

Адаптивная коррекция изображения некогерентного источника-объекта

В.П.Лукин

Описаны особенности работы оптической системы для формирования изображения некогерентного источника в условиях атмосферных помех. Рассмотрено влияние атмосферной турбулентности. Расчеты выполнены в приближении Френеля–Гюйгенса. Исследованы характеристики изображения для «длинной» и «короткой» экспозиций. Обсуждаются вопросы, связанные с адаптивной коррекцией общих наклонов фронта световой волны. Показаны пределы применимости фазовой адаптивной коррекции с использованием опорного источника.

Ключевые слова: турбулентность, изображение, адаптивная коррекция, опорный источник, сильные флуктуации.

1. Введение

Одной из задач оптики является наблюдение объектов с предельно высокими угловым и пространственным разрешениями, определяемыми только длиной волны излучения λ и диаметром апертуры телескопа D . Важнейшим искажающим фактором выступает при этом атмосферная турбулентность. Этот фактор, определяющий в оптическом диапазоне так называемый радиус корреляции фазовых атмосферных искажений r_0 , или радиус Фрида, может меняться в достаточно широком диапазоне. Поэтому при обычных наблюдениях практически любой телескоп будет давать угловое разрешение, задаваемое параметром λ/r_0 и не зависящее от размера телескопа, тогда как дифракционное разрешение телескопа, равное λ/D , оказывается, как правило, существенно выше. В настоящее время решение задачи увеличения углового разрешения при формировании изображения ведется несколькими методами, в том числе основанными на коррекции волнового фронта, т. е. адаптивными фазовыми [1] и цифровыми последетекторными [2–4] методами (например, методами апертурного синтеза), а также методами, базирующимися на чисто инженерных решениях.

Обычно задачу повышения качества формирования изображения решают при следующих исходных условиях: объект наблюдения находится в малом угле, 5''–10'', т. е. обеспечивается условие изопланатизма [1]; время регистрации меньше времени «замороженности» атмосферы (условие статистической независимости атмосферных искажений); регистрация проводится в узком спектральном диапазоне $\Delta\lambda$ вблизи выделенной длины волны: $\Delta\lambda = \lambda r_0/D$ (условие квазимонохроматичности). В реальной ситуации объект подсвечивается солнечным светом, возможен вариант некогерентной оптической подсветки объекта, при которой не возникают спеклы в сформированном на объекте поле.

В.П.Лукин. Институт оптики атмосферы им. В.Е.Зуева СО РАН, Россия, 634021 Томск, пл. Акад. Зуева, 1; e-mail: lukin@iao.ru

Поступила в редакцию 27 июля 2018 г., после доработки – 27 сентября 2018 г.

2. Формулировка расчетной задачи

Поставим задачу записать выражение для распределения средней интенсивности изображения некогерентного объекта-источника, наблюдаемого через слой турбулентной среды. Рассмотрим следующую схему. Пусть некогерентный излучающий объект или объект, освещенный солнечным светом, находится внутри турбулентной атмосферы на расстоянии L от приемного телескопа (объектива). Телескоп имеет апертуру диаметром D и фокусное расстояние F . Формирование изображения будем описывать в приближении метода Френеля–Гюйгенса [5, 6]. Тогда распределение мгновенной плотности мощности излучения в плоскости резкого изображения X_{img} можно представить в виде

$$I_{\text{img}}(\mathbf{r}) = \iint_{\Sigma} d^4\rho_{1,2} W(\rho_1/R_a) W^*(\rho_2/R_a) \times G_0(0, \rho_1; -X_{\text{img}}, \mathbf{r}) G_0^*(0, \rho_2; -X_{\text{img}}, \mathbf{r}) \exp(-ikr \frac{\rho_1 - \rho_2}{F}) \times \iint d^4r_{1,2} U_{\text{ob}}(\mathbf{r}_1) U_{\text{ob}}^*(\mathbf{r}_2) G(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) G^*(L, \mathbf{r}_2; 0, \rho_2), \quad (1)$$

где $W(\rho_1/R_a)$ – апертурная функция телескопа; Σ – приемная апертура; $G_0(0, \rho_1; -X_{\text{img}}, \mathbf{r})$ – функция Грина свободного пространства (внутри телескопа); $G(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1)$ – функция Грина турбулентной среды в пространстве между объектом и телескопом; k – волновое число излучения; $\rho_{1,2}$ и $\mathbf{r}_{1,2}$ – двумерные векторы; R_a – радиус апертуры телескопа.

Прежде всего, в выражении (1) выполним усреднение по флуктуациям источника излучения, при этом предположим, что поле излучения $U_{\text{ob}}(\mathbf{r}_1)$ является некогерентным, поэтому для функции когерентности используем следующее приближение:

$$\langle U_{\text{ob}}(\mathbf{r}_1) U_{\text{ob}}^*(\mathbf{r}_2) \rangle = I_{\text{ob}}(\mathbf{r}_1) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (2)$$

где $I_{\text{ob}}(\mathbf{r}_1)$ – поверхностная яркость источника; $\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ – дельта-функция Дирака.

В результате выражение (1) перепишем в виде

$$I_{\text{img}}(\mathbf{r}) = \iint_{\Sigma} d^4 \rho_{1,2} W(\rho_1/R_a) W^*(\rho_2/R_a) \times G_0(0, \rho_1; -X_{\text{img}}, \mathbf{r}) G_0^*(0, \rho_2; -X_{\text{img}}, \mathbf{r}) \exp\left(-ikr \frac{\rho_1 - \rho_2}{F}\right) \times \iint d^2 r_1 I_{\text{ob}}(\mathbf{r}_1) G(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) G^*(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2), \quad (3)$$

что несколько упрощает вычисления.

Выражение (3) соответствует мгновенному значению распределения плотности мощности в изображении некогерентного источника, имеющего функцию яркости вида (2). Далее, воспользовавшись фазовым приближением [7] метода Френеля–Гюйгенса, обобщенного для случайно-неоднородных сред, имеем

$$G(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) G^*(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2) = G_0(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) G_0^*(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2) \times \exp\{i[S(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) - S(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2)]\}, \quad (4)$$

где $S(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1)$ и $S(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2)$ – фазовые флуктуации элементарной сферической волны, распространяющейся из точки с координатами L, \mathbf{r}_1 в точку с координатами $0, \rho_1$;

$$G_0(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) = \frac{\exp[ikL + ik(\rho_1 - r_1)^2/(2L)]}{L}.$$

Анализ выражений (1), (3) и (4) показывает, что для осуществления фазовой адаптивной коррекции турбулентных искажений необходимо воспользоваться сигналом от опорного источника. Оптимальным является опорный источник сферической волны, расположенный в плоскости наблюдаемого объекта-источника в пределах области изопланатизма фазовых флуктуаций [8–10]. Далее мы будем применять именно такой точечный опорный источник, находящийся на оптической оси в точке $(L, 0)$. В итоге получаем, что сигнал для коррекции, формируемый от опорного источника, представляет собой фазу сферической волны вида $S(L, 0; 0, \rho_1)$. При этом размеры самого некогерентного объекта должны быть меньше размеров области изопланатизма [10, 11], обусловленного турбулентной средой.

Если же объект расположен достаточно далеко от турбулентного слоя, тогда на входе в него волновой фронт оптической волны от объекта является практически плоским. Такая ситуация имеет место в астрономии и при наблюдении спутников. В этом случае выражение (1) можно переписать в виде

$$I_{\text{img}}(\mathbf{r}) = \iint_{\Sigma} d^4 \rho_{1,2} W(\rho_1/R_a) W^*(\rho_2/R_a) \times G_0(0, \rho_1; -X_{\text{img}}, \mathbf{r}) G_0^*(0, \rho_2; -X_{\text{img}}, \mathbf{r}) \exp\left(-ikr \frac{\rho_1 - \rho_2}{F}\right) \times \exp\{i[S(0, \rho_1) - S(0, \rho_2)]\}, \quad (5)$$

где $S(0, \rho_1)$ – обусловленные действием турбулентности атмосферы фазовые флуктуации в плоской волне. В данном случае оптимальной опорной волной [1] является

плоская волна, падающая на апертуру в пределах угла, не превышающего углового размера области изопланатизма.

В дальнейшем будем рассматривать только тот случай, когда некогерентный объект-источник расположен внутри турбулентной среды. Сам объект освещается солнечным светом, а для создания опорного источника можно применять дополнительную подсветку. Так, например, в качестве опорной волны можно использовать излучение, отраженное назад [1, 11] с помощью уголкового отражателя. При этом размер уголкового отражателя d нужно выбирать из условия $d < \sqrt{\lambda L}$ (здесь λ – длина волны излучения подсветки), т.е. он не должен превышать размера первой зоны Френеля.

В результате подстановки выражения (4) в (3) получаем

$$I_{\text{img}}(\mathbf{r}) = \iint_{\Sigma} d^4 \rho_{1,2} W(\rho_1/R_a) W^*(\rho_2/R_a) \times G_0(0, \rho_1; -X_{\text{img}}, \mathbf{r}) G_0^*(0, \rho_2; -X_{\text{img}}, \mathbf{r}) \exp\left(-ikr \frac{\rho_1 - \rho_2}{F}\right) \times \iint d^2 r_1 I_{\text{ob}}(\mathbf{r}_1) G_0(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) G_0^*(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2) \times \exp\{i[S(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) - S(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2)]\}. \quad (6)$$

Для перехода от мгновенного к среднему значению принимаемой интенсивности изображения объекта выполним усреднение в (6), предположив, что фазовые флуктуации $S(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1)$ представляют собой гауссово случайное поле. Тогда в результате усреднения по случайным турбулентным флуктуациям выражение (6) принимает вид (угловые скобки означают усреднение)

$$\langle I_{\text{img}}(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{L^2 X_{\text{img}}^2} \iint_{\Sigma} d^4 \rho_{1,2} W(\rho_1/R_a) W^*(\rho_2/R_a) \times \exp\left\{ik\left[\frac{(\rho_1 - r)^2}{2X_{\text{img}}} - \frac{(\rho_2 - r)^2}{2X_{\text{img}}}\right]\right\} \exp\left(-ikr \frac{\rho_1 - \rho_2}{F}\right) \times \iint d^2 r_1 I_{\text{ob}}(\mathbf{r}_1) \exp\left\{ik\left[\frac{(\rho_1 - r_1)^2}{2L} - \frac{(\rho_2 - r_1)^2}{2L}\right]\right\} \times \langle \exp\{i[S(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) - S(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2)]\} \rangle. \quad (7)$$

Нетрудно показать, что флуктуационный фазовый член $\langle \exp\{i[S(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) - S(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2)]\} \rangle$, вычисленный для «длинной» экспозиции [12], выражается через структурную функцию фазы в следующем виде:

$$\langle \exp\{i[S(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) - S(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2)]\} \rangle = \exp\left\{-\frac{1}{2} \langle [S(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) - S(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2)]^2 \rangle\right\}. \quad (8)$$

Кроме того, для колмогоровской модели турбулентности [5] структурная функция фазы $D_S(\rho_1 - \rho_2)$ запишется в виде

$$\langle [S(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_1) - S(L, \mathbf{r}_1; 0, \rho_2)]^2 \rangle = D_S(\rho_1 - \rho_2) = 6.88 \frac{|\rho_1 - \rho_2|^{5/3}}{r_0^{5/3}}, \quad (9)$$

где r_0 – радиус когерентности (параметр Фрида) для сферической волны, который вычисляется [5, 6] по формуле

$$r_0 \approx \left[0.42k^2 \int_0^L C_n^2(\xi) (1 - \xi/L)^{5/3} d\xi \right]^{-3/5}.$$

Если в (7) сделать замену переменных ($\rho_1 - \rho_2 = \rho$, $\rho_1 + \rho_2 = 2R$), а также воспользоваться формулой тонкой линзы ($F^{-1} = L^{-1} + X_{\text{img}}^{-1}$), то распределение средней интенсивности изображения в условиях длинной экспозиции [12] будет иметь вид

$$\begin{aligned} \langle I(X_{\text{img}}, r) \rangle &= \frac{1}{L^2 X_{\text{img}}^2} \iint_{\Sigma} d^2\rho \iint_{\Sigma} d^2R W\left(\frac{R + \rho/2}{R_a}\right) \\ &\times W^*\left(\frac{R - \rho/2}{R_a}\right) \exp\left[-ikr \frac{\rho}{X_{\text{img}}} - 3.44\left(\frac{\rho}{r_0}\right)^{5/3}\right] \\ &\times \iint d^2r_1 I(r_1) \exp(-ikr_1 \frac{\rho}{L}). \end{aligned} \quad (10)$$

Далее введем функцию перекрытия [12] приемной апертуры $K_a(\rho)$, характеризующую первый внутренний интеграл в (10), в виде

$$K_a(\rho) = \iint d^2R W\left(\frac{R + \rho/2}{R_a}\right) W\left(\frac{R - \rho/2}{R_a}\right). \quad (11)$$

В результате из (10) получаем

$$\begin{aligned} \langle I(X_{\text{img}}, r) \rangle &= \frac{1}{L^2 X_{\text{img}}^2} \iint_{\Sigma} d^2\rho K_a\left(\frac{\rho}{R_a}\right) \\ &\times \exp\left[-ikr \frac{\rho}{F} - 3.44\left(\frac{\rho}{r_0}\right)^{5/3}\right] \\ &\times \iint d^2r_1 I_{\text{ob}}(r_1) \exp(-ikr_1 \frac{\rho}{L}). \end{aligned} \quad (12)$$

3. Пространственный спектр изображения

Если теперь в итоговом выражении (12) выполнить переход к соответствующему пространственному фурье-спектру

$$J(X_{\text{img}}, f) = \iint d^2r \langle I_{\text{ob}}(X_{\text{img}}, r) \rangle \exp(i2\pi fr), \quad (13)$$

то в приближении длинной экспозиции [12], согласно определению Фрида, пространственный спектр изображения получаем в следующем виде:

$$\begin{aligned} J(X_{\text{img}}, f) &= \frac{1}{X_{\text{img}}^2 L^2} K_a\left(\frac{\lambda X_{\text{img}} f}{R_a}\right) \iint d^2r_1 I_{\text{img}}(r_1) \\ &\times \exp\left(-ikr_1 \frac{\lambda X_{\text{img}} f}{L}\right) \exp\left[-3.44\left(\frac{\lambda X_{\text{img}} f}{r_0}\right)^{5/3}\right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь f – модуль пространственной частоты и использовано условие

$$\iint d^2r \exp(ikrp/X_{\text{img}}) \exp(i2\pi fr) = \delta(\rho - \lambda X_{\text{img}} f). \quad (15)$$

Далее введем функцию

$$\chi\left(\frac{\lambda X_{\text{img}} f}{r_0}\right) = \exp\left[-3.44\left(\frac{\lambda X_{\text{img}} f}{r_0}\right)^{5/3}\right], \quad (16)$$

которая представляет собой оптическую передаточную функцию (ОПФ), обусловленную действием турбулентности.

Таким образом, пространственное фурье-преобразование от распределения средней интенсивности (13) для некогерентного объекта-источника является произведением [13] трех сомножителей:

$$\begin{aligned} J(X_{\text{img}}, f) &= \frac{1}{X_{\text{img}}^2 L^2} K_a\left(\frac{\lambda X_{\text{img}} f}{R_a}\right) \\ &\times \chi\left(\frac{\lambda X_{\text{img}} f}{r_0}\right) J_{\text{ob}}\left(f \frac{X_{\text{img}}}{L}\right). \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь

$$J_{\text{ob}}\left(f \frac{X_{\text{img}}}{L}\right) = \iint d^2r_1 I_{\text{ob}}(r_1) \exp(-i2\pi fr \frac{X_{\text{img}}}{L})$$

– пространственный (угловой) спектр излучения некогерентного источника.

Следует отметить, что только для некогерентного источника (объекта) можно от выражения для распределения средней интенсивности (10) перейти к пространственному спектру таким образом, что пространственный спектр изображения (17) будет представлять собой произведение трех следующих сомножителей: углового спектра излучения объекта с масштабированием пространственной частоты $J_{\text{ob}}(X_{\text{img}} f/L)$, фурье-преобразования от функции размытия точки (ФРТ) ψ для атмосферы, т.е. ОПФ вида $\exp[-3.44(\lambda X_{\text{img}} f/r_0)^{5/3}]$ и пространственного спектра пропускания апертуры телескопа $K_a(\lambda X_{\text{img}} f/R_a)$, являющегося фурье-преобразованием от $K_a(\rho)$ (11).

Для дистанции $L \gg F$ выражение (17) можно упростить:

$$J(F, f) = \frac{1}{F^2 L^2} K_a\left(\frac{\lambda F f}{R_a}\right) \chi\left(\frac{\lambda F f}{r_0}\right) J_{\text{ob}}\left(f \frac{F}{L}\right). \quad (18)$$

Для того чтобы выражение для пространственного спектра имело подобный (17), (18) вид, необходимо, чтобы ФРТ турбулентной атмосферы [12] зависела от координат точек (ρ_1, ρ_2) в пределах апертуры Σ только через их разность, т.е. имела вид $\exp[-3.44(|\rho_1 - \rho_2|/r_0)^{5/3}]$. Для длинной экспозиции это условие реализуется, но только в том случае, если атмосферная турбулентность описывается изотропной моделью Колмогорова – Обухова.

Боле того, при описании спектра изображения некогерентного источника в виде (18) возможно улучшение качества формируемого изображения с помощью обратного корректирующего фильтра [3, 4]. В этом случае такой корректирующий фильтр [14] может рассчитываться по формуле

$$F_{\text{corr}}(f) = F^{-1}(\psi) = \exp\left[3.44\left(\frac{\lambda X_{\text{img}} f}{r_0}\right)^{5/3}\right]. \quad (19)$$

Тогда, используя высокоскоростную видеокамеру и компьютер, можно реализовать один из методов улучшения качества изображения, например метод обратной фильтрации [14, 15] для спектра изображения.

4. Сравнение случаев короткой и длинной экспозиций

Известно, что операция перехода от мгновенного значения распределения интенсивности изображения вида (6) к его среднему значению может выполняться при других режимах наблюдения, в том числе, согласно классификации Фрида [12], при так называемой короткой экспозиции. При этом, как правило, ФРТ или ее фурье-преобразование – пространственный спектр (частотно-контрастная характеристика) – записывают в приближении Фрида. Следует отметить, что выражение для ФРТ при короткой экспозиции было получено Фридом [12] при вполне определенных приближениях. Сама по себе короткая экспозиция по Фриду представляет собой, по сути, результат расчета средней интенсивности изображения при коррекции случайных наклонов волнового фронта [1]. Если использовать обозначения Нолла [13], то выражение для остаточных фазовых искажений после коррекции наклонов волнового фронта запишется в виде

$$\Delta S(0, \rho_1) = S(L, r_1; 0, \rho_1) - 2a_2 \frac{x_1}{R_a} - 2a_3 \frac{y_1}{R_a}, \quad (20)$$

где a_2 и a_3 – коэффициенты разложения (наклоны по осям x и y) фазовых флуктуаций по полиномам Цернике.

Ранее в [1] уже было показано, что в результате такой коррекции структурная функция остаточных флуктуаций фазы может быть записана при использовании только восьми первых полиномов Цернике в разложении фазовых флуктуаций в следующем виде:

$$\begin{aligned} D_{\Delta S}(\rho_1, \rho_2) = & \left\{ [S(L, r_1; 0, \rho_1) - S(L, r_1; 0, \rho_2)] \right. \\ & \left. - 2 \left(a_2 \frac{x_1 - x_2}{R_a} + a_3 \frac{y_1 - y_2}{R_a} \right) \right\} = 6.88 \frac{|\rho_1 - \rho_2|^{5/3}}{r_0^{5/3}} \\ & - \frac{4 \langle a_2^2 \rangle}{R_a^2} (\rho_1 - \rho_2)^2 - 2 \langle a_2 a_8 \rangle \\ & \times \left\{ \frac{12\sqrt{2}}{R^4} \left[\rho_1^4 + \rho_2^4 - (\rho_1^2 + \rho_2^2) \rho_1 \rho_2 - \frac{8\sqrt{2}}{R^2} (\rho_1 - \rho_2)^2 \right] \right\}, \quad (21) \end{aligned}$$

где использованы обозначения из [13].

Выражение (21) было записано для случая, когда $\langle a_2^2 \rangle = \langle a_3^2 \rangle$ и $\langle a_2 a_8 \rangle = \langle a_3 a_7 \rangle$, а это соответствует условию изотропности спектра турбулентности [1, 5]. Для дальнейшего анализа воспользуемся результатами расчетов [13, 16] для дисперсии $\langle a_2^2 \rangle$ и корреляции вида $\langle a_2 a_8 \rangle$:

$$\langle a_2^2 \rangle = 1.42(R/r_0)^{5/3}, \quad \langle a_2 a_8 \rangle = -0.045(R/r_0)^{5/3}. \quad (22)$$

Прежде всего, выражение (21) интересно сравнить с другими результатами. Так, в работах [12, 15, 16] анализировалась ОПФ для оптической системы, работающей сквозь слой турбулентной атмосферы, в отсутствие корреляции между корректируемыми наклонами волнового фронта и высшими фазовыми флуктуациями. В используемых в настоящей работе обозначениях, это соответствует тому, что $\langle a_2 a_8 \rangle \equiv 0$ и $\langle a_3 a_7 \rangle \equiv 0$. В этих предположениях формула Фрида для структурной функции остаточной фазы (20) при короткой экспозиции [12] выглядит следующим образом:

$$D_{\Delta S}(\rho_1, \rho_2) = 6.88 \frac{|\rho_1 - \rho_2|^{5/3}}{r_0^{5/3}} - 5.68 \frac{(\rho_1 - \rho_2)^2}{R^{1/3} r_0^{5/3}}. \quad (23)$$

Это незначительно отличается от широко используемого выражения [17]

$$D_{\Delta S}(\rho_1 - \rho_2) = 6.88 \frac{|\rho_1 - \rho_2|^{5/3}}{r_0^{5/3}} \left[1 - \left(\frac{|\rho_1 - \rho_2|}{R_a} \right)^{1/3} \right]. \quad (24)$$

Однако урезанное выражение Фрида (23) дает правильные результаты только для $R_a \leq 2r_0$.

Следует отметить, что часто выражения для структурной функции остаточной фазы при короткой экспозиции записывают в виде

$$D_{\Delta S}(\rho_1 - \rho_2) = 6.88 \frac{|\rho_1 - \rho_2|^{5/3}}{r_0^{5/3}} \left[1 - \alpha \left(\frac{|\rho_1 - \rho_2|}{R_a} \right)^{1/3} \right],$$

где параметр α принимает значения в интервале 0.5–1.0.

Если же рассчитать $D_{\Delta S}(\rho_1, \rho_2)$ точнее, например с учетом всех членов в (21), включая корреляции типа $\langle a_2 a_8 \rangle$, то получим

$$\begin{aligned} D_{\Delta S}(\rho_1, \rho_2) = & 6.88 \frac{|\rho_1 - \rho_2|^{5/3}}{r_0^{5/3}} - 6.70 \frac{(\rho_1 - \rho_2)^2}{R_a^{1/3} r_0^{5/3}} \\ & + 0.38 \frac{(\rho_1 - \rho_2)^4}{R_a^{7/3} r_0^{5/3}} + 4.56 \frac{(\rho_1 - \rho_2)^2 R^2}{R_a^{7/3} r_0^{5/3}}. \quad (25) \end{aligned}$$

Нетрудно видеть, что структурная функция остаточной фазы $D_{\Delta S}(\rho_1, \rho_2)$ согласно выражению (25) зависит не только от $|\rho_1 - \rho_2|$, но и от ρ_1, ρ_2 , т. е. имеет место анизотропия свойств этой функции. Это означает, что переход от ФРТ к пространственному спектру теперь не будет давать такой простой результат как формула (18).

Проанализируем, к каким последствиям может привести использование формулы (24) вместо формул (23) и (25). Предварительно перепишем выражения для структурной функции остаточной фазы в максимально простом виде:

$$D_S(\rho) = 6.88 \frac{\rho^{5/3}}{r_0^{5/3}} \quad (26)$$

– для длинной экспозиции,

$$D_{\Delta S}(\rho) = 6.88 \frac{\rho^{5/3}}{r_0^{5/3}} \left[1 - 0.826 \left(\frac{\rho}{R_a} \right)^{1/3} \right] \quad (27)$$

– для короткой экспозиции по Фриду. В то же время вместо формулы (27) обычно используют формулу (24).

Полученную формулу (25) перепишем теперь в виде

$$\begin{aligned} D_{\Delta S}(\rho, R) = & 6.88 \frac{\rho^{5/3}}{r_0^{5/3}} \\ & \times \left[1 - 0.97 \left(\frac{\rho}{R_a} \right)^{1/3} + 0.055 \left(\frac{\rho}{R_a} \right)^{7/3} + 0.66 \left(\frac{\rho}{R_a} \right)^{1/3} \left(\frac{R}{R_a} \right)^2 \right]. \quad (28) \end{aligned}$$

Сравним выражения (24), (26)–(28), рассчитав отношение структурных функций остаточной фазы для короткой экспозиции (24), (27), (28) к структурной функции фазы для длинной экспозиции (26), и в итоге получим набор функций

$$\varphi(x) = \frac{D_{\Delta S}^{\text{short}}(\rho)}{D_S^{\text{long}}(\rho)}, \quad (29)$$

где переменная $x = \rho/R_a$ меняется в области ее определения от 0 до 2. В этих обозначениях согласно (правильным) расчетам Фрида из (27) и (26) имеем

$$\varphi_1(x) = 1 - 0.826x^{1/3}, \quad (30)$$

при использовании широко применяемой схемы (24) с регуляризацией [14, 15] получаем

$$\begin{aligned} \varphi_2(x) &= 1 - x^{1/3}, \\ \varphi_3(x) &= 1 - 0.5x^{1/3} \end{aligned} \quad (31)$$

и, наконец, наша уточненная формула (28) дает

$$\varphi_4(x) = 1 - 0.974x^{1/3} + 0.055x^{7/3} + 0.33x^{1/3} (R/R_a)^2. \quad (32)$$

Следует пояснить, что формулы для функций $\varphi_2(x)$ и $\varphi_3(x)$ различаются только множителем. Это связано с тем, что для больших дистанций в турбулентной атмосфере наряду с фазовыми флуктуациями появляются амплитудные. Считается [18], что в этом случае правильнее использовать формулу (31) для $\varphi_3(x)$.

Результаты расчетов по формулам (30)–(32) представлены на рис.1, при этом отношение D/r_0 является параметром, определяющим «силу турбулентности». Сравнение приведенных на рис.1 кривых дает возможность сделать некоторые выводы, а именно:

- согласно формуле (31), кривая $\varphi_2(x)$ в области $x > 1$ уходит в отрицательную область; это, вообще говоря, нефизично, т. к. означает, что действие атмосферной турбулентности на трассе приводит к искажениям, которые увеличивают амплитуду поля до значений, больших, чем при распространении поля в вакууме;

- согласно формуле (31), кривая $\varphi_3(x)$ по сравнению с кривой $\varphi_2(x)$ сохраняет в результате фильтрации много искажений и обеспечивает тем самым невысокую эффективность коррекции;

- согласно формуле (32), кривая $\varphi_4(x)$ во всем интервале значений x обеспечивает высокую эффективность кор-

рекции и остается физической, не уходя в отрицательную область;

- согласно «правильной» формуле Фрида (30), кривая $\varphi_1(x)$ уходит в отрицательную (нефизичную) область только в самом конце интервала значений x и существенно правильнее описывает коррекцию по сравнению с кривой $\varphi_2(x)$.

Во многом аналогичные результаты были получены в работе [19], однако в ней применялся подход к подобным расчетам без перехода к фазовому описанию. В этой работе был реализован еще один альтернативный подход к расчету распределения интенсивности изображения при коррекции наклонов волнового фронта. Для коррекции случайных наклонов используются данные измерений положения центра тяжести изображения в пределах апертуры определенного радиуса \mathcal{R} , который согласуется с уровнем турбулентности. При этом было показано, что структурная функция остаточных фазовых искажений (25) теперь имеет вид

$$\begin{aligned} D_{\Delta S}(\rho_1, \rho_2) &= 6.88 \frac{|\rho_1 - \rho_2|^{5/3}}{r_0^{5/3}} + 5.32 \frac{(\rho_1 - \rho_2)^2}{\mathcal{R}^{1/3} r_0^{5/3}} \\ &- 11.4 \mathcal{R}^{-1/3} r_0^{-5/3} \left\{ \frac{\rho_1^2}{(\rho_1/\mathcal{R} + 1)^{1/3}} - \rho_1 \rho_2 \right. \\ &\left. \times [(\rho_1/\mathcal{R} + 1)^{-1/3} + (\rho_2/\mathcal{R} + 1)^{-1/3}] + \frac{\rho_2^2}{(\rho_2/\mathcal{R} + 1)^{1/3}} \right\}, \quad (33) \end{aligned}$$

где $\mathcal{R} \leq R_a$.

Если сравнить это выражение с (28), то, как показано в [1], приходим практически к тем же результатам с точки зрения коррекции. При этом оптимальный размер апертуры \mathcal{R} зависит от соотношения R_a и r_0 . Так, для $R_a < 6r_0$ оптимальный размер $\mathcal{R} \approx r_0/2$.

Таким образом, апертура для обеспечения оптимальной коррекции должна быть согласована с условиями распространения на трассе и «следить» за когерентной частью фазового фронта.

5. Изменение радиуса когерентности при коррекции

На процесс формирования изображения при различных экспозициях и при использовании адаптивной фазовой коррекции можно взглянуть с точки зрения увеличения радиуса когерентности. В случае формирования некогерентного изображения конечно следует говорить об увеличении когерентности самого приемного тракта атмосфера–телескоп. Исследуем эту особенность применения фазовой коррекции как возможность увеличения радиуса когерентности в результате даже частичной фазовой коррекции. Более того, говоря о размере зоны изопланатизма системы, строящей изображение, безусловно правильней рассчитывать его, используя значение радиуса Фрида, получаемое при коррекции наклонов волнового фронта, т. е. для короткой экспозиции [12]. Это обусловлено, прежде всего, тем, что общий наклон волнового фронта не влияет на качество мгновенного изображения, а только приводит к его смещению. Кроме того, величина общего наклона волнового фронта для системы существенно больше радиусов корреляции для высших aberrаций волнового фронта [1, 13, 16–18]. Размер зоны изопланатизма для наклона волнового фронта (иногда

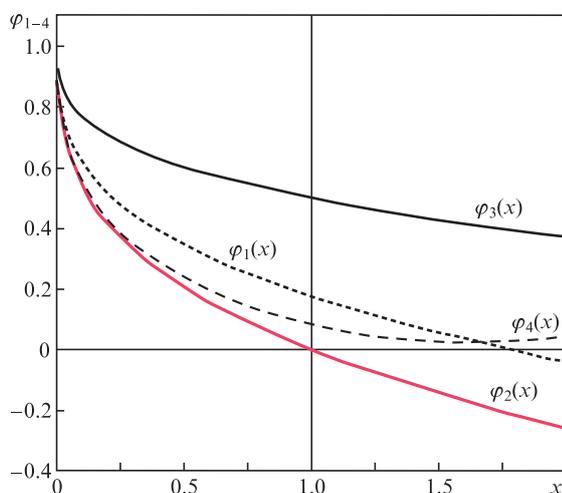


Рис.1. Отношение структурных функций остаточной фазы при короткой экспозиции к структурной функции фазы при длинной экспозиции.

эта область еще называется изокинетической зоной) зависит не только от параметров турбулентности, но и от размера приемной апертуры (апертуры телескопа) [16–18].

Итак, если воспользуемся короткой экспозицией [12], то для результирующего поля получим фактическое изменение радиуса когерентности излучения. Оценим действие коррекции наклонов волнового фронта с помощью, например, формул (26) и (27) для структурной функции фазы, составив из них соотношение

$$6.88(\rho/\tilde{r}_0)^{5/2} = 6.88(\rho/r_0)^{5/2}[1 - 0.826(\rho/R_a)^{1/3}] \quad (34)$$

(здесь \tilde{r}_0 – радиус когерентности поля после коррекции наклонов), которое приводит к формуле

$$\tilde{r}_0 = r_0[1 - 0.826(\rho/R_a)^{1/3}]^{-3/5}. \quad (35)$$

Формула (35) показывает, что увеличение радиуса когерентности зависит от точки наблюдения, а именно:

– на оси системы (когда $\rho = 0$) радиус когерентности после коррекции наклонов совпадает с радиусом когерентности без коррекции ($\tilde{r}_0 = r_0$), т. е. увеличения нет;

– при $\rho = R_a$ получаем $\tilde{r}_0 = 2.8r_0$;

– при $\rho = 2R_a$ величина \tilde{r}_0 не определена.

Из проведенного выше уточненного расчета по формуле (28) для структурной функции остаточной фазы в случае короткой экспозиции, согласно формулам (32) и (26), имеем

$$\tilde{r}_0 = r_0[1 - 0.97(\rho/R_a)^{1/3} + 0.55(\rho/R_a)^{7/3} + 0.33(\rho/R_a)^{1/3}(\mathcal{R}/R_a)^2]^{-3/5}. \quad (36)$$

Тогда, по аналогии с предыдущим, получаем:

– на оси системы (когда $\rho = 0$) радиус когерентности не меняется, $\tilde{r}_0 = r_0$, т. е. увеличения нет;

– при $\rho = R_a$ имеем $\tilde{r}_0 = 1.7r_0$;

– при $\rho = 2R_a$ получаем $\tilde{r}_0 = 1.92r_0$.

Такое увеличение радиуса когерентности действительно имеет место, т. к. коррекция наклонов наибольшее действие оказывает именно на периферии. Получаем, что в среднем использование короткой экспозиции, или, что то же самое, применение коррекции наклонов волнового фронта фактически увеличивает эффективный размер когерентной зоны примерно в 1.8 раза.

Если же использовать адаптивную систему, которая осуществляет частичную фазовую коррекцию, скажем, нескольких мод Цернике, то подобным же образом можно оценить увеличение радиуса когерентности с помощью формул Нолла [13].

6. Область применимости фазовой коррекции

Безусловно, как и любой другой метод, фазовая адаптивная коррекция требует определения области ее применимости с точки зрения параметров, описывающих турбулентность. Уже было показано [20,21], что для горизонтальных трасс с ростом флуктуаций адаптивная фазовая коррекция становится неэффективной. Это происходит тогда, когда радиус когерентности из-за турбулентности становится меньше размера первой зоны Френеля, что соответствует условию

$$kr_0^2/L < 1. \quad (37)$$

Как правило, именно на горизонтальных атмосферных трассах приходится иметь дело с малыми радиусами Фрида и проявлением сильных фазовых флуктуаций. Уровень турбулентных искажений на атмосферной трассе характеризуется величиной радиуса Фрида r_0 или отношением D/r_0 . Этот параметр может измеряться, например, непосредственно в эксперименте с помощью датчика волнового фронта, работающего по дифференциальной методике [22].

Необходимо отметить, что не существует общепринятого понятия «сильные» флуктуации. Попробуем его ввести. Исходя из результатов теории формирования изображения в условиях турбулентных искажений, предельно достижимое угловое разрешение оценивается как

$$\Theta \approx \lambda(D^{-2} + r_0^{-2})^{1/2}. \quad (38)$$

Из этой формулы следует, что при $D < r_0$ разрешение соответствует дифракционному, если же ситуация обратная, то $\Theta \approx \lambda/r_0$. В реальности при выполнении коррекции самое большее, что можно сделать, это получить $r_0 = D$.

В дальнейшем можно использовать следующую классификацию уровней турбулентности:

– при $D/r_0 < 4$ искажения «слабые»;

– при $4 < D/r_0 < 10$ искажения «умеренные»;

– при $D/r_0 > 10$ искажения «сильные»;

– при $D/r_0 > 15-20$ фазовые флуктуации «очень сильные».

Возникает вопрос о том, с какой величины D/r_0 начинается сильное турбулентное уширение. Естественно, что если $D < r_0$, то турбулентное уширение слабое. Нужно также пояснить, почему для определения границы «слабых» флуктуаций взят уровень $D/r_0 < 4$. При этом уровне флуктуаций все фазовые флуктуации сводятся только к наклонам волнового фронта, поэтому происходит лишь смещение положения изображения, что легко устраняется коррекцией только наклонов волнового фронта (это полиномы Цернике с номерами 2 и 3). В диапазоне $D/r_0 = 4-10$ достаточной является коррекция лишь низших мод (это наклоны, дефокусировка, кома). Расчеты показывают, что именно при $D = 4r_0$ наилучший результат дает коррекция наклонов (низших мод), такой же эффект следует ожидать от постдетекторной коррекции. Если же $4 < D/r_0 < 10$, то коррекция уже не приводит к полному восстановлению, а разрешение системы увеличивается примерно в два-три раза.

Кроме того, как известно, любая адаптивная оптическая система – это динамическая система, имеющая собственную частоту работы. Также, согласно теории, требуемая частота работы адаптивной системы для проведения полной фазовой коррекции определяется формулами [23, 24], подобными следующей:

$$f_G \approx 0.43 \frac{v_{\perp}}{r_0}, \quad (39)$$

где v_{\perp} – поперечная скорость ветра.

В то же время при реализации любой фазовой системы адаптивной коррекции можно обеспечить положительный результат только при выполнении в атмосфере определенных условий. Одним из них является следующее условие: на трассе угол изопланатизма должен быть больше углового разрешения системы. Это формулируется как выполнение неравенства

$$r_0/L > \lambda/r_0. \quad (40)$$

Нетрудно показать, что условие (40) соответствует реализации условия (37). В данном случае датчик Гартмана дает правильные значения фазы и в системе можно пренебречь влиянием амплитудных флуктуаций. При этом фазовые системы адаптивной оптики имеют высокую эффективность.

На вертикальных атмосферных трассах условие (40) легко реализуется, но на горизонтальных трассах ситуация меняется на противоположную, т. е. радиус когерентности по Фриду становится меньше размера первой зоны Френеля:

$$r_0 < \sqrt{\lambda L}. \quad (41)$$

При этом оказывается, что нарушение условия (40) свидетельствует о появлении на трассе «сильных» флуктуаций интенсивности, т. е. дисперсия флуктуаций интенсивности, рассчитываемая по формуле С.М.Рытова [5]

$$\sigma_{\text{int}}^2 = k^{7/6} C_n^2 L^{11/6}, \quad (42)$$

становится больше 1.

В данных условиях фазовые системы адаптивной оптики теряют свою эффективность [20, 21] и какого-либо улучшения при использовании фазовой коррекции достичь уже невозможно.

7. Заключение

Выполнены простые расчеты распределения интенсивности изображения некогерентного объекта-источника. Рассмотрены известные из литературы ошибки при оценке изображения в случае короткой экспозиции. Рассчитано увеличение радиуса когерентности оптического поля при различных способах фазовой коррекции. При появлении «сильных» флуктуаций ухудшается эффективность фазовой коррекции, в первую очередь страдает датчик волнового фронта – при появлении флуктуаций интенсивности фокальные пятна помимо смещений будут

мерцать, что сильно искажает данные измерений фазового профиля. Это и делает адаптивную коррекцию неэффективной. При больших скоростях ветра или при уменьшении радиуса Фрида коррекция может привести даже к ухудшению видения. В таких условиях эффективная работа системы адаптивной оптики невозможна.

1. Лукин В.П. *Атмосферная адаптивная оптика* (Новосибирск: Наука, 1986).
2. Lane G. J. *Opt. Soc. Am. A*, **9** (9), 1508 (1992).
3. Jefferies S., Hope D.A., Hart M., James N. *Proc. SPIE*, **8890**, 88901C (2013).
4. Пахомов А.А., Плотников И.П., Ряхин А.Д. *Оптика атмосферы*, **5**, 488 (1992).
5. Гурвич А.С., Кон А.И., Миронов В.Л., Хмелевцов С.С. *Лазерное излучение в турбулентной атмосфере* (М.: Наука, 1976).
6. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. *Введение в статистическую радиофизику. Ч. II* (М.: Главная редакция физико-математической литературы, 1978).
7. Миронов В.Л., Балин Ю.С., Копытин Ю.Д., Самохвалов И.В., Креков Г.М., Лукин В.П., Орлов В.М., Белов М.Л. *Сигналы и помехи в лазерной локации* (М.: Радио и связь, 1985).
8. Лукин В.П., Чарноцкий М.И. *Оптика атмосферы*, **3** (12), 1284 (1990).
9. Лукин В.П., Чарноцкий М.И. *Квантовая электроника*, **9** (5), 952 (1982) [*Sov. J. Quantum Electron.*, **12** (5), 602 (1982)].
10. Лукин В.П., Матюхин В.Ф. *Квантовая электроника*, **10** (12), 2465 (1983) [*Sov. J. Quantum Electron.*, **13** (12), 1604 (1983)].
11. Lukin V.P. *Proc. SPIE*, **5743**, 50 (2004).
12. Fried D.L. *J. Opt. Soc. Am.*, **56** (10), 1372 (1966).
13. Noll R.I. *J. Opt. Soc. Am.*, **66** (3), 207 (1976).
14. Matson Ch.L., Borelli K., Jefferies S., Beckner Ch.C. Jr., Hege E.K., Lloyd-Hart M. *Appl. Opt.*, **48** (1), A75 (2009).
15. Gladysz S., Gallé R.B., et al. *Proc. SPIE*, **8535**, 85350M (2012).
16. Wang I.Y., Mackey I.K. *J. Opt. Soc. Am.*, **68** (1), 78 (1978).
17. Войцехович В.В. *Препринт АН СССР № 862* (М., ИКИ РАН, 1984).
18. Большасова Л.А., Лукин В.П. *Оптика атмосферы и океана*, **21** (12), 1070 (2008).
19. Charnotskii M.I. *J. Opt. Soc. Am. A*, **10** (3), (1993).
20. Канев Ф.Ю., Лукин В.П., Макенова Н.А. *Оптика атмосферы и океана*, **15** (12), 1073 (2002).
21. Lukin V.P. *Appl. Opt.*, **51** (10), 176 (2012).
22. Лукин В.П., Носов В.В. *Квантовая электроника*, **47** (6), 580 (2017) [*Quantum Electron.*, **47** (6), 580 (2017)].
23. Greenwood D.P., Fried D.L. *J. Opt. Soc. Am.*, **66** (3), 193 (1976).
24. Lukin V.P., Sazonova P.V. *Russ. Phys. J.*, **59** (7), 1052 (2016).