t)$  – проекции переменного магнитного поля на оси координат;  $\hat{S}_{\alpha}$  – матрицы Паули для соответствующих значений углового момента энергетического уровня;  $\hat{S}_{shift}$  – матрица, позволяющая учесть сверхтонкое расщепление частоты ЭПР для разных уровней:

$$\hat{S}_{\text{shift}} = \sum_{F,m} m |F,m\rangle \langle F,m|;$$
(21)

 $G = G_1 + G_2$  – полное число уровней, равное сумме чисел сверхтонких подуровней  $G_1$  и  $G_2$ ;  $\hat{I}_G$  – единичная матрица ранга G;  $\hat{P}_{1,2}$  – операторы проекций на соответствующий сверхтонкий уровень в **D**<sub>1</sub>-линии щелочного металла:

$$\hat{P}_{1} = \begin{pmatrix} \hat{I}_{G_{1}} & 0\\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{G},$$
(22)

$$\hat{P}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \hat{I}_{G_2} \end{pmatrix}_G.$$
(23)

В формулах (19), (20) круговые компоненты поляризации накачивающего и считывающего полей определены для разных направлений волнового вектора.

Константы  $\mathcal{R}$  и  $\mathcal{F}$  определяют релаксацию и рассчитаны с помощью теории спин-обменного взаимодействия:  $\mathcal{R}$  описывает скорость перехода атомов из возбуждённого состояния в невозбуждённое под действием неупругих столкновений с молекулами азота, а  $\mathcal{F}$  – процесс спин-обменного взаимодействия с атомами ксенона [31, 32].

Особого внимания заслуживает процесс релаксации спиновой поляризации щелочного металла в возбуждённом состоянии, который имеет место при столкновениях с атомами буферного газа. Электронная оболочка поляризованного атома в возбуждённом состоянии в D<sub>1</sub>-линии анизотропна, поэтому при столкновениях происходит перераспределение пространственной формы электронной оболочки. Этот процесс продолжается до тех пор, пока электронная оболочка не станет изотропной. Скорость описанного процесса деполяризации может быть оценена как частота столкновений с атомами буферного газа. Характерная особенность релаксации спиновой поляризации состоит в том, что время столкновений атомов щелочного металла и буферного газа при рассматриваемых температурах составляет всего 10<sup>-12</sup> с, тогда как характерное время взаимодействия ядра и электронной оболочки щелочного металла – около 10<sup>-9</sup> с. Этот фактор приводит к тому, что релаксация углового момента атома происходит неоднородно: разрушается только спиновая поляризация электронной оболочки атомов щелочного металла, состояние ядра при этом остаётся практически без изменений. Аналитический вид супероператора  $\Im\{\hat{\sigma}_{ee}, \hat{I}_G\}$  неоднородной релаксации для моделирования этого процесса в сверхтонком базисе подробно рассмотрены в работе [33].

Отметим, что для описания оптических когерентностей было использовано квазистационарное приближение, в котором считается, что скорость разрушения оптических когерентностей при столкновениях значительно превышает скорости остальных процессов. Поэтому в уравнениях мы положили  $\partial \hat{\sigma}_{eg} / \partial t = 0$ . При решении системы уравнений (10)–(13) необходимо учитывать, что матрица плотности нормирована на единицу, поэтому всегда выполняется условие

$$Tr(\hat{\sigma}_{gg}) + Tr(\hat{\sigma}_{ee}) = 1.$$
(24)

Поскольку в схеме ЯМГ используются достаточно высокие концентрации щелочных атомов, то накачивающее и считывающее поля поглощаются. Для того чтобы учесть это, необходимо систему уравнений (10)–(13) дополнить уравнениями Максвелла для поля:

$$\frac{\partial E_{\pm}^{p}(x,y,z)}{\partial z} = i \frac{k_{p} d_{m} n_{c}}{\varepsilon_{0}} \operatorname{Tr}[\hat{g}_{\pm}^{p} \times \sigma_{eg}^{p}(x,y,z)], \qquad (25)$$

$$\frac{\partial E_{\pm}^{s}(x,y,z)}{\partial x} = i \frac{k_{s} d_{m} n_{c}}{\varepsilon_{0}} \operatorname{Tr}[\hat{g}_{\pm}^{s} \times \sigma_{eg}^{s}(x,y,z)], \qquad (26)$$

где *n*<sub>c</sub> – концентрация атомов щелочного металла, которая зависит от температуры.

Для решения системы уравнений (10)–(13) и (25), (26) необходимо поставить граничные условия. Будем полагать, что при столкновении щелочного атома со стенкой он переходит из возбуждённого состояния в основное, т.е. населённость возбуждённого уровня равна нулю, оптические когерентности при этом разрушаются. Населённости нижних подуровней выравниваются. Математически это можно сформулировать следующим образом:

$$\hat{\sigma}_{\rm gg}|_{\rm cell\ boundary} = \frac{1}{G}\hat{I}_G,\tag{27}$$

$$\hat{\sigma}_{ee}|_{cell \text{ boundary}} = \hat{\sigma}_{eg}|_{cell \text{ boundary}} = 0 \cdot \hat{I}_G.$$
(28)

Для электрических полей граничные условия имеют вид

$$E_{\pm}^{p}(x, y, z = 0, t) = f_{\pm}^{p}(x, y, z),$$
<sup>(29)</sup>

$$E_{\pm}^{s}(x=0,y,z,t) = f_{\pm}^{s}(y,z,t).$$
(30)

Теперь перейдём к рассмотрению динамики ядерной поляризации изотопов ксенона <sup>129</sup>Хе и <sup>131</sup>Хе. Для описания эволюции спина ядра благородного газа воспользуемся математическим аппаратом на основе уравнений Блоха [34]. Для этого введём макроскопический магнитный момент единицы объёма (намагниченность)  $M_{\xi}(t)$ , создаваемый  $\xi$ -изотопом ( $\xi = 129$ , 131) газовой смеси, а символом  $M_{\xi max}$  обозначим максимально возможную намагниченность  $\xi$ -изотопа ксенона, при которой все магнитные моменты ядер благородного газа параллельны:

$$M_{\xi \max} = \gamma_{\xi} n_{\xi} I_{\xi} \hbar, \qquad (31)$$

где  $\gamma_{\xi}$ ,  $n_{\xi}$  и  $I_{\xi}$  – гиромагнитное отношение ядра, концентрация и угловой момент ядра  $\xi$ -изотопа в газовой смеси.

Уравнения Блоха при учёте процессов релаксации и спин-обменного взаимодействия примут следующий вид [35, 36]:

$$\frac{\mathrm{d}M_{\xi}(t)}{\mathrm{d}t} = \gamma_{\xi} [M_{\xi}(t) \times \boldsymbol{B}'(t)] - \Gamma_{\xi} M_{\xi}(t) + \Gamma_{\xi}^{\mathrm{SE}} [M_{\xi \max} \boldsymbol{P}_{\mathrm{e}} - M_{\xi}(t)].$$
(32)

Здесь  $\Gamma_{\xi}^{\text{SE}}$  – скорость намагничивания  $\xi$ -изотопа ксенона при спин-обменном взаимодействии с поляризованными атомами щелочного металла;  $\Gamma_{\xi}$  – феноменологическая скорость релаксации ядерной намагниченности  $\xi$ -изотопа ксенона, обусловленная столкновениями со стенками и бинарными столкновениями с другими атомами в ячейке; B'(t) – вектор магнитного поля в газовой ячейке;  $P_e(t)$  – вектор спиновой поляризации щелочного металла, усреднённый по периоду ЭПР. Константы  $\Gamma_{\xi}^{\text{SE}}$  в уравнении (32) и  $\mathcal{F}$  в (10)–(13) характеризуют один и тот же процесс и связаны между собой алгебраическим выражением. Ввиду громоздкости этого выражения и сложности теории спин-обменного взаимодействия мы не приводим его в статье, а отправляем читателя к первоисточнику [31, 32].

Рассмотрим более детально составляющие вектора магнитного поля B(t). Известно, что атомы щелочного металла в ячейке находятся под действием эффективного магнитного поля, создаваемого поляризованным ксеноном. При этом эффективное магнитное поле оказывается усиленным (увеличенным на три порядка) за счёт фермиконтактного взаимодействия в паре щелочной атом атом благородного газа (коэффициент усиления обычно обозначают буквой  $\lambda$ ). Данный эффект приводит к различию индукций магнитного поля B(t) и B'(t) в уравнениях (10)–(13) для щелочного металла и в уравнении (32) для каждого изотопа благородного газа.

Как было сказано выше, газовая ячейка помещена в продольное магнитное поле  $B_0$ , направленное вдоль оси z. Также вдоль оси z приложено переменное высокочастотное магнитное поле с амплитудой  $B_{\rm epr}$  и частотой  $\omega_{\rm epr}$ , вызывающее продольный ЭПР:

$$B_z(t) = B_0 + B_{\rm epr}\sin(\omega_{\rm epr}t).$$
(33)

В плоскости *ху* приложено поле, вызывающее ЯМР обоих изотопов ксенона:

$$B_x(t) = \sum_{\xi} B_{x\xi} \sin(\omega_{\text{nmr}\xi} t + \varphi_{x\xi}), \qquad (34)$$

$$B_{y}(t) = \sum_{\xi} B_{y\xi} \sin(\omega_{\text{nmr}\xi} t + \varphi_{y\xi}).$$
(35)

Здесь  $\omega_{nmr\xi}$  – частота переменного магнитного поля, вызывающего ЯМР  $\xi$ -изотопа ксенона;  $B_{x\xi}$ ,  $B_{y\xi}$  и  $\varphi_{x\xi}$ ,  $\varphi_{y\xi}$  – амплитуды и фазы, задающие величину и поляризацию переменного магнитного поля в плоскости xy. Мы будем предполагать, что величина и направление магнитного поля однородны по всему объёму газовой смеси. Это приближение может быть справедливым для газовых ячеек, в которых время пролёта атомов ксенона через ячейку намного меньше времени жизни спина ядра. Благодаря этому условию ядерная намагниченность благородного газа усредняется по объёму.

Поля (33)–(35) создаются внешними источниками (катушками) и входят в уравнения для щелочного металла (10)–(13) и ядерной намагниченности (32) одинаковым образом. Определим их сумму как внешнее магнитное поле:

$$\boldsymbol{B}_{\text{ext}}(t) = B_{x}(t)\boldsymbol{e}_{x} + B_{y}(t)\boldsymbol{e}_{y} + B_{z}(t)\boldsymbol{e}_{z}.$$
(36)

Далее рассмотрим поля, создаваемые в газовой ячейке спиновыми поляризациями щелочного металла и благородного газа. Спиновая поляризация щелочного металла создаёт добавочное поле  $B_{alk}$ , которое влияет на прецессионное движение вектора намагниченности обоих изотопов ксенона [34]:

$$\boldsymbol{B}_{alk}(t) = \mu_0 n_c \mu_B \lambda \boldsymbol{P}_e(t). \tag{37}$$

Здесь  $\mu_0$  – магнитная постоянная;  $\mu_B$  – магнетон Бора. Отметим, что поле **B**<sub>alk</sub> направлено вдоль вектора спиновой поляризации щелочного металла, направление которого, в свою очередь, определяется осью распространения излучения накачки. В нашем случае это ось *z*.

Ядерная намагниченность  $\xi$ -изотопа ксенона  $M_{\xi}(t)$  создаёт эффективное магнитное поле  $B_{\text{eff}\xi}(t)$ , которое действует на щелочной металл:

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{eff}\xi}(t) = \mu_0 \lambda \boldsymbol{M}_{\xi}(t). \tag{38}$$

Именно оно несёт информацию о прецессии ядерного спина атомов благородного газа и, следовательно, о частоте механического вращения датчика. Теперь можно определить индукцию магнитного поля, в котором находятся щелочные атомы (B(t)) и атомы ксенона (B'(t)):

$$\boldsymbol{B}(t) = \boldsymbol{B}_{\text{ext}}(t) + \sum_{\xi} \boldsymbol{B}_{\text{eff}\,\xi}(t), \qquad (39)$$

$$\boldsymbol{B}'(t) = \boldsymbol{B}_{\text{ext}}(t) + \boldsymbol{B}_{\text{alk}}(t).$$
(40)

Таким образом, можно сделать вывод, что система уравнений для щелочного металла (10)–(13), (25), (26) и уравнения Блоха (32), модифицированные для учёта процессов релаксации и спин-обменного взаимодействия, по сути описывают основные физические процессы, происходящие при функционировании ЯМГ. Стоит отметить, что система уравнений (10)–(13), (25), (26) и (32) является самосогласованной, а связь этих уравнений между собой и превращение в единую неразрывную математическую модель происходят за счёт как константы спин-обменного взаимодействия  $\Gamma_{\xi}^{SE}$ , так и магнитных полей B(t) и B'(t). Дальнейшим этапом является совместное решение данной системы уравнений.

#### 4. Основные результаты

В этом разделе мы рассмотрим в качестве примера результаты расчёта сигнала в схеме гироскопа, полученные путём совместного решения системы уравнений (10)-(13), (25), (26) и (32). В качестве щелочного металла был выбран атом рубидия <sup>87</sup>Rb. О трудоёмкости расчёта можно судить по разным временным масштабам динамической модели. Наибольшему временному масштабу соответствует прецессионное движение ядерной намагниченности, период которого составляет сотые доли секунды. Наименьший временной масштаб имеет установление оптической когерентности щелочного металла под действием лазерной накачки, период которого оценивается в десятки наносекунд. Можно назвать ещё ряд процессов, происходящих внутри ячейки, с промежуточными периодами. Например, прецессионное движение спиновой поляризации щелочного металла, период которого составляет единицы микросекунд. Решение динамической системы уравнений, описывающей серию процессов с очень разными скоростями протекания, приводит к необходимости рассматривать большие промежутки времени с малым шагом разбиения. Это негативно сказывается на скорости выполнения программы, реализующей математическую модель.

Ниже приведены результаты расчётов, выполненных при следующих условиях: в качестве щелочного металла используется атом <sup>87</sup>Rb; температура ячейки равна 70 °C (343 K); ячейка имеет размер 5 × 5 × 5 см; давления буферного газа N<sub>2</sub> и каждого из двух изотопов (<sup>129</sup>Xe и <sup>131</sup>Xe) одинаковы и составляют 10 Тор; магнитное поле  $B_0 =$ 12 мкТл; поле  $B_{\rm epr} = 1.9B_0$ ; излучение накачки с правой круговой поляризацией и интенсивностью  $I_{\rm p} = 1$  мВт/см<sup>2</sup> настроено посередине между переходами  $|F_{\rm g} = 2\rangle \rightarrow |F_{\rm e} = 1\rangle$ и  $|F_{\rm g} = 2\rangle \rightarrow |F_{\rm e} = 2\rangle$ ; сканирующее поле с линейной поляризацией и интенсивностью  $I_{\rm s} = 1$  мВт/см<sup>2</sup> отстроено от середины между уровнями  $|F_{\rm e} = 1\rangle$  и  $|F_{\rm e} = 2\rangle$  на  $\delta_{\rm s} = -4\omega_{\rm hfs}$ ; профиль электрического поля предполагался постоянным в поперечной плоскости; коэффициенты усиления намагниченности  $\lambda = 500$ .

Как было сказано выше, под сигналом гироскопа мы понимаем зависимость угла наклона плоскости поляризации детектирующего пучка при прохождении через ячейку от времени. На рис.2 показан сигнал ЯМГ. Видно, что он имеет сложную составную структуру. Важным выводом из анализа рис.2 является то, что простые методы демодуляции не позволяют определить с необходимой точностью значения частот механического вращения. Таким образом, к чисто вычислительной проблеме, о которой говорилось выше, добавляется серьёзная проблема демодуляции данного сигнала [24]. Область сигнала на частотах ЭПР исследована плохо. Сложная структура сигнала наводит на мысль о возможности улучшения характеристик гироскопа, если использовать высокодоб-



Рис.2. Сигнал S(t) гироскопа, полученный на разных временных масштабах: 0.5 (*a*) и 50 мс ( $\delta$ ).



Рис.3. Сигнал S(t) после усреднения по периоду ЭПР, содержаший низкочастотные компоненты, связанные с прецессией ядерной намагниченности ксенона.

ротный метод демодуляции с усовершенствованными алгоритмами. При этом стоит отметить, что стандартные методы демодуляции не позволяют получить необходимую точность гироскопа. Новые алгоритмы демодуляции дадут возможность провести многофакторную оптимизацию и определить параметры гироскопа, обеспечивающие достижение им навигационного класса точности.

Для выделения медленной прецессии ядерной намагниченности, содержащей информацию о механическом вращении гироскопа, необходимо провести усреднение сигнала по периоду ЭПР, в результате чего получается эффективный сигнал, который представлен на рис.3. Несмотря на простоту реализации, такой подход имеет недостатки, связанные с появлением фазовой модуляции низкочастотного сигнала прецессии ксенона. Их учёт превращается в отдельную сложную задачу демодуляции.

Существует альтернативный подход к обработке сигнала, позволяющий выделить частоты прецессии ядерной намагниченности обоих изотопов ксенона без высших гармоник, связанных с фазовой модуляцией. Суть его заключается в использовании синхронного детектора на частоте ЭПР, которая в сигнале на рис.2 является несущей частотой быстрых осцилляций. Синхронный детектор может выделить как первую, так и вторую гармонику частоты ЭПР. Однако, поскольку сигнал второй гармоники меньше по амплитуде, чем сигнал первой гармоники, в качестве примера мы приводим результаты моделирования синхронного детектирования сигнала первой гармоники. На рис.4 представлена огибающая сигнала, которая получается на выходе синхронного детектора. Последующая демодуляция этого сигнала для выделения частот прецессии ксенона оказывается проще, чем в первом случае, и именно она используется на практике.

Таким образом, можно утверждать, что построенная в работе теоретическая модель ЯМГ позволяет моделировать его сигнал. Число входных и выходных параметров гироскопа - около двух десятков, поэтому использо-



вание теоретической модели в совокупности с усовершенствованными методами демодуляции сигнала дают возможность проводить многофакторную оптимизацию, с помощью которой можно будет существенно продвинуться в поиске наиболее оптимальных параметров для достижения требуемой точности гироскопа.

Необходимо отметить, что в работе рассмотрена оптическая накачка щелочного металла одночастотным полем. При этом приложение двух оптических полей может привести к появлению дополнительных возможностей по оптической накачке и тем самым позволит повысить точность ЯМГ. Однако данная задача значительно усложняется, поскольку в такой схеме могут возникать так называемые тёмные состояния, которые при наличии плотной среды могут приводить к повороту плоскости поляризации и возникновению эллиптичности линейно поляризованного вдоль оси х излучения на входе [37]. Вероятно, что использование частично коррелированного двухчастотного излучения может предоставить дополнительные возможности для реализации ЯМГ [38].

#### 5. Выводы

В работе описана схема гироскопа на основе ЯМР (ЯМГ). В рамках полуклассического подхода разработана теоретическая модель накачки и считывания спиновой поляризации насыщенного пара щелочного металла в ячейке. С использованием уравнений Блоха построена модель, описывающая динамику ядерной намагниченности двух изотопов благородного газа. Эти две модели объединены в одну самосогласованную модель путём учёта спин-обменного взаимодействия. Данная теоретическая модель описывает основные физические процессы физического блока ЯМГ. На основе полученной модели построена временная зависимость сигнала гироскопа. Отмечено, что сигнал имеет периодическую, но сложную составную структуру. Определение скорости механического вращения с необходимой точностью простыми методами демодуляции не представляется возможным. Таким образом, анализ полученной формы сигнала позволяет сформулировать будущую исследовательскую задачу в этой области – разработку новых методов и алгоритмов демодуляции сигнала ЯМГ, обеспечивающих высокую точность. В заключение рассмотрен сигнал гироскопа после прохождения через синхронный детектор на частоте ЭПР.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы» (соглашение № 14.578.21.0211, уникальный идентификатор соглашения RFMEFI57816X0211).

- Rabi I.I., Zacharias J.R., Millman S., Kusch P. Phys. Rev., 53, 318 1. (1938).
- 2. Померанцев Н.М. УФН, 65, 87 (1958).
- Waters G.S., Francis P.D. J. Sci. Instrum., 35, 88 (1958). 3.
- 4. Габуда С.П., Плетнев Р.Н., Федотов М.А. Ядерный магнитный резонанс в неорганической химии (М.: Наука, 1988).
- 5. Lauterbur P.C. Nature, 242, 5394 (1973).
- Малеев П.И. Новые типы гироскопов (Л.: Судостроение, 1971). 6.
- 7. Simpson J.H., Fraser J.T., Greenwood I.A. IEEE Trans. Aerosp. Support, 1, 1107 (1963).
- 8. Литманович Ю.А., Вершовский А.К., Пешехонов В.Г. Материалы пленарного заседания 7-й российской мультиконференции по проблемам управления (С.-Петербург, 2014, с. 35).

- Вершовский А.К., Литманович Ю.А., Пазгалёв А.С., Пешехонов В.Г. Гироскопия и навигация, 26 (1), 55 (2018).
- Умарходжаев Р.М. *Радиотехника и электроника*, **22**, 597 (1977).
   Greenwood I.A. United State Patent 4.403.190 (1983).
- Chenwood I.A. Onied State Facility 4405(1963).
   Kornack T.W., Ghosh R.K., Romalis M.V. Phys. Rev. Lett., 95, 230801 (2005).
- Dong H., Fang J., Qin J., Chen Y. Opt. Commun, 284, 2886 (2011).
- 14. Kanegsberg E.A. Proc. SPIE, 157, 73 (1978).
- Larsen M. Mater. Conf. «Frequency Control Symposium (FCS)» (Baltimore, 2012, p. 1).
- Korver A., Thrasher D., Bulatowicz M., Walker T.G., *Phys. Rev.* Lett., 115, 253001 (2015).
- 17. Мейер Д., Ларсен М. Гироскопия и навигация, № 1, 3 (2014).
- 18. Walker T.G., Larsen M.S. Adv. At. Mol. Opt. Phys., 65, 377 (2016),
- 19. Cooper J.J., Hallwood D.W., Dunningham J.A. arXiv:1003.3587.
- Zhang C., Yuan H., Tang Z., Quan W., Fang J.C. *Appl. Phys. Rev.*, 3, 041305 (2016).
- Zhang D.-W., Xu Zh.-Yi, Zhou M., Xu X.-Ye. Chin. Phys. B, 26, 023201 (2017).
- 22. Малеев Н.А., Блохин С.А., Бобров М.В. и др. Гироскопия и навигация, **26** (1), 81 (2018).
- 23. Попов Е.Н., Баранцев К.А., Литвинов А.Н. и др. Гироскопия и навигация, **24** (4), 3 (2016).

- 24. Попов Е.Н., Баранцев К.А., Ушаков Н.А. и др. Гироскопия и навигация, **26** (1), 93 (2018).
- 25. Opechowski W. Rev. Mod. Phys., 25, 264 (1953).
- 26. Cohen-Tannoudji C., Laloë F. J. Phys., 28, 722 (1967).
- 27. Sokolov I.M., Kuraptsev A.S., Kupriyanov D.V., et al. J. Mod. Opt., 60, 50 (2013).
- 28. Roof S., Kemp K., Havey M.D., et al. Opt. Lett., 40, 1137 (2015).
- Skipetrov S.E., Sokolov I.M., Havey M.D. Phys. Rev. A, 94, 013825 (2016).
- 30. Lindberg M., Binder R. Phys. Rev. Lett., 75, 1403 (1995).
- 31. Happer W., Miron E., Schaefer S., et al. Phys. Rev. A, 29, 3092 (1984).
- 32. Zeng X., Wu Z., Call T., et al. Phys. Rev. A, 31, 260 (1985).
- Попов Е.Н., Воскобойников С.П., Устинов С.М. и др. ЖЭТФ, 152, 1179 (2017) [JETP, 125, 1005 (2017)].
- 34. Абрагам А. Ядерный магнетизм (М.: ИЛ, 1963).
- Popov E.N., Barantsev K.A., Litvinov A.N. J. Appl. Magn. Reson., 48, 761 (2017).
- Popov E.N., Barantsev K.A., Litvinov A.N. *Phys. Wave Phenom.*, 24, 203 (2016).
- Баранцев К.А., Попов Е.Н., Литвинов А.Н. Квантовая электроника, 47, 777 (2017) [Quantum Electron., 47, 777 (2017)].
- Баранцев К.А., Литвинов А.Н., Попов Е.Н. ЖЭТФ, 152, 1165 (2017) [JETP, 125, 993 (2017)].